

УДК 766

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В ТЕХНИЧЕСКОЙ ЭСТЕТИКЕ**

**Кузнецова И.А., Рыболович О.В.**

*Рассматривается возможность использования математических методов в процессе дизайнерского проектирования. Дан пример применения теории нечетких множеств на этапе эскизного проектирования объекта техники.*

Процесс дизайнерского проектирования промышленного изделия предполагает использование математических методов. При создании произведения графического дизайна (стоимость тиража любой газеты не сравнима со стоимостью судна) часть изделий так называемой акциденции (мелких, некнижных форм печати) обычно остается без экспертной оценки и тем более без количественной оценки. Так, например, в ЗАО "Семандр" в 1995 г. весь выпущенный тираж рекламы был списан из-за непроанализированных типографских возможностей. В случае изготовления изданий массового тиража требуется экспертная оценка с использованием математических методов анализа макета графического изделия. В процессе дизайнерского проектирования технических объектов возникает необходимость поиска наилучшего из возможных вариантов проектного решения, в том числе – по эстетическим показателям. Для решения такой задачи требуется оценка рассматриваемых вариантов по ряду критериев. Нахождение окончательного решения, как правило, сводится к компромиссу.

Источником информации, позволяющим оценить варианты решений, является лицо, принимающее решение (ЛПР). Предлагается при принятии художественно-конструкторского решения на начальных стадиях дизайнерского проектирования проводить критериально-экспертный выбор. Привлечение экспертов к оценке альтернативных вариантов решений проекта необходимо во избежание субъективности к которой может быть склонен дизайнер, создающий проект. Выбор окончательного варианта в таких случаях во многом зависит от правильности подбора метода обработки полученной экспертной информации. Именно в задачах критериально-экспертного выбора ЛПР более всего нуждается в использовании специальных методов принятия решений.

Специфика выбора оптимального проектного решения с учетом его эстетических показателей заключается в преобладании качественных критериев оценки вариантов. При этом возникает задача обеспечения точности экспертных оценок, связанная с переводом качественных критериев, которыми оперируют эксперты, в количественные.

В таблице 1 приведен анализ нескольких альтернативных математических методов выбора наилучшего решения с целью оценки их применения в процессе дизайнерского проектирования.

**Таблица 1 – Анализ математических методов принятия решений при дизайнерском проектировании**

| Методы<br>1                                          | Достоинства<br>2                                                                                                                                                                                               | Недостатки<br>3                                                                                                                                                                                                    |
|------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Методы математического программирования           | Применительно к условиям данной задачи явных достоинств не найдено.                                                                                                                                            | Сложность построения модели решаемой задачи и выбора целевой функции. Для решения необходима количественная информация.                                                                                            |
| 2. Аксиоматические методы (методы теории полезности) | Возможность использования экспертной информации в качестве исходной для построения функции полезности.                                                                                                         | Построение функции полезности в случае многокритериальной задачи является трудоемким процессом. Необходимо иметь количественные зависимости между исходами и альтернативами, которые носят вероятностный характер. |
| 3. Метод взвешенных оценок                           | Привлечение экспертной информации для осуществления оценки. Возможность применения количественной шкалы для оценки объектов по каждому критерию.                                                               | Отсутствует проверка согласованности частных оценок экспертов, что может привести к получению неточного общего решения.                                                                                            |
| 4. Методы теории нечетких множеств                   | Возможность описания информации в форме отношения предпочтения на множестве альтернатив, когда не существует достаточно четкого представления о предпочтениях и может быть оценена лишь степень их выполнения. | Не достаточно полное описание условий принятия решения; трудоемкий алгоритм поиска решения.                                                                                                                        |
| 5. Методы многокритериальной оптимизации             | Основаны на построении бинарных отношений предпочтения между вариантами решений.                                                                                                                               | Выделяется не одно оптимальное решение, а класс предпочтительных вариантов.                                                                                                                                        |
| 5.1. Серия методов «ЭЛЕКТР А» [1]                    | Позволяют сократить размер исходного множества вариантов, сравниваемых по нескольким критериям.                                                                                                                | Неоднозначность определения весовых коэффициентов критериев из-за перевода качественной информации в количественную. Произвольное                                                                                  |

