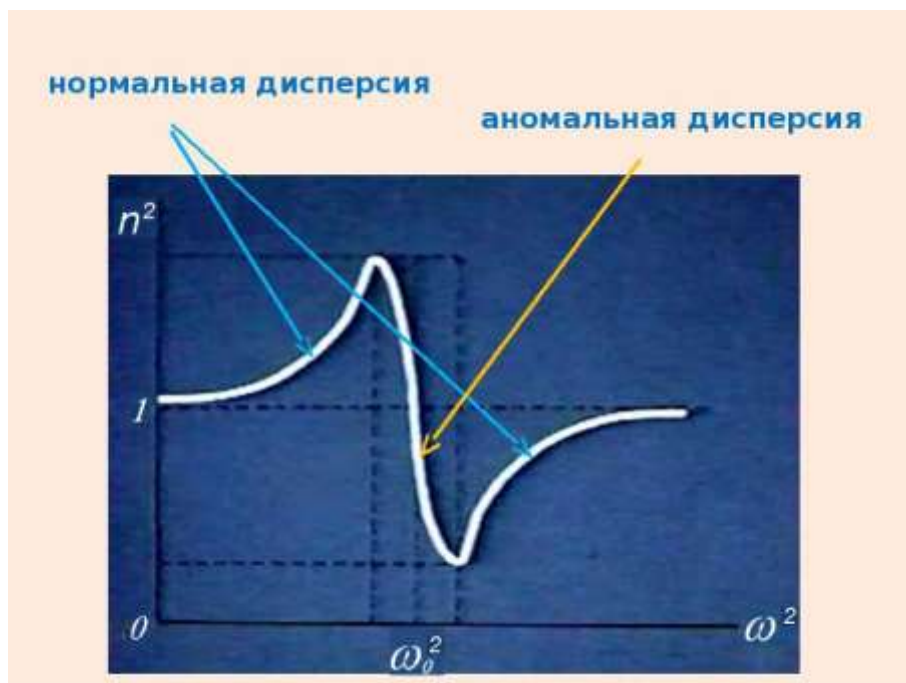


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А.Г. Рипп, О.В. Матузаева

АНОМАЛЬНАЯ ДИСПЕРСИЯ

Учебное пособие
по общей физике для студентов технических
и естественно-научных специальностей



Севастополь
СевГУ
2022

УДК 535.329(075.8)
ББК 22.343.234Я73
Р537

Рецензент:

Ю.В. Браславский – кандидат технических наук, доцент

Рипп, Александр Гешелевич

Р537 Аномальная дисперсия : учебное пособие по общей физике для студентов технических и естественно-научных специальностей /А.Г. Рипп, О.В. Матузаева ; Министерство науки и высшего образования РФ, Севастопольский государственный университет. – Севастополь: СевГУ, 2022. – 19 с.: ил. – Текст: электронный.

Учебное пособие разработано преподавателями кафедры «Физика» СевГУ и предназначено для студентов 1 и 2 курсов технических и естественно-научных специальностей, выполняющих лабораторные работы по дисциплинам: «Физика» и «Физический практикум». В пособии студентам предлагается познакомиться с явлением дисперсии света – в частности, в полупроводниковых кристаллах. Предлагается экспериментальным путём исследовать дисперсию в области полосы поглощения, в которой дисперсия – аномальная. Показано, как можно экспериментальным путём получить дисперсионную характеристику и измерить ряд дисперсионных параметров. Лабораторная установка, на которой предлагается провести эксперименты, виртуальная.

Пособие содержит краткий теоретический материал, описание лабораторной установки, порядок выполнения лабораторной работы и методы оценки погрешности измерений. Материал изложен подробно и в доступной форме. Для студентов, желающих получить больше информации, в конце пособия приводится список литературы.

УДК 535.329(075.8)
ББК 22.343.234Я73

Учебное пособие рассмотрено и утверждено на заседании кафедры «Физика», протокол № 3 от 19 ноября 2021 г.

© ФГАОУ ВО «Севастопольский
государственный университет», 2022

Работа 78. Аномальная дисперсия

Цель работы

Экспериментальное исследование аномальной дисперсии в призме, выполненной из полупроводникового материала.

1. Краткая теория

Понятие дисперсии.

Дисперсия света – это *явление*, состоящее в том, что показатель преломления среды n зависит от длины волны света λ .

По определению, показателем преломления среды называется отношение скорости света в пустоте (вакууме) c к фазовой скорости света в данной среде v .

$$n = \frac{c}{v}. \quad (1)$$

В вакууме световые волны всех длин распространяются с одной и той же скоростью c , но при попадании света в материальную среду его скорость уменьшается, причём для разных длин волн уменьшение оказывается разным. Это и является причиной, по которой показатель преломления среды n зависит от длины волны света в данной среде λ .

Дисперсию разделяют на два типа.

- В основной части спектра зависимость $n(\lambda)$ обратная, то есть с ростом длины волны показатель преломления падает. Этот факт называется *нормальной дисперсией*.
- В отдельных участках спектра показатель преломления может нарастать с ростом длины волны. Такая дисперсия называется *аномальной*.

Зависимость $n(\lambda)$ называется *дисперсионной характеристикой*. Пример графика дисперсионной характеристики (*дисперсионная кривая*) показан на рис. 1.

Аномальная дисперсия наблюдается в тех областях спектра, которые являются *полосами поглощения*. Полосой поглощения называется такой интервал длин волн света, в котором данное вещество заметно поглощает свет. Вообще-то вещество поглощает свет при любой длине волны, но за пределами полос поглощения это поглощение незначительно.

