

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра «Цифровое проектирование»

А. В. Неменко

**МЕХАНИЗМЫ ДВИГАТЕЛЯ
ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ.
КРИВОШИПНО-ПОЛЗУННЫЙ МЕХАНИЗМ**

Учебно-методическое пособие

Севастополь
СевГУ
2022

УДК 621.431(075.8)

ББК 31.365я73

Н50

Р е ц е н з е н т :

Е.В. Хромов - канд. техн. наук, доцент,
доцент кафедры «Эксплуатация морских судов и сооружений»

Неменко, Александра Васильевна

Н50 Механизмы двигателя внутреннего сгорания. Кривошипно-ползунный механизм: учебно-методическое пособие [по дисциплине «Теория механизмов и машин» для студентов по направлению подготовки 26.05.06 «Эксплуатация судовых энергетических установок» всех форм обучения] / А. В. Неменко; Севастопольский государственный университет, Политехнический институт, кафедра «Цифровое проектирование». – Севастополь: СевГУ, 2022. – 40 с. – Текст : непосредственный.

Целью учебно-методического пособия является оказание помощи студентам в изучении дисциплины «Теория механизмов и машин». В пособии рассмотрены вопросы анализа и синтеза кривошипно-ползунного механизма.

Соответствует рабочей программе курса «Теория механизмов и машин» для студентов по направлению подготовки 26.05.06 «Эксплуатация судовых энергетических установок».

УДК 621.431(075.8)

ББК 31.365я73

Рассмотрено и утверждено на заседании кафедры «Цифровое проектирование», протокол № 8 от 28 апреля 2022 г.

В авторской редакции

Изд. № 18/2022. Зак. 36/2022. Тираж 40 экз.

Объем 5 п.л. Усл. печ. л. 4,65. Уч. изд. л. 4,9.

РИИЦМ ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»

299015 г. Севастополь, ул. Курчатова, 7

© Неменко А. В., 2022

© ФГАОУВО «Севастопольский
государственный университет», 2022

СОДЕРЖАНИЕ

1	Состав и принцип действия поршневой группы двигателя внутреннего сгорания.....	4
2	Кривошипно-ползунный механизм.....	6
2.1	Структурный анализ и синтез.....	6
2.2	Кинематический анализ и синтез.....	12
2.3	Динамический анализ и синтез.....	20
2.3.1	Силы, действующие в механизме.....	20
2.3.2	Мощность на кривошипе.....	24
2.3.3	Движение механизма под действием сил.....	25
2.3.4	Истинная скорость звена привода.....	27
2.3.5	Регулирование параметров вращения коленчатого вала	29
	Библиография.....	31
	Приложение А (рекомендуемое). Пример алгоритма синтеза кривошипно-ползунного механизма четырёхтактного двигателя внутреннего сгорания.....	32

1 Состав и принцип действия поршневой группы двигателя внутреннего сгорания

Двигатель внутреннего сгорания относится к числу тепловых двигателей, в котором энергия топлива, сгорающего в рабочей полости (камере сгорания) преобразуется в механическую энергию, позволяющую агрегату производить работу.

Различают двигатели внутреннего сгорания: *поршневые*, в которых работа расширения газообразных продуктов сгорания производится в цилиндре или используется непосредственно в машине, приводимой в действие; *газотурбинные*, в которых работа расширения продуктов сгорания воспринимается рабочими лопатками ротора; *реактивные*, в которых используются реактивное движение, возникающее при истечении продуктов сгорания из сопла.

Термин *двигатель внутреннего сгорания (ДВС)* применяют преимущественно к поршневым двигателям (рисунок 1.1)

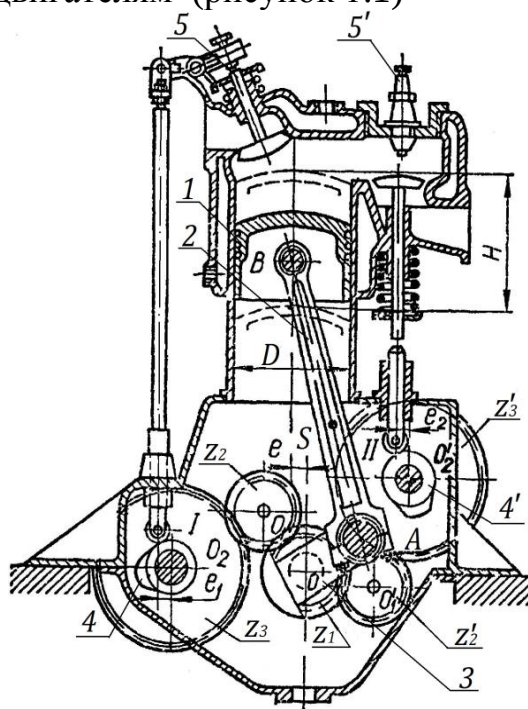


Рисунок 1.1 – Двигатель внутреннего сгорания: 1 – поршень; 2 – шатун; 3 – кривошип; 4 и 4' – кулачковые механизмы газораспределительной системы; 5 и 5' – впускной и выпускной клапаны; $z_1, z_2, z'_2, z_3, z'_3$ – зубчатые колеса привода газораспределительной системы

Конструктивная реализация двигателя внутреннего сгорания определяется особенностями технологического процесса его использования.

Под действием продуктов сгорания топлива поршень совершает в цилиндре возвратно-поступательное движение, которое преобразуется во вращательное движение коленчатого вала с помощью *кривошипно-ползунного механизма (КПМ)*.

За один оборот *коленчатого вала* поршень дважды достигает крайних положений, где изменяется направление его движения. Эти положения поршня

принято называть мёртвыми точками, т.к. усилия, приложенные к поршню в этот момент, не могут вызвать вращательного вращения коленчатого вала.

Положения поршня в цилиндре, при котором расстояние оси пальца поршня от оси коленчатого вала достигает максимума, называется верхней мёртвой точкой (ВМТ). Нижней мёртвой точкой называют такое положение поршня в цилиндре, при котором расстояние оси пальца поршня от оси коленчатого вала достигает минимума (НМТ). Расстояние между мёртвыми точками называют *ходом поршня*. Каждому ходу поршня соответствует поворот коленчатого вала на 180° .

Перемещение поршня в цилиндре вызывает изменение объёма надпоршневого пространства. При этом изменяется давление, температура, теплоёмкость, внутренняя энергия.

Совокупность последовательных процессов, осуществляемых с целью превращения тепловой энергии топлива в механическую энергию, называют *рабочим циклом*. Рабочий цикл четырёхтактного ДВС совершается за четыре хода поршня (такта) в цилиндре, т.е. за два оборота коленчатого вала.

Первый такт – *впуск*, при котором обеспечивается образование топливно-воздушной смеси. В цилиндре двигателя создаётся разрежение при движении поршня от ВМТ к НМТ, следствием действия которого через открывающийся впускной клапан поступает горючая смесь (рабочая смесь).

Второй такт – *сжатие*, при котором впускной и выпускной клапаны закрываются, и топливно-воздушная смесь сжимается в цилиндрах двигателя. Поршень движется вверх (от НМТ к ВМТ), объём в цилиндре уменьшается, происходит сжатие рабочей смеси, которая воспламеняется электрической искрой и сгорает. При этом происходит выделение большого количества теплоты, температура резко возрастает, газы, расширяясь, создают сильное давление на поршень, перемещая его вниз.

Третий такт – *рабочий ход*, при котором сила давления газов перемещает поршень вниз. Движение поршня с помощью кривошипно-ползунного механизма преобразуется во вращательное движение коленчатого вала. Таким образом, во время рабочего хода происходит преобразование тепловой энергии в механическую работу.

Четвёртый такт – *выпуск*, при котором поршень после совершения полезной работы движется вверх и выталкивает наружу через открывающийся выпускной клапан *газораспределительного механизма* отработавшие газы из цилиндров в выпускную систему.

За рабочий цикл двигателя полезная работа совершается только в течение рабочего хода, а остальные три такта являются вспомогательными. Для равномерности вращения коленчатого вала на его конце устанавливают *маховик*, обладающий определённой массой. Маховик получает энергию при рабочем ходе и часть её отдаёт на совершение вспомогательных тактов.

2 Кривошипно-ползунный механизм

2.1 Структурный анализ и синтез

Кривошипно-ползунный механизм относят к категории плоских рычажных механизмов, образованных совокупностью твердых тел, называемых звеньями, которые имеют определенные функциональные признаки и объединены между собой подвижно. На рисунке 2.1 представлена схема кривошипно-ползунного механизма ДВС.

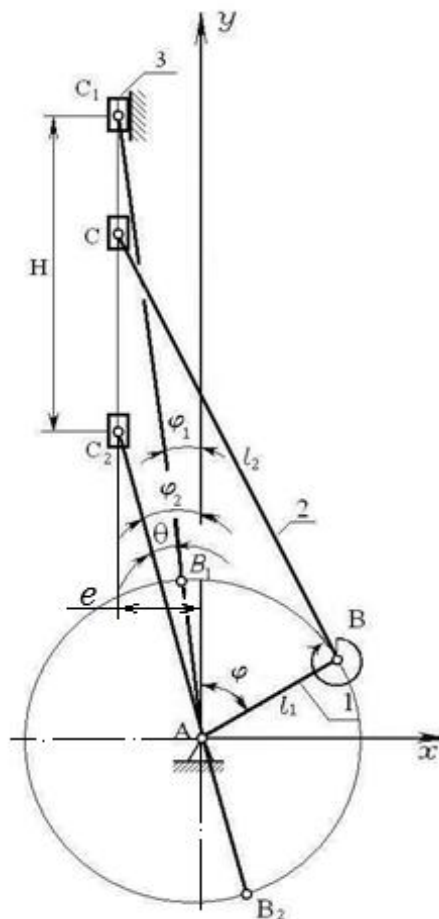


Рисунок 2.1 – Кривошипно-ползунный механизм:

1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – ползун

Кинематическая цепь кривошипно-ползунного механизма ДВС состоит из: *ползуна* – звена, которое поступательно перемещается вдоль оси цилиндра камеры сгорания и отождествляет собой поршень; *кривошипа* – звена, совершающего циклическое вращательное движение на полный оборот вокруг неподвижной оси вала, передающего энергию от двигателя к системе потребления; *шатунa* – звена, которое подвижно связано с ползуном и кривошипом и способствует преобразованию поступательного движения ползуна во вращательное движение кривошипа.