|                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                    |
|-----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | назначение весовых коэффициентов, что влияет на окончательный выбор.                                                                                                                                               |
| 1                                 | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 3                                                                                                                                                                                                                  |
| 5.2. Метод В.В. Подиновского      | Нет необходимости преобразования качественной информации о критериях, получаемых от ЛПР, в количественную (не надо вводить числовые аналоги значимости критериев, используется лишь качественная информация об их сравнительной важности).                                                                                                                                              | Использование информации о важности критериев возможно только для однородных критериев, для неоднородных – определения сравнительной важности сводятся к определению коэффициентов их важности.                    |
| 5.3. Метод порядковой оптимизации | Достаточно эффективен для решения задач выбора при сравнительно небольшом числе критериев (5...7). Дает возможность обоснованно аппроксимировать предпочтение ЛПР. Не зависит от числа сравниваемых вариантов. Критерии могут иметь произвольную природу и не обязаны быть однородными [1].                                                                                             | Необходимо упорядочение критериев по важности. Процесс получения информации о сравнительной важности критериев достаточно трудоемок ЛПР может давать противоречивую информацию о сравнительной важности критериев. |
| 6. Метод анализа иерархий         | Возможность учета мнений нескольких экспертов. Позволяет наиболее адекватно описывать условия принятия решений. Использование балльной шкалы отношений, позволяющей эксперту выразить собственное суждение о качественных соотношениях между оцениваемыми элементами, не требует перевода качественных критериев в количественные. Существует оценка согласованности суждений экспертов | В задачах с большим количеством сравниваемых элементов (7...9) возникает трудность, связанная с достижением требуемого уровня согласованности                                                                      |

Альтернатива  $a_1$ Альтернатива  $a_2$ Альтернатива  $a_3$ Альтернатива  $a_4$ 

Приведенный анализ показывает, что не существует универсального математического метода принятия оптимального решения, приемлемого для всех многокритериальных задач.

Рассмотрим в качестве примера применение метода принятия решения на основе теории нечетких множеств на эскизном этапе дизайнерского проектирования. Необходимо решить задачу выбора наилучшего внешнего вида надстройки кранового судна из четырех предлагаемых вариантов (рисунок 1). Метод предполагает построение множества недоминируемых альтернатив на основе нечеткого отношения предпочтения [2]. Нечеткое отношение предпочтения описывается функцией принадлежности  $\mu_R$ . С помощью этой функции оценивается степень принадлежности каждого элемента нечеткому множеству в виде числа из интервала  $[0,1]$  таким образом, что 0 и 1 представляют соответственно низшую и высшую степень выполнения того или иного

предпочтения между парами альтернатив. Альтернативы  $a_{1,4}$  оцениваются по шести критериям  $F_{1,6}$  соответственно эстетическим показателям:  $F_1$  – простота формы;  $F_2$  – оригинальность;  $F_3$  – целесообразность формы;  $F_4$  – организованность объемно-пространственной структуры;  $F_5$  – пластичность;  $F_6$  – соподчиненность композиционных элементов. В таблице 2 приведены значения функций принадлежности рассматриваемых альтернатив. Оценку альтернативных вариантов эскизов с помощью функции принадлежности целесообразно проводить экспертам.