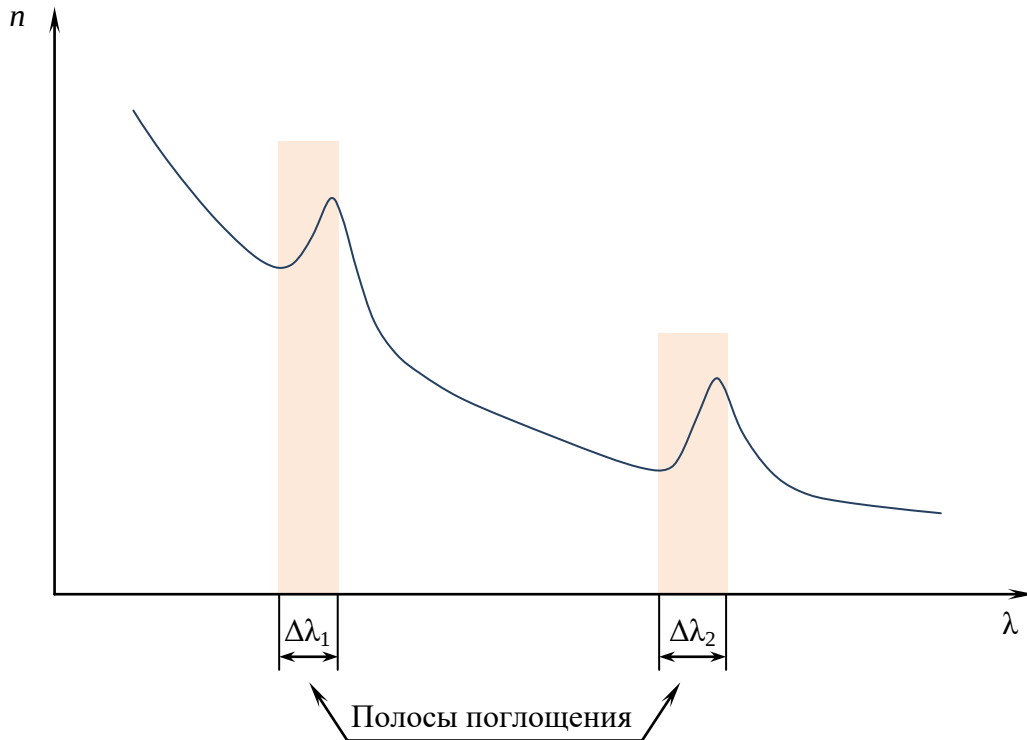


Рис. 1. Дисперсионная кривая

Есть две теории дисперсии. Первая основана на классической физике электромагнитных волн – *классическая* теория. Вторая основана на квантовой механике – *квантовая* теория. Квантовая теория более точная, но и классическая тоже позволяет получить достаточно достоверные результаты. Рассмотрим основные понятия и результаты классической теории дисперсии.

Комплексный показатель преломления.

Пусть в некоторую среду входит электромагнитная волна (свет, как вы знаете, это – частный случай электромагнитных волн). Будем для простоты считать, что эта волна – плоская и монохроматическая с частотой ω . Частота электромагнитных колебаний в волне ω связана с длиной волны λ , однако частотой пользоваться удобнее, так как она одна и та же как в вакууме, так и в среде – в отличие от длины волны, которая изменяется (уменьшается) при входе волны из вакуума в среду.

Направим ось OX в направлении скорости волны в среде v и запишем уравнение волны для светового вектора (вектора напряжённости электрического поля $\mathbf{E}$).

$$\mathbf{E}(x, t) = \mathbf{E}_m(x) \exp \left[i\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right] = \mathbf{E}_m(x) \exp \left[i\omega \left(t - n \frac{x}{c} \right) \right], \quad (1)$$

где $\mathbf{E}_m(x)$ – амплитуда колебаний светового вектора в точке с координатой x .

Всякая среда, даже очень прозрачная, поглощает свет. Непрозрачная среда поглощает свет полностью, а прозрачная – частично, поэтому в прозрачной среде амплитуда колебаний E_m постепенно убывает с ростом x . Зависимость $E_m(x)$ следует из закона Бугера, согласно которому интенсивность пучка монохроматического света I убывает экспоненциально:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x}. \quad (2)$$

Здесь I_0 – интенсивность входящего в среду пучка, а μ – параметр среды, называемый *коэффициентом поглощения*. Так как интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды колебаний, то из закона Бугера следует, что

$$E_m(x) = E_0 e^{-\frac{\mu}{2}x}. \quad (3)$$

Удобно вместо коэффициента поглощения μ ввести другой параметр k – безразмерный. Это можно сделать, например, записав $\frac{\mu}{2}$ следующим образом:

$$\frac{\mu}{2} = \frac{\omega}{c} k,$$

откуда получается:

$$k = \frac{c}{2\omega} \mu. \quad (4)$$

Параметр k , определённый формулой (3), называется *показателем поглощения*.

С использованием показателя поглощения формулы (3) и (1) будут иметь вид

$$E_m(x) = E_0 e^{-\frac{\omega}{c} k x}.$$

$$E(x, t) = E_0 \exp \left[-\frac{\omega}{c} k x + i\omega \left(t - n \frac{x}{c} \right) \right].$$

Скобку в показателе экспоненты преобразуем так:

$$-\frac{\omega}{c} k x + i\omega \left(t - n \frac{x}{c} \right) = i\omega \left(t - n \frac{x}{c} + ik \frac{x}{c} \right) = i\omega \left(t - \tilde{n} \frac{x}{c} \right).$$

Здесь введено обозначение:

$$\tilde{n} = n - ik. \quad (5)$$

Комплексную величину $\tilde{n}$ будем называть *комплексным показателем преломления*.