Поверхность, линию или точку, по которым происходит подвижное соединение двух звеньев, ограничивающее их относительное движение, принято называть *элементами кинематической пары*.

В зависимости от характера соприкосновения звеньев различают *высшие* и *низшие* кинематические пары. Высшая кинематическая пара имеет контакт звеньев по линии или в точке, а низшая – по поверхности звеньев.

Кинематические пары, соединяющие звенья кривошипно-ползунного механизма имеют контакт по площади и согласно принятой классификации определяются как *низшими*.

Условия, ограничивающие относительные перемещения элементов кинематической пары, не позволяющее им занимать произвольные положения в пространстве и иметь произвольные скорости называют *связями*.

Вид связи устанавливает геометрию звеньев и вид их соединений в пару.

Число условий связи S , налагаемых на относительное движение звеньев, образующих пару, определяет *класс кинематической пары*.

Звено в пространстве обладает шестью степенями свободы. При объединении в кинематические пары, в зависимости от вида соединения, звенья теряют от одной до пяти степеней свободы

$$S = 6 - H, \quad (2.1)$$

где H – число степеней свободы одного из звеньев кинематической пары относительно другого.

Все кинематические пары можно разделить на пять классов: пары, накладывающие на относительное движение звеньев *одно условие связи*, относят к *первому* классу; пары, накладывающие на относительное движение звеньев *два условия связи*, относят ко *второму* классу; пары, накладывающие на относительное движение звеньев *три условия связи*, относят к *третьему* классу, пары, накладывающие на относительное движение звеньев *четыре условия связи*, относят к *четвертому* классу; пары, накладывающие на относительное движение звеньев *пять условий связи*, относят к *пятому* классу.

Кинематическая цепь кривошипно-ползунного механизма ДВС относится к категории плоских цепей, поскольку она образована звеньями, которые движутся параллельно общей плоскости.

На звенья плоских цепей налагаются три дополнительные общие условия связи, ограничивающие движения в других плоскостях, что определяет наличие в цепи пар только *четвертого* или *пятого* класса.

Кинематическая цепь кривошипно-ползунного механизма ДВС образована звеньями, которые соединены между собой *парами пятого* класса.

Звенья механизма, движение которых задано, называют *ведущими*, остальные – *ведомые*. Количество ведущих звеньев в механизме соответствует числу степеней свободы его относительно стойки и устанавливает *степень подвижности механизма*.

Степень подвижности *пространственного* механизма определяют по формуле *Сомова – Малышева*

$$w = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (2.2)$$

где n – количество подвижных звеньев;

p_5 – число кинематических пар пятого класса;

p_4 – число кинематических пар четвертого класса;

p_3 – число кинематических пар третьего класса;

p_2 – число кинематических пар второго класса;

p_1 – число кинематических пар первого класса.

Степень подвижности для *плоского* механизма определяют по формуле П.Л. Чебышева

$$w = 3n - 2p_5 - p_4. \quad (2.3)$$

Кривошипно-ползунный механизм ДВС содержит три подвижных звена ($n = 3$) и четыре пары пятого класса. Число степеней свободы кривошипно-ползунного механизма ДВС устанавливается по формуле П.Л. Чебышева. При числе подвижных звеньев ($p_5 = 4$), а степень подвижности w равна

$$w = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1,$$

что свидетельствует о наличии в механизме одного ведущего звена, а обобщённая координата приписывается *начальной кинематической паре*.

Если одно из звеньев начальной пары является стойкой, то второе звено называют *начальным звеном*.

Поскольку обобщенные координаты приписываются начальному двухзвеннику или начальному звену, то совокупность остальных звеньев механизма должна обладать *нулевой подвижностью*.

Кинематическая цепь, число степеней свободы которой относительно элементов её внешних кинематических пар равно нулю, и при этом из неё нельзя выделить более простые кинематические цепи, удовлетворяющие этому условию, называют *структурной группой*.

В случае, когда в состав группы входят только пары пятого класса (пары четвертого класса условно заменены цепями с парами пятого класса), степень подвижности равна

$$w = 3n - 2p_5 = 0. \quad (2.4)$$

Тогда количество пар пятого класса равно

$$p_5 = \frac{3}{2}n \quad (2.5)$$

Таким образом, группа, состоящая из двух подвижных звеньев и трех кинематических пар пятого класса, не распадающаяся на более простые кинематические цепи и не меняющая степень подвижности механизма называется *группой Ассура*.

Группы Ассура делят на классы, порядки и виды.

Класс структурной группы Ассура определяется высшим классом контура, входящего в её состав, под которым понимают замкнутую область плоскости, занятую звеном или ограниченную со всех сторон звеньями.

Класс контура определяется числом кинематических пар, в которые входят образующие его звенья.

Начальному двухзвеннику присваивают первый класс (контур вырождается в точку), звену с двумя парами – второй класс (контур вырождается в прямую), жесткому звену с тремя парами – третий класс (треугольник), контуру с четырьмя парами – четвертый класс, контуру с пятью парами – пятый класс.

Порядок группы Ассура определяется количеством элементов кинематических пар, которыми группа присоединяется к начальным звеньям и стойке или к звеньям предшествующих структурных групп.

Класс механизма определяется высшим классом группы Ассура, входящей в состав этого механизма.

Механизмом первого класса называют ведущее звено, соединенное кинематической парой со стойкой.

Механизмы первого класса могут быть с вращательной кинематической парой и с поступательной кинематической парой.

Кинематическая цепь кривошипно-ползунного механизма ДВС содержит механизм первого класса.

Все плоские механизмы могут быть образованы из механизма (механизмов) первого класса путем последовательного присоединения структурных групп Ассур, которые не изменяют степени подвижности исходного механизма, так как имеют степень подвижности, равную нулю.

Для определения класса механизма необходимо выделить из него группы, начиная с наиболее удаленных от ведущего звена, в результате чего остается механизм первого класса.

Выделение группы производится при одновременной проверке степени подвижности оставшейся части механизма после выделения соответствующих групп.

Структурная классификация, предложенная Л.В. Ассуром и И.И. Артоблевским, основана на разделении плоских механизмов с парами пятого класса на группы, каждая из которых обладает *единством* методов структурного, кинематического и кинетостатического исследования.

Кинематическая цепь кривошипно-ползунного механизма ДВС содержит механизм первого класса с вращательной кинематической парой, к которому присоединена структурная группа Ассур второго класса, второго вида (рисунок 2.2).

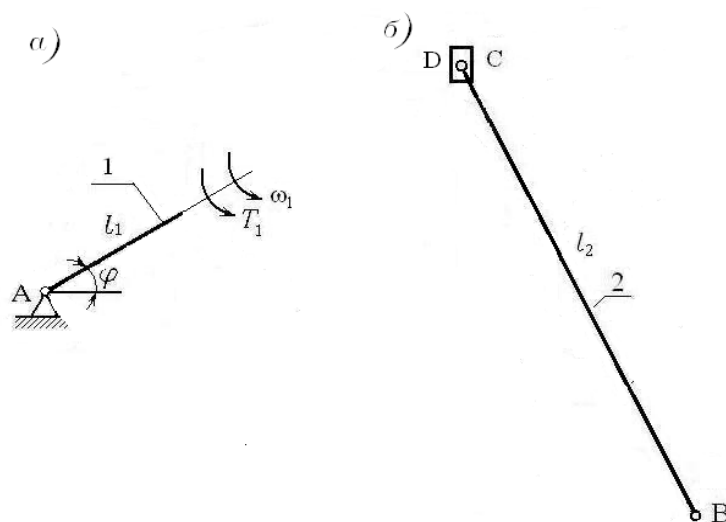


Рисунок 2.2 – Структурные группы кривошипно-ползунного механизма ДВС:
а) начальный механизм; б) структурная группа 2-го класса, 2-го вида

Порядок проведения структурного анализа: определяется количество кинематических звеньев и кинематических пар; исключаются звенья, носящие лишние степени свободы; производится замена высших кинематических пар цепями с низшими парами; выделяются структурные группы; определяется класс механизма.

Структурные признаки механизма, характеризующие его составные части и связи между ними отражаются *структурной схемой*.

Структурная схема указывает звенья и характер их взаимосвязи.

Проектирование структурной схемы по заданным структурным условиям называют *структурным синтезом*.

Таким образом, строение механизма с точки зрения кинематических пар, класса этих пар, их геометрических характеристик, т.е. его структурного синтеза решает *первую задачу* общего синтеза.

Основными проектными условиями при синтезе стержневых плоских механизмов, к которым относится кривошипно-ползунный механизм, является полное перемещение ведомого (рабочего) звена, а также заданное относительное положение осей вращения или направляющих ведущих звеньев.

Следует также учитывать влияние угла давления в парах и коэффициент изменения средней скорости ведущего звена.

Основными метрическими характеристиками кривошипно-ползунного механизма являются: длина кривошипа AB , длина шатуна BC и эксцентриситет e направляющих ползуна.

Полный ход ползуна H (рисунок 2.1) устанавливают по крайним точкам хода, которые получают, когда центры кривошипа и шатуна располагаются по одной линии.

Основные размеры схемы механизма устанавливают *метрическим синтезом*. При этом учитывают условия геометрии, кинематики, динамики и технологичности, к которым относят: проворачиваемость кривошипа; систему передачи сил звеньями механизма; отношение времени прямого и обратного ходов механизма; ход ведомого звена; закономерности изменения скоростей и др.

Условие проворачиваемости заключается в том, что должна обеспечиваться возможность непрерывного перехода звена из одного заданного положения в другое, поскольку между двумя заданными положениями может оказаться промежуточное, в котором движение звеньев невозможно.

$$l_1 + e < l_2 \quad (2.6)$$

Выбор оптимального *условия передачи сил* позволяет получить высокий коэффициент полезного действия механизма, регулируемый с помощью углов давления.

Угол давления – это угол между направлением вектора движущей силы, приложенной к ведомому звену, и вектором скорости в точке приложения этой силы. Величина угла давления, различная для разных механизмов, определяет условия отсутствия заклинивания.

При синтезе рычажных механизмов рекомендуется для рабочих ходов применять угол давления меньше 30° , для холостых ходов угол давления меньше 45° .

В кривошипно-ползунном механизме угол давления можно уменьшить, увеличивая длину шатуна l_2 и оптимизируя эксцентриситет e .

Таким образом, в механизме с эксцентриситетом угол давления можно уменьшить за счет его увеличения при обратном ходе.

