

УДК 621.313:519.81

В.К. Маригодов, проф., д-р техн. наук,

Г.А. Тихонов, доцент, канд. техн. наук

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua

ТЕОРЕТИКО-ИГРОВАЯ ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМЫ ЭНЕРГОСНАБЖЕНИЯ

Рассмотрена стратегическая кооперативная игра, представляющая собой потенциально возможную систему энергоснабжения региона, которая обеспечивается коалицией, состоящей из пяти поставщиков. Решается задача определения количества денежных средств, которое вложит каждый поставщик для удовлетворения их общих потребностей.

Теоретико-игровая модель системы энергоснабжения региона рассмотрена в [1]. Здесь исследовалась стратегическая кооперативная игра трех поставщиков электроэнергии, два из которых могли создавать коалиции, направленные против игрока, оставшегося вне коалиции. Известна также теоретико-игровая модель системы водоснабжения региона для m промышленных и $n - m$ сельскохозяйственных объединений, в которой находятся затраты коалиции на удовлетворение потребности в воде каждого из игроков [2].

Представляет интерес по аналогии с [2] рассмотреть теоретико-игровую оценку эффективности системы энергоснабжения региона как кооперативную игру n лиц, допускающую побочные платежи в соответствующих возможных коалициях.

Пусть в отдельном регионе имеется n сельскохозяйственных и m промышленных объединений. При этом предположим, что сельскохозяйственное объединение нуждается в годовом потреблении электроэнергии γ_i кВт·ч, где $i \in L = (1, 2, \dots, n)$, а промышленное объединение нуждается в годовом потреблении электроэнергии δ_j кВт·ч, где $j \in M = (1, 2, \dots, m)$. Каждая из возможных коалиций (объединений) $S \in I = L \cup M$ может удовлетворить потребности в электроэнергии строительством ряда новых электростанций либо путем использования имеющихся источников электроэнергии в крупных центрах региона.

Цель статьи состоит в том, чтобы определить, сколько средств каждый игрок возможной коалиции должен вложить на удовлетворение задачи требуемого энергоснабжения региона. При этом примем, что коалиция S выбирает путь строительства ветроэлектростанций в районах сельскохозяйственных объединений.

Пусть $U_1(S)$ – затраты коалиции S на удовлетворение потребности региона в электроэнергии. Примем, что затраты (грн.) складываются из затрат на строительство ветроэлектростанций в сельхозрайонах региона, затрат на транспортировку электроэнергии (например, строительство ЛЭП, силовых подстанций и систем ввода энергии потребителям), а также затрат на возмещение убытка сельхозобъединений в том случае, если им не будет хватать электроэнергии для своих нужд.

Упрощая модель $U_1(S)$, считаем, что затраты на строительство ветроэлектростанций пропорциональны сумме киловаттчасов необходимой электроэнергии для нужд региона, затраты на транспортировку электроэнергии пропорциональны количеству транспортируемой электроэнергии, убытки от недостатка электроэнергии пропорциональны её недостатку.

Тогда затраты на строительство электростанций коалицией S составят

$$\beta \sum_{j \in S \cap M} y_j, \quad (1)$$

где y_j – годовое количество электроэнергии, используемое промышленным объединением j из построенных электростанций; β – стоимость единицы электроэнергии, потребляемой за год из новых построенных электростанций, если их строит коалиция S .

Затраты коалиции S на транспортировку электроэнергии определяются как

$$\sum_{j \in S \cup L} \sum_{j \in S \cup M} l_{ij}^s \cdot x_{ij}, \quad (2)$$

где x_{ij} – годовое количество электроэнергии, потребляемое предприятием (объединением) j из источников на базе построенных новых электростанций i (сельскохозяйственные объединения региона); l_{ij}^s – годовая стоимость транспортировки единицы электроэнергии (1 кВт·ч) из i в j .

Потери сельхозобъединения i от транспортировки электроэнергии в год равны

$$Q_j \left(\sum_{j \in S \cap M} x_{ij} \right) = \begin{cases} K_i \left(\sum_{j \in S \cap M} x_{ij} - \alpha_i \right) & \text{при } \sum_{j \in S \cap M} x_{ij} > \alpha_i, \\ 0 & \text{при } \sum_{j \in S \cap M} x_{ij} < \alpha_i, \end{cases} \quad (3)$$

где α_i – необходимое количество электроэнергии для сельхозобъединения i ; K_i – цена потерянной сельскохозяйственной продукции в результате нехватки электроэнергии.