В итоге уравнение волны можно представить в виде

$$E(x, t) = E_0 \exp \left[i\omega \left(t - \tilde{n} \frac{x}{c} \right) \right]. \quad (6)$$

Это уравнение очень похоже на уравнение (1), но в нём координата x фигурирует не в двух местах – в амплитуде $E_m(x)$ и в показателе экспоненты, а в одном – только в показателе экспоненты. Таким образом, использование комплексного показателя преломления $\tilde{n}$ позволяет с помощью одной величины описывать сразу два разных явления: уменьшение скорости волны в среде и поглощение волны в среде.

Оптическая плотность среды.

Поглощение света можно описать не только коэффициентом поглощения μ и показателем поглощения k , но ещё и с помощью третьей величины, которая называется *оптической плотностью* и обозначается, как правило, буквой D . Эта величина является аналогом логарифмического декремента затухания колебаний:

$$D = \lg \frac{I_0}{I},$$

где I_0 – интенсивность света, входящего в среду, а I – интенсивность света, прошедшего в среде расстояние R .

Разумеется, оптическая плотность связана с коэффициентом поглощения μ и с показателем поглощения k . Найти эту связь нетрудно, если использовать закон Бугера (2):

$$I = I_0 e^{-\mu R}, \quad \frac{I_0}{I} = e^{\mu R}, \quad D = \lg \frac{I_0}{I} = \mu R \lg e = \frac{\mu R}{\ln 10}.$$

Главным достоинством оптической плотности является возможность её достаточно простого измерения. Для этого разработаны специальные приборы, называемые *денситометрами*. В предлагаемой вам лабораторной установке как раз есть денситометр. Таким образом, измерив оптическую плотность, можно измерить и показатель преломления:

$$\mu = \frac{\ln 10}{R} D, \quad k = \frac{c}{2\omega} \mu = \frac{c \ln 10}{2\omega R} D. \quad (7)$$

Комплексная диэлектрическая проницаемость.

В теории электромагнитного поля Максвелла доказывается, что фазовая скорость электромагнитной волны в среде зависит от диэлектрической и магнитной проницаемостей среды:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}.$$

Магнитная проницаемость большинства оптически прозрачных сред очень мало отличается от единицы, поэтому в оптике достаточно точной является формула

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}},$$

из которой следует, что

$$n = \sqrt{\varepsilon}, \quad \varepsilon = n^2.$$

В этих формулах фигурирует вещественный показатель преломления n . Интересно было бы их сохранить и для комплексного показателя преломления $\tilde{n}$. Но тогда придётся перейти от диэлектрической проницаемости ε к другой величине $\tilde{\varepsilon}$, которую естественно назвать *комплексной диэлектрической проницаемостью*:

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{n}^2. \quad (8)$$

Выясним, чему равны вещественная и мнимая части комплексной диэлектрической проницаемости и как они связаны с показателями преломления и поглощения n и k .

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{n}^2 = (n - ik)^2 = n^2 - 2ink - k^2.$$

Введём обозначения

$$\varepsilon_1 = n^2 - k^2, \quad \varepsilon_2 = 2nk. \quad (9)$$

Тогда можно записать:

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_1 - i\varepsilon_2.$$

Величины ε_1 и ε_2 естественно называть *вещественной и мнимой* частью диэлектрической проницаемости. Какого-то ясного физического смысла они не имеют, вещественная часть ε_1 , судя по формуле (9), может оказаться как положительной, так и отрицательной. Тем не менее, в классической теории дисперсии эти величины играют существенную роль.

Характерные частоты.

Физическая причина явления поглощения электромагнитных волн в прозрачном твёрдом веществе состоит в следующем.

Вещество среды является, как правило, химическим соединением, атомы которого образуют упорядоченную структуру – кристалл¹. Атомы в кристалле расположены упорядоченно – в узлах кристаллической решётки. Это означает, что для каждого атома все остальные атомы вместе создают упругую среду, в которой на атом действует возвращающая сила, препятствующая его удалению от определённой точки в кристалле (узла решётки). В результате атом становится осциллятором, который совершает малые колебания вокруг узла с некоторой частотой, зависящей от типа атомов и строения кристаллической решётки. Эта частота, как известно, называется *собственной* и обозначается ω_0 .

¹ Это не обязательно монокристалл. Структура обычного твёрдого тела поликристаллическая, то есть это множество соединённых друг с другом маленьких кристаллов.

В большинстве случаев химическая связь атомов разного типа является *полярной*. Это означает, что атомы в кристалле являются ионами: атомы одного типа положительные, другого – отрицательные. Эти ионы, разумеется, реагируют на электрическое поле, электромагнитная волна заставляет их колебаться. В результате ионы приобретают энергию, и сообщает её волна. Значит, волна тратит свою энергию, поэтому по мере её распространения, увлекая в колебательный процесс всё новые частицы, волна ослабевает – вещество её поглощает.

Энергия, которую получает от волны ион, зависит от амплитуды его колебаний. Колебания иона вынужденные, их частота равна частоте волны ω . Особенность вынужденных колебаний естественных осцилляторов состоит в том, что их амплитуда зависит от разности между частотой вынужденных колебаний и собственной частотой ω_0 . Это явление называется резонансом. Максимум амплитуда колебаний достигает при некоторой частоте волны $\omega_{\text{п}}$, близкой к собственной частоте иона ω_0 . Частота $\omega_{\text{п}}$ называется *резонансной* или *частотой поглощения*. Полоса поглощения – это как раз небольшой интервал частот, окружающий частоту поглощения. В этой полосе показатель поглощения k достигает локального максимума в точке $\omega_{\text{п}}$:

$$k(\omega_{\text{п}}) = \text{Max}.$$

Так как показатели преломления и поглощения n и k зависят от частоты волны ω , то и компоненты диэлектрической проницаемости ε_1 и ε_2 тоже зависят от ω . Классическая теория дисперсии показывает, как ведёт себя комплексная диэлектрическая проницаемость при малых и больших частотах, а также в полосах поглощения.

