

УДК 572.512.81

М.А. Полякова, аспирант

Севастопольский национальный технический университет

E-mail: pu260@sevcom.net

ПЛАНИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО ОРГАНА АНТРОПОМОРФНОГО МАНИПУЛЯТОРА

Определены оптимальные траектории движения рабочего органа (базовой точки захватного устройства) плоского двухзвенного антропоморфного манипулятора в соответствии с критерием минимального изменения вращающих моментов в шарнирах. Показано, что формы этих траекторий и профили графиков тангенциальных скоростей базовой точки захватного устройства близки к кривым, полученным при исследованиях различного вида свободных движений руки человека в горизонтальной плоскости.

Использование кинематической и динамической инвариантности, наблюдаемой при свободных движениях руки человека в робототехнике возможно в случае достаточно обоснованного объяснения причин ее возникновения. В связи с этим выдвигаются гипотезы, согласно которым, мозг человека представляется, например, в виде классического адаптивного контроллера, работа которого определяется наличием трех составляющих: условия оптимальности или желаемых рабочих характеристик, объективного способа сравнения фактических рабочих характеристик с желаемыми и механизма регулирования параметров системы для управления фактическими рабочими характеристиками с целью их приближения к желаемым. Первая из них сводится к представлению о том, что оптимизируется при генерации движений руки человека? Исследования ряда ученых (N. Hogan, T. Flash и др.) позволили достичь определенного прогресса в данном направлении [1 и др.]. Изучению второй составляющей, связанной с источниками информации о состоянии руки для ее двигательной адаптации посвящены работы R. Johansson, J. Wann и др. [2 и др.]. Механизмы регулирования параметров состояния руки для изменения нейромоторного поведения исследовались M. Kawato, K. Newell, J. Spray и др. [3,4]. Следует отметить, что в данном направлении исследований до настоящего времени опубликовано небольшое количество работ.

Базой для составления математических моделей руки являются результаты многочисленных экспериментов. Критериями их качества могут служить решения, в той или иной степени соответствующие наблюдаемой в экспериментах кинематической и динамической инвариантности. Известны различные подходы к составлению и анализу моделей, но все они учитывают, по меньшей мере, три важных аспекта:

а) базовая точка кисти может перемещаться к цели по любой (из бесконечного числа возможных) траектории, удовлетворяющей геометрическим связям;

б) перемещение по каждой из таких траекторий может быть рассчитано множеством способов с учетом требуемой продолжительности движения;

в) каждое положение базовой точки на траектории может определяться бесконечным числом возможных конфигураций руки [5].

Так, Т. Flash и N. Hogan для планирования траектории движения кисти многозвенной руки предложили математическую модель критерия минимального рывка (minimum jerk model) [6]. В результате анализа многочисленных экспериментов установлено, что использование критерия приводит к траекториям близким к прямым, если движение начинается от центра рабочего пространства и производится вдоль оси, соответствующей удалению или приближению к основанию руки, но если движение начинается от границ рабочего пространства, то траектории заметно изогнуты. Несогласованность с экспериментальными данными выявлена также при движении кисти через промежуточные точки и при обходе препятствий. Графики тангенциальных скоростей, в общем, имеют колоколообразный профиль, но их максимумы смещаются вправо при медленных движениях или влево – при быстрых.

Аналогичная модель минимального углового рывка (minimum angle jerk model) была предложена D. Rosenbaum с коллегами [7]. Для использования критерия необходимо иметь предварительное решение обратной задачи кинематики, что не всегда возможно вследствие избыточной подвижности руки.

Большинство недостатков свойственных приведенным критериям отсутствуют в предложенном Y. Uno, M. Kawato и R. Suzuki критерии минимального изменения вращающих моментов в сочленениях (minimum torque-change model) [8]:

$$K_3 = \frac{1}{2} \int_0^{t_k} \sum_{i=1}^n \left(\frac{d\tau_i}{dt} \right)^2 dt \Rightarrow \min, \quad (1)$$

где τ_i – управляющие моменты в сочленениях, $i = 1 \dots n$. В соответствии с (1) траектории руки планируются так, чтобы изменение вращающих моментов, генерируемых в каждом из сочленений, было минимальным. Известно, что прежде чем обосновать преимущества использования критерия (1) по сравнению с другими, авторы произвели множество сравнительных оценок, в том числе с критериями минимальных затрат метаболической энергии, минимальных крутящих моментов, минимального времени позиционирования и др. Выяснилось, что критерий (1) наиболее точно соответствует экспери-

ментальным данным. Отчасти авторы высказались и о его биологической полезности, состоящей в минимизации износа скелетно-мышечной системы.

