

УДК 539.30

Л.А. Кияшко, ассистент,

В.Н. Торлин, проф., д-р техн. наук

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

auto@sevgtu14.sebastopol.ua

ДЕФОРМАЦИИ ЦИЛИНДРА КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ, ВЫЗВАННЫЕ БЕГУЩЕЙ ПО ЕГО ПОВЕРХНОСТИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ТЕПЛОВОЙ ВОЛНОЙ

Получено аналитическое решение нестационарной задачи теплопроводности с граничными условиями в форме волновой функции Рэлея. Исследовано влияние волновой температурной нагрузки на деформации цилиндра. Даются рекомендации для практического использования полученных решений.

Задача взаимодействия цилиндрического тела с высокотемпературной тепловой волной, движущейся по его поверхности, возникает при моделировании процесса снятия стружки с цилиндрической заготовки, обрабатываемой на токарном станке. Тепловые деформации цилиндрической поверхности, вызванные нестационарным температурным полем, обуславливают погрешность радиальных размеров детали и отклонение настройки станка на размер при последующих проходах. Оперативное вычисление этих деформаций позволяет корректировать программу обработки детали. Подобные задачи исследовались ранее методом бесконечных источников [1], но ввиду неопределенности граничных условий задачи результаты имели большую погрешность.

Представим кольцевую волну температурного воздействия, движущуюся вдоль оси цилиндра z , волновой функцией Рэлея в виде [1]

$$q(z, \tau) = f(st - bz), \quad (1)$$

где s/b – скорость перемещения инструмента вдоль заготовки (мм/с); τ – время; z – цилиндрическая координата.

Вид функции $f(\tau, z)$ зависит от конфигурации применяемого инструмента и в общем виде может быть представлен интерполирующим полиномом. С высокой степенью точности в данном случае процесс был представлен функцией

$$q(z, \tau) = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{3\pi} \cos\left[\frac{\pi}{l}(st - bz)\right], \quad (2)$$

изображенной на рисунке 1.

Эта зависимость представляет собой изменение интенсивности теп-

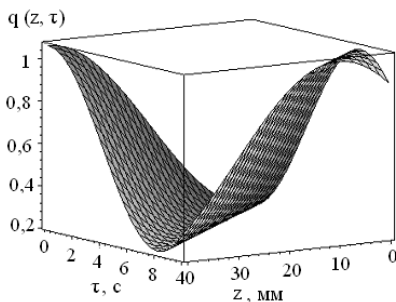


Рисунок 1 – Вид волны $q(z, \tau)$

лового потока, возникающего в зоне снятия стружки с вершиной в середине зоны. При изменении времени τ волна теплового воздействия перемещается вдоль оси z , вызывая в материале цилиндра нестационарное тепловое поле, описываемое уравнением [3]

$$\nabla^2 T(r, z, \tau) - \frac{\alpha_2}{\lambda_\partial} (T - \Theta_0) - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial \tau} = 0, \quad (3)$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$; α_2 – коэффициент теплоотдачи на поверхностях цилиндра; Θ_0 – температура среды на поверхностях; a – коэффициент температуропроводности; λ_∂ – коэффициент теплопроводности материала детали.

Полый цилиндр на внутренней поверхности $r = r_1$ охлаждается конвективным путем

$$\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{\alpha_1}{\lambda_\partial} (T - \Theta_0) = 0, \quad (4)$$

а на наружной поверхности $r = r_2$ его нагревает волна $f(z, \tau)$

$$\frac{\lambda_\partial \partial T}{\partial r} = -q_0 f(z, \tau), \quad (5)$$

в начальный момент времени $\tau = 0$

$$T = T_0, \quad (6)$$

где $T_0 = 293^\circ\text{K}$.

Для определения q_0 воспользуемся известной зависимостью [1]

$$q_0 = \frac{3\lambda_\partial T_{рез} a k_\partial}{V_{рез}^n}, \quad (7)$$

где $T_{рез}$ – температура резания ($T_{рез}$ для металлов составляет $900 \dots 1200 \text{ K}$); k_∂ – коэффициент, характеризующий пластические свойства материала детали; $V_{рез}$ – скорость резания ($V_{рез} \approx 100 \dots 120 \text{ м/мин}$); $n \approx 0,1 \dots 0,2$.

Задача (1) – (7) решена методом разделения переменных, для чего функция $T(r, z, \tau)$ была представлена в виде ряда ($T_1 = T - \Theta_0$):

$$T_1(r, z, \tau) = \sum_{n=1}^N \Phi_n(r) z^n \exp(-p_0 \tau). \quad (8)$$

Подстановка (8) в (2) даст для функции $\Phi_n(r)$ уравнение Бесселя

$$r^2 \Phi_n'' + r \Phi_n' + \left(\frac{p_0}{a} - n(n-1) z^{n-2} - \frac{\alpha_2}{\lambda_\partial} \right) r^2 \Phi_n = 0,$$

решение которого было получено в виде

$$\Phi_n(r) = C_{1n} r \sqrt{p_0/a - n(n-1)z^{n-2} - \alpha/2\lambda_\partial} J_0(r) + \\ + C_{2n} r \sqrt{p_0/a - n(n-1)z^{n-2} - \alpha/2\lambda_\partial} Y_0(r),$$

здесь $J_0(r)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка, $Y_0(r)$ – функция Бесселя второго рода нулевого порядка.

