

УДК 621.313

В.В. Костюков, старший преподаватель

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053.

E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua

ПРИМЕНЕНИЕ КОМБИНИРОВАННОГО МЕТОДА АНАЛИЗА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ К ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА

Применен комбинированный метод анализа переходных процессов к линейной модели синхронного генератора, позволяющий получить аналитические зависимости продольной и поперечной составляющих токов статора от времени.

Различные изменения, происходящие в электрических цепях, приводят к появлению переходных процессов. Их длительность обычно невелика. Так, процесс внезапного короткого замыкания синхронного генератора практически затухает за 0,3 секунды. Несмотря на кратковременность, переходные процессы оказывают большое влияние на работу электрических цепей. При симметричном внезапном коротком замыкании турбогенераторов ударные токи превышают в 10...15 раз номинальные значения.

Переходные процессы в электрических машинах принято делить на два вида: электромагнитные и электромеханические. К электромагнитным относятся переходные процессы, протекающие при неизменной скорости вращения или при достаточно малых скольжениях, когда скорость вращения можно принять неизменной. Электромеханические – переходные процессы, протекающие при значительных изменениях скорости вращения машин.

Понимание физики явлений, умение делать количественную оценку изменениям величин токов, напряжений при изменяющихся ситуациях необходимы для проектирования электрических машин, надежных в любом режиме работы. Анализ переходных процессов в электрических машинах осуществляется классическим и операторным методами, каждый из которых имеет достоинства и недостатки.

В настоящей работе предложенный комбинированный метод анализа переходных процессов применен к линейной модели синхронного генератора с целью получения аналитической зависимости составляющих тока от времени.

В предлагаемом комбинированном методе анализа переходных процессов искомыми являются переменные состояния электрической цепи, которые ищутся в виде суммы принужденной и свободной составляющих. Принимая одну из переменных состояния за базисную, постоянные интегрирования остальных переменных выражаются через постоянные интегрирования базисной.

Рассматривая предшествующий и новый установившийся режимы, находим разность между значениями каждой переменной состояния и ее приведенной составляющей в начальный момент времени. Эти разности являются известными правыми частями системы уравнений, решив которую определяют постоянные интегрирования базисной переменной состояния. По известным постоянным интегрирования базисной переменной состояния находятся постоянные интегрирования остальных переменных состояния.

Комбинированный метод анализа переходных процессов позволяет получить искомые величины в аналитическом виде и, в частности, применительно к линейной модели синхронного генератора независимого возбуждения.

Система дифференциальных уравнений генератора в относительных единицах ($\omega = 1 = \text{const}$) имеет вид:

$$i_d r_n + r i_d + L_d \frac{di_d}{dt} + L_{fd} \frac{di_f}{dt} = \Psi_q, \quad (1)$$

$$U_f = L_f \frac{di_f}{dt} + r_f i_f + L_{fd} \frac{di_d}{dt}, \quad (2)$$

$$i_q r_n + i_q r + L_q \frac{di_q}{dt} + \Psi_d = 0, \quad (3)$$

$$\Psi_d = L_d i_d + L_{fd} i_f, \quad (4)$$

$$\Psi_q = L_q i_q. \quad (5)$$

Здесь используются общепринятые обозначения сопротивлений, индуктивностей, токов, напряжений и потокосцеплений. Индекс d соответствует продольным составляющим, а индекс q – поперечным составляющим величин. Активное сопротивление обмотки статора обозначено r , а сопротивление нагрузки – r_n . Индекс f соответствует цепи независимого возбуждения синхронного генератора.

После подстановки Ψ_q из (5) в правую часть (1) получим

$$(r_n + r) i_d + L_d \frac{di_d}{dt} + L_{fd} \frac{di_f}{dt} = L_q i_q. \quad (6)$$

Этому уравнению соответствует схема с управляемыми источниками, изображенная на рисунке 1.

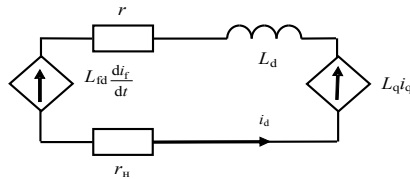


Рисунок 1 – Схема замещения для продольной составляющей тока статора

Если левую часть (4) подставить в (3), то получается уравнение для поперечной составляющей тока статора:

$$(r_n + r)i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + L_d i_d + L_{fd} i_f = 0. \quad (7)$$

Ему соответствует схема с управляемыми источниками, изображенная на рисунке 2.