Следует отметить, что и критерий (1) не лишен недостатков. Так, например, нет оснований считать, что суммарная энергия, затрачиваемая на совершение движений звеньев, минимальна, и, следовательно, возможно противоречие с общепринятой гипотезой, используемой при оценке движений биологических объектов. Однако его несомненное преимущество состоит в возможности планирования траекторий движения с наименьшими инерционными нагрузками, что важно при синтезе механических объектов. Кроме этого, использование критерия косвенно позволяет получить решение обратной задачи кинематики системы с избыточным числом степеней свободы.

Критерий (1) принят в дальнейшем для планирования оптимальной траектории движения рабочего органа в рабочем пространстве плоского антропоморфного манипулятора.

Целями работы являются: построение и обоснование алгоритма применения критерия (1) для планирования движений исполнительного органа манипулятора и программы для его реализации в системе Maple; сравнение результатов анализа модели плоского антропоморфного манипулятора, построенной на основе критерия (1) с экспериментальными данными, полученными при движении руки человека.

Известно, что при движениях руки человека в горизонтальной плоскости перед туловищем, на достижимость всех точек рабочего пространства малое влияние оказывает угол поворота кисти относительно предплечья, что при исследовании антропоморфного манипулятора позволяет рассматривать

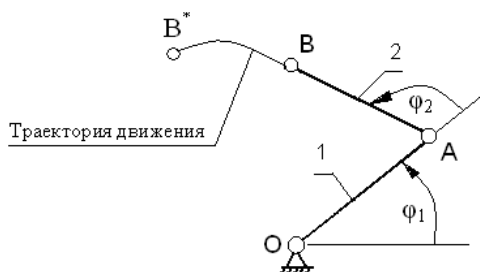


Рисунок 1 – Схема модели плоского двухзвенного антропоморфного манипулятора

манипулятора представлена на рисунке 1.

С учетом параметров модели задача оптимизации траектории сводится к минимизации критерия (1) и представляется в виде:

его двухзвенную структуру, представляемую плечом и предплечьем, жестко связанным с кистью. Очевидно, для получения решений, которые связаны не только с достижимостью, но и с манипулятивностью, кисть (исполнительный орган) следует считать отдельным звеном. Схема принятой в данном исследовании модели антропоморфного

$$K = \frac{1}{2} \int_0^{t_k} F(t, \varphi_1, \varphi_2, \dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \ddot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_2, \ddot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_2) dt \Rightarrow \min, \quad (2)$$

где функция F строится в соответствии уравнениями динамики управляемого движения модели:

$$\tau_1 = (J_1 + J_2 + 2m_2 l_1 l_{2S} \cos \varphi_2 + m_2 l_1^2) \ddot{\varphi}_1 + (J_2 + m_2 l_1 l_{2S} \cos \varphi_2) \ddot{\varphi}_2 - m_2 l_1 l_{2S} (2\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2) \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + B_{11} \dot{\varphi}_1 + B_{12} \dot{\varphi}_2 \quad (3)$$

$$\tau_2 = (J_2 + m_2 l_1 l_{2S} \cos \varphi_2) \ddot{\varphi}_1 + J_2 \ddot{\varphi}_2 + m_2 l_1 l_{2S} \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_2 + B_{21} \dot{\varphi}_1 + B_{22} \dot{\varphi}_2$$

Смысл постоянных коэффициентов, используемых в (3) ясен из контекста решаемой задачи.