Коэффициент изменения средней скорости k_v выходного звена – это отношение средних скоростей выходного звена за время его движения в прямом и обратном направлении, т. е. это отношение средней скорости холостого хода v_x ползуна или кривошипа ω_x к средней скорости рабочего хода v_p ползуна или кривошипа ω_p или времени рабочего хода t_p или угла рабочего хода φ_p ко времени холостого хода t_x или к углу холостого хода φ_x (рисунок 2.1)

$$k_v = v_x/v_p = \omega_x/\omega_p = t_p/t_x = \varphi_p/\varphi_x = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta}, \quad (2.7)$$

где θ – угол перекрытия, равный

$$\theta = (\varphi_2 - \varphi_1).$$

Таким образом

$$\theta = 180^\circ \frac{k_v - 1}{k_v + 1}. \quad (2.8)$$

$$AC_I = l_2 + l_1; \quad (2.9)$$

$$AC_{II} = l_2 - l_1. \quad (2.10)$$

Метрические характеристики звеньев механизма (кривошипа l_1 и шатуна l_2) по заданному ходу ползуна H и величине смещения e (дезаксиала) устанавливаем графически (рисунок 2.3).

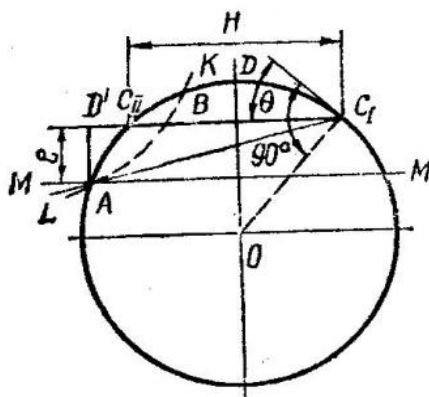


Рисунок 2.3 – Схема для установления метрических характеристик Кривошипно-ползунного механизма

Проводим линию $C_I C_{II}$, равную H . Откладываем угол θ из точки C_I в сторону C_{II} , и проводим из точки C_I линию перпендикулярно внешней стороне угла до пересечения с вертикальной линией OD , которая делит расстояние $C_I C_{II}$ пополам.

При этом OC_I является радиусом вспомогательной окружности, на которой находится точка A , полученная после проведения линии MM , параллельно $C_I C_{II}$ на расстоянии e . Из построения следует: $AC_I = l_2 + l_1$; $AC_{II} = l_2 - l_1$.

Из вышеизложенного устанавливают длины кривошипа l_1 и шатуна l_2 .

Графические исследования проводятся с учетом масштаба длин

$$\mu_l = l / \text{мм}$$

Оптимальный подбор геометрических параметров механизма и установление метрических показателей его схемы позволяет получить наиболее приемлемые эксплуатационные характеристики машинного агрегата.

2.2 Кинематический анализ и синтез

Кинематический анализ – это определение движения звеньев механизма по заданному перемещению начальных звеньев, которое устанавливается на основе кинематической схемы.

Графическое изображение последовательности соединения в кинематические пары с указанием размеров звеньев называется *кинематической схемой*.

Кинематические параметры механизма отражают свойства механического движения без учета их массы и действующих на них сил.

Кинематический анализ выполняется либо для заданного момента времени, либо для заданного положения входного звена.

Исследования производятся с оценкой кинематических условий функционирования рабочего (выходного звена).

Координата выходного звена находится в зависимости от обобщенной координаты и представляет собой *функцию положения* механизма, которая устанавливает зависимость угловых и линейных перемещений точки или звена от времени или обобщенной координаты.

Движение звеньев механизма происходит в пространстве и во времени. Основными характеристиками движения являются траектории, скорости и ускорение точек звеньев механизма, которые связаны с изменением времени.

Траектория – это линия, описываемая движущейся материальной точкой.

Функция положения механизма – это зависимость координаты выходного звена от обобщенных координат механизма. В кривошипно-ползунном механизме перемещение этой точки связано с углом поворота кривошипа.

Производные от функции положения по времени называют кинематическими характеристиками механизма. Первая производная называется скоростью (v и ω), а вторая производная – ускорением (a и ε).

Скорость точки v , м/с – это пространственно-временная мера движения, характеризующая положение точки в данное мгновение в данной системе отсчета

$$v = \frac{ds}{dt}, \quad (2.11)$$

где s – перемещение, м; t – время, с.

Угловая скорость ω , рад/с, тела (звена) – это пространственно-временная мера движения, характеризующая изменение угла поворота φ тела (звена) в данное мгновение и в данной системе отсчета

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (2.12)$$

Вектор $\overline{v}$ линейной скорости любой точки вращающегося звена определяется по формуле Эйлера

$$\overline{v} = \overline{\omega} \cdot \rho, \quad (2.13)$$

где ρ - радиус кривизны траектории движения звена в данной точке.

Ускорение точки a , м/с^2 – это пространственно-временная мера изменения движения, которая характеризует изменение скорости точки в данный момент в данной системе отсчета

$$a = \frac{d^2s}{dt^2}. \quad (2.14)$$

Касательное (тангенциальное) ускорение a^τ , м/с^2 , представляет собой проекцию вектора ускорения на касательную к траектории

$$a^\tau = (dv/dt). \quad (2.15)$$

Нормальное (центростремительное) ускорение a^n , м/с^2 , представляет собой проекцию ускорения a на нормаль, направленную к центру кривизны

$$a^n = v^2/\rho. \quad (2.16)$$

Вектор ускорения любой точки звена равен

$$\bar{a} = \bar{a}^\tau + \bar{a}^n. \quad (2.17)$$

Угловое ускорение тела (звена) ε , рад/с^2 – это пространственно - временная мера движения, характеризующая изменение угловой скорости тела (звена), в данное мгновение в данной системе отсчета

$$\varepsilon = d\omega/dt. \quad (2.18)$$

Угловое ускорение определяют через тангенциальное ускорение a^τ и радиус r расположения точки относительно оси вращения

$$\varepsilon = a^\tau/\rho. \quad (2.19)$$

Кинематическими передаточными функциями являются производные от функций положения по обобщенной координате механизма и называются аналогом скорости (v_q и ω_q) – первая производная и аналогом ускорения (a_q и ε_q) – вторая производная.

Передаточная функции скорости v_q точки на каком либо звене механизма определяется по последовательно рассмотренным соотношениям

$$v = \frac{ds}{dt}; v_q = \frac{ds}{d\varphi_1}; v_B = \frac{ds}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = v_q \cdot \omega_1. \quad (2.20)$$

Таким образом

$$v_q = v/\omega_1. \quad (2.21)$$

Связь между ускорением a какого – либо звена и передаточной функцией a_q того же звена определяется следующими соотношениями:

$$a = \frac{d^2s}{dt^2}; a_q = \frac{d^2s}{d\varphi_1^2}; a = \frac{d^2s}{d\varphi_1^2} \cdot \left(\frac{d\varphi_1}{dt}\right)^2 + \frac{ds}{d\varphi_1} \cdot \frac{d^2\varphi_1}{dt^2}; \quad (2.22)$$

$$a = a_q \cdot \omega_1^2 + v_q \varepsilon_1. \quad (2.23)$$

Передаточная функция угловой скорости ω_{qi} i -го звена механизма определяется по последовательно рассмотренным соотношениям:

$$\omega_i = \frac{d\varphi_i}{dt}; \omega_{qi} = \frac{d\varphi_i}{d\varphi_1}; \omega_i = \frac{d\varphi_i}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt}; \quad (2.24)$$

$$\omega_{qi} = \frac{\omega_i}{\omega_1} = u_{i1}, \quad (2.25)$$

где u_{i1} – передаточное отношение.

Связь между угловым ускорением ε_i i -го звена и передаточной функцией ε_{qi} того же звена определяется следующими соотношениями:

$$\varepsilon_i = \frac{d\omega_i}{dt}; \omega_{qi} = \frac{d\omega_i}{d\varphi_1} = \frac{d^2\varphi_i}{d\varphi_1^2}; \varepsilon_i = \frac{d^2\varphi_i}{d\varphi_1^2} \omega_1^2 + \frac{d\varphi_1}{d\varphi_1} \varepsilon_1; \quad (2.26)$$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{qi} \omega_1^2 + u_{i1} \varepsilon_1. \quad (2.27)$$

В случае, когда $\varepsilon_1=0$, то $\varepsilon_{qi} = \varepsilon_i/\omega_1^2$.

Результатом кинематического анализа являются численные данные для проведения силового, динамического и энергетического расчетов механизма.

Кинематический синтез механизма состоит в проектировании его кинематической схемы.

Для механизмов, подчиняющихся классификации Л.В. Ассура, порядок кинематического анализа и синтеза определяется формулой строения: после нахождения параметров движения начальных звеньев устанавливают кинематические характеристики структурных групп в порядке следования их в формуле строения, т.е. кинематика любого элемента формулы строения может быть изучена только после того, как установлена для всех предшествующих в этой формуле элементов.

Распространение получили следующие методы исследования: *графический* (метод графиков и диаграмм), *графоаналитический* (метод планов скоростей и ускорений) и *аналитический* метод.

Взаимное расположение звеньев движущегося механизма всё время меняется, но в каждый данный момент времени оно вполне определенное. Графическое изображение в масштабе взаимного расположения звеньев, соответствующее выбранному моменту времени называют *планом механизма*.

Графический метод кинематического анализа.

В графическом методе кинематического исследования решаются задачи: о положениях звеньев механизма построением нескольких совмещенных планов механизма в выбранном масштабе длин при различных последовательных положениях ведущего звена; о скоростях и ускорениях построением графиков (диаграмм) перемещений, скоростей и ускорений элементов механизма.

Последовательность исследования производится: построением нескольких (12 и более) совмещенных планов механизма в выбранном масштабе длин;

построением графика пути (перемещения) исследуемой точки или звена на основе совмещенных планов механизма; графическое дифференцирование графика перемещений с целью построения графика скорости исследуемой точки; графическое дифференцирование графика скоростей с целью получения графика ускорений.

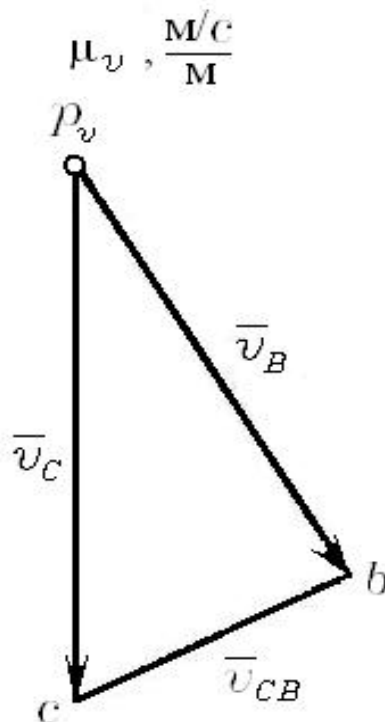
Графическое дифференцирование производят с использованием методов хорд и касательных.

