

УДК 621.313

Л.Н. Канов, доцент, канд. техн. наук

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua

СХЕМНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В МАШИНАХ ПОСТОЯННОГО ТОКА С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ

Предложены математическое описание и схемная модель переходных процессов в электрической машине постоянного тока с учетом влияния вихревых токов в ее магнитопроводе. Приведены примеры моделирования возбуждения магнитного потока и переходного процесса восстановления напряжения.

Электрические машины постоянного тока широко распространены в технике. Теория таких машин к настоящему времени разработана довольно подробно. Вместе с тем, в этой области остаются недостаточно исследованные явления. Одним из таких важных вопросов является оценка влияния вихревых токов в магнитопроводах машин при переходных процессах. От характера протекания переходных процессов существенно зависит надежность работы машины и связанных с ней устройств. Если генераторы постоянного тока все больше вытесняются полупроводниковыми преобразователями, то двигатели постоянного тока по-прежнему сохраняют свое доминирующее положение в ряде областей, таких как электрическая тяга, металлургия, судовые механизмы, крановое электрооборудование и др.

Учет влияния на переходные процессы вихревых токов, связан со значительными трудностями. Вихревые токи возникают в магнитопроводах, которые содержат наряду с шихтованными также и массивные элементы (станина, дополнительные полюсы). Сложность процессов и условий, при которых возбуждаются вихревые токи, не позволяет со строгой точностью учесть их влияние на переходные процессы в силовых цепях постоянного тока. Поэтому обычно влиянием вихревых токов или пренебрегают, как, например, в [1], или учитывают приближенно. В литературе описаны некоторые способы приближенного учета влияния вихревых токов.

В.Т. Касьянов [1] на заводе «Электросила» предложил в расчет времени возбуждения машины ввести коэффициент демпфирования, увеличивающий время ее возбуждения, однако таким образом влияние вихревых токов может быть учтено только ориентировочно. Другим подходом является замена массивного магнитопровода расслоенным с некоторой короткозамкнутой эквивалентной обмоткой, параметры которой могут быть найдены по опытным данным.

А.Б. Иоффе [2] предложил уравнения нарастания магнитного потока в виде $\Phi = \Phi_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, где τ – постоянная времени обмотки возбуждения, определяемая с использованием опытного коэффициента K_Φ в уравнении $\Phi = f(i_m)$; $i_m = I_f + \frac{i_\Phi}{w_f}$ – намагничивающий ток; $i_\Phi = k_\Phi \frac{d\Phi}{dt}$ – вихревой ток; I_f , w_f – соответственно ток и количество витков обмотки возбуждения.

К наиболее перспективному в настоящее время можно отнести метод учета влияния вихревых токов с помощью магнитной индуктивности, предложенный М.З. Жицем [3] и позволяющий анализировать переходные процессы на основе характеристики намагничивания и конструктивных параметров машины с высоким уровнем достоверности. Автор аппроксимирует кривую намагничивания ломаной линией и решает дифференциальные уравнения для потока на каждом интервале. Это уравнение возникает при анализе уравнений Максвелла для электромагнитного поля в массивном корпусе машины и в полюсах. В предположении наличия в машине стационарного, равномерно распределенного магнитного поля, возникающего под действием постоянной магнитодвижущей силы, магнитный поток в переходном процессе Жиц М.З. представляет составляющими

$$\Phi_k(t) = \frac{8B_0ah}{(2k+1)^2\pi^2} \exp(-\frac{t}{\tau_k}), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad \text{где } B_0 - \text{начальное значение маг-}$$

нитной индукции; $\tau_k = \frac{\gamma\mu h^2}{(2k+1)^2\pi^2}$; γ – удельная проводимость материала

магнитопровода; μ – его магнитная проницаемость; h – средняя толщина активной магнитопроводящей части корпуса; a – осевой размер.

Рассмотрим обобщение метода М.З. Жица, позволяющее учесть гладкую аппроксимацию кривой намагничивания, а также реакцию якоря, и применение его к проблеме схемного моделирования.