Если считать, что все потребители имеют возможность удовлетворить свои потребности в электроэнергии и ставят такую цель, то они должны стремиться к минимизации затрат. Следовательно, в этом случае нахождение $U_1(S)$ приведет к решению следующей задачи *математического программирования*:

найти минимум величины

$$\beta \sum_{j \in S \cap M} y_j + \sum_{i \in S \cap L} \sum_{j \in S \cap M} l_{ij}^s \cdot x_{ij} + \sum_{i \in S \cap L} Q_j \left(\sum_{j \in S \cap M} x_{ij} \right) \quad (4)$$

при ограничениях экономического типа

$$y_j + \sum_{i \in S \cap L} x_{ij} \geq \gamma_i, \quad j \in S \cap M; \quad (5)$$

$$y_j \geq 0, \quad j \in S \cap M; \quad (6)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad j \in S \cap M, i \in S \cap L. \quad (7)$$

Таким образом, $U_1(S)$ соответствует минимуму целевой функции (4). Если положить $U(S) = -U_1(S)$, то приходим к кооперативной игре n лиц, которая допускает побочные платежи в коалициях. Под последними можно подразумевать не только денежные средства, но также и передачу ресурсов, обмен стратегической информацией, передачу передового научно-технического опыта, обмен базами знаний, системами управления и т.п. Такая игра представляет собой модель конфликтной ситуации между объединениями для множества различных коалиций. При этом необходимо определить, сколько средств каждый игрок или коалиция должен затратить на обеспечение гарантированного энергоснабжения региона. Иными словами, необходимо найти такой дележ x^* , чтобы выполнялись условия

$$x_j^* \geq U(\{j\}); \quad \sum_{j=1}^m x_j^* = U(I), \quad (8)$$

которые соответствовали бы справедливому распределению платежей [2, 3].

Предположим теперь, что c -ядро не пусто. Под c -ядром понимается множество недоминируемых дележей кооперативной игры [2, 3]. Тогда любой дележ из n -ядра будет удовлетворительным для всех игроков коалиции, где под n -ядром следует понимать максимальный элемент предпочтения $\succ_e$ для вектора e при выполнении неравенств [2]

$$e(S_1, x) \geq e(S_2, x) \geq \dots \geq e(S_{2^n-1}, x).$$

В результате такого дележа ни одна из коалиций S_i не захочет отделиться, поскольку для любого $x^* \in c$ выполняются неравенства

$$\sum_{j \in S} x_j^* \geq U(S), \quad S \subset I. \quad (9)$$

Из неравенства (9) следует, что расходы любой коалиции $U_1(S)$ согласно дележу x^* будут не больше, чем при её отделении. В качестве x^* целесообразно взять вектор Шепли [3], если он содержится в c -ядре, либо использовать n -ядро. Такой выбор, естественно, зависит от совместного решения всех игроков или от решения арбитра, в роли которого может выступать администрация региона, либо государства.

В том случае, если неравенства (9) для некоторой коалиции S не выполняются, то задача нахождения цены игры становится сложной. В такой ситуации коалиция, для которой не выполняется (9), будет стремиться к отделению, поскольку это ей обойдется дешевле. Возможно также, что ни одна из коалиций не имеет права на обособление. Последнее возникает в том случае, если арбитр (например, государство) стремится поддерживать одни объединения за счет других. Тогда целесообразно сделать это с *наименьшими потерями*, т.е. так, чтобы максимальный из эксцессов (мера неудовлетворенности игроков, входящих в коалицию S , дележом x^*) $U(x) - x(S)$, $S \in I$ был минимальным.

Таким образом, выражения (1) – (9) позволяют решить поставленную задачу, если дополнительно задать параметры n -ядра.

Пусть n -ядро соответствует вектору Шепли с параметрами: $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_5^*)$; $x_1^* = 50$; $x_2^* = 51$; $x_3^* = -300$; $x_4^* = -400$; $x_5^* = -450$. Числа x_i^* ($i = 1, 2$) можно считать как сумму платежей за убытки от уменьшения сельскохозяйственной продукции и дивидендов. Величину $U_1(S) - x_j^*$ ($j = 3, 4, 5$) можно трактовать как выгоду промышленных объединений j от создания коалиций с остальными участниками конфликта.

Пусть в качестве игроков выступают три города Крыма: игрок 3 – г. Севастополь, игрок 4 – г. Симферополь, игрок 5 – г. Ялта, а также два сельскохозяйственных объединения: Джанкойский район (игрок 1) и Бахчисарайский район (игрок 2). Перечисленные игроки составляют множество $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Параметры рассмотренной игры заданы в таблице 1.

Таблица 1 – Параметры игры α_i и δ_j

Игроки коалиции S	α_i , кВт·ч/год	δ_j , кВт·ч/год
Игрок 1	$3 \cdot 10^{12}$	0
Игрок 2	$2,5 \cdot 10^{12}$	0
Игрок 3	0	$2 \cdot 10^{12}$
Игрок 4	0	$3 \cdot 10^{12}$
Игрок 5	0	$1,5 \cdot 10^{12}$

В таблицах 2 и 3 приведены соответственно коэффициенты стоимости одного киловаттчаса электроэнергии для различных коалиций и годовой стоимости электроэнергии из построенных ветроэлектростанций в сельхоз-объединениях (которые поставляют её в промышленные объединения городов, таблица 2), а также характеристическая функция и распределение электроэнергии между различными коалициями (таблица 3).

Данные таблицы 2 соответствуют для каждого отдельного игрока и типа коалиции условиям поставленной выше задачи.