Графоаналитический метод кинематического анализа.

Графоаналитический метод исследования построен на анализе планов скоростей и ускорений механизма.

Планом скоростей звена принято считать графическое построение в виде пучка лучей абсолютных скоростей точек звеньев и отрезков, соединяющих концы лучей, которые являются относительными скоростями соответствующих точек в данном положении механизма.

На рисунке 2.4 представлен пример построения плана скоростей для кривошипно – ползунного механизма ДВС.



P_v – полюс плана скоростей μ_v – масштаб плана скоростей;

$\vec{v}_B$ и $\vec{v}_C$ – векторы абсолютных скоростей точек b и c , соответственно;

$\vec{v}_{CB}$ – скорость точки C относительно точки B

Рисунок 2.4 – Пример плана скоростей кривошипно-ползунного механизма

При частоте вращения n_1 (об/мин) кривошипа его угловая скорость ω_1 (рад/с) равна

$$\omega_1 = \pi n_1 / 30 \quad (2.28)$$

Вектор скорости v_B точки B направлен перпендикулярно линии кривошипа AB , а его величина устанавливается формулой

$$v_B = \omega_1 \cdot l_1, \quad (2.29)$$

где l_1 – длина кривошипа.

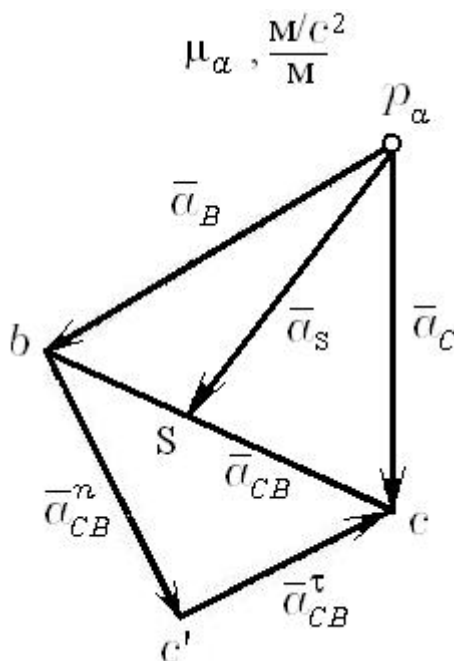
Вектор скорости v_C точки C параллелен линии движения ползуна, а его величина устанавливается из плана скоростей

$$\overline{v_C} = \overline{v_B} + \overline{v_{CB}}. \quad (2.30)$$

где $\overline{v_{CB}}$ – вектор скорости точки C относительно точки B , который перпендикулярен линии шатуна CB , на плане исходит из конца вектора v_B , и, далее, заканчивается на линии вектора v_C , устанавливая тем самым величину последнего.

Планом ускорений звена принято считать графическое построение в виде пучка лучей абсолютных ускорений точек звеньев и отрезков, соединяющих концы этих лучей, которые являются относительными ускорениями соответствующих точек в данном положении механизма.

На рисунке 2.5 представлен пример построения плана ускорений для кривошипно-ползунного механизма ДВС.



P_α – полюс плана ускорений; μ_α – масштаб плана ускорений; $\bar{a}_B$ и $\bar{a}_C$ – векторы абсолютных ускорений точек B и C , соответственно; $\bar{a}_{CB}$ – ускорение точки C относительно точки B ; $\bar{a}_{CB}^n$ – нормальная составляющая ускорения точки C относительно точки B ; $\bar{a}_{CB}^\tau$ – тангенциальная составляющая ускорения точки C относительно точки B ; $\bar{a}_S$ – вектор абсолютного ускорения точки S , которая является центром масс

Рисунок 2.5 – Пример плана ускорений кривошипно-ползунного механизма

Вектор ускорения a_B точки B направлен к центру вращения (точка A) вдоль линии кривошипа AB , а его величина устанавливается формулой

$$a_B = \omega_1^2 \cdot l_1. \quad (2.31)$$

Вектор ускорения $\bar{a}_C$ точки C направлен вдоль линии движения ползуна и определяется при построении плана ускорений на пересечении с вектором относительного ускорения $\bar{a}_{CB}$, который соединяет концы векторов $\bar{a}_B$ и $\bar{a}_C$ и состоит: из нормального ускорения $\bar{a}_{CB}^n$ точки C относительно точки B и тангенциального ускорения $\bar{a}_{CB}^r$ точки C относительно точки B .

Таким образом,

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^r, \quad (2.32)$$

где $\bar{a}_{CB}^n$ – вектор нормальной составляющей ускорения точки C относительно точки B , который равен $a_{CB}^n = \frac{v_{CB}^2}{l_2}$ и параллелен линии шатуна;

$\bar{a}_{CB}^r$ – вектор тангенциальной составляющей ускорения точки C относительно точки B , полученный на пересечении линии, проведенной из конца вектора $\bar{a}_{CB}^n$ перпендикулярно ему до пересечения с линией вектора $\bar{a}_C$, устанавливая тем самым величину последнего.

Вектор ускорения центра масс шатуна $\bar{a}_S$ устанавливают из плана ускорений на основании выражения

$$\bar{a}_S = \bar{a}_B + \bar{a}_{SB}. \quad (2.33)$$

Таким образом, построение планов скоростей (ускорений) основано на графическом решении векторных уравнений распределения скоростей и ускорений в плоско-параллельном движении.

Векторы абсолютных скоростей и ускорений точек (относительно неподвижного звена) изображают из полюсов соответствующих планов в направлении, совпадающем с направлением касательным к траектории движения.

Векторы относительных скоростей точек (при движении относительно подвижных точек) изображают отрезками соединяющими концы векторов абсолютных скоростей.

Таким образом, задача о положениях решается графическим методом, т.е. построением нескольких совмещенных планов механизма в соответствующем масштабе длин; задача о скоростях и ускорениях решается построением планов скоростей и ускорений звеньев механизма при определенных (заданных) положениях ведущего звена на основе заранее составленных векторных уравнений скоростей и ускорений звеньев механизма.

Аналитический метод кинематического анализа.

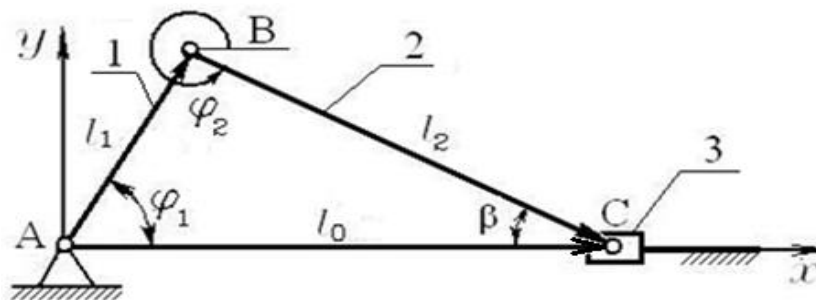
Аналитический метод кинематического анализа – это координатный способ определения кинематических характеристик плоских рычажных механизмов.

Движение точки и звена на плоскости определено, если известно их положение относительно выбранной системы отсчета и изменения их координат с течением времени. Координатный способ устанавливает определение движения точки или звена посредством кинематических уравнений в прямоугольной системе координат. При координатном способе за аргумент принимают время или обобщенную координату механизма и, придавая ему различные частные значения, вычисляют соответствующие значения функции положения (координат) и их производных: проекции на координатные оси скоростей и ускорений или кинематических передаточных функций скоростей и ускорений.

Базой для составления кинематических уравнений в координатной форме является векторная модель механизма.

При аналитическом методе кинематического анализа плоских рычажных механизмов исходят из положения, что механизм есть замкнутая кинематическая цепь, и исходное уравнение представляют в виде векторной суммы звеньев. При этом устанавливается связь между обобщенными координатами, скоростями и ускорениями характерных точек механизма. Исходными данными для реализации этого метода служат: кинематическая схема, представленная в прямоугольной системе координат; линейные размеры всех звеньев и аналитическая зависимость изменения обобщенной координаты, определяющей положение ведущего звена.

На рисунке 2.6 представлена кинематическая схема кривошипно-ползунного механизма в векторной форме.



1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – ползун

Рисунок 2.6 – Схема кривошипно-ползунного механизма в векторной форме

Кинематическая схема механизма представляет собой замкнутый векторный треугольник, уравнение замкнутости которого

$$\overline{l_1} + \overline{l_2} + \overline{l_0} = 0. \quad (2.34)$$

Уравнение векторного контура ABC проецируют на координатные оси.

В случае, когда начало системы координат находится на оси вращения кривошипа, то проекции векторов на систему координат xAy имеет вид:

$$l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_2 \cdot \cos \varphi_2 + l_0 \cdot \cos \pi = 0; \quad (2.35)$$

$$l_1 \cdot \sin \varphi_1 + l_2 \cdot \sin \varphi_2 + l_0 \cdot \sin \pi = 0, \quad (2.36)$$

где l_1, l_2 – длины звеньев 1 и 2;

φ_1, φ_2 – углы, образованные звеньями 1 и 2 с осью Ax .