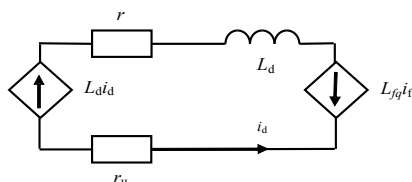


Рисунок 2 – Схема замещения для поперечной составляющей тока статора

Уравнению (2) описывающему процессы в цепи возбуждения, соответствует схема, показанная на рисунке 3.

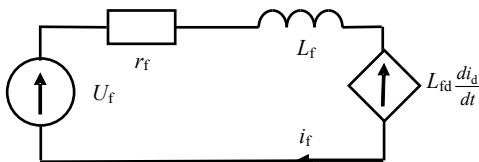


Рисунок 3 – Схема замещения цепи независимого возбуждения синхронного генератора

В установившемся режиме производные в (2), (6) и (7) равны нулю. Следовательно, ток возбуждения в этом случае может быть найден из выражения (2), т.е.

$$I_f = \frac{U_f}{r_f}. \quad (8)$$

Продольная I_d и поперечная I_q составляющие тока статора в установившемся режиме соответственно равны:

$$I_d = - \frac{L_{fd} L_q U_f}{(r_n + r)^2 r_f + L_d L_q r_f}, \quad (9)$$

$$I_q = - \frac{(r_n + r) L_{fd} U_f}{r_f ((r_n + r)^2 + L_d L_q)}. \quad (10)$$

Из системы уравнений (2), (6), (7) получается дифференциальное уравнение, например, относительно тока возбуждения:

$$\begin{aligned}
& \left(L_{fd} - \frac{L_d L_f}{L_{fd}} \right) \frac{d^3 i_f}{dt^3} + \left(\frac{L_{fd}(r_n + r)}{L_q} - \frac{L_d r_f}{L_{fd}} - \frac{(r_n + r)(L_d + L_q)L_f}{L_q L_{fd}} \right) \cdot \frac{d^2 i_f}{dt^2} + \\
& + \left(L_{fd} - \frac{(r_n + r)(L_d + L_q)r_f}{L_q L_{fd}} - \frac{((r_n + r) + L_d L_q)L_f}{L_q L_{fd}} \right) \frac{d i_f}{dt} - \frac{((r_n + r)^2 + L_d L_q)r_f}{L_q L_{fd}} i_f = (11) \\
& = - \frac{L_d}{L_{fd}} \frac{d^2 U_f}{dt^2} - \frac{(r_n + r)(L_d + L_q)}{L_q L_{fd}} \cdot \frac{d U_f}{dt} - \frac{(r_n + r)^2 + L_d L_q}{L_q L_{fd}} U_f.
\end{aligned}$$

Из выражения (11) можно получить характеристическое уравнение и найти его корни α_1 , α_2 , α_3 .

В соответствии с рисунками 1 – 3, переменными состояния являются токи i_d , i_q , i_f . Для них можно записать выражения, описывающие переходный процесс, в виде суммы принужденной и свободной составляющих:

$$i_d = i_{dnp} + X_1 e^{\alpha_1 t} + X_2 e^{\alpha_2 t} + X_3 e^{\alpha_3 t}, \quad (12)$$

$$i_q = i_{qnp} + Y_1 e^{\alpha_1 t} + Y_2 e^{\alpha_2 t} + Y_3 e^{\alpha_3 t}, \quad (13)$$

$$i_f = i_{fnp} + Z_1 e^{\alpha_1 t} + Z_2 e^{\alpha_2 t} + Z_3 e^{\alpha_3 t}. \quad (14)$$

Для свободных составляющих уравнение (2) с учетом (14) и (12) будет выглядеть как

$$\begin{aligned}
& L_f \frac{d}{dt} (Z_1 e^{\alpha_1 t} + Z_2 e^{\alpha_2 t} + Z_3 e^{\alpha_3 t}) + r_f (Z_1 e^{\alpha_1 t} + Z_2 e^{\alpha_2 t} + Z_3 e^{\alpha_3 t}) + \\
& + L_{fd} \frac{d}{dt} (X_1 e^{\alpha_1 t} + X_2 e^{\alpha_2 t} + X_3 e^{\alpha_3 t}) = 0.
\end{aligned}$$