Предполагая, что каждая составляющая магнитного потока циркули-

рует по ветви магнитопровода площадью $S_k = \frac{8ah}{(2k+1)^2\pi^2}$, получаем маг-

нитное сопротивление этой ветви $R_{mk} = \frac{(2k+1)^2\pi^2 l}{8ah\mu}$, где l – половина дли-

ны средней силовой линии корпуса. Полагая, что постоянная τ_k определяется

отношением $\frac{L_{mk}}{R_{mk}}$, где L_{mk} – магнитная индуктивность [3], определяем

$$L_{mk} = L_m = \tau_k R_{mk} = \frac{\gamma hl}{8a}, \quad \text{откуда следует, что магнитная индуктивность обу-}$$

словлена лишь геометрическими размерами и электрической проводимостью материала магнитопровода и не зависит от его магнитной проницаемости и номера составляющей магнитного потока. Обозначая магнитодвижущую силу обмотки возбуждения $F_{\theta} = w_{\theta} i_{\theta}$, получаем для каждой составляющей магнитного потока дифференциальное уравнение

$$L_{\text{м}} \frac{d\Phi_k}{dt} + f_k(\Phi_k) = F; \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где $f_k(\Phi_k)$ – нелинейная функция, определяемая насыщением части сердечника длиной l и площадью сечения S_k . Эти уравнения характеризуют инерционность составляющих магнитного потока относительно действия магнитодвижущей силы, причем последняя может определяться как током возбуждения, так и реакцией якоря.

Так как амплитуды и постоянные времени составляющих потока убывают пропорционально квадрату их порядкового номера, то с достаточной степенью точности можно учитывать лишь основную ($k=0$) и третью ($k=1$) составляющие. Амплитуды и постоянные времени третьей и пятой составляющих ($k=1, k=2$) занимают соответственно лишь 11% и 4% от основной составляющей [3]. Полагая, что основная и третья составляющая потока циркулируют по двум ветвям магнитопровода, определяем площадь поперечного сечения, приходящуюся на высшие составляющие $S_{\Gamma} = S - S_0 = ah(1 - \frac{8}{\pi^2}) = \frac{ah}{5,29}$. Основная составляющая потока циркули-

рует по ветви с площадью поперечного сечения $S_0 = \frac{8ah}{\pi^2} \approx \frac{ah}{1,23}$. Таким образом, для построения кривых зависимостей $f_k(\Phi_k)$ в уравнении (1) следует для основной и высших составляющих ординаты графика кривой намагничивания $\Phi(F)$ уменьшать соответственно в 1,23 и 5,29 раз.

Полгая, что постоянная времени высших составляющих магнитного потока равна постоянной времени третьей составляющей ($k=1$), и с учетом того, что магнитное сопротивление части магнитопровода для высших составляющих в 5,29 раз больше реального $R_{\text{м}}$, получаем оценку магнитной индуктивности магнитопровода для высших составляющих

$L_{\text{м}\Gamma} = \tau_1 R_{\text{м}\Gamma} = 0,0596 \frac{\gamma h l}{a}$, что в 2,1 раза меньше $L_{\text{м}}$: $L_{\text{м}\Gamma} = 0,477 L_{\text{м}}$. Для

машины с массивным корпусом и массивными полюсами магнитная индук-

тивность $L_{\text{м}}$ увеличивается на величину $\frac{\gamma_1 a_p b_p l_p}{8(a_p^2 + b_p^2)}$ [3], где полюс рассмат-

ривается, как прямоугольный параллелепипед осевой длины l_p со сторонами a_p, b_p и удельной проводимостью γ_1 .