Величина угла φ_2 устанавливается соотношением

$$\varphi_2 = 2\pi - \beta = 2\pi - \arcsin(l_1 \cdot \sin \varphi_1 / l_2). \quad (2.37)$$

Угол поворота кривошипа φ_1 определяет положение звена 3

$$x_c = l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_2 \cdot \cos \varphi_2 = l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_2 \cdot \cos[2\pi - \arcsin(l_1 \cdot \sin \varphi_1 / l_2)]. \quad (2.38)$$

Дифференцируя уравнения проекции векторов по обобщенной координате φ_1 (углу поворота ведущего звена) получают аналог угловой скорости, связь которого с действительной угловой скоростью i -го звена определяют из соотношения

$$\omega_i = \frac{d\varphi_i}{dt} \cdot \frac{d\varphi_1}{d\varphi_1} = \frac{d\varphi_1}{dt} \cdot \frac{d\varphi_i}{d\varphi_1} = \omega_1 \cdot \frac{d\varphi_i}{d\varphi_1}. \quad (2.39)$$

Угловая скорость шатуна ω_2 и относительная скорость звена 3 ($v_{30} = v_C$) может быть получена после подстановки аналога скорости в продифференцированные уравнения проекции векторов на оси координат:

$$-\omega_1 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1 - \omega_2 \cdot l_2 \cdot \sin \varphi_2 + v_C \cdot \cos \pi = 0; \quad (2.40)$$

$$\omega_1 \cdot l_1 \cdot \cos \varphi_1 + \omega_2 \cdot l_2 \cdot \cos \varphi_2 + v_C \cdot \sin \pi = 0. \quad (2.41)$$

При вторичном дифференцировании уравнений проекции векторов с использованием аналога углового ускорения, представляющего собой вторую производную обобщенной координаты по углу поворота ведущего звена $\frac{d^2\varphi_i}{d\varphi_1}$ устанавливают действительное ускорение i -го звена умножением аналога углового ускорения на квадрат угловой скорости ведущего звена ω_1^2 . При этом получают уравнения углового ускорения шатуна ε_2 и относительного ускорения звена 3 ($a_{30}^T = a_C$)

$$l_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \varepsilon_2 - \cos \pi \cdot a_C = \omega_1^2 \cdot l_1 \cdot \cos \varphi_1 - \omega_2^2 \cdot l_2 \cdot \cos \varphi_2; \quad (2.42)$$

$$l_2 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \varepsilon_2 + \sin \pi \cdot a_C = \omega_1^2 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1 + \omega_2^2 \cdot l_2 \cdot \sin \varphi_2. \quad (2.43)$$

Полученные значения угловых скоростей и ускорений позволяют установить скорости и ускорения любой точки механизма.

При синтезе кривошипно-ползунного механизма учитывают коэффициент неравномерности движения δ

$$\delta = (\omega_{\max} - \omega_{\min}) / \omega_c \quad (2.44)$$

где $\omega_{\max}$ и $\omega_{\min}$ максимальное и минимальное значение обобщенной скорости механизма, соответственно;

ω_c – значение средней скорости за один цикл установившегося движения, которое равно $\omega_c = (\omega_{\max} + \omega_{\min}) / 2$.

Для КПМ рекомендуется применять значения $\delta = 1/5 \div 1/30$.

2.3 Динамический анализ и синтез

Динамический анализ – это определение движения звеньев механизма по приложенным к ним силам или определение сил по заданному движению звеньев. *Динамический синтез механизма* – проектирование схемы механизма с учетом его динамических характеристик. *Динамический анализ и синтез* может быть произведён *аналитическим* или *графоаналитическим* методами.

В аналитическом решении звенья структурной группы разделяются. Для каждого звена составляются уравнения мгновенного равновесия в проекциях сил на оси координат и суммы моментов сил относительно некоторой точки. Расчет производится для всех установленных положений механизма.

Графоаналитический метод анализа основан на принципе «*плана сил*», который представляет собой замкнутый векторный многоугольник, образованный последовательным присоединением всех сил, действующих на структурную группу.

2.3.1 Силы, действующие в механизме

Силы, действующие в механизме подразделяют на внешние задаваемые и внутренние реакции связей.

К задаваемым силам относят: силы движущие, полезного сопротивления, собственного веса звеньев, инерции и вредного сопротивления.

Движущие силы и моменты приложены в сторону перемещения элементов механизма. В кривошипно-ползунном механизме – это усилие, действующее на поршень, а на вращающихся элементах – это крутящий момент, зависящий от скорости вращения звена.

Силы полезного сопротивления существуют при непосредственном выполнении технологического процесса, т.е. – это силы, приложенные к исполнительным или рабочим звеньев механизма и направлены против их перемещения.

Силы инерции распределяются по всему объему звена пропорционально массе и ускорению.

Элементарная сила инерции dF_i звена, совершающего плоско-параллельное движение, определяется уравнением

$$d\bar{F}_u = -\bar{a}dm, \quad (2.45)$$

где $\bar{a}$ – ускорение элементарной массы звена; dm – элементарная масса звена.

При определении усилий в кинематических парах и характера движения механизма применяют статически эквивалентные системы, в которых используют равнодействующие, которые могут сведены к одной равнодействующей силе $\bar{F}_u$, приложенной в центре масс звена, и к равнодействующей паре сил с моментом M_u .

$$\bar{F}_u = -m\bar{a}_S; \quad (2.46)$$

$$M_u = -J_S\bar{\varepsilon}, \quad (2.47)$$

где m – масса всего звена, кг; $\bar{a}_S$ – полное ускорение центра масс звена, м/с²; $\bar{\varepsilon}$ – угловое ускорение звена, 1/с²; J_S – момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс, кг·м².

Поступательно движущееся звено имеет одинаковое ускорение во всех точках, равное ускорению центра масс $\bar{a}_S$, а угловое ускорение $\bar{\varepsilon}$ равно нулю.

Следовательно, при поступательном движении звена действует только сила инерции $\bar{F}_u = -m\bar{a}_S$, приложенная в центре масс.

При вращении звена вокруг оси, проходящей через центр масс, ускорение центра масс a_S равно нулю и сила инерции также равна нулю $\bar{F}_u = 0$.

Если звено при этом вращается неравномерно ($\varepsilon \neq 0$), то на звено будет действовать момент сил инерции $M_u = -J_S\bar{\varepsilon}$.

При вращении звена вокруг оси, не совпадающей с центром масс на звено будет действовать сила $\bar{F}_u = -m\bar{a}_S$, приложенная в центре масс и момент пар сил инерции $M_u = -J_S\bar{\varepsilon}$.

В случае сложного движения звена на него действует сила инерции $\bar{F}_u = -m\bar{a}_S$, приложенная в центре масс и момент пар сил инерции $M_u = -J_S\bar{\varepsilon}$.

Сила трения представляет собой силу сопротивления относительному перемещению двух тел, которая направлена в сторону противоположную направлению относительной скорости. Силу трения F и нормальную составляющую внешних сил N , действующую на поверхность контактирующих тел, соединяет коэффициент f , определяемый опытным путем

$$F = F/N. \quad (2.48)$$

Различают трение скольжения присутствует при относительном движении двух тел, скорости которых в точках касания различны.

Трение качения возникает в высших кинематических парах, скорости которых в точках касания одинаковы по величине и направлению.

Силы собственного веса звеньев могут выполнять работу положительную (центр масс звеньев опускается) и отрицательную (центр масс звеньев поднимается). В случае, когда центр масс звеньев движется горизонтально, работа сил собственного веса равна нулю. При циклическом движении работа этих сил за цикл равна нулю.

Силы реакции возникают в кинематических парах при работе механизма.

Реакции связей можно разложить на составляющие: нормальную и касательную, которая представляет собой силу трения. Определение реакции сводится к отысканию величины, направления и точки приложения реакции в каждой паре. В начальных расчетах реакции в кинематических парах учет сил трения не производится.

Во вращательной паре линия действия реакции проходит через ось вращения, но неизвестны её величина и направление.

В поступательной паре линия действия реакции нормальна к поверхности направляющей, но неизвестны её величина и точка её приложения.

Таким образом, при отыскании реакций необходимо определять по два неизвестных в каждой паре.

Если число пар механизмов p_5 , то число неизвестных будет $2p_5$, и при n подвижных звеньев – число уравнений равновесия будет $3n$. Механизм в этом случае статически определим при условии, что $2p_5$ равно $3n$. Полученное равенство аналогично структурной группе. Следовательно, группы являются статически определимыми, и при отыскании реакции в кинематических парах механизма можно рассматривать равновесие каждой группы в отдельности.

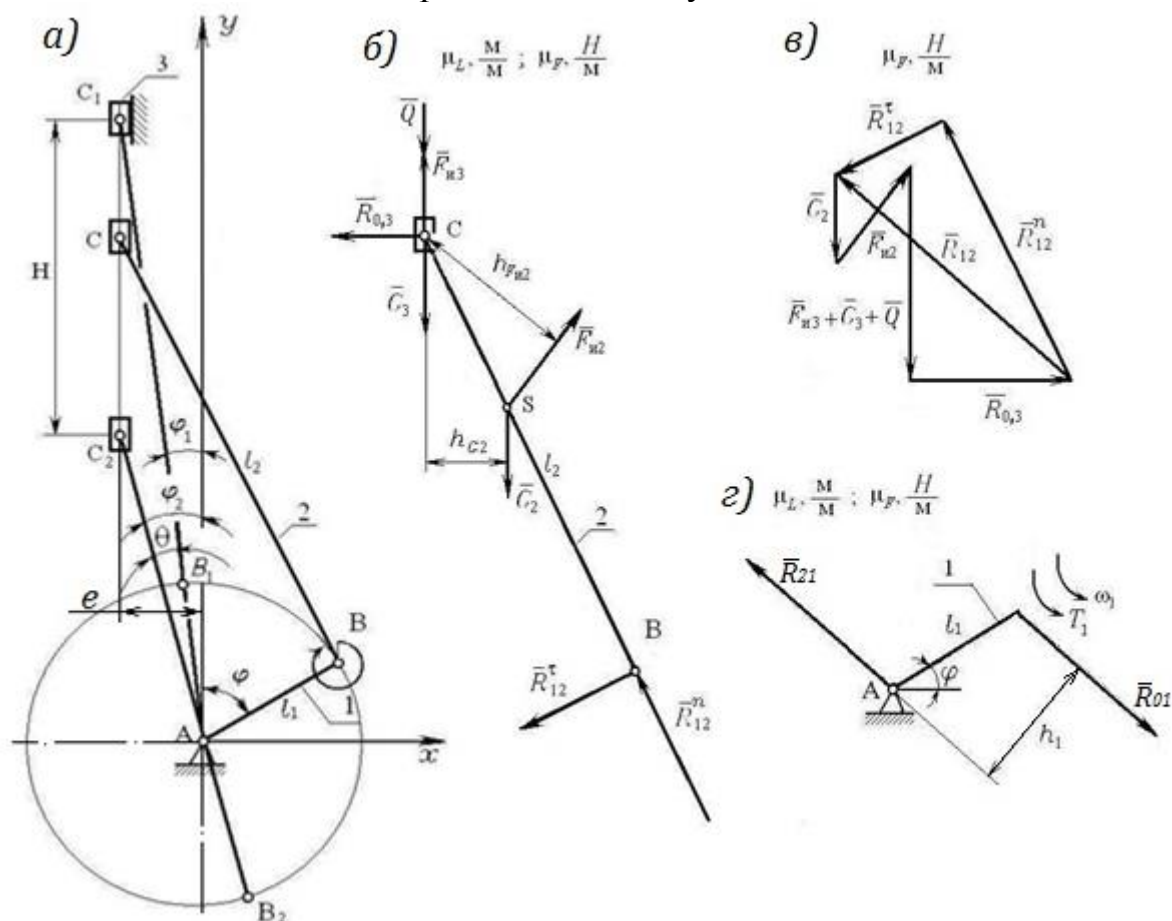
В основу метода определения реакций положен принцип Д'Аламбера, согласно которому *динамическая система* условно сводится к *статической* путем приложения сил инерции, и для решения задачи используют уравнения равновесия в статике

$$(\Sigma F_i + G_i + \Sigma Q_i) + F_u = 0, \quad (2.49)$$

где ΣF_i – сумма всех внешних сил, действующих на i -е звено; G_i – вес i -го звена; ΣQ_i – сумма силового воздействия со стороны других звеньев на i -е звено; F_u – сила инерции звена.

