

УДК 621.3.011.71

КРИТЕРИИ ОТСУТСТВИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Костюков В.В.

Предлагаются два критерия, позволяющие по характеристикам установившихся режимов определять условия отсутствия переходных процессов в линейных электрических цепях.

Переходные процессы представляют собой физические явления, возникающие при работе электрических цепей. Во многих случаях они по времени длятся намного меньше, чем время работы схемы в установившемся режиме. Однако переходные процессы таят в себе угрозу бросков токов и перенапряжений. В то же время существуют ситуации, когда переходные процессы не возникают. Как известно, причиной переходного процесса является невозможность мгновенного изменения энергии, запасенной индуктивностями и емкостями схемы.

Предположим, что динамический режим в некоторой линейной электрической цепи описывается дифференциальным уравнением n -порядка.

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + b_1 y(t) = f(t), \quad (1)$$

где $y(t)$ – некоторый ток или напряжение; b_i – известные постоянные коэффициенты; $f(t)$ – известная функция, зависящая от источников энергии.

Решение уравнения (1) имеет вид

$$y(t) = y_{np}(t) + A_1 e^{\alpha_1 t} + \dots + A_n e^{\alpha_n t}, \quad (2)$$

где $y_{np}(t)$ – искомая величина в новом установившемся режиме; α_i – корни характеристического уравнения; A_i – постоянные интегрирования.

Переходный процесс отсутствует, если сразу же после коммутации наступает новый установившийся режим, т.е. если все A_i ($i = 1 \dots n$) равны нулю. Постоянные интегрирования A определяются из начальных условий. Продифференцируем выражение (2) $n-1$ раз и, приравняв t к нулю, получим систему

$$\left\{ \begin{array}{l} y(0) - y_{np}(0) = A_1 + A_2 + \dots + A_n \\ \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} - \left. \frac{dy_{np}}{dt} \right|_{t=0} = \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 + \dots + \alpha_n A_n \\ \dots\dots\dots \\ \left. \frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} \right|_{t=0} - \left. \frac{d^{n-1}y_{np}}{dt^{n-1}} \right|_{t=0} = \alpha_1^{n-1} A_1 + \alpha_2^{n-1} A_2 + \dots + \alpha_n^{n-1} A_n. \end{array} \right. \quad (3)$$

Систему (3) можно записать в матричном виде

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_n \\ \dots\dots\dots \\ \alpha_1^{n-1} & \alpha_2^{n-1} & \dots & \alpha_n^{n-1} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \dots \\ A_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y(0) - y_{np}(0) \\ \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} - \left. \frac{dy_{np}}{dt} \right|_{t=0} \\ \dots\dots\dots \\ \left. \frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} \right|_{t=0} - \left. \frac{d^{n-1}y_{np}}{dt^{n-1}} \right|_{t=0} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где (α) – матрица Вандермонда. Определитель этой матрицы вычисляется по формуле

$$\det \alpha = \prod_{\substack{i,j=1 \\ i>j}}^n (\alpha_i - \alpha_j). \quad (5)$$

Следовательно, эта матрица невырождена в том и только в том случае, если $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ различны.

Выражение (4) имеет нулевое решение, если все члены его правой

части равны нулю. Это можно записать в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} y(0) = y_{np}(0) \\ \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = \left. \frac{dy_{np}}{dt} \right|_{t=0} \\ \dots\dots\dots \\ \left. \frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} \right|_{t=0} = \left. \frac{d^{n-1}y_{np}}{dt^{n-1}} \right|_{t=0} \end{array} \right\}. \quad (6)$$

Исходя из леммы о корнях характеристического уравнения (согласно которой для свободных составляющих всех токов и напряжений цепи корни одинаковы), можно записать n решений для переменных состояний

$$\left. \begin{aligned} y_1(t) &= y_{1np}(t) + A_{11}e^{\alpha_{11}t} + A_{12}e^{\alpha_{12}t} + \dots + A_{1n}e^{\alpha_{1n}t} \\ y_2(t) &= y_{2np}(t) + A_{21}e^{\alpha_{21}t} + A_{22}e^{\alpha_{22}t} + \dots + A_{2n}e^{\alpha_{2n}t} \\ &\vdots \\ y_n(t) &= y_{nnp}(t) + A_{n1}e^{\alpha_{n1}t} + A_{n2}e^{\alpha_{n2}t} + \dots + A_{nn}e^{\alpha_{nn}t} \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

где A_{ji} – неизвестные постоянные интегрирования.

В предшествующем установившемся режиме переменные состояния равны:

$$i_L(0^-) = \frac{E}{r}; \quad U_C(0^-) = 0.$$

В новом установившемся режиме переменные состояния записываются как

$$i_{Lnp}(0^+) = \frac{E}{r}; \quad U_{Cnp}(0^+) = E.$$

Система уравнений для нахождения постоянных интегрирования имеет вид

$$\begin{cases} i_L(0^+) = i_{Lnp}(0^+) + A_1 + A_2, \\ U_C(0^+) = U_{Cnp}(0^+) - L\alpha_1 A_1 - L\alpha_2 A_2. \end{cases}$$

Решив последнюю систему относительно A_1 и A_2 , получим выражение для тока в индуктивности

$$i_L(t) = \frac{U_C(0^+) - U_{Cnp}(0^+) + L\alpha_2(i_L(0^+) - i_{Lnp}(0^+))}{L(\alpha_2 - \alpha_1)} e^{\alpha_1 t} - \frac{U_C(0^+) - U_{Cnp}(0^+) + L\alpha_1(i_L(0^+) - i_{Lnp}(0^+))}{L(\alpha_2 - \alpha_1)} e^{\alpha_2 t}.$$

Так как ток в индуктивности в обоих установившихся режимах одинаков, то для равенства нулю коэффициентов A_1 и A_2 необходимо чтобы напряжение на емкости до коммутации было равно ЭДС источника E . В этом случае переходный процесс отсутствует

Библиографический список

- 1 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники Электрические цепи / Л.А. Бессонов. — 8-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 1984. — 559 с.: ил.
- 2 Попов В.П. Основы теории цепей / В.П. Попов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 1998. — 575 с.: ил.

Поступила в редакцию 01.03.2001 г.