

УДК 621.313:519.81

В.К. Маригодов, профессор, д-р техн. наук,

Г.А. Тихонов, доцент, канд. техн. наук

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua

ТЕОРЕТИКО-ИГРОВАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ЭНЕРГОСНАБЖЕНИЯ

Рассмотрена стратегическая игра трех условных поставщиков электроэнергии для одного региона. Найдена цена игры для каждого из игроков при условии, что два игрока могут создать коалицию, направленную против третьего игрока. Показано, что цена игры для каждого из игроков зависит от типа возможных коалиций.

Рассмотрим стратегическую игру трех лиц, которые являются поставщиками для одного региона потребителей. Пусть каждый партнер (игрок) имеет одинаковую систему производства электроэнергии и одинаковые мощности, т.е. профили систем энергоснабжения (игроков) равны. Представляет интерес определить цену игры каждого из игроков (минимаксные значения математических ожиданий соответствующих выигрышей) при условии, что первый и второй игроки могут образовать коалицию, направленную против третьего игрока.

Предположим, что имеет место стратегическая игра трех игроков S_1, S_2, S_3 с нулевой суммой [1]. Пусть математические ожидания выигрышей каждого из игроков M_1, M_2, M_3 являются функциями трех переменных x, y, z , причем $x = \overline{1, k}, y = \overline{1, l}, z = \overline{1, m}$. Здесь x, y, z являются стратегиями игроков, которые выбираются независимо друг от друга. Тогда игроки получают соответствующие выигрыши $M_1(x, y, z), M_2(x, y, z), M_3(x, y, z)$, для которых в игре с нулевой суммой выигрыша должно выполняться равенство (тождество)

$$M_1 + M_2 + M_3 \equiv 0. \quad (1)$$

Определим цену игры для каждого из игроков U_1, U_2, U_3 при условии, что никакие два игрока не могут при создании коалиции против третьего достигнуть такой цены игры, значение которой превышало бы сумму цены игры для каждого из игроков. Если условно считать, что в процессе стратегической игры игроки делают «платежи» только друг другу, то должно выполняться равенство

$$U_1 + U_2 + U_3 = 0. \quad (2)$$

Термин «платеж» здесь подразумевает широкий смысл интерпретации: передача ресурсов, обмен стратегической информацией, передача передового научно-производственного опыта, обмен банками данных, базами знаний, системами управления и т.п.

Рассмотрим возможные выигрыши (цены игры) в результате объединения любых двух игроков против того игрока, который не вошел в коалицию. В данном случае имеют место три возможных случая [2]:

$$\max_{\xi} \min_{\eta} \sum_{p=1}^k \sum_{q=1}^l \sum_{r=1}^m [M_1(p, q, r) + M_2(p, q, r)] \xi_{pq} \eta_r = U_{1,2}, \quad (3)$$

$$\max_{\xi} \min_{\eta} \sum_{p=1}^k \sum_{q=1}^l \sum_{r=1}^m [M_1(p, q, r) + M_3(p, q, r)] \xi_{pr} \eta_q = U_{1,3}, \quad (4)$$

$$\max_{\xi} \min_{\eta} \sum_{p=1}^k \sum_{q=1}^l \sum_{r=1}^m [M_2(p, q, r) + M_3(p, q, r)] \xi_{qr} \eta_p = U_{2,3}. \quad (5)$$

В равенствах (3) – (5) ξ_{pq} образуют систему вероятностей на множестве пар (p, q) ; ξ_{pr} образуют систему вероятностей на множестве пар (p, r) ; ξ_{qr} образуют систему вероятностей на множестве пар (q, r) . $M_i(\cdot)$ – математические ожидания для соответствующих выборов (ходов) игроков; ξ, η – последовательности вероятностей выбора ходов игроков соответствующих коалиций $(\xi_1, \xi_2, \xi_3; \eta_1, \eta_2, \eta_3)$; $\max_{\xi} \min_{\eta}$ берутся ко всем ξ и η , для которых $\xi_1 \geq 0, \xi_2 \geq 0, \dots, \xi_i \geq 0; \eta_1 \geq 0, \eta_2 \geq 0, \dots, \eta_i \geq 0; U_{1,2}, U_{1,3}, U_{2,3}$ – ожидаемые значения выигрышей (цена игры) для каждой из возможных коалиций.