Реакции определяют, начиная с группы, наиболее удаленной от ведущего звена, постепенно переходя к последующим группам и заканчивая рассмотрением ведущего звена.

Определение реакций в кинематических парах механизма производят в следующей последовательности: заданные силы прикладывают к звеньям; структурные группы выделяют из механизма; усилия, заменяющие действия от соединенных звеньев соседних групп, прикладывают к внешним парам каждой группы. На рисунке 2.7 представлен пример силового анализа для конкретно установленного положения кривошипно-ползунного механизма.



Q – внешняя сила, действующая на поршень; G_2 и G_3 – силы веса;
 F_{u2} и F_{u3} – силы инерции; R_{01} , R_{12} , R_{03} – силы давления в кинематических парах

Рисунок 2.7 – Структурно-силовой анализ кривошипно-ползунного механизма двигателя внутреннего сгорания а) план положений механизма;

б) структурная группа ползун – шатун; в) план сил структурной группы ползун – шатун; г) силы на начальном механизме

Предварительно выделенные структурные группы должны удовлетворять условиям кинестатической определимости. Число уравнений кинестатики должно быть равно числу неизвестных величин, характеризующих реакции в кинематических парах. Далее определяют реакции в кинематических парах со стороны отсоединенных звеньев, используя при этом уравнение $\Sigma M=0$.

Затем строят *план сил* – замкнутый векторный контур – и определяют оставшиеся неизвестные величины. Структурный анализ ведут последовательно, переходя от структурных групп с заданными внешними силами к структурным группам или звеньям, для которых следует определить внешние силы.

На плане сил в масштабе последовательно строят известные силы, а неизвестными замыкают план.

После определения реакций в кинематических парах устанавливают уравновешивающую силу и момент.

Уравновешивающие сила и момент приложены к ведущему звену и уравновешивают действие всех сил и моментов, влияющих на механизм.

При силовом анализе механизма уравновешивающий момент равен моменту движущих сил ($M_y = M_d$), уравновешивающая сила равна движущей силе ($F_y = F_d$).

Линия действия уравновешивающей силы и точка её приложения зависят от механизма, приводящего звено в движение.

Величина и направление уравновешивающего момента M_y , Н·м, определяется из условия равновесия звена приведения.

В случае, когда звено приведения уравновешивается силой F_y , Н, линия действия которой известна, то величина её определяется из условия

$$F_y = M_y / h_y, \quad (2.50)$$

где h_y – плечо пары сил на звене приведения, вызывающий *вращающий момент* T , Н·м.

Определение давления в кинематических парах начинаем с рассмотрения равновесия группы: шатун BC – ползун C . На звенья этой группы действуют силы: внешняя сила давления Q на поршень; силы тяжести G_2 , G_3 ; результирующие силы инерции $F_{и2}$, $F_{и3}$; давление R_{03} направляющих на ползун; давление на шатун R_{12} .

Условие равновесия группы

$$\bar{R}_{12} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{и2} + \bar{F}_{и3} + \bar{G}_3 + \bar{Q} + \bar{R}_{03} = 0. \quad (2.51)$$

В данном уравнении три неизвестных: величина R_{03} ; величина и линия действия силы R_{12} , то для решения этого уравнения давление R_{12} раскладывают на две составляющие

$$\bar{R}_{12} = \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^t, \quad (2.52)$$

где $\bar{R}_{12}^n$ – вдоль оси звена;

$\bar{R}_{12}^t$ – перпендикулярно к оси звена AB .

Составляющую $\bar{R}_{12}^t$ определяют из уравнения моментов всех сил, действующих на шатун BC относительно точки C

$$R_{12}^t \cdot BC - F_{и2} \cdot h_{Fи2} + G_2 \cdot h_{G2} = 0, \quad (2.53)$$

откуда

$$R_{12}^{\tau} = \frac{F_{и2} \cdot h_{Fи2} - G_2 \cdot h_{G2}}{BC}. \quad (2.54)$$

Строим план сил: устанавливаем масштаб сил μ_F , $H/мм$; откладываем в масштабе вектор $\overline{R_{12}^{\tau}}$, к концу которого устанавливаем вектор силы веса шатуна $\overline{G_2}$; далее, к концу вектора $\overline{G_2}$ устанавливаем вектор силы инерции шатуна $\overline{F_{и2}}$, к концу которого устанавливаем вектор силы веса ползуна $\overline{G_3}$; к концу вектора $\overline{G_3}$ устанавливаем вектор силы инерции ползуна $\overline{F_{и3}}$, к которому добавляем вектор внешних сил $\overline{Q}$; через конец вектора $\overline{Q}$ проводим линию вектора силы реакции $\overline{R_{03}}$ до пересечения с линией вектора $\overline{R_{12}^n}$, проведенного через начало вектора $\overline{R_{12}^{\tau}}$, замыкая тем самым векторный многоугольник сил, и получаем векторы $\overline{R_{12}^n}$ и $\overline{R_{03}}$.

Вектор реакции $\overline{R_{12}}$ получаем из построенного плана путем сложения векторов $\overline{R_{12}^n}$ и $\overline{R_{12}^{\tau}}$.

Вектор реакции $\overline{R_{12}}$ равен вектору реакции $\overline{R_{21}}$ отсоединенной группы начального механизма, но направлен противоположно.

Устанавливаем вектор уравнивающей всех сил механизма $\overline{F_y}$, приложенной в шарнире A начального механизма, приравняв его вектору реакции $\overline{R_{21}}$, (с некоторыми допущениями, не влияющими на конечный результат) противоположно направив, т.е. вектор реакции $\overline{R_{01}}$ равен вектору $\overline{F_y}$ (рисунок 2.7, з).

Уравнивающий момент M_y определяем из условия равновесия кривошипа AB

$$\overline{R_{21}} + \overline{R_{01}} = 0 \quad (2.55)$$

$$M_y = R_{21} \cdot h_1. \quad (2.56)$$

Поскольку $\overline{F_y}$ и $\overline{R_{21}}$ равны между собой, направлены противоположно и расположены на расстоянии h_1 , то они образуют вращательную пару с моментом T_y

$$\overline{T_y} = \overline{F_y} \cdot h_1. \quad (2.57)$$

2.3.2 Мощность на кривошипе

На основании вышеизложенного устанавливают мощность P на кривошипе

$$P = \overline{F_y} \cdot v_B \cdot 10^{-3}, \text{ кВт}; \quad (2.58)$$

или

$$P = \overline{T_y} \cdot \omega_1 \cdot 10^{-3}, \text{ кВт}. \quad (2.59)$$

Движущий момент на звене приведения является характеристикой, позволяющей установить приводную мощность P (кВт).

Мощность P (кВт) – энергетическая характеристика, равная отношению работы к интервалу времени ее совершения. Мощность определяется как ска-

лярное произведение вектора силы $\overline{F}$ (Н) на вектор скорости $\overline{v}$ (м/с) точки приложения силы

$$P = F \cdot v \cdot \cos \alpha, \quad (2.60)$$

где α – угол между F и v

Для вращающегося тела с угловой скоростью ω (рад/с) под действием момента T (Н·м) мощность P (кВт) равна

$$P = 10^3 \cdot T \cdot \omega \quad (2.61)$$

Представленный расчет производился без учета потерь на трение.

Учет трения, возникающего в кинематических парах производят после установления всех параметров при динамическом анализе (синтезе) механизма.

При работе механизмов происходят потеря мощности, которая отражается коэффициентом полезного действия η_m . Для многоступенчатого привода общий коэффициент полезного действия η_m равен произведению КПД каждой кинематической пары и других звеньев привода, где существует рассеивание энергии (подшипники, муфты и т.п.) $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$

$$\eta_m = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n. \quad (2.62)$$

Таким образом, эти потери обуславливают превышение требуемой мощности $P_{тр}$ по отношению к потребляемой (рабочей) P_p

$$P_{тр} = P_p / \eta_m. \quad (2.63)$$

Полученная величина $P_{тр}$ является основанием для выбора энергетической машины, приводящая в действие синтезируемый объект в составе производственного агрегата.

2.3.3 Движение механизма под действием сил

Различают три стадии движения механизма машины:

- стадия пуска (разбега), когда скорость движения ведущего звена растет от нуля до максимума, и, следовательно, работа движущих сил больше работы сил сопротивления ($A_{дв} > A_c$);
- установившееся движение, когда работа движущих сил за полный цикл по абсолютной величине равна работе сил сопротивления ($A_{дв} = A_c$);
- стадия выбега, когда скорость снижается до нуля, и работа движущих сил меньше работы сил сопротивления ($A_{дв} < A_c$).

Действие всех сил и моментов сил на различных звеньях механизма при общем синтезе заменяют одной силой или моментом, приложенных к какому либо звену, и называют их *приведенными*, а звенья, к которым они приложены, называют *звеньями приведения*.

Для составления уравнений движения механизма применяют уравнения движения Лагранжа второго рода в обобщенных координатах, в качестве которых используют независимые параметры, определяющие положения механизма.

Число уравнений Лагранжа равно количеству степени подвижности механизма, т.е. числу ведущих звеньев.

Уравнение движения удобно представить в следующей форме

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{dE}{dq_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = Q_i, \quad (2.64)$$

где E – кинематическая энергия механизма, зависящая от масс его звеньев, скоростей ведущих звеньев и их положения; q_i – обобщенная координата; $\dot{q}_i$ – обобщенная скорость; Π – потенциальная энергия системы; Q_i – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате.

