

УДК 71.027

Хромов Е.В., доцент, канд. техн. наук,

Бохонский А. И., проф., д-р техн. наук

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ОБЪЕКТА С ФРИКЦИОННОЙ СВЯЗЬЮ

Исследованы вынужденные колебания упругой системы с одной степенью свободы с сухим трением и движущейся фрикционной связью. Исследовано влияние односторонней связи на характер вынужденных колебаний

Рассмотрено движение тела с учетом возмущающей силы. Ограничимся практически важным случаем, когда возмущающая сила изменяется по гармоническому закону $P = P_0 \sin pt$, где P_0 , p – амплитуда и частота воздействия. Особенности вынужденных колебаний предварительно рассмотрим на примере движения тела при наличии вязкого трения:

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + k^2x = P_0 \sin pt, \quad (1)$$

где $k = \sqrt{c/m}$ – частота собственных колебаний. Как известно [1], амплитуда вынужденных колебаний

$$a = \frac{x_{cm}}{\sqrt{(1 - z^2)^2 + 4\beta^2 z^2}}, \text{ где } z = p/k, \beta = h/k,$$

а коэффициент динамичности

$$\mu = \frac{a}{x_{cm}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - z^2)^2 + 4\beta^2 z^2}}.$$

Амплитудно-частотная характеристика вынужденных колебаний объекта изображена на рисунке 1. Резонансная зона, как видно из графика, в случае вязкого трения находится в районе достаточно узкого диапазона значений z .

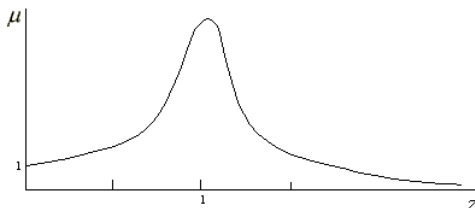


Рисунок 1 – Амплитудно-частотная характеристика вынужденных колебаний объекта в случае линейно-вязкого трения

Движение системы с сухим трением, с подвижной фрикционной и двухсторонней упругой связями (рисунок 2) описывается нелинейным уравнением

$$\ddot{x} + k^2x + \operatorname{sgn}(V_r) \left(f_* + b(V_{r*} - |V_r|)^2 \right) g = P_0 \sin pt, \quad (2)$$

где $V_r = (\dot{x} - V_e)$ – скорость скольжения (относительная скорость); V_e – скорость подвижной фрикционной связи; f^* и V_{r*} – коэффициент трения и скорость скольжения, соответствующие минимуму кривой $f(V_r)$ [2]; g – ускорение свободного падения.

Графики на рисунке 3, построенные в результате численного интегрирования в среде MathCad, иллюстрируют характер колебаний для различных значений частоты вынуждающей силы p (расчеты выполнены при $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$, $V_r = 0,7$ м/с, $P_0 = 8$ м/с²). Собственные колебания с частотой k , как и в случае вязкого трения, быстро затухают, если $p \ll k$ (рисунок 3,а для $p = 3$ 1/с и $k = 20$ 1/с). В дальнейшем тело совершает колебания с частотой p возмущающей силы. Амплитуда вынужденных колебаний возрастает при значениях p близких к значениям k (рисунок 3,б, $p = 18$ 1/с, $k = 20$ 1/с).

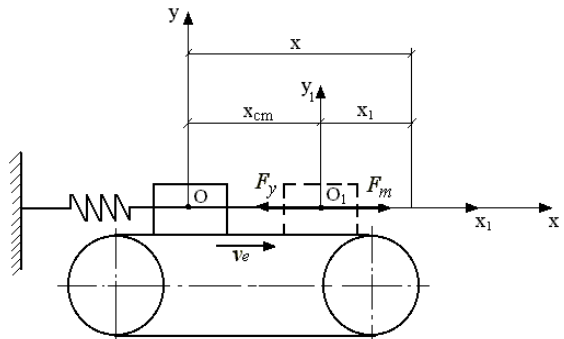


Рисунок 2 – Механическая система с фрикционной связью:
 F_y – сила упругости; F_m – сила трения

С целью построения амплитудно-частотных характеристик для выбранных величин f^* и различных значений z построены графики $x(t)$, на основании которых определялись амплитуда колебаний a и коэффициент динамичности μ . Результаты численных экспериментов приведены в [3].