1. При уменьшении ω до нуля и при неограниченном повышении ω мнимая часть диэлектрической проницаемости ε_2 стремится к нулю:

$$\varepsilon_2 \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad \omega \rightarrow 0 \quad \text{и} \quad \omega \rightarrow \infty,$$

а вещественная часть ε_1 стремится к постоянным, но не одинаковым значениям ε_s и ε_{∞} :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 \rightarrow \varepsilon_s & \text{при} \quad \omega \rightarrow 0, \\ \varepsilon_1 \rightarrow \varepsilon_{\infty} & \text{при} \quad \omega \rightarrow \infty. \end{cases}$$

2. В полосе поглощения $\Delta\omega$ мнимая часть диэлектрической проницаемости ε_2 достигает локального максимума при некоторой частоте ω_2 , а вещественная часть с ростом частоты ω сначала достигает локального максимума при частоте ω_{max} , затем падает и достигает локального минимума при частоте ω_{min} . Это показано на рис. 2.

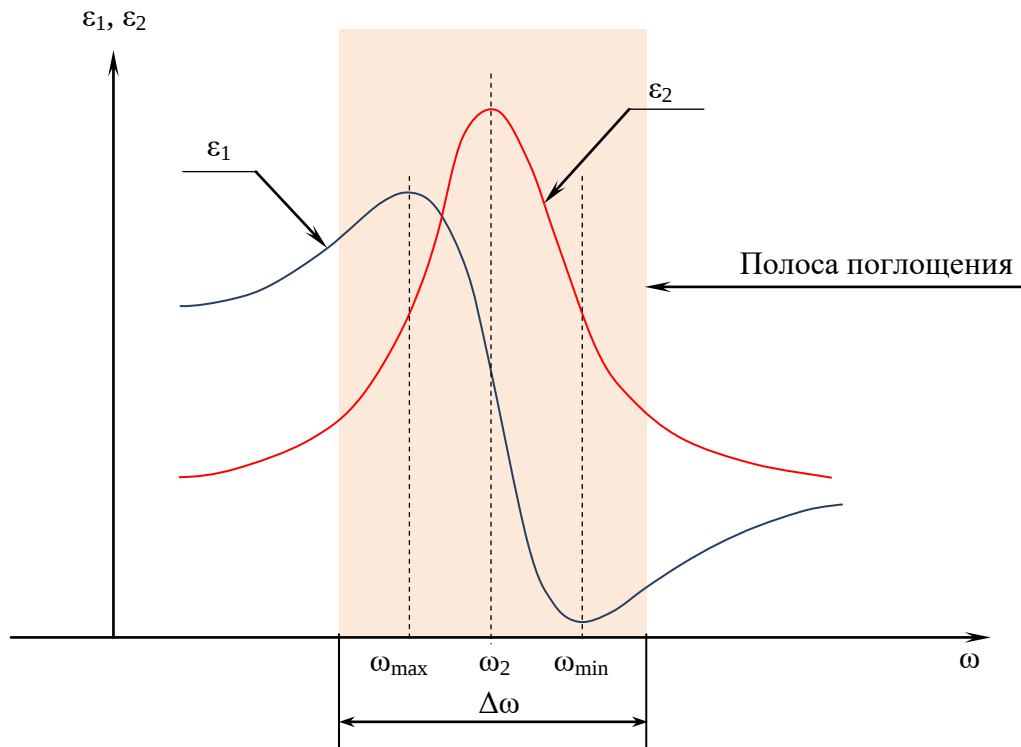


Рис. 2. Поведение компонент диэлектрической проницаемости в полосе поглощения

Частота ω_2 близка к собственной частоте колебаний ионов ω_0 , поэтому, измерив ω_2 , можно в первом приближении определить собственную частоту². Для более точного измерения собственной частоты можно использовать то факт, что ω_0 связана с частотами $\omega_{\max}$ и $\omega_{\min}$ соотношением

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\omega_{\max}^2 + \omega_{\min}^2}{2}}. \quad (10)$$

Если вещество среды – это сложное химическое соединение, то разные атомы или их комплексы являются осцилляторами с разными собственными частотами. Поэтому в такой среде несколько полос поглощения. В данной лабораторной работе среда – это полупроводник, содержащий атомы только двух химических элементов, которые соединены *ковалентной связью* полярного типа. Элементарной ячейкой кристалла является одна пара различных атомов, образующая *один элементарный осциллятор*. В этом осцилляторе атомы совершают собственные колебания относительно их общего центра инерции с одной и той же собственной частотой. В результате у кристалла только одна собственная частота и одна полоса поглощения.

² Погрешность равенства $\omega_0 = \omega_2$ не превышает 10 %.

Эффективный заряд ионов.

При ионной связи двух атомов различных химических элементов один из атомов отдаёт другому один или несколько электронов, поэтому заряд каждого из ионов кратен элементарному заряду e . При ковалентной связи полярного типа некоторые электроны разных атомов становятся общими, но при этом электроны общих электронов располагаются вокруг атомов не равномерно, в результате чего каждый электрон как бы делится между атомами – правда, не поровну. Поэтому атомы тоже можно считать ионами, но их заряд – это не целое количество элементарных зарядов, а дробное. Заряд таких ионов q называется *эффективным*. Величина эффективного заряда влияет на собственную частоту колебаний каждой элементарной пары, причём зависимость ω_0 от q прямо пропорциональная:

$$\omega_0 = Cq. \quad (11)$$

Коэффициент пропорциональности C в этой формуле зависит от массы атомов и от строения кристаллической решётки. Исследования приводят к следующему выражению:

$$C = \sqrt{\frac{N}{\varepsilon_0 m (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}}, \quad (12)$$

где N – концентрация элементарных ячеек, а m – так называемая приведённая масса ячейки, которая связана с массами атомов ячейки m_a и m_b формулой

$$m = \frac{m_a m_b}{m_a + m_b}. \quad (13)$$

Предлагаемые в данной лабораторной работе кристаллические вещества имеют один и тот же тип кристаллической решётки: это алмазоподобная решётка, для которой концентрация ячеек определяется формулой

$$N = \frac{4}{d^3}, \quad (14)$$

где d – период решётки.