Постоянные интегрирования C_{1n} и C_{2n} находятся из граничных условий (4), (5), p_0 – из начального условия (6).

Вид температурного поля $T(r, \tau)$ и $T(r, z)$ показан на рисунках 2 и 3.

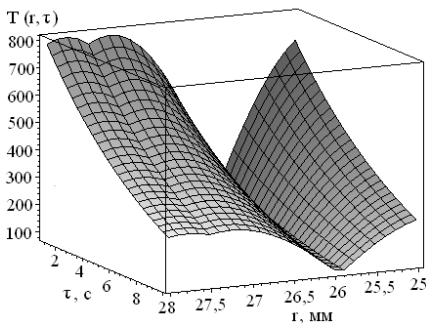


Рисунок 2 – Температурное поле $T(r, \tau)$

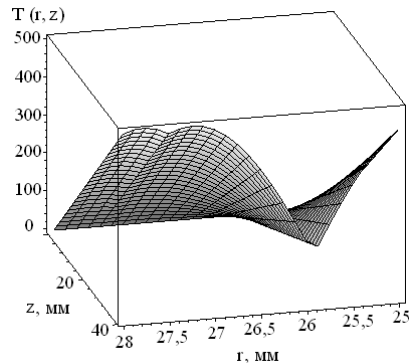


Рисунок 3 - Температурное поле $T(r, z)$

Для определения искомых радиальных перемещений от температурного поля (8) используем выражение [3]

$$u_r(r, z, \tau) = \frac{\partial F(r, z, \tau)}{\partial r},$$

где функция $F(r, z, \tau)$ удовлетворяет уравнению

$$\partial^2 F / \partial r^2 + \frac{1}{r} \partial F / \partial r + \partial^2 F / \partial z^2 = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T (T - T_0).$$

Здесь α_T – коэффициент линейного расширения материала цилиндра; ν – коэффициент Пуассона; T – выражение (8).

Решение задачи определено в виде

$$u_r(r, z, \tau) = - \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_T (r_2^2 - r_1^2) \frac{\partial T}{\partial r} \sum_{k=0}^K \frac{a_k}{p_k^2 + \lambda_k^2} J_0(r) \cos p_k z,$$

где $p_k = \pi k r_2 / l$, λ_k – корни уравнения $J_1(r) = 0$.

Постоянные интегрирования определялись из нулевых граничных условий $\sigma_r = \sigma_z = 0$ на контуре цилиндра.

Для условий течения стального цилиндра (сталь 35) резцом из быстрорежущей стали Р6М5 были получены графики радиальных деформаций цилиндра $r_1 = 25$ мм, $r_2 = 28$ мм, $l = 40$ мм в виде волны $u_r = f(r, z)$, изображенной на рисунке 4.

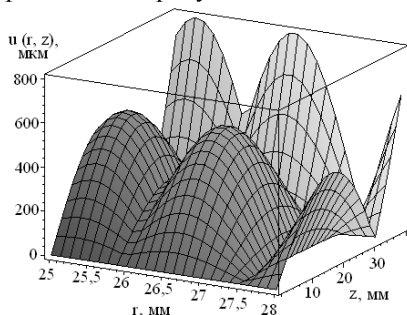


Рисунок 4 – Пример численной реализации задачи

Как следует из рисунка, радиальные деформации наружной стенки цилиндра достигают значительной величины, сравнимой с полем допуска детали ($u_{r\max} = 800$ мкм).

При последующем проходе резца по этой поверхности будет удален «лишний» материал, что при остывании готовой детали даст погрешность размера, соизмеримую с полем допуска размера, обычно составляющим 0,5...1,5 мм. В связи с чем, полученное решение задачи может быть использовано при управлении процессом обработки детали. Дальнейшее развитие данной задачи представляется в исследовании влияния на процесс различных форм исходной волны, изменяющейся под влиянием износа инструмента и других возмущений.

Библиографический список

1. Резников А.Н. Теплофизика процессов механической обработки материалов / А.Н. Резников. — М.: Машиностроение, 1981. — 279 с.
2. Тимошенко С.П. Теория упругости / С.П. Тимошенко, Дж. Гудьер. — М.: Наука, 1975. — 576 с.
3. Коваленко А.Д. Основы термоупругости / А.Д. Коваленко. — К.: Наук. думка, 1979. — 307 с.

Поступила в редакцию 19.01.2005 г.