Игроки S_1 и S_2 , объединившись в коалицию, ведут обычную игру двух лиц с нулевой суммой против игрока S_3 , обеспечивая себе ожидаемое значение выигрыша $U_{1,2}$. То же самое можно сказать и по отношению к другим коалициям (S_1, S_3) и (S_2, S_3) с ожидаемыми значениями выигрышей $U_{1,3}$ и $U_{2,3}$. В таких ситуациях должны выполняться следующие неравенства

$$\begin{aligned} U_1 + U_2 &\geq U_{1,2}, \\ U_1 + U_3 &\geq U_{1,3}, \\ U_2 + U_3 &\geq U_{2,3}, \end{aligned} \quad (6)$$

а также иметь место равенство (2).

В наиболее общем случае можно принять [2]

$$U_{1,2} + U_{1,3} + U_{2,3} > 0. \quad (7)$$

Если каждый из игроков намерен обеспечить для себя возможность быть принятым в коалицию с двумя другими, должны иметь место следующие верхние пределы для цены игры:

$$\begin{aligned}
U_1 &\leq 0,5(U_{1,2} + U_{1,3} - U_{2,3}) = \overline{U}_1, \\
U_2 &\leq 0,5(U_{1,2} + U_{2,3} - U_{1,3}) = \overline{U}_2, \\
U_3 &\leq 0,5(U_{1,3} + U_{2,3} - U_{1,2}) = \overline{U}_3.
\end{aligned} \tag{8}$$

С учетом (7) и (8) получаем следующие верхние пределы значений выигрышей

$$\overline{U}_1 > -U_{2,3}, \overline{U}_2 > -U_{1,3}, \overline{U}_3 > -U_{1,2}. \tag{9}$$

Неравенства (9) означают, что ни один из игроков не может в одиночку реализовать свои оптимальные стратегии. Однако, поскольку

$$\overline{U}_1 + \overline{U}_2 + \overline{U}_3 = 0,5(U_{1,2} + U_{1,3} + U_{2,3}) > 0, \tag{10}$$

то все игроки не могут быть одновременно удовлетворены. Кроме (9) имеют место также следующие соотношения:

$$\overline{U}_1 + \overline{U}_2 = U_{1,2}, \quad \overline{U}_1 + \overline{U}_3 = U_{1,3}, \quad \overline{U}_2 + \overline{U}_3 = U_{2,3}. \tag{11}$$

Равенства (11) означают, что оба игрока полностью удовлетворяют свои требования в коалиции, в то время как третий (одиночный) игрок получит в каждой партии только $-U_{2,3} - U_{1,3} - U_{1,2}$. Третьему игроку не будет хватать для реализации своего требования суммы

$$0,5(U_{1,2} + U_{1,3} + U_{2,3}).$$

Таким образом, каждый из трех игроков должен стремиться к созданию коалиции с кем-либо из других игроков. Если это ему удастся сделать, то в каждой партии он получает следующие значения выигрышей:

$$0,5(U_{1,2} + U_{1,3} - U_{2,3}), \quad 0,5(U_{1,2} + U_{2,3} - U_{1,3}), \quad 0,5(U_{1,3} + U_{2,3} - U_{1,2}). \tag{12}$$

В том случае, если два других игрока образуют коалицию, то упомянутый игрок может получить только

$$-U_{2,3} - U_{1,3} - U_{1,2}. \tag{13}$$

Если принять, что в каждой партии для игроков имеют место следующие «основные значения» цены игры $V_i, i=1,2,3$, то при $Q=0$, где $Q=V_1+V_2+V_3$,

получаем:

$$\begin{aligned}
V_1 &= \frac{1}{3}(U_{1,2} + U_{1,3} - 2U_{2,3}), \\
V_2 &= \frac{1}{3}(U_{1,2} + U_{2,3} - 2U_{1,3}), \\
V_3 &= \frac{1}{3}(U_{1,3} + U_{2,3} - 2U_{1,2}).
\end{aligned} \tag{14}$$

Рассмотрим также ситуацию, когда два любых игрока образуют коалицию, направленную против третьего (оставшегося) игрока. Для этого следует принять $Q > 1$ в отличие от предыдущего случая. Тогда, поскольку Q делится между тремя игроками, получаем «истинные значения» цены игры:

$$\begin{aligned}
\bar{V}_1 &= -U_{2,3} + \frac{1}{3}Q, \\
\bar{V}_2 &= -U_{1,3} + \frac{1}{3}Q, \\
\bar{V}_3 &= -U_{1,2} + \frac{1}{3}Q.
\end{aligned} \tag{15}$$