Таблица 2 – Значения функции принадлежности

| Критерии     | $F_1$ | $F_2$ | $F_3$ | $F_4$ | $F_5$ | $F_6$ |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Альтернативы |       |       |       |       |       |       |
| $a_1$        | 0,85  | 0,6   | 0,6   | 0,65  | 0,75  | 0,65  |
| $a_2$        | 0,8   | 0,65  | 0,75  | 0,8   | 0,7   | 0,8   |
| $a_3$        | 0,75  | 0,75  | 0,65  | 0,7   | 0,6   | 0,7   |
| $a_4$        | 0,7   | 0,8   | 0,7   | 0,75  | 0,7   | 0,7   |

Функция принадлежности отношения строгого предпочтения вычисляется по формуле [2]

$$\mu_{R^s}(a_i, a_j) = \begin{cases} \mu_R(a_i, a_j) - \mu_R(a_i, a_j), & \text{если } \mu_R(a_i, a_j) \geq \mu_R(a_i, a_j) \\ 0, & \text{если } \mu_R(a_i, a_j) \leq \mu_R(a_i, a_j) \end{cases}, \quad (1)$$

где  $\mu_R(a_i, a_j)$  – соответствующее значение функции принадлежности.

По данным таблицы 2 составляются матрицы с учетом отношения строгого предпочтения (1).

|           |       |       |       |       |       |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\mu_1 =$ | $F_1$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|           | $a_1$ | 0     | 0,05  | 0,1   | 0,15  |
|           | $a_2$ | 0     | 0     | 0,05  | 0,1   |
|           | $a_3$ | 0     | 0     | 0     | 0,05  |
|           | $a_4$ | 0     | 0     | 0     | 0     |
| $\mu_2 =$ | $F_2$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|           | $a_1$ | 0     | 0     | 0     | 0     |
|           | $a_2$ | 0,05  | 0     | 0     | 0     |
|           | $a_3$ | 0,15  | 0,1   | 0     | 0     |
|           | $a_4$ | 0,2   | 0,15  | 0,05  | 0     |
| $\mu_3 =$ | $F_3$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|           | $a_1$ | 0     | 0     | 0     | 0     |
|           | $a_2$ | 0,15  | 0     | 0,1   | 0,05  |
|           | $a_3$ | 0,05  | 0     | 0     | 0     |
|           | $a_4$ | 0,1   | 0     | 0,05  | 0     |
| $\mu_4 =$ | $F_4$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|           | $a_1$ | 0     | 0     | 0     | 0     |
|           | $a_2$ | 0,15  | 0     | 0,1   | 0,05  |
|           | $a_3$ | 0,05  | 0     | 0     | 0     |
|           | $a_4$ | 0,1   | 0     | 0,05  | 0     |
| $\mu_5 =$ | $F_5$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|           | $a_1$ | 0     | 0,05  | 0,15  | 0,05  |
|           | $a_2$ | 0     | 0     | 0     | 0     |
|           | $a_3$ | 0     | 0     | 0     | 0     |
|           | $a_4$ | 0     | 0     | 0     | 0     |
| $\mu_6 =$ | $F_6$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|           | $a_1$ | 0     | 0     | 0     | 0     |
|           | $a_2$ | 0     | 0     | 0     | 0     |
|           | $a_3$ | 0     | 0     | 0     | 0     |
|           | $a_4$ | 0     | 0     | 0     | 0     |

|       |   |   |     |   |
|-------|---|---|-----|---|
| $a_2$ | 0 | 0 | 0,1 | 0 |
| $a_3$ | 0 | 0 | 0   | 0 |
| $a_4$ | 0 | 0 | 0,1 | 0 |

|       |      |   |     |     |
|-------|------|---|-----|-----|
| $a_2$ | 0,15 | 0 | 0,1 | 0,1 |
| $a_3$ | 0,05 | 0 | 0   | 0   |
| $a_4$ | 0,05 | 0 | 0   | 0   |

Строится нечеткое отношение  $Q_1$  как пересечение исходных отношений

$$\mu_{Q_1}(a_i, a_j) = \min(\mu_1(a_i, a_j), \mathbf{K}, \mu_m(a_i, a_j)), \quad (2)$$

где  $\mu_{1,m}(a_i, a_j)$  – соответствующее нечеткое отношение предпочтения.