Уравнения Эйлера-Пуассона дают необходимое условие экстремума функционала (2); достаточность может быть проверена путем сравнения результатов оптимизации с многочисленными экспериментальными данными, полученными при анализе траекторий движений руки человека, если считать их оптимальными. В данной задаче уравнения Эйлера-Пуассона имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \varphi_1} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{\varphi}_1} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial F}{\partial \ddot{\varphi}_1} - \frac{d^3}{dt^3} \frac{\partial F}{\partial \ddot{\varphi}_1} &= 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \varphi_2} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{\varphi}_2} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial F}{\partial \ddot{\varphi}_2} - \frac{d^3}{dt^3} \frac{\partial F}{\partial \ddot{\varphi}_2} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

и, с учетом (3), преобразуются в систему двух нелинейных дифференциальных уравнений шестого порядка.

Следуя методике, изложенной в [9] решения системы (4) получены численно с использованием ортогональных полиномов Якоби $P_n^{(\alpha, \beta)}(x)$, удовлетворяющих условию:

$$\int_{-1}^1 w(x) P_m^{(\alpha, \beta)}(x) P_n^{(\alpha, \beta)}(x) dx = 0, \quad m \neq n,$$

где $w(x) = (1-x)^\alpha (1+x)^\beta$ весовая функция. Отметим, что указанные полиномы автоматически генерируются компьютерными программами Maple, Matlab и др.

Пусть $\alpha = \beta = 6$. Тогда $C_k(x) = \sqrt{w(x)} P_k^{(6,6)}(x)$ удовлетворяет условиям:

$$C_k(-1) = C_k(1) = \left. \frac{dC_k(x)}{dx} \right|_{x=-1} = \left. \frac{dC_k(x)}{dx} \right|_{x=+1} = \left. \frac{d^2 C_k(x)}{dx^2} \right|_{x=-1} = \left. \frac{d^2 C_k(x)}{dx^2} \right|_{x=+1} = 0. \quad (5)$$

Произведя замену переменной $t = \frac{x+1}{2}$, получим:

$$C_k^*(t) = 64t^3(1-t)^3 P_k^{*(6,6)}(t). \quad (6)$$

Полиномы (6), их первые и вторые производные подобно (5) обращаются в 0 при $t=0$ и $t=1$. Используя это свойство, решения системы (4) представим в виде:

$$\varphi_i = \sum_{j=0}^5 b_{ij}t^j + \sum_{k=0}^K a_{ik}C_k^*(t) \quad (7)$$

где $i=1,2$ – номер звена модели; a_{ik} – неопределенные коэффициенты; b_{ij} – коэффициенты, определяемые с учетом граничных условий задачи; t – текущее время; K – степень полинома Якоби. Число K определяет точность решаемой задачи, а, следовательно, и ее размерность.

При необходимости получения других отрезков времени, определяющих среднюю скорость движения звеньев модели от точки к точке, замена переменной осуществляется по формуле:

$$t = \frac{x+1}{d_{t_k}},$$

где d_{t_k} – число, выбираемое в зависимости от t_k – времени движения. Ясно, что при этом полином (6) приобретает другой вид.

Дискретизируется отрезок времени $t \in [0,1]$, разбиением его на K равных частей. Для каждого значения t_k вычислены значения левых частей уравнений системы (4) после подстановки в них полиномов (7). Получена система $2(K+1)$ трансцендентных уравнений с $2(K+1)$ неизвестными a_{ik} ($i = 1,2; k = 0..K$).

Первоначально число K выбиралось достаточно большим (порядка $K = 40-50$), что приводило к увеличению размерности и чрезмерным трудностям при нахождении решений. Однако после получения решений для различных видов перемещений исполнительного органа в рабочем пространстве было установлено, что с увеличением степени полинома (7) его коэффициенты быстро убывают с увеличением соответствующей степени t и уже полиномы 9 степени представляют решение задачи, практически не отличающееся от решений в виде полиномов 50 степени. Иллюстрации решений задачи, представленные ниже, получены именно с использованием полиномов 9 степени.

В данном исследовании первые приближения находились при постоянных коэффициентах в (3) не зависящих от t ; в дальнейшем они использовались при нахождении уточненных решений соответствующих нелинейных задач.

В качестве примера в данной статье приводятся решения, полученные при значениях параметров модели, приведенных в таблице 1.