Отсюда получаем связь между коэффициентами при экспонентах:

$$X_1 = - \frac{r_f + L_f \alpha_1}{\alpha_1 L_{fd}} Z_1, \quad X_2 = - \frac{r_f + L_f \alpha_2}{\alpha_2 L_{fd}} Z_2, \quad X_3 = - \frac{r_f + L_f \alpha_3}{\alpha_3 L_{fd}} Z_3. \quad (15)$$

Используя уравнения (6) и (7), получаем еще одну связь между коэффициентами при экспонентах:

$$\begin{aligned}
Y_1 &= \frac{(L_{fd} \alpha_1)^2 - (r_n + r + \alpha_1 L_d)(r_f + \alpha_1 L_f)}{\alpha_1 L_{fd} L_q} \cdot Z_1, \\
Y_2 &= \frac{(L_{fd} \alpha_2)^2 - (r_n + r + \alpha_2 L_d)(r_f + \alpha_2 L_f)}{\alpha_2 L_{fd} L_q} \cdot Z_2, \\
Y_3 &= \frac{(L_{fd} \alpha_3)^2 - (r_n + r + \alpha_3 L_d)(r_f + \alpha_3 L_f)}{\alpha_3 L_{fd} L_q} \cdot Z_3.
\end{aligned} \quad (16)$$

Введя новые обозначения, две последних группы формул можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} X_1 &= k_{21}Z_1, & X_2 &= k_{22}Z_2, & X_3 &= k_{23}Z_3 \\ Y_1 &= k_{31}Z_1, & Y_2 &= k_{32}Z_2, & Y_3 &= k_{33}Z_3 \end{aligned} \quad (17)$$

В данном случае оказалось удобным за базисную переменную выбрать i_f – ток возбуждения генератора.

Для начального момента времени вращения (12), (13), (14) примут следующий вид:

$$i_f(0) = i_f(0) + Z_1 + Z_2 + Z_3, \quad i_d(0) = i_d(0) + X_1 + X_2 + X_3, \quad i_q(0) = i_q(0) + Y_1 + Y_2 + Y_3.$$

В последней системе, перенеся влево неизвестные, а вправо – известные, получим:

$$\begin{aligned} Z_1 + Z_2 + Z_3 &= i_f(0) - i_{fnp}(0) = \Delta i_f, \\ X_1 + X_2 + X_3 &= i_d(0) - i_{dnp}(0) = \Delta i_d, \\ Y_1 + Y_2 + Y_3 &= i_q(0) - i_{qnp}(0) = \Delta i_q. \end{aligned} \quad (18)$$

С учётом (17) последнюю систему запишем в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta i_f \\ \Delta i_d \\ \Delta i_q \end{bmatrix}.$$

Решив эту систему, определяем в аналитическом виде Z_1, Z_2, Z_3 , и, воспользовавшись (15) и (16), постоянные интегрирования остальных переменных состояния, т.е. продольных и поперечных составляющих тока статора.

В ходе работы синхронного генератора могут изменяться две величины: U_f – напряжение возбуждения и r_n – сопротивление нагрузки. Обозначим эти величины до коммутации (в предшествующем установившемся режиме) с дополнительным индексом (д).

Тогда правые части (18) с учётом (8), (9), (10) выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta i_f &= \frac{U_{fd} - U_f}{r_f}, \\ \Delta i_d &= \frac{L_{fd}L_q}{r_f} \left(\frac{U_f}{(r_n + r)^2 + L_{fd}L_q} - \frac{U_{fd}}{(r_{нд} + r)^2 + L_{fd}L_q} \right), \\ \Delta i_q &= \frac{L_{fd}L_q}{r_f} \left(\frac{(r_n + r)U_f}{(r_n + r)^2 + L_{fd}L_q} - \frac{(r_{нд} + r)U_{fd}}{(r_{нд} + r)^2 + L_{fd}L_q} \right). \end{aligned}$$

По известным продольным и поперечным составляющим тока статора можно определить напряжение на нагрузке как

$$U_n = r_n \sqrt{i_d^2 + i_q^2}.$$

В новом установившемся режиме напряжение на нагрузке определяется из выражения:

$$U_n = \frac{r_n L_{fd} U_f \sqrt{(-L_q)^2 + (-r_n - r)^2}}{r_f ((r_n + r)^2 + L_d L_q)}.$$

Из последней формулы видно, что можно поддерживать необходимую величину напряжения на нагрузке, задавая напряжение возбуждения генератора в новом установившемся режиме:

$$U_f = \frac{U_n r_f ((r_n + r)^2 + L_d L_q)}{r_n L_{fd} \sqrt{(L_q)^2 + (r_n + r)^2}}.$$

Полученные аналитические выражения позволяют определять составляющие тока статора и напряжения на нагрузке переходных процессов при корректной коммутации.