Определяется нечеткое подмножество недоминируемых альтернатив в множестве  $(A, \mu_{Q_1})$  для всех  $i$  и  $j$  ( $i \neq j$ ) по формуле

$$\mu_{Q_1}^{n\partial}(a_i) = 1 - \sup_{a_j \in A} (\mu_{Q_1}(a_j, a_i) - \mu_{Q_1}(a_i, a_j)), \quad (3)$$

где  $\sup$  – операция максимальной свертки;  $\mu_{Q_1}$  – нечеткое отношение  $Q_1$ .

В соответствии с формулами (2) и (3) получаем

$$\mu_{Q_1}(a_i, a_j) = \begin{array}{c|cccc} & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ \hline a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \parallel ; \quad \mu_{Q_1}^{n\partial}(a_i) = \begin{array}{c|cccc} & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \parallel .$$

Строится нечеткое отношение  $Q_2$

$$\mu_{Q_2}(a_i, a_j) = \sum_{j=1}^m \omega_j \cdot \mu_j(a_i, a_j), \quad (4)$$

где  $\omega_j$  – коэффициенты относительной важности рассматриваемых критериев. Примем  $\omega_j = 1$  для всех критериев, так как весомости показателей эстетических свойств равнозначны;  $\mu_j(a_i, a_j) = \mu_{1,m}(a_i, a_j)$  – соответствующее нечеткое отношение предпочтения.

Определяется нечеткое подмножество недоминируемых альтернатив  $\mu_{Q_2}^{n\partial}(a_i)$  в множестве  $(A, \mu_{Q_2})$  по формуле (3), соответственно заменив  $\mu_{Q_1}$  на  $\mu_{Q_2}$ . В соответствии с (3) и (4) получаем

$$\mu_{Q_2}(a_i, a_j) = \begin{array}{c|cccc} & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ \hline a_1 & 0 & 0,1 & 0,25 & 0,2 \end{array} \parallel \quad \begin{array}{cccc} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{array}$$

$$\begin{matrix} a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{matrix} \left\| \begin{matrix} 0,5 & 0 & 0,45 & 0,3 \\ 0,3 & 0,1 & 0 & 0,05 \\ 0,45 & 0,15 & 0,25 & 0 \end{matrix} \right\|; \mu_{Q_2}^{no}(a_i) = \left\| \begin{matrix} 0,6 & 1,15 & 0,65 & 0,85 \end{matrix} \right\|.$$

Результирующее множество недоминируемых альтернатив отыскивается по формуле

$$\mu^{no}(a) = \min(\mu_{Q_1}^{no}, \mu_{Q_2}^{no}); \quad (5)$$

$$\mu^{no}(a) = \mu_{Q_1}^{no} \cap \mu_{Q_2}^{no} = \{(1 \ 1 \ 1 \ 1) \cap (0,6 \ 1,15 \ 0,65 \ 0,85)\} = \{(0,6 \ 1 \ 0,65 \ 0,85)\}.$$

Таким образом, наилучшим с учетом вышеназванных критериев следует считать выбор альтернативы  $a_2$ , которая по расчету имеет максимальную степень недоминируемости

Применение данного метода в процессе дизайнерского проектирования позволяет более обоснованно принимать решение по выбору рационального варианта художественноконструкторского проекта на базе многокритериальной оценки. Предложенный алгоритм выбора может быть реализован на ЭВМ в среде математического пакета MathCAD.

#### ***Библиографический список***

1. Многокритериальная оптимизация: Математические аспекты / Под ред.

П.С. Краснощекова. — М.: Наука, 1989. — 128 с.

2. Андрейчиков А.В. Компьютерная поддержка изобретательства /А.В. Андрейчиков О.Н. Андрейчикова — М.: Машиностроение, 1998. — 476 с.

*Поступила в редакцию 25.02.2001 г.*