Решения получены в системе Maple для различных средних скоростей движения, определяемых временем движения $t_k = 1, 2, 3, 4, 5$ секунд. Граничные условия в каждом конкретном случае были различны. Иллюстрации решений, в качестве примера, представлены при $t_k = 1, 2$ и 5 секундах и следующих граничных условиях:

$$\varphi_1(0) = \frac{\pi}{4}; \varphi_2(0) = \frac{\pi}{4}; \varphi_1(t_k) = \frac{\pi}{2}; \varphi_2(t_k) = 0;$$

$$\dot{\varphi}_1(0) = \dot{\varphi}_2(0) = \dot{\varphi}_1(t_k) = \dot{\varphi}_2(t_k) = 0;$$

$$\ddot{\varphi}_1(0) = \ddot{\varphi}_2(0) = \ddot{\varphi}_1(t_k) = \ddot{\varphi}_2(t_k) = 0.$$

Таблица 1 – Значения параметров модели

Параметр	Значение параметра	
	Звено 1 (плечо)	Звено 2 (предплечье)
m , кг	1,3	1,5
J , кг·м ²	0,07	0,1
l , м	0,25	0,35
l_S , м	–	0,15
B , Н·м·с/рад	0,7	0,8
$B_{12} = B_{21}$, Н·м·с/рад	0,18	0,18

На рисунке 2 изображены графики изменения обобщенных координат: а) $\varphi_i = \varphi_1(t)$ и б) $\varphi_2 = \varphi_2(t)$; на рисунке 3 – оптимальные, в соответствии с критерием (1), траектории движения исполнительного органа.

Как видно, траектории движения исполнительного органа манипулятора отличаются от прямых линий, но имеют небольшую кривизну, особен

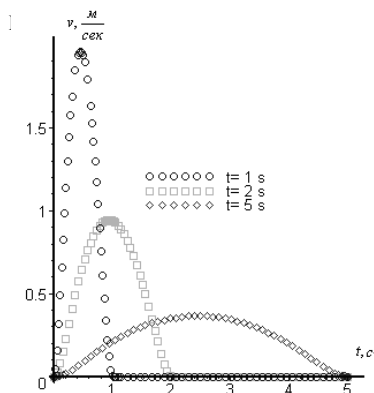
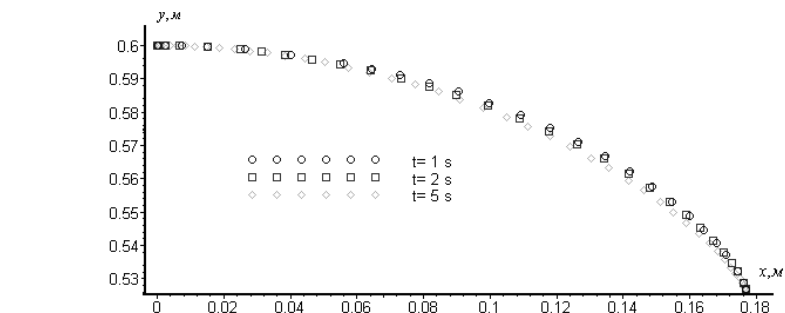
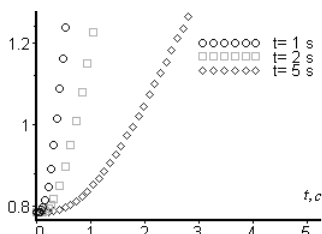
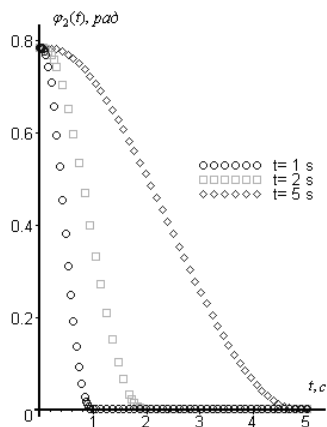


Рисунок 4 – Графики изменения тангенциальной скорости базовой точки исполнительного органа манипулятора



а)



б)

Рисунок 2 – Графики изменения обобщенных координат модели: а) $\varphi_i = \varphi_1(t)$; б) $\varphi_2 = \varphi_2(t)$

жения исполнительного органа при различных сред-
ростях движения

но в средних фазах движения,и практи-
чески не зависят от средней скорости
движения. Подобные кривые получены
и при других граничных условиях зада-
чи. Решения, полученные при $K=3$ и
 $K=50$ практически совпадают.