Третий член уравнения Лагранжа $\frac{\partial \Pi}{\partial q_i}$ учитывает действия на механизм сил упругости звеньев и т.п. Этими силами можно пренебречь, и тогда уравнение Лагранжа примет вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{\partial E}{\partial q_i} = Q_i. \quad (2.65)$$

При составлении уравнений движения действие всех сил и моментов сил, приложенных к различным звеньям механизма, заменяем одной силой или моментом, приложенным к звеньям приведения.

Работа приведенной силы (или момента) на её возможном перемещении равна сумме работ всех сил, приложенных к звеньям механизма на их возможном перемещении.

В случае вращательного движения звена приведения уравнение Лагранжа имеет вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial E}{\partial \varphi} = M_{\Pi}, \quad (2.66)$$

а если в качестве звена приведения принять ползун в неподвижной направляющей, то

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{s}} \right) - \frac{\partial E}{\partial s} = F_{\Pi}. \quad (2.67)$$

Выражение для определения величины приведенной силы получим, если возьмём в качестве обобщенной координаты линейное перемещение s , а значения элементарных перемещений выразим через элементарные скорости

$$F_{\Pi} = \sum F_i \frac{v_i}{v} \cos \alpha_i + \sum M_i \frac{\omega_i}{v}, \quad (2.68)$$

где F_i и M_i – текущие значения приводимых сил и моментов сил, действующих на звенья; α_i – угол между направлениями силы и её перемещения; v – скорость точки приведения.

Аналогично выражение для определения приведенного момента сил будет иметь вид

$$M_{\Pi} = \sum F_i \frac{v_i}{\omega} \cos \alpha_i + \sum M_i \frac{\omega_i}{\omega}, \quad (2.69)$$

где ω – угловая скорость звена приведения.

При определении закона движения механизма применяют приведенную массу, сосредоточенную в точке приведения, которая обладает кинетической энергией всего механизма.

Кинетическая энергия механизма равна сумме кинетической энергии его звеньев

$$E = \frac{1}{2} \sum (m_i v_{Si}^2 + J_{Si} \omega_i^2), \quad (2.70)$$

где m_i – масса i -го звена; v_{Si}^2 – скорость центра массы i -го звена; J_{Si} – момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс; ω_i – угловая скорость i -го звена.

Приведенная масса m_{π} устанавливается уравнением

$$m_{\pi} = \sum \left[m_i \left(\frac{v_{Si}}{v} \right)^2 + J_{Si} \left(\frac{\omega_i}{v} \right)^2 \right]. \quad (2.71)$$

Можно записать

$$E = m_{\pi} \cdot \frac{v^2}{2}. \quad (2.72)$$

Приведенный момент инерции звена приведения, который обладает кинетической энергией, равной кинетической энергией всего механизма, и равен

$$E = \frac{J_{\pi} \omega^2}{2}; \quad (2.73)$$

$$J_{\pi} = \sum \left[m_i \left(\frac{v_{Si}}{\omega} \right)^2 + J_{Si} \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 \right]. \quad (2.74)$$

Из вышеуказанных уравнений следует, что приведенная масса и приведенный момент инерции переменны и являются функциями только *положения звена приведения*.

Уравнение движения механизма в форме уравнения моментов

$$J_{\pi} \varepsilon + \frac{1}{2} \cdot \frac{dJ_{\pi}}{d\varphi} \cdot \omega^2 = M_{\pi}. \quad (2.75)$$

Если в качестве звена приведения взято звено, совершающее поступательное движение, то дифференциальные уравнения движения механизма представляют в форме уравнения сил

$$m_{\pi} a + \frac{1}{2} \cdot \frac{dm_{\pi}}{dS} \cdot v^2 = F_{\pi}. \quad (2.76)$$

2.3.4 Истинная скорость звена приведения.

Значение истинной угловой скорости звена приведения определяют по разности моментов движущих сил и сил сопротивления

$$M_{\pi} = M_{\pi d} - M_{\pi c}; \quad (2.77)$$

$$\omega_i = \left[\frac{2}{J_{\pi i}} \int_{\varphi_0}^{\varphi_i} (M_{\pi d} - M_{\pi c}) d\varphi + \frac{J_{\pi 0}}{J_{\pi i}} \omega_0^2 \right]^{1/2}, \quad (2.78)$$

где ω_0 – угловая скорость звена приведения в начальном положении; $J_{\pi 0}$ – приведенный момент инерции звена приведения в начальном положении

Значение истинной линейной скорости звена приведения определяют по разности движущих сил и сил сопротивления

$$F_{\pi} = F_{\pi d} - F_{\pi c}; \quad (2.79)$$

$$v_i = \left[\frac{2}{m_{\pi i}} \int_{S_0}^{S_i} (F_{\pi d} - F_{\pi c}) dS + \frac{m_{\pi 0}}{m_{\pi i}} v_0^2 \right]^{1/2}, \quad (2.80)$$

где v_0 – линейная скорость звена приведения в начальном положении; $m_{п0}$ – приведенная масса звена приведения в начальном положении.

Если приведенная сила или приведенный момент сил, зависящие от положения механизма заданы в виде графиков, то уравнения движения механизма можно представить в виде

$$A_{Mд} - A_{Mc} = \frac{J_{п2}\omega_2^2}{2} - \frac{J_{п1}\omega_1^2}{2}; \quad (2.81)$$

$$A_{Fд} - A_{Fc} = \frac{m_{п2}v_2^2}{2} - \frac{m_{п1}v_1^2}{2}, \quad (2.82)$$

где $A_{Mд}$ и $A_{Fд}$ – работы приведенных движущих сил и моментов на рассматриваемом перемещении; A_{Mc} – A_{Fc} – работы приведенных сил и моментов сопротивления; $J_{п1}$ и $J_{п2}$; $m_{п1}$ и $m_{п2}$ – соответственно приведенные моменты инерции и приведенные массы в начале и в конце рассматриваемого перемещения; ω_1 и ω_2 , v_1 и v_2 – угловые скорости звена приведения и линейные скорости точки приведения, соответствующая началу и концу рассматриваемого промежутка времени.

Используя указанные уравнения можно найти скорость ведущего звена в любом положении кривошипа.

Для кривошипно-ползунного механизма графики: изменения приведенного момента в зависимости от угла поворота звена приведения и приведенного момента инерции представлены на рисунке 2.8, а и 2.8, г.

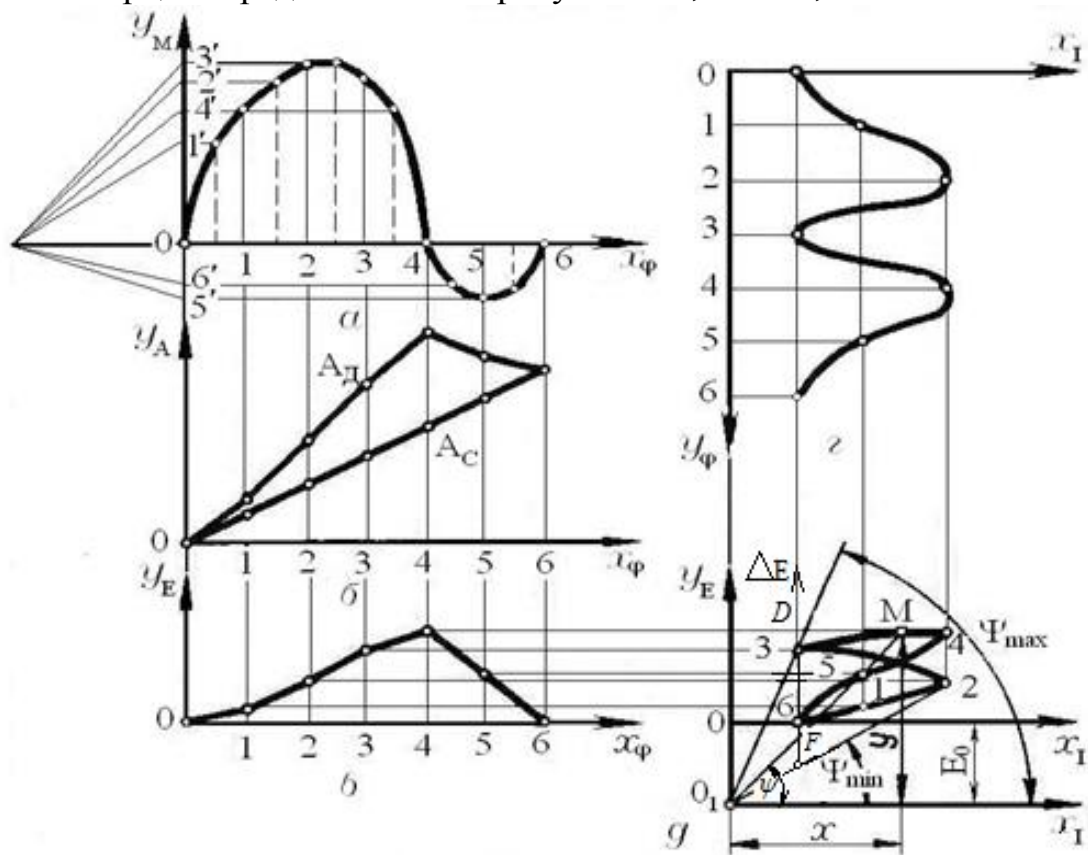


Рисунок 2.8 – Энерго-кинематические характеристики звена приведения

Графически интегрируем кривые изменения приведенных моментов (движущих и сопротивления) и получаем графики изменения работ сил движу-

щих $A_d(\varphi)$ и сил сопротивления $A_c(\varphi)$ в функции угла поворота в установившемся движении (рисунок 2.8, б). На основании $M_{п.с.} = M_{п.с}(\varphi) = const$ график A_c получаем, соединив конец графика A_d с началом координат.

Разность ординат на этих графиках представляет собой приращение кинетической энергии в функции угла поворота $\Delta E = \Delta E(\varphi)$ (рисунок 2.8, в).

$$A_{M_d} - A_{M_c} = \frac{J_{п2}\omega_2^2}{2} - \frac{J_{п1}\omega_1^2}{2}, \quad (2.83)$$

где $\frac{J_{п1}\omega_1^2}{2} = E_1$ – кинетическая энергия первой точки;

$\frac{J_{п2}\omega_2^2}{2} = E_2$ – кинетическая энергия второй точки.