Практическая ценность формулы (11) состоит в том, что, измерив собственную частоту ω_0 , можно определить и эффективный заряд q , а это даёт информацию о деталях ковалентной связи между атомами данного кристалла. Из (11) и (12) следует:

$$q = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 m (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{N}} \omega_0. \quad (15)$$

2. Постановка задачи

1. Прежде всего, нужно экспериментальным путём получить *дисперсионную характеристику* во всём диапазоне частот, который обеспечивает экспериментальная установка. Это значит, что надо получить зависимость комплексного показателя преломления $\tilde{n}$ от частоты излучения ω . Фактически это не одна, а две зависимости: показателя преломления $n(\omega)$ и показателя поглощения $k(\omega)$.

Для измерения показателя преломления надо воспользоваться законом Снеллиуса:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n, \quad (16)$$

где α – угол падения луча на поверхность среды, а β – угол преломления луча в среде.

Для измерения показателя поглощения надо сначала с помощью денситометра измерить оптическую плотность D , а затем определить k по формуле (7)

$$k = \frac{c \ln 10}{2 \omega R} D.$$

2. Получив дисперсионную характеристику, надо определить на ней полосу поглощения, то есть *область аномальной дисперсии*. В этой области дисперсионную характеристику надо исследовать более подробно.

3. На основании зависимостей $n(\omega)$ и $k(\omega)$ следует получить зависимости вещественной и мнимой части *комплексной диэлектрической проницаемости* от частоты излучения $\varepsilon_1(\omega)$ и $\varepsilon_2(\omega)$.

4. Четыре зависимости $n(\omega)$, $k(\omega)$, $\varepsilon_1(\omega)$ и $\varepsilon_2(\omega)$ надо использовать для получения *дисперсионных параметров*, к которым относятся:

- характерные частоты ω_0 , $\omega_{\text{п}}$, ω_2 , ω_{max} и ω_{min} ;
- предельные значения вещественной части диэлектрической проницаемости ε_s и ε_{∞} ;
- эффективный заряд ионов q .

3. Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка – виртуальная, то есть представляет собой компьютерную программу, имитирующую реальную установку. Программа разработана в Национальном исследовательском Томском политехническом университете.

При вызове программы открывается окно *Аномальная дисперсия света в полупроводниках*. В центральной части окна приведены цель работы и краткое описание работы. Внизу окна – три управляющие кнопки:

- **Ход работы.** При нажатии этой кнопки открывается окно, в котором показан порядок выполнения работы. Эту кнопку нажимать не надо, так как предлагаемый вам порядок выполнения работы отличается от того, который заложен разработчиками программы.
- **Эксперимент.** При нажатии на эту кнопку открывается окно с интерфейсом экспериментальной установки – рабочий экран.
- **Завершение работы.** Эта кнопка вызывает выход из программы.

Рабочий экран установки показан на рис. 3.