На рисунке 4 показаны графики изменения тангенциальной скорости базовой точки исполнительного органа манипулятора ($v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$); на рисунке 5 – оптимальные, в соответствии с критерием (1), управляющие моменты в сочленениях: а) $\tau_1 = \tau_1(t)$; б) $\tau_2 = \tau_2(t)$.

Из рисунка 4 следует, что формы графиков тангенциальных скоростей базовой точки исполнительного органа манипулятора при различных средних скоростях имеют симметричные колоколообразные профили, что соответствует экспериментальным данным, обсужденным выше.

Исследования, проведенные G.L. Gottlieb совместно с коллегами [10 и др.] показали, что при различных условиях движения вращающие моменты в сочленениях руки не являются независимыми и соотношение между ними может быть приближенно представлено в виде линейной функции вида:

$$\tau_2 = a \cdot \tau_1 + b, \quad (8)$$

где a, b – некоторые коэффициенты, определяемые экспериментально. При этом эксперименты показывают, что соотношение вида (8) инвариантно по отношению к скорости движения кисти. Типичные графики экспериментальных зависимостей, заимствованные из [11] представлены на рисунке 6.

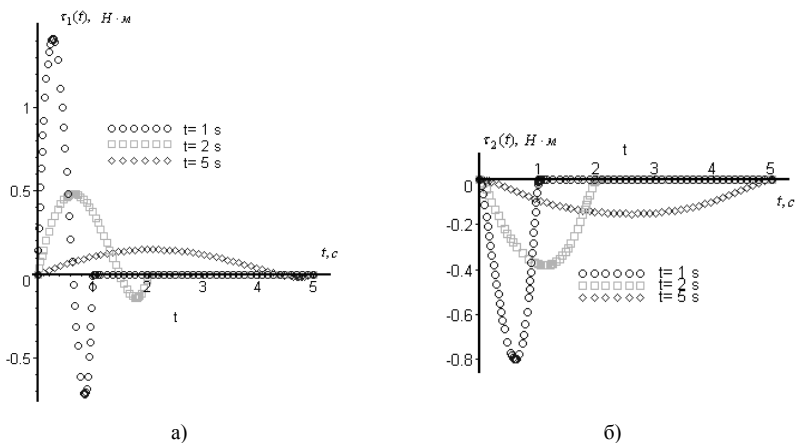


Рисунок 5 – Оптимальные управляющие моменты в сочленениях звеньев манипулятора:

а) $\tau_1 = \tau_1(t)$; б) $\tau_2 = \tau_2(t)$

Результаты, полученные в данном исследовании, не в полной мере соответствуют экспериментальным данным, приведенным выше. На рисунке 7 изображены распределения точек пространства вращающих моментов

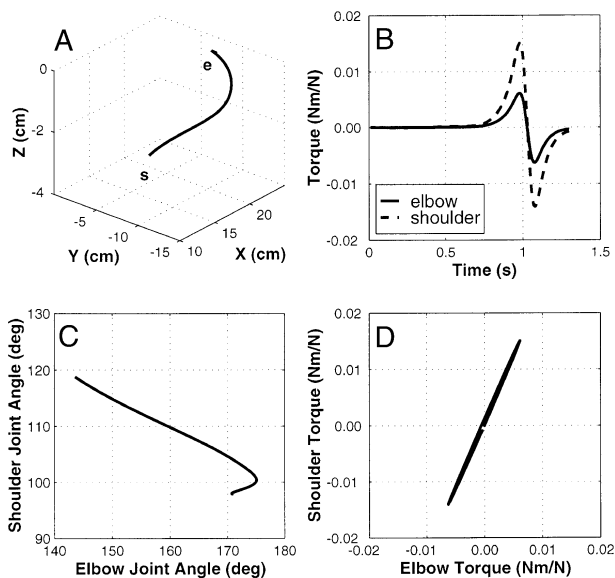


Рисунок 6 – Типичные экспериментальные кривые, полученные при исследовании свободных пространственных движений руки человека