Исключив из графиков (рисунок 2.8, в) $\Delta E = \Delta E(J_{п})$ и $J_{п} = J_{п}(\varphi)$ аргумент φ , получают функциональную зависимость кинетической энергии от приведенного момента инерции $\Delta E = \Delta E(\varphi)$ (рисунок 2.8, д).

Полная кинетическая энергия механизма равна

$$E = E_0 + \Delta E, \quad (2.84)$$

где E_0 – кинетическая энергия механизма в начальный момент времени, зависящая от первоначальной угловой скорости ω_0 ; $\Delta E = [A_d(\varphi) - A_c(\varphi)]$.

Перенесём начало координат графика $\Delta E = \Delta E(J_{п})$ (рисунок 2.8, д) на расстояние, соответствующее значению кинетической энергии E_0 , что позволит в новой системе координат представить кривую изменения кинетической энергии всего механизма в функции приведенного момента инерции $E = E(J_{п})$.

Истинная скорость звена приведения в данном его положении будет равна

$$\omega = \sqrt{2 \frac{E}{J_{п}}}. \quad (2.85)$$

Для произвольной точки M

$$\omega = \left(2 \frac{\mu_E}{\mu_{J_{п}}} \cdot \frac{y}{x} \right)^{1/2} = \left(2 \frac{\mu_E}{\mu_{J_{п}}} \operatorname{tg} \psi \right)^{1/2}, \quad (2.86)$$

где y и x – координаты точки M на кривой $E = E(J_{п})$; μ_E и $\mu_{J_{п}}$ – масштабы по принадлежности; ψ – угол между осью абсцисс и прямой, соединяющей начало координат O_1 с точкой M .

2.3.5 Регулирование параметров вращения коленчатого вала

Регулирование параметров коленчатого вала можно производить с помощью маховика. Подбор размеров маховика, обеспечивающего работу с заданным коэффициентом неравномерности хода δ , произведем на основании зависимости

$$\omega_{\frac{max}{min}} = \left(2 \frac{\mu_E}{\mu_{J_{\Pi}}} tg \psi_{\frac{max}{min}} \right)^{1/2}, \quad (2.87)$$

где ψ_{max} и ψ_{min} – соответственно углы, образованные касательными к верхней и нижней части диаграммы $\Delta E = \Delta E(J_{\Pi})$ с осью абсцисс.

Далее устанавливаем углы ψ_{max} и ψ_{min}

$$tg \psi_{max} = \frac{\mu_{J_{\Pi}}}{2\mu_y} \omega_m^2 (1 + \delta); \quad (2.88)$$

$$tg \psi_{min} = \frac{\mu_{J_{\Pi}}}{2\mu_y} \omega_m^2 (1 - \delta). \quad (2.89)$$

Момент инерции маховика

$$J_M = \frac{FD \cdot \mu_E}{\omega_{cp}^2 \delta}, \quad (2.90)$$

где $\omega_{cp} = \pi n / 30$ (n – оборотов в минуту главного вала).

Маховой момент GD^2 , где G – вес обода маховика, Н; D – средний диаметр маховика, м.

$$GD^2 = 4gJ_M \quad (2.91)$$

или

$$GD^2 = \frac{3600BD \cdot \mu_E}{n^2 \delta} \text{ Н} \cdot \text{м}^2. \quad (2.92)$$

Зная маховой момент, можно задаться диаметром D из конструктивных соображений, затем определить вес маховика или, наоборот, задавшись весом маховика, определить его диаметр.

Истинную угловую скорость кривошипа определяют по формуле

$$\omega_i = \sqrt{\frac{(J_M + J_{c1})\omega_{max}^2 - 2(\Delta E_1 - \Delta E)}{J_M + J_c}}, \quad (2.93)$$

где J_M – момент инерции маховика; J_{c1} – приведенный момент инерции звеньев механизма в положении, соответствующем максимальной угловой скорости; ω_{max} – максимальная угловая скорость кривошипа; ΔE – величина приращения кинетической энергии в i -м положении; ΔE_1 – приращение кинетической энергии, соответствующее максимальной угловой скорости кривошипа.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. ГОСТ 2.770-68. Группа Т52. Единая система конструкторской документации. Обозначения условные графические в схемах. Элементы кинематики.= Unified system for design documentation. Graphic designations in diagrams. Cinematic elements МКС 01.080.40 31.180. Дата введения 1971-01-01. – Москва: Издательство стандартов, 2004. – 13 с. Текст: непосредственный.
2. Гоц, А. Н. Кинематика и динамика кривошипно-шатунного механизма поршневых двигателей : учебное пособие / А.Н. Гоц. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2020. — 384 с. — (Высшее образование. Бакалавриат). - ISBN 978-5-91134-951-6. — Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1062091>. (дата обращения: 21.06.2022). — Режим доступа: по подписке.
3. Евдокимов, Ю. И. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин в примерах: учеб.-метод. пособие / Новосиб. гос. аграр. ун-т; сост.: Ю.И. Евдокимов. — Новосибирск, 2011. — 177 с. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/515945>. (дата обращения: 21.06.2022). — Режим доступа: по подписке.
4. Леонов, И. В. Теория механизмов и машин. Основы проектирования по динамическим критериям и показателям экономичности : учебник для вузов / И. В. Леонов, Д. И. Леонов. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 239 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00882-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/488587>. (дата обращения: 21.06.2022).
4. Соболев, А. Н. Теория механизмов и машин (проектирование и моделирование механизмов и их элементов): Учебник. / Соболев А.Н., Некрасов А.Я., Схиртладзе А.Г. - Москва: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2018. - 256 с.: - (Бакалавриат). - ISBN 978-5-906818-44-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/949269>. (дата обращения: 21.06.2022). — Режим доступа: по подписке.
5. Тимофеев, Г. А. Теория механизмов и машин : учебник и практикум для вузов / Г. А. Тимофеев. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 432 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12245-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/488589>. (дата обращения: 21.06.2022).

Приложение А (рекомендуемое)

Пример алгоритма синтеза кривошипно-ползунного механизма четырёхтактного двигателя внутреннего сгорания

Представленный алгоритм синтеза выполнен с использованием графо-аналитического метода.

Исходные данные

Ход поршня (ползуна) $H =$ мм.

Диаметр цилиндра $D =$ мм.

Смещение оси цилиндра относительно
оси коленчатого вала (кривошипа) $e =$ мм.

Коэффициент изменения скорости хода $k =$.

Расстояние l_{AS} центра S масс шатуна AB
от головки A шатуна $l_{AS} = \text{---} l_{AB}$.

Масса поршня $m_3 =$ кг.

Масса шатуна $m_2 =$ кг.

Масса неуравновешенной части кривошипа $m_1 =$ кг.

Расстояние l_{OS1} центра S_1 масс неуравновешенной
части кривошипа от оси вращения $l_{OS1} =$ мм.

Радиус инерции шатуна относительно оси,
проходящей через его центр масс $\rho_S^2 = \text{---} l_{AB}^2$.

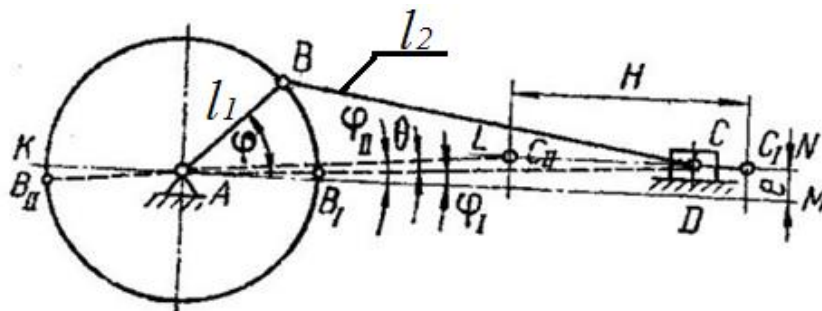
Момент инерции коленчатого вала относительно
оси вращения $J_{O1} =$ кг·м² .

Число оборотов в минуту коленчатого вала $n_{OA} =$ об/мин.

Коэффициент неравномерности хода двигателя $\delta =$.

Масштаб индикаторной диаграммы $\mu_P = \frac{M_H \cdot M^{-2}}{MM}$

Синтез кривошипно – ползунного механизма Метрический синтез



l_1 – длина кривошипа; l_2 – длина шатуна; e – смещение; H – ход ползуна
 φ – угол поворота, отсчитываемый против движения часовой стрелки; φ_1, φ_2 – углы,
образованные кривошипом с направлением горизонта в крайних положениях ползуна

Рисунок 1 – Кинематическая схема кривошипно-ползунного механизма

Определяем угол перекрытия θ

$$\theta = 180^\circ \frac{k-1}{k+1}.$$

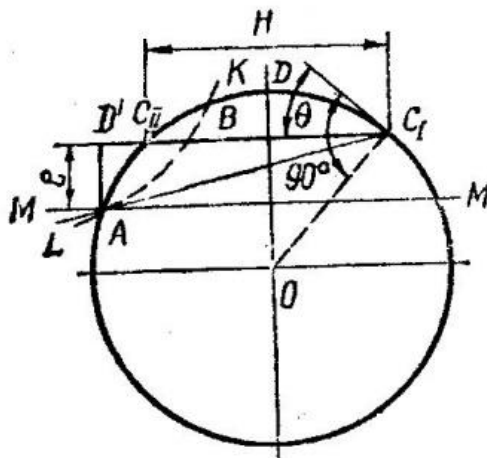


Рисунок 2 – Схема для установления метрических характеристик кривошипно-ползунного механизма

Проводим линию $C_I C_{II}$, равную H . Откладываем угол θ из точки C_I в сторону C_{II} , и проводим из точки C_I линию перпендикулярно внешней стороне угла до пересечения с вертикальной линией OD , которая делит расстояние $C_I C_{II}$ пополам.

OC_I – является радиусом вспомогательной окружности, на которой находится точка A , полученная после проведения линии MM , параллельно $C_I C_{II}$ на расстоянии e .

Из построения следует

$$AC_I = l_2 + l_1;$$

$$AC_{II} = l_2 - l_1.$$

Далее находим длины кривошипа l_1 и шатуна l_2 .

Графические исследования проводятся с учетом масштаба длин

$$\mu_l = l / \text{_____ мм}$$

Структурный анализ

Степень подвижности механизма W равна

$$W = 3n - 2p_5 - p_4,$$

где $n = 2$ – число подвижных звеньев; $p_5 = 2$ – число кинематических пар пятого класса; $p_4 = 0$ – число кинематических пар четвертого класса.

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 = 