В ситуации (15) каждый из двух игроков (не имеет значения каких), образующих коалицию против третьего, может обеспечить себе дополнительный выигрыш $Q/6$, поскольку третий игрок теряет цену $Q/3$ ($\frac{1}{3}Q = \frac{2}{6}Q$ приходится на двух игроков, а на каждого из них лишь $\frac{1}{6}Q$). При этом вместо (15) получаем:

$$\begin{aligned}
V_1^* &= -U_{2,3} + \frac{1}{3}Q + \frac{1}{6}Q, \\
V_2^* &= -U_{1,3} + \frac{1}{3}Q + \frac{1}{6}Q, \\
V_3^* &= -U_{1,2}.
\end{aligned} \tag{16}$$

В (16) V_i^* – новые «истинные значения» цены игры в коалиции S_1, S_2 против S_3 .

Если принять $U_{2,3} = U_{1,3} = U_{1,2} = 2$, $Q = 6$, то $V_1^* = 1$, $V_2^* = 1$, $V_3^* = -2$.

При этом третий игрок полностью «обирается», т.е. первые два игрока лишают его возможности долевого участия в энергоснабжении региона. Под «истинной ценой» игры, равной единице, можно полагать условную единицу энергоснабжения региона, которая исчисляется, например, $10^3 \cdot \text{МВт}$. При этом два игрока S_1 и S_2 в коалиции обеспечивают для региона мощность $2 \cdot 10^3 \text{ МВт}$.

Если принять $U_{2,3}=U_{1,3}=U_{1,2}=3$, $Q=9$, то из (16) находим $V_1^*=1,5$, $V_2^*=1,5$, $V_3^*=-3$. Естественно, что в двух рассмотренных примерах выполняется требование нулевой суммы в игре, т.е. $V_1^*+V_2^*+V_3^*=0$.

В таблице 1 приведены значения истинной цены игры для различных величин Q .

Таблица 1 – Значения цены игры для различных величин Q

Q	V_1^*	V_2^*	V_3^*
3	0,5	0,5	-1
6	1	1	-2
9	1,5	1,5	-3
12	2	2	-4
15	2,5	2,5	-5
18	3	3	-6
21	3,5	3,5	-7
24	4	4	-8

Из таблицы 1 видно, что с увеличением Q возрастает соответствующий выигрыш каждого из игроков коалиции Q_1 , Q_2 и происходит увеличение проигрыша игрока Q_3 . При этом результирующая цена игры $V_1^*+V_2^*+V_3^*$ остается равной нулю. В таблице берутся значения Q , кратные трем, поскольку эта сумма делится поровну между тремя игроками.

Таким образом, стратегическая коалиционная игра трех лиц с нулевой суммой выигрыша является *существенной*, поскольку в ней имеет место множество дележей. В игре четырех лиц необходимо рассматривать возможность образования следующих коалиций: $U_{1,2}$, $U_{1,3}$, $U_{1,4}$, $U_{2,3}$, $U_{2,4}$, $U_{3,4}$ – коалиции из двух игроков; $U_{1,2,3}$, $U_{1,2,4}$, $U_{1,3,4}$, $U_{2,3,4}$ – коалиции из трех игроков. Такая стратегическая игра имеет бесконечное множество классов стратегической эквивалентности, зависит от трех произвольных параметров. Цена игры в виде характеристических функций для классов существенных игр в 0-1 *редуцированной* форме в случае коалиций из двух и трех игроков определена в [3]. Каждому классу стратегической эквивалентности соответствует точка единичного куба.

Задачами дальнейших исследований в данном направлении могут быть стратегические игры трех и более игроков с ненулевой суммой, а также решение задач нелинейного распределения ресурсов в системе энергоснабжения.

Библиографический список

1. Нейман Дж. фон. Теория игр и экономическое поведение / Дж. фон Нейман, О. Моргенштерн. — М.: Наука, 1970. — 708 с.

2. Матричные игры: Сб. переводов; Под ред. Н.Н. Воробьева. — М.: Физматгиз, 1961. — 280 с.
3. Крушевский А.В. Теория игр: Учеб. пособие / А.В. Крушевский. — К.: Выща шк. Головное изд-во, 1977. — 216 с.