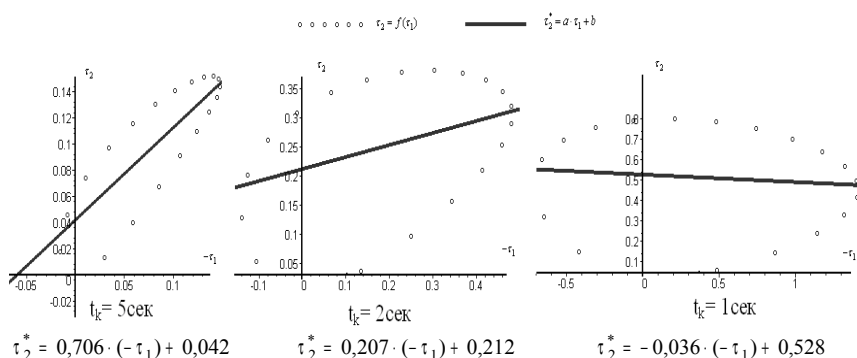


Рисунок 7 – Распределения точек пространства вращающих моментов $\tau(\tau_1, \tau_2)$ и соответствующие им прямые $\tau_2^* = a \cdot \tau_1 + b$ при различных средних скоростях движения

$\tau(\tau_1, \tau_2)$ полученные при различных средних скоростях движения и соответствующие им прямые вида $\tau_2^* = a \cdot \tau_1 + b$.

Анализ графиков, приведенных на рисунке, показывает, что углы наклона линий регрессии, рассчитанные при разных средних скоростях, убывают с увеличением средней скорости; убывают также и соответствующие коэффициенты корреляции k_{t_k} ($k_5 = 0,828; k_2 = 0,402; k_1 = -0,118$), то есть при относительно больших средних скоростях линейная зависимость между вращающимися моментами в рамках исследуемой модели манипулятора практически отсутствует. Этот факт может быть объяснен либо несовершенством принятого критерия качества (1), либо не полным соответствием исследуемой модели реальной руке человека.

Представленная в качестве примера модель действительно не вполне адекватна реальной руке человека и, в большей мере, отражает свойства технического объекта – манипулятора с двумя двигателями вращательного движения. Рука же приводится в движение посредством нескольких мышц, которые в процессе движения могут являться друг по отношению к другу антагонистами. Причем, именно совместное действие мышц-антагонистов обеспечивает точность выполнения требуемых движений. В модели не учтены и многие другие характерные особенности руки как части биологического объекта. В частности, не учтена подвижность руки относительно туловища, которая в реальных движениях всегда присутствует.

Как было отмечено выше, при нахождении решений системы нелинейных дифференциальных уравнений (4) в первом приближении определялись решения линеаризованной системы. Сравнение уточненных решений и решений, полученных в первом приближении, показывает, что они доста-

точно близки. Линеаризованная система устойчива, так как собственные числа матрицы $D = A^{-1}B$ векторной системы $\dot{X} = A^{-1}BX + A^{-1}CU$, $X = (\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2)^T$, получаемой после линеаризации (3) отрицательны (при заданных параметрах $\lambda_1 = -2.6081, \lambda_2 = -12.3537$), т.е. матрица D – Гурвицева. Кроме того, известны и другие подходы к реализации критерия (1) в которых не используются уравнения Эйлера-Пуассона (см., например [12]), приводящие к подобным результатам. Следовательно, можно считать, что уравнения (4) обеспечивают минимум критерия (1). Этот вывод подтверждается также близостью численных решений и экспериментальных данных.

Таким образом, исходя из вышеизложенных фактов, можно сделать вывод о том, что критерий (1) позволяет планировать траектории исполнительного органа антропоморфного манипулятора и соответствующие им управляющие воздействия, которые достаточно близки, но все же отличаются от траекторий свободных движений руки человека и соответствующих вращающих моментов в сочленениях, полученных в экспериментах. Анализируя рисунок 5 заметим, что изменения оптимальных вращающих моментов в шарнирах нельзя считать малыми, но они экстремальны и удовлетворяют уравнениям Эйлера-Пуассона (4), обеспечивающим необходимое условие экстремума функционала (2).

Основные выводы.

1. Использование критерия минимального изменения вращающих моментов в сочленениях звеньев антропоморфного манипулятора позволяет планировать оптимальные траектории движения исполнительного органа (схвата) в рабочем пространстве близкие к инвариантным траекториям свободных движений руки человека, полученным экспериментально.