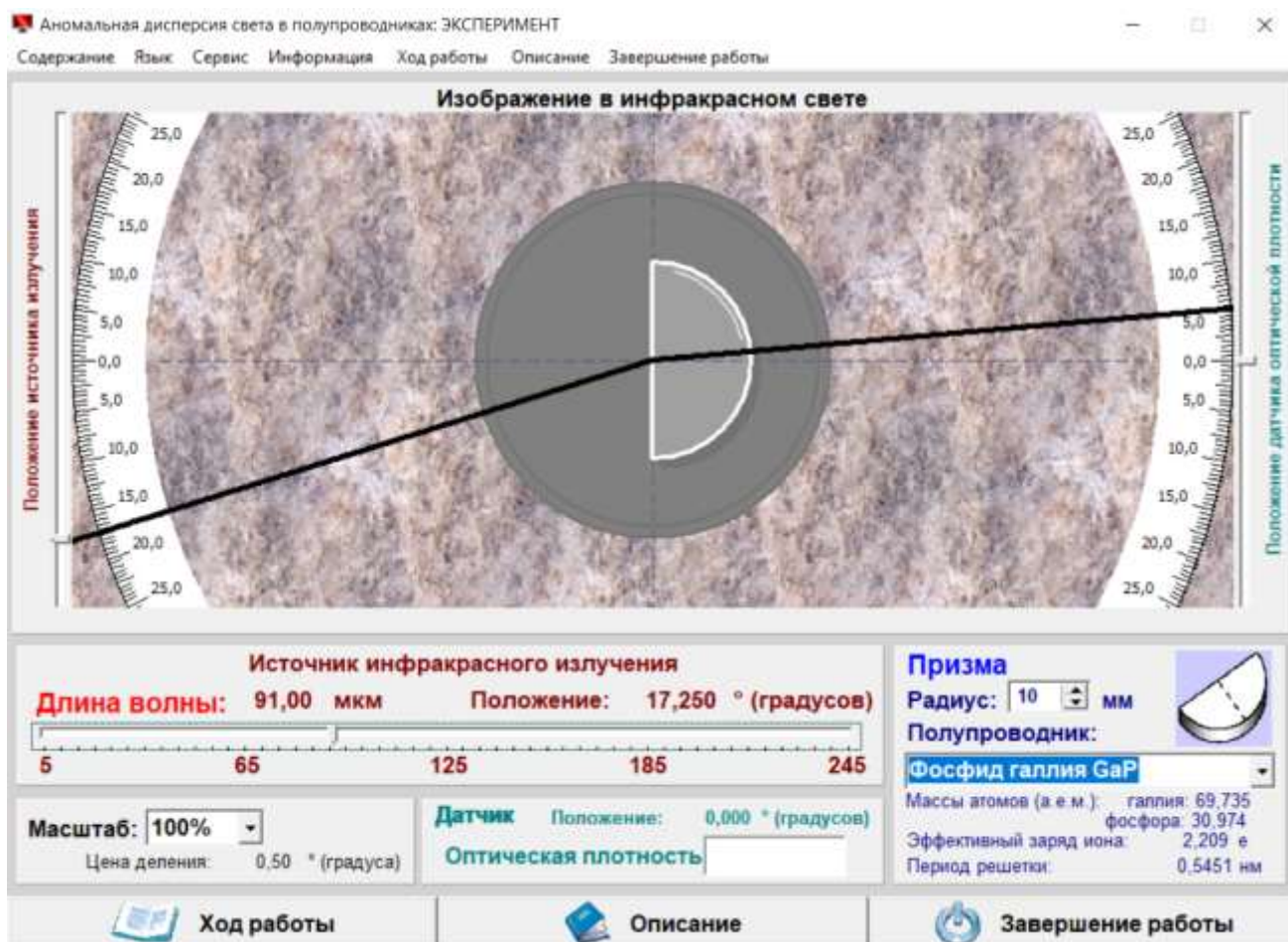


Рис. 3. Рабочий экран лабораторной установки (Окно **Эксперимент**)

Рабочий экран содержит панель инструментов (внизу) и область визуализации (вверху и в центре).

В области визуализации видны призма, сечением которой является полукруг, и лучи света: слева – входящий, справа – выходящий. Луч света падает на призму в центре полукруга, поэтому в призме луч распространяется вдоль радиуса призмы и, выходя из призмы, *не преломляется*. Слева и справа области визуализации расположены два транспортира для измерения угла падения луча α и угла преломления β . Фактически второй транспортир позволяет измерить угол, под которым луч света выходит из призмы, но этот угол совпадает с углом преломления – как указано выше, выходящий из призмы луч не преломля-

ется. Рядом с транспортирами расположены две вертикальные линейки с бегунками. Левая линейка под названием **Положение источника излучения** нужна для задания угла падения α , правая линейка под названием **Положение датчика оптической плотности** нужна для установки денситометра на пути выходящего из призмы луча.

На панели инструментов расположены четыре инструмента: **Источник инфракрасного излучения**, **Масштаб**, **Датчик** и **Призма**.

- Инструмент **Источник инфракрасного излучения** служит для задания длины волны света λ в интервале от 5 мкм до 245 мкм.
- Инструмент **Масштаб** предназначен для увеличения изображения с целью повышения точности измерения угла преломления. Максимальный предусмотренный масштаб равен 500 %, при этом изображение увеличивается в 5 раз. По умолчанию устанавливается масштаб 100 %. При выборе любого другого масштаба левая линейка с бегунком выполняет не функцию задания угла падения, а функцию *перемещения изображения* в окне визуализации в вертикальном направлении. Для перемещения изображения в горизонтальном направлении под окном визуализации есть ещё одна линейка с бегунком (горизонтальная), которая появляется при выборе масштаба, большего 100%.
- Инструмент **Датчик** показывает два числа. Первое число – это положение денситометра, то есть угол β_d , под которым он виден из центра призмы. Второе число (в окошке) – оптическая плотность D . Значение оптической плотности появляется в окошке только при условии, что выходящий из линзы луч света падает на денситометр, при этом $\beta_d = \beta$. Для перемещения денситометра предусмотрена вертикальная линейка с бегунком справа от области визуализации.

Инструмент **Призма** позволяет выбрать полупроводниковый материал, из которого выполнена призма (предлагаются 7 вариантов), и радиус призмы R (в интервале от 5 мм до 15 мм).

4. Порядок выполнения работы

- 3.1. Выберите по согласованию с преподавателем призму – материал и радиус, эти данные запишите в таблицу 1. Кроме того, впишите в таблицу 1 и другую информацию, содержащуюся в области инструмента **Призма**, а также значения констант.
- 3.2. Установите угол падения луча α . Желательно выбрать данный угол побольше, это увеличивает точность измерений угла преломления. Вполне достаточным является, например, угол $\alpha = 20^\circ$. Запишите выбранное значение угла падения в таблицу 1.
- 3.3. Заполните остальные ячейки таблицы 1.

Таблица 1

Условия экспериментов

Материал призмы			
Радиус призмы	R	мм	
Угол падения света	α	град.	
	$\sin\alpha$		
Скорость света в вакууме	c	м/с	
Масса атома	m_a	а.е.м.	
Масса атома	m_b	а.е.м.	
Приведённая масса атома элементарной ячейки	m	а.е.м.	
		кг	
Период решётки	a	нм	
Концентрация элементарных ячеек	N	м ⁻³	
Электрическая постоянная	ϵ_0	Ф/м	
Эффективный заряд ионов	q	e	

3.4. Установите минимальное значение длины волны света $\lambda = 5$ мкм и запишите это значение в таблицу 2.

Таблица 2

Зависимость показателя преломления n и показателя поглощения k от длины волны и частоты света (дисперсионная характеристика)

Номер опыта	λ	ω	β	n	D	μ	k
	мкм	рад/с	град.			мм ⁻¹	
1							
2							
...							
...							