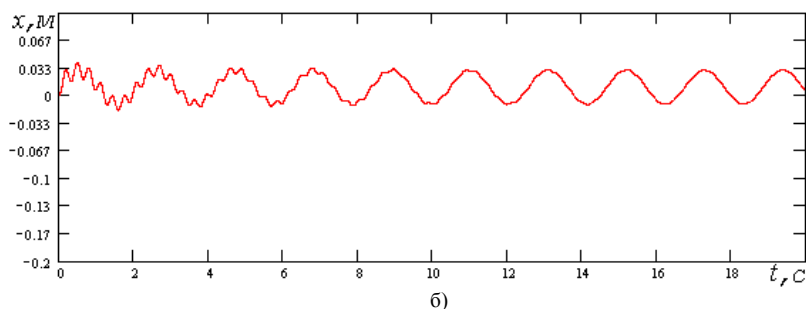
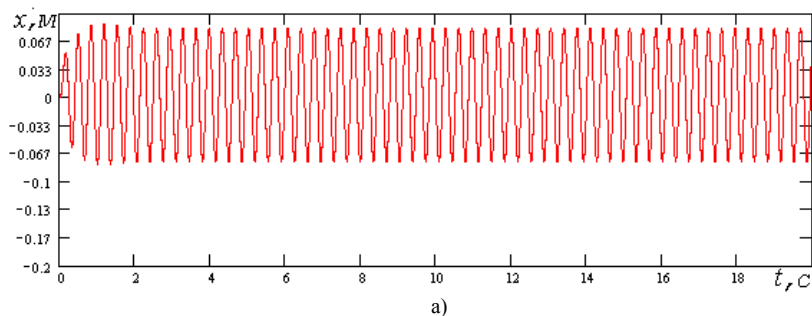


Рисунок 3 – Графики $x(t)$ в случае двусторонней упругой связи при наличии возмущающей силы и нелинейной характеристики трения: а) $p \leq k$ ($3 \leq 20$ 1/с); б) $p \approx k$ ($18 \approx 20$ 1/с)

Расчетные зависимости $\mu(z)$ при различных f^* показаны на рисунке 4. Для данной системы, как и для вынужденных колебаний с линейно-вязким трением [1], зона резкого возрастания коэффициента динамичности лежит в достаточно узком диапазоне ($0,8 \leq z \leq 1,2$).

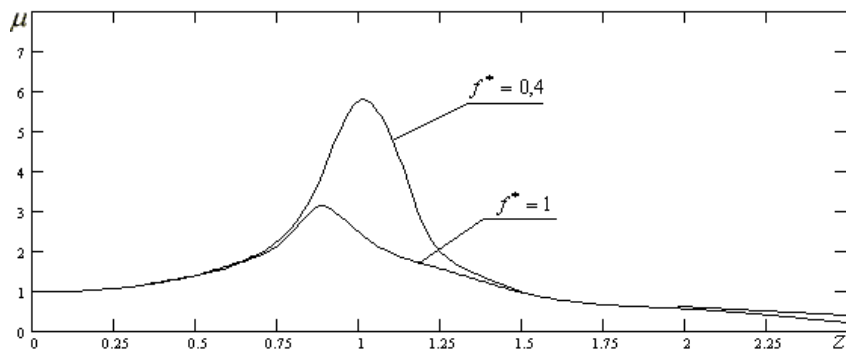


Рисунок 4 – Амплитудно-частотные характеристики вынужденных колебаний объекта в случае двусторонней упругой связи и нелинейной характеристики трения

Наличие односторонней упругой связи, по сравнению с двусторонней, как было показано в [4], может приводить к изменению характера и периода автоколебаний. Вынужденные колебания, в зависимости от текущей координаты, описываются одним из следующих уравнений:

$$\ddot{x} + k^2 x + \operatorname{sgn}(V_r) \left(f_* + b(V_{r*} - |V_r|)^2 \right) g = P_0 \sin pt, \text{ если } x \geq 0;$$

$$\ddot{x} + \operatorname{sgn}(V_r) \left(f_* + b(V_{r*} - |V_r|)^2 \right) g = P_0 \sin pt, \text{ если } x < 0.$$

График $x(t)$ изображен на рисунке 5 (исходные данные указаны выше). При значениях p близких к k , по сравнению с двусторонней упругой связью (рисунок 3,б), характер колебаний отличается от гармонических, при этом увеличивается период и амплитуда вынужденных колебаний. Характер движения при $p \ll k$ аналогичен движению в случаях с вязким и сухим трением при двусторонней упругой связи (рисунок 3,а).