Таким образом, уравнение (1) принимает вид для основной составляющей магнитного потока

$$L_m \frac{d\Phi_0}{dt} + f_0(\Phi_0) = F, \quad (2)$$

где $L_m = 0,125 \frac{\gamma h l}{a}$, а ординаты кривой намагничивания $F(\Phi)$ следует уменьшить в 1,23 раза для получения зависимости $F_0(\Phi_0)$. Для высших составляющих потока уравнение (1) принимает вид

$$0,477 L_m \frac{d\Phi_r}{dt} + f_r(\Phi_r) = F, \quad (3)$$

где ординаты кривой намагничивания $F(\Phi)$ следует уменьшить в 5,29 раз для получения зависимости $f_r(\Phi_r)$. В целом магнитный поток машины состоит из суммы основной и высших гармонических составляющих $\Phi(t) = \Phi_0(t) + \Phi_r(t)$. Уравнения (2) и (3) являются нелинейными ввиду нелинейности кривой намагничивания $F(\Phi)$, а следовательно, и функций $f_0(\Phi_0)$ и $f_r(\Phi_r)$, однако они пригодны для схемного моделирования. Начальные условия $\Phi_0(0)$, $\Phi_r(0)$ определяются из предположения, что в стационарном режиме, предшествующем переходному процессу, магнитный поток распределяется равномерно по сечению магнитопровода, и следовательно, $\Phi_0(0) = 0,812\Phi(0)$, $\Phi_r(0) = 0,189\Phi(0)$. Нелинейная кривая намагничивания $F(\Phi)$, служащая основой получения функций $f_0(\Phi_0)$ и $f_r(\Phi_r)$, может быть аппроксимирована с достаточной степенью точности нечетной функцией, например, полиномом пятого порядка

$$F(\Phi) = a_1\Phi + a_3\Phi^3 + a_5\Phi^5, \quad (4)$$

где коэффициенты аппроксимации a_1, a_3, a_5 определяются известными методами, например, [4].

Для иллюстрации рассмотрим схемное моделирование переходных процессов в тяговом двигателе постоянного тока ДП72 мощностью 75 кВт с напряжением 220 В, током 385 А, частотой вращения 470 об/мин, магнитной индуктивностью 16400 См [3]. Кривая намагничивания аппроксимируется полиномом (4) с коэффициентами: $a_1 = 5,68 \cdot 10^4$; $a_3 = -1,35 \cdot 10^7$; $a_5 = 5,07 \cdot 10^9$. Коэффициенты аппроксимации функции $f_0(\Phi_0)$ в уравнении (2) имеют следующие значения: $a_{01} = 7 \cdot 10^4$; $a_{03} = -2,5 \cdot 10^7$; $a_{05} = 1,42 \cdot 10^{10}$, а для функции $f_r(\Phi_r)$ в уравнении (3): $a_{r1} = 3 \cdot 10^5$; $a_{r3} = -2 \cdot 10^9$; $a_{r5} = 2,1 \cdot 10^{13}$. Рассмотрим процесс возбуждения магнитного потока при условии линейного нарастания тока обмотки возбуждения от нуля до 385 А за время 20 мс и неизменной частоте вращения ротора; уста-

новившееся значение намагничивающей силы 7700 А. Уравнения (2) и (3) в этих условиях приобретают вид

$$1,64 \frac{d\Phi_0}{dt} + 7\Phi_0 + (-2,5 \cdot 10^3 \Phi_0^2 + 1,42 \cdot 10^6 \Phi_0^4)\Phi_0 = F(t);$$

$$0,77 \frac{d\Phi_\Gamma}{dt} + 30\Phi_\Gamma + (-2 \cdot 10^5 \Phi_\Gamma^2 + 2,1 \cdot 10^9 \Phi_\Gamma^4)\Phi_\Gamma = F(t),$$

где $F(t) = 38,5t$ при $t \leq 0,02$ и $F(t) = 0,77$ при $t > 0,02$.

Трактуя эти уравнения, как уравнения по первому закону Кирхгофа, получаем схемную модель переходного процесса, изображенную на рисунке 1. Здесь обозначены емкости: $C_1 = 1,64$, $C_2 = 0,77$; проводимости $g_2 = 10^3(1,42 \cdot 10^3 \Phi_0^2 - 2,5)\Phi_0^2$, $g_4 = 10^5(2,1 \cdot 10^4 \Phi_\Gamma^2 - 2)\Phi_\Gamma^2$; J_5 – источник тока, ток которого изменяется в соответствии с изменением $F(t)$. Напряжения на обеих емкостях численно равны составляющим потока $u_{c1} = \Phi_0$; $u_{c2} = \Phi_\Gamma$; напряжение на источнике тока численно равно потоку Φ . Начальные напряжения на емкостях приняты нулевыми, что соответствует исходному невозбужденному состоянию магнитной цепи машины.