3.5. Измерьте с помощью правого транспортира угол преломления света β . Для повышения точности измерений можете пользоваться инструментом **Масштаб**. Результат запишите в таблицу 2.

3.6. Измерьте оптическую плотность D . Для этого с помощью бегунка на правой вертикальной линейке перемещайте денситометр до тех пор, пока он не окажется на пути выходящего из призмы луча. В этот момент в окошке **Оптическая плотность** инструмента **Датчик** появится число, которое и является значением D . Запишите это число в таблицу 2.

Примечание.

Кроме значения оптической плотности, инструмент **Датчик** всегда показывает угол β_d , под которым денситометр виден из центра призмы. Если денситометр установлен на пути луча, то $\beta_d = \beta$. Однако вследствие того, что луч света имеет конечную толщину, денситометр выдаёт значение оптической плотности, даже если углы β_d и β чуть-чуть отличаются.

3.7. В каждом из последующих опытов надо проделать те же пункты 3.4 – 3.6, только для других длин волн. Во втором опыте установите $\lambda = 20$ мкм, далее

меняйте длину волны с шагом 20 мкм до максимальной длины волны 245 мкм. Исключение – последний шаг, его надо сделать не 20 мкм, а 25 мкм.

- 3.8.** Определите полосу поглощения, то есть интервал длин, в котором наблюдается аномальная дисперсия. Для этого сначала снова установите длину волны $\lambda = 5$ мкм, а затем понемногу увеличивайте длину волны, нажимая на кнопку ► (курсор при этом должен находиться в области инструмента **Источник инфракрасного излучения**), и наблюдайте, как при этом изменяется угол преломления β . Сначала он понемногу увеличивается, но как только он начнёт увеличиваться больше, чем на 2° , можно считать, что вы приблизились к полосе поглощения. Запишите в своей рабочей тетради значение длины волны λ_1 , с которой началось заметное увеличение угла преломления. Продолжайте нажимать на кнопку ►, и вы обнаружите, что угол преломления начнёт уменьшаться. Это значит, что вы уже попали в область аномальной дисперсии. При дальнейшем увеличении длины волны угол преломления снова начнёт расти. Запишите в своей рабочей тетради значение длины волны λ_2 , с которой уменьшение угла преломления сменилось увеличением. Интервал $(\lambda_1; \lambda_2)$ – это и есть в первом приближении область аномальной дисперсии.
- 3.9.** Область аномальной дисперсии надо исследовать *более подробно*. Поэтому установите длину волны равной целому числу, ближайшему к λ_1 снизу³, и сделайте с шагом $\Delta\lambda = 0,5$ мкм серию таких же опытов, которые вы проводили ранее, только с маленьким шагом $\Delta\lambda = 0,5$ мкм. Результаты опытов, запишите в ту же таблицу 2, вставляя строки в эту таблицу так, чтобы значение длины волны во втором столбце монотонно нарастало от опыта к опыту. Закончите эту серию опытов, когда длина волны станет равной целому числу, ближайшему к λ_2 сверху.
- 3.10.** Заполните таблицу 2, то есть рассчитайте значения частоты излучения ω по формуле $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$, показателя преломления n – в соответствии с законом Снеллиуса (16), коэффициента поглощения μ и показателя поглощения k – по формулам (7).
- 3.11.** На основании результатов измерений, записанных в таблице 2, постройте два графика (на одном рисунке): зависимости $n(\omega)$ и $k(\omega)$. Прокомментируйте построенные графики.
- 3.12.** Постройте ещё два графика зависимостей $n(\omega)$ и $k(\omega)$ – более подробные, в диапазоне частот, чуть большем, чем область аномальной дисперсии, чтобы дисперсионные характеристики в области аномальной дисперсии проявились более отчётливо.

³ То есть это число должно быть чуть меньше, чем λ_1 .

Прокомментируйте графики. В частности, укажите в своём комментарии границы полосы поглощения (области аномальной дисперсии) и частоту поглощения $\omega_{\text{п}}$.

3.13. Заполните таблицу 3. Значения частоты излучения ω возьмите из таблицы 2, а значения вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости ε_1 и ε_2 определите по формулам (9).

Таблица 3
Зависимость диэлектрической проницаемости ε_1 и ε_2
от частоты света

Номер опыта	ω рад/с	ε_1	ε_2
1			
2			
...			
...			

3.14. По данным таблицы 3 постройте два графика (на одном рисунке): $\varepsilon_1(\omega)$ и $\varepsilon_2(\omega)$. Прокомментируйте эти графики. В частности, отметьте, какими являются предельные значения ε_1 и ε_2 .

3.15. Постройте ещё раз графики зависимостей $\varepsilon_1(\omega)$ и $\varepsilon_2(\omega)$ – в более узком диапазоне, чуть большем, чем область аномальной дисперсии. Укажите на графиках значения характерных частот ω_2 , ω_{max} и ω_{min} . Прокомментируйте графики.

3.16. Заполните таблицу 4 с дисперсионными параметрами.

Таблица 4
Параметры дисперсионной зависимости:
характерные частоты и эффективный заряд ионов q

Величина	Размерность	Значение	Погрешность
ω_2	рад/с		
ω_{max}	рад/с		
ω_{min}	рад/с		
ε_{∞}			
ε_s			
ω_0	рад/с		
q	e		

Характерные частоты ω_2 , ω_{max} и ω_{min} и предельные значения вещественной части диэлектрической проницаемости ε_1 определите из соответствующих графиков, для определения собственной частоты колебаний ионов ω_0 используйте формулу (10), а для определения эффективного заряда ионов – формулу (15).

Прокомментируйте информацию в таблице.

3.17. Сформулируйте общие выводы по лабораторной работе.

5. Оценка погрешностей измерений

5.1. Погрешности прямых измерений.