2. Формы оптимальных траекторий схвата практически не изменяются с изменением средней скорости движения.

3. Профили графиков тангенциальных скоростей базовой точки схвата в случае оптимальных, в соответствии с критерием (1), траекторий имеют симметричный колоколообразный профиль, наблюдаемый в экспериментах.

4. Линейная зависимость между вращающими моментами в сочленениях звеньев при движении схвата по оптимальным, в соответствии с критерием (1), траекториям наблюдается не при всех средних скоростях движения. Различия с экспериментальными данными может быть объяснено неадекватностью принятой модели манипулятора и реальной руки человека. Это обстоятельство не свидетельствует о низком качестве критерия (1) при планировании траекторий, т.к. реальные технические объекты во многом отличаются от биологических. В то же время, например, при анализе моделей механических устройств, с приводами, по подобию биологиче-

ских объектов, состоящими из множества искусственных мышц, линейная зависимость между вращающими моментами, возможно, будет иметь место.

В дальнейших исследованиях предполагается получение оценок использования критерия (1) при планировании пространственных траекторий схватов антропоморфных манипуляторов более сложной структуры, а также при оптимизации структуры и оценках достижимости и манипулятивности.

Библиографический список

1. Hogan N. An organizing principle for a class of voluntary movements / N. Hogan // *Journal of Neuroscience*. — 1984. — Vol. 4. — P. 2745–2754.
2. Johansson R.S. How is grasping modified by somatosensory input? / R.S. Johansson // *In Motor Control: Concepts and Issues*. — New York: Wiley, 1991. — P. 331–355.
3. Kawato M. Coordinates transformation and learning control for visually guided voluntary movement with iteration: a Newton-like method in a function space / M. Kawato, M. Isobe, R. Suzuki // *Biological Cybernetics*. — 1988. — Vol. 59. — P. 161–177.
4. Search strategies and the acquisition of coordination / K.M. Newell, P.N. Kugler, R.E.A.V. Emmerik, P.V. McDonald // *In Perspectives on the Coordination of Movement*. — Amsterdam: Elsevier Science, 1989. — P. 85–122.
5. Engelbrecht S.E. Minimum Principles in Motor Control / S.E. Engelbrecht // *Journal of Mathematical Psychology*. — 2001. — V. 45. — P. 497–542.
6. Flash T. The coordination of arm movements; an experimentally confirmed mathematical model / T. Flash, N. Hogan // *Journal of Neuroscience*. — 1985. — Vol. 5. — P. 1688–1703.
7. Planning reaches by evaluating stored posture / D.A. Rosenbaum, L.D. Loukopoulos, R.G. Meulenbroek, J. Vaughan, S.E. Engelbrecht // *Psychological Review*. — 1995. — Vol. 102. — P. 28–67.
8. Uno Y. Formation and control of optimal trajectory in human arm movement – minimum torque-change model / Y. Uno, M. Kawato, R. Suzuki // *Biological Cybernetics*. — 1989. — Vol. 61. — P. 89–101.
9. Quantitative examination for multi joint arm trajectory planning – using a robust calculation algorithm of the minimum commanded torque / Y. Wada, Y. Kaneko, E. Nakano, R. Osu, M. Kawato // *Neural networks*. — 2001. — Vol. 14. — P. 381–393.
10. Gottlieb G.L. Coordinating movements at two joints: a principle of linear covariance / G.L. Gottlieb, Q. Song, D. Hong, G.L. Almeida, D. Corcos // *Journal of Neuroscience*. — 1996. — Vol. 16. — P. 1760–1764.
11. An unlearned principle for controlling natural movements / Frank T.J.M. Zaal, K. Daigle, G.L. Gottlieb, E. Thelen // *Journal of Neurophysiology*. — 1999. — Vol. 82, No. 1. — P. 255–259.

12. Klein Breteler M.D. End-point constraints in aiming movements: effects of approach angle and speed / M.D. Klein Breteler, S.C.A.M. Gielen, R.G.J. Meulenbroek // Biological Cybernetics. — 2001. — Vol. 85. — P. 65–75.

Поступила в редакцию 28.03.2005 г.