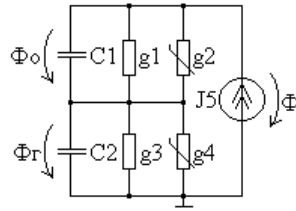


Рисунок 1 – Схемная модель цепи возбуждения

На рисунке 2 изображен график переходного процесса в схемной модели, рассчитанный с помощью существующего программного обеспечения. Из рисунка следует, что вследствие влияния вихревых токов магнитная цепь обладает значительной инерционностью. Основная составляющая потока, например, достигает установившегося значения за 0,2 с, т.е. на порядок медленнее, чем нарастает намагничивающий ток.

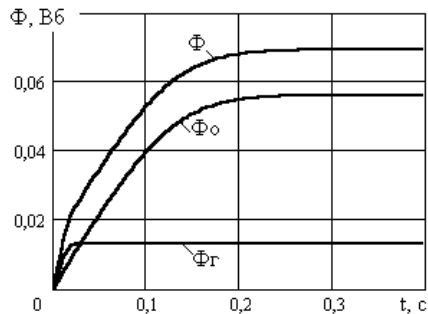


Рисунок 2 – Переходный процесс возбуждения в обмотках машины

В качестве другого примера рассмотрим переходный процесс восстановления напряжения после перерыва питания на тяговом двигателе ДПЭ340 мощностью 340 кВт с напряжением 1500 В, током 250 А, частотой вращения 605 об/мин, магнитной индуктивностью 37300 См [3]. Кривая намагничивания аппроксимируется полиномом (4) с коэффициентами: $a_1 = 3,26 \cdot 10^4$; $a_3 = 1,08 \cdot 10^6$; $a_5 = 1,065 \cdot 10^9$. Коэффициенты аппроксимации функции $f_0(\Phi_0)$ в уравнении (2) имеют следующие значе-

ния: $a_{01} = 4 \cdot 10^6$; $a_{03} = 2 \cdot 10^6$; $a_{05} = 3 \cdot 10^9$, а для функции $f_i(\Phi_r)$ в уравнении (3): $a_{r1} = 1,72 \cdot 10^5$; $a_{r3} = 1,6 \cdot 10^8$; $a_{r5} = 4,4 \cdot 10^{12}$.

Рассмотрим процесс нарастания тока и магнитного потока при остаточном напряжении на машине 180 В, что соответствует остаточному потоку 0,01 Вб, основная составляющая $\Phi_0(0) = 0,812\Phi(0) = 0,008$ Вб; высшие составляющие $\Phi_r(0) = \Phi() - \Phi_0(0) = 0,0018$ Вб. Скорость вращения двигателя за время перерыва питания полагаем неизменной и равной номинальной. В этих условиях электромагнитный переходный процесс описывается тремя уравнениями

$$L \frac{di_a}{dt} + r i_a + C_0 (\Phi_0 + \Phi_r) + 2p w_B \left(\frac{d\Phi_0}{dt} + \frac{d\Phi_r}{dt} \right) = U;$$

$$L_m \frac{d\Phi_0}{dt} + a_{01}\Phi_0 + (a_{03}\Phi_0^2 + a_{05}\Phi_0^4)\Phi_0 = i_a w_B;$$

$$0,477L_m \frac{d\Phi_r}{dt} + a_{r1}\Phi_r + (a_{r3}\Phi_r^2 + a_{r5}\Phi_r^4)\Phi_r = i_a w_B,$$

где L, r – индуктивность рассеивания и сопротивление якоря; C – постоянная машины; $2p$ – число полюсов; w_B – число витков обмотки возбуждения.