- Погрешность измерения частоты поглощения света $\omega_{\text{п}}$.

Это величина определяется из графика зависимости показателя поглощения k от частоты света ω : при $\omega = \omega_{\text{п}}$ показатель поглощения достигает максимума. Погрешность $\Delta(\omega_{\text{п}})$ зависит, конечно, от погрешности измерения частоты, но главным образом она зависит от погрешности построения графика. Посмотрите на построенный вами график и сами оцените, с какой погрешностью из графика можно определить абсциссу максимума.

- Погрешность измерения характерных частот ω_2 , ω_{max} и ω_{min} .

Эти частоты определяются тоже по графикам, как абсциссы соответствующих экстремумов. Их погрешности оцените аналогично оценке погрешности измерения частоты $\omega_{\text{п}}$.

- Погрешность измерения предельных значений вещественной части диэлектрической проницаемости ε_s и ε_{∞} .

Эти две погрешности тоже определяются, в первую очередь, погрешностью построения графика функции $\varepsilon_1(\omega)$, так что оцените их самостоятельно.

5.2. Погрешность измерения собственной частоты колебаний ионов ω_0 .

Для измерения ω_0 используется формула (10):

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\omega_{\text{max}}^2 + \omega_{\text{min}}^2}{2}}.$$

Применим общее правило

$$\Delta(\omega_0) = \sqrt{\left| \frac{d\omega_0}{d\omega_{\text{max}}} \right|^2 \Delta^2(\omega_{\text{max}}) + \left| \frac{d\omega_0}{d\omega_{\text{min}}} \right|^2 \Delta^2(\omega_{\text{min}})}.$$

Производные в этой формуле равны:

$$\frac{d\omega_0}{d\omega_{\text{max}}} = 2 \frac{\omega_{\text{max}}}{\omega_0} \quad \text{и} \quad \frac{d\omega_0}{d\omega_{\text{min}}} = 2 \frac{\omega_{\text{min}}}{\omega_0}.$$

Тогда

$$\Delta(\omega_0) = \frac{2}{\omega_0} \sqrt{\omega_{\text{max}}^2 \Delta^2(\omega_{\text{max}}) + \omega_{\text{min}}^2 \Delta^2(\omega_{\text{min}})}.$$

Погрешности $\Delta(\omega_{\text{max}})$ и $\Delta(\omega_{\text{min}})$ одинаковы, поэтому

$$\Delta(\omega_0) = \frac{2}{\omega_0} \sqrt{(\omega_{\text{max}}^2 + \omega_{\text{min}}^2) \Delta^2(\omega_{\text{max}})} = 2\sqrt{2} \Delta(\omega_{\text{max}}) \approx 3\Delta(\omega_{\text{max}}).$$

5.3. Погрешность измерения эффективного заряда ионов q .

Для измерения эффективного заряда используется формула (15)

$$q = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 m (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{N}} \omega_0.$$

Если электрическую постоянную ε_0 задать с точностью до 4 значащих цифр, то её погрешность можно не учитывать. Массы атомов заданы с точностью до 5 значащих цифр, поэтому погрешность приведённой массы m тоже можно не учитывать. Концентрация элементарных ячеек N определяется периодом кристаллической решётки, который задан с точностью до 4 значащих цифр, поэтому погрешностью $\Delta(N)$ тоже можно пренебречь. Тогда из формулы (15) следует:

$$\varepsilon(q) = \frac{1}{2} \varepsilon(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) + \varepsilon(\omega_0) = \frac{\Delta(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{2(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)} + \frac{\Delta(\omega_0)}{\omega_0} = \frac{\Delta(\varepsilon_s) + \Delta(\varepsilon_\infty)}{2(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)} + \frac{\Delta(\omega_0)}{\omega_0}.$$

Погрешности $\Delta(\varepsilon_s)$ и $\Delta(\varepsilon_\infty)$ одинаковы, поэтому

$$\varepsilon(q) = \frac{\Delta(\varepsilon_s)}{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty} + \frac{\Delta(\omega_0)}{\omega_0}.$$

6. Контрольные вопросы

- 6.1. Что означает термин «дисперсия»?
- 6.2. Чем отличается нормальная дисперсия от аномальной?
- 6.3. Что такое «полоса поглощения»?
- 6.4. Что такое «частота поглощения»?
- 6.5. Из чего построен комплексный показатель преломления?
- 6.6. В чём отличие между коэффициентом поглощения и показателем поглощения?
- 6.7. Как связаны комплексный показатель преломления и комплексная диэлектрическая проницаемость?
- 6.8. Какой смысл имеют характерные частоты ω_2 , $\omega_{\max}$ и $\omega_{\min}$?
- 6.9. В чём состоит в данной лабораторной работе способ измерения собственной частоты колебаний ионов?
- 6.10. К какому типу веществ относится вещество среды, в которой исследуется дисперсия света в данной лабораторной работе?
- 6.11. Как называется тип электромагнитных волн, дисперсия которых исследуется в данной лабораторной работе?

7. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 7.1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. т.3. – М.: Наука, 1977–1985.
- 7.2. Ландсберг Г.С. Оптика. Учебное пособие. Для вузов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
- 7.3. Уханов Ю.И. Оптические свойства полупроводников. – М.: Наука, 1977.
- 7.4. Ревинская О.Г., Кравченко Н.С. Лабораторный практикум по изучению моделей физических процессов на компьютере. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2007.

Учебное издание

**Рипп Александр Гешелевич
Матузаева Ольга Вячеславовна**

АНОМАЛЬНАЯ ДИСПЕРСИЯ

Учебное пособие

В авторской редакции

Изд. № 208/2021. Объем 1,25 п.л. Усл. печ. л. 1,16. Уч.-изд. л. 1,23.
РИИЦМ ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»