Амплитудно-частотные характеристики для $f_* = 0,4$ и $f_* = 1$ построены на основании численных экспериментов, результаты которых представлены в [3]. Графики $\mu(z)$ изображены на рисунке 6.

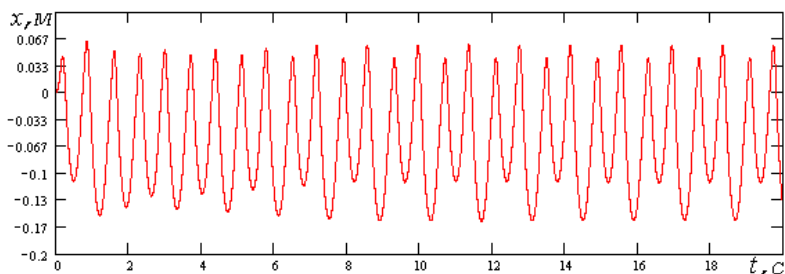


Рисунок 5 – График $x(t)$ в случае односторонней упругой связи при учете возмущающей силы, нелинейной характеристики трения и $p \approx k$ ($18 \approx 20$ 1/с)

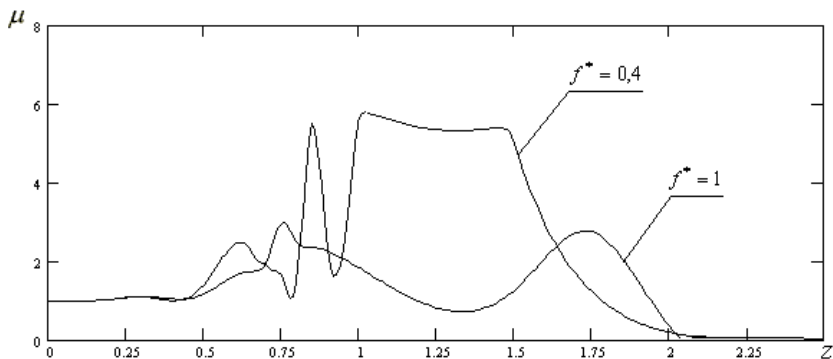


Рисунок 6 – Амплитудно-частотные характеристики вынужденных колебаний объекта в случае односторонней упругой связи и нелинейного трения

На основании выполненного численного анализа вынужденных колебаний можно утверждать, что основное отличие системы с одной степенью свободы и односторонней упругой связью, по сравнению с двухсторонней, состоит в том, что существенное увеличение амплитуды колебаний наблюдается в более широком диапазоне частот вынуждающей силы; резонанс возможен при нескольких частотах (аналогично системе с несколькими степенями свободы).

Программа дальнейших исследований предполагает учет фрикционных связей при исследовании колебаний систем с конечным числом степеней свободы.

Библиографический список

1. Бутенин Н.В. Курс теоретической механики, Т.2. Динамика / Н.В. Бутенин, Я.Л. Лунц, Д.Р. Меркин. — М.: Наука, 1985. — 492 с.
2. Хромов Е.В. Экспериментальное исследование характеристик трения в ленточных тормозах канатовьющих машин / Е.В. Хромов // Вестник СевГТУ: Сб. науч. тр. — Севастополь, 2000. — Вып. 25. — С. 114–116.
3. Хромов Е.В. Компьютерный анализ колебаний тела при наличии движущейся фрикционной связи / Е.В. Хромов // Новые материалы и технологии в металлургии и машиностроении. — Запорожье, 2000. — Вып. 2. — С. 71–74.

Поступила в редакцию 27.01.2006 г.