Трактруя эти уравнения согласно первому закону Кирхгофа, получаем схемную модель электромагнитного переходного процесса, изображенную на рисунке 3, где обозначены емкости: $C_1 = L$, $C_2 = L_m$, $C_3 = 0,477L_m$; линейные проводимости: $g_1 = r$, $g_2 = a_{01}$, $g_3 = a_{r1}$; нелинейные проводимости: $g_4 = (a_{03} + a_{05}\Phi_0^2)\Phi_0^2$, $g_5 = (a_{r3} + a_{r5}\Phi_r^2)\Phi_r^2$; управляемые источники тока: $J_1 = C_0 \Phi$, $J_2 = 2p w_B \left(\frac{d\Phi_0}{dt} + \frac{d\Phi_r}{dt} \right)$; $J_4 = w_B i_a$; независимый источник тока $J_3 = U$. Напряжение на емкости C_1 численно равно току якоря,

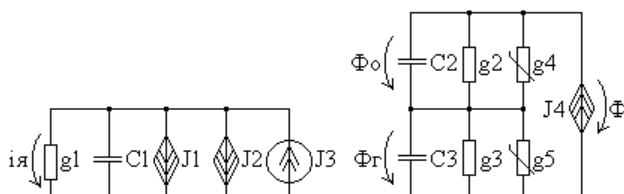


Рисунок 3 – Схемная модель напряжения на емкостях C_2, C_3 – основной и высшим составляющим потока.

На рисунке 4 изображен график переходного

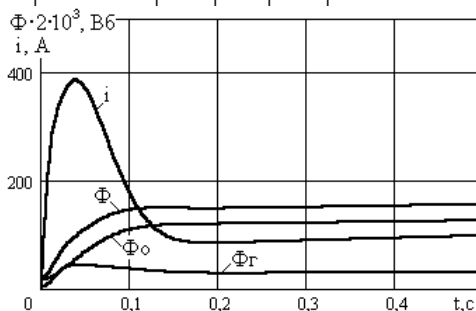


Рисунок 4 – Переходный процесс

процесса, рассчитанный по схемной модели. Из графика следует, что ток якоря через 0,05 с достигает максимального значения, превышающего рабочий уровень в четыре раза. Спустя 0,3 с ток якоря устанавливается на уровне 100 А. Максимальный поток устанавливается через 0,1 с, причем эта инерционность полностью обусловлена его основной составляющей. Результаты схемного моделирования с достаточной достоверностью позволяют судить о характере переходного процесса. Некоторое завышение амплитуды тока по результатам моделирования можно объяснить небольшим провалом напряжения после включения и снижением скорости двигателя при перерыве питания.

Таким образом, предложено обобщение метода Жица М.З., позволяющее учитывать гладкую характеристику намагничивания и применить этот метод к схемному моделированию переходных процессов в электрических машинах с массивными магнитопроводами. Сопоставление расчетных и опытных результатов говорит о полном соответствии предлагаемой теории практическим данным. Весьма перспективным представляется применение метода схемного моделирования к расчету не только электромагнитных, но и электромеханических переходных процессов с учетом реакции якоря в электрических машинах и в системах таких машин.

Библиографический список

1. Чепендюк Н.Н. Электронная модель двигателя постоянного тока / Н.Н. Чепендюк, С.В. Чепендюк // Вестник СевГТУ: Сб. науч. тр. — Севастополь, 2000. — Вып. 23. — С. 88–93.
2. Переходные процессы в электрических машинах и аппаратах и вопросы их проектирования / О.Д. Гольдберг, О.Б. Буль, И.С. Свириденко. — М.: Высш. шк., 2001. — 512 с.
3. Жиц М.З. Переходные процессы в машинах постоянного тока / М.З. Жиц. — М.: Энергия, 1974. — 112 с.
4. Мэтьюз Дж.Г. Численные методы. Использование MATLAB / Дж. Г. Мэтьюз, К.Д. Финк. — М.: Издат. дом «Вильямс», 2001. — 720 с.

Поступила в редакцию 19.01.2004 г.