Таблица 2 – Коэффициенты стоимости единицы электроэнергии в год

Типы коалиций S или отдельные игроки	β , грн./кВт·ч/год	l_{ij}^S , грн./кВт·ч/год
3	500	$l_{13}^3 = 300$; $l_{23}^3 = 350$;
4	540	$l_{14}^4 = 330$; $l_{24}^4 = 200$;
5	620	$l_{15}^5 = 440$; $l_{25}^5 = 250$;
3, 4	510	$l_{13}^{34} = 270$; $l_{14}^{34} = 300$; $l_{23}^{34} = 350$; $l_{24}^{34} = 200$;
3, 5	570	$l_{13}^{35} = 240$; $l_{15}^{35} = 320$; $l_{23}^{35} = 350$; $l_{25}^{35} = 250$;
4, 5	420	$l_{14}^{45} = 180$; $l_{15}^{45} = 250$; $l_{24}^{45} = 200$; $l_{25}^{45} = 250$;
3, 4, 5	380	$l_{13}^{345} = 180$; $l_{14}^{345} = 240$; $l_{15}^{345} = 195$; $l_{24}^{345} = 200$; $l_{23}^{345} = 350$; $l_{25}^{345} = 250$

В таблице 3 x_{ij} – годовое количество электроэнергии, потребляемое промышленным объединением j из сельскохозяйственного объединения i ; y_k – годовое количество электроэнергии, используемое предприятием k из построенных в сельскохозяйственных объединениях электростанций коалицией S .

Таблица 3 – Характеристическая функция $U(S)$ и распределение электроэнергии

Тип коали- ции S	$U(S) \times$ $\times 10^{12}$ грн.	$x_{ij}, y_k \times 10^{12}$ кВт·ч/год								
		x_{13}	x_{23}	y_3	x_{14}	x_{24}	y_4	x_{15}	x_{25}	y_5
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0									
2	0									
3	1000			2,0						
4	1620						3,0			
5	930									1,5
1, 2	0									
1, 3	600	2,0		0						
1, 4	990				3,0		1,22			
1, 5	660							1,5		0,55
2, 3	700		2,0	0,5						
2, 4	600					3,0	0,75			
2, 5	375								1,5	0,375
3, 4	1530			3,0			3,0			
3, 5	855			1,5						1,5
4, 5	630						1,5			1,5
1, 2, 3	1000	3,33	2,35	0,72						
1, 2, 4	1620				4,9	8,1	2,7			
1, 2, 5	375							0,85	1,5	0,375
1, 3, 4	1530	5,66		3,0	4,65		3,0			
1, 3, 5	855	3,56		1,5				2,57		1,5
1, 4, 5	630				3,5		1,5	2,52		1,5
2, 3, 4	1530		4,37	3,0		7,65	3,0			
2, 3, 5	855		2,46	1,5					3,42	1,5
2, 4, 5	630					3,15	1,5		2,52	1,5
3, 4, 5	570			1,5			1,5			1,5
1, 2, 3, 4	1530	5,66	4,36	3,0	5,1	7,15	3,0			
1, 2, 3, 5	855	3,57	2,44	1,5				1,94	3,7	1,5
1, 2, 4, 5	630				3,5	3,15	1,5	2,52	2,52	1,5
1, 3, 4, 5	570	3,15		1,35	2,37		1,35	2,28		1,5
2, 3, 4, 5	570		1,65	1,35		2,85	1,5		2,28	1,5
1, 2, 3, 4, 5	570	1,35	1,65	1,5	2,37	2,85	1,5	2,89	2,28	1,5

Таким образом, результаты кооперативной игры пяти лиц при возможности побочных платежей представлены в таблице 3. Характеристическая функция $U(S)$ является ценой игры для каждой из рассмотренных коалиций. Естественно, что при других значениях вектора Шепли изменятся и данные расчета. Рассмотренную методику можно применять и для других кооперативных игр n лиц при увеличении числа игроков и типа возможных коалиций.

Задачами дальнейших исследований в данном направлении могут быть арбитражные игры распределения энергоресурсов, т.е. игры без побочных платежей, которые дадут возможность решать задачи многокритериальной оптимизации с нахождением векторных критериев оценки эффективности.

Библиографический список

1. Маригодов В.К. Теоретико-игровая модель системы энергоснабжения / В.К. Маригодов, Г.А. Тихонов // Матер. междунар. науч.-техн. конф. «Проблемы повышения эффективности электромеханических преобразователей в электроэнергетических системах», 20 – 24 сент. 2004 г. — Севастополь, 2004. — С.37 – 38.
2. Дюбин Г.Н. Введение в прикладную теорию игр / Г.Н. Дюбин, В.Г. Суздаль. — М.: Наука, 1981. — 336 с.
3. Нейман Дж. фон. Теория игр и экономическое поведение / Дж. фон Нейман, О. Моргенштерн. — М.: Наука, 1970. — 708 с.

Поступила в редакцию 02.09.2005 г.