В качестве примера рассмотрим синхронный генератор со следующими численными данными в относительных единицах: $r_f=0,01$; $r=0,0236$; $L_d=2,08$; $L_q=0,885$; $L_f=4,82$; $L_{fd}=2$.

Пусть на нагрузке $r_n=1$ необходимо поддерживать относительное напряжение, равное единице. При переходном процессе из режима холостого хода генератора в номинальный, корни характеристического уравнения принимают значения:

$$\alpha_1 = -0,988 - j0,985, \quad \alpha_2 = -0,988 + j0,985, \quad \alpha_3 = -0,0028.$$

Графики составляющих токов и напряжения на нагрузке изображены на рисунке 4. Время выражено в относительных единицах. За единицу его измерения, как обычно, принято время, в течение которого ротор при синхронной скорости вращения ω_c повернется на 1 рад., т.е. базисное время $t_0=1/\omega_c$, что при частоте $f=50$ Гц составляет $t_0=1/314$ с. Т.к. сопротивление нагрузки r_n равно 1, то графики тока в нагрузке $i_n(t)$ и напряжения в нагрузке $u_n(t)$ совпали. На рисунке 4, а представлен практически весь переходный процесс, а на рисунке 4, б – его начальная стадия.

Достоинством данного подхода к анализу переходных процессов является возможность получения аналитической связи постоянных интегрирования со значениями переменных состояния в момент коммутации. Комбинированный метод анализа переходных процессов может быть применён к син-

хронным генераторам с наиболее распространённым активно-индуктивным характером нагрузки, что составит предмет дальнейших исследований в данном направлении.

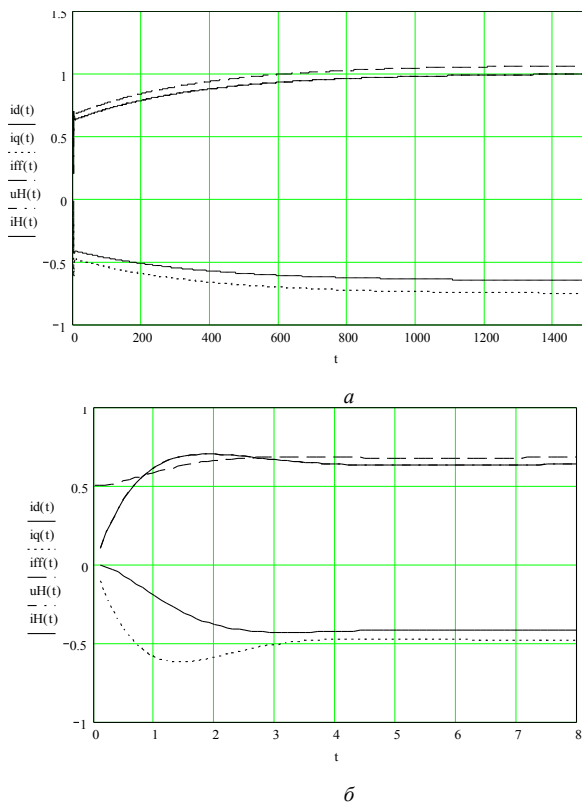


Рисунок 4 – Графики временной зависимости составляющих токов статора, тока возбуждения и напряжения на нагрузке при переходе генератора из режима холостого хода в номинальный

Библиографический список

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи / Л.А. Бессонов. — 8-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 1984. — 559 с.
2. Канов Л.Н. Схемное моделирование переходных процессов в синхронных генераторах / Л.Н. Канов, В.Г. Устинов // Вестник СевГТУ. — Севастополь, 2002. — Вып. 39. — С.60 – 65.

Поступила в редакцию 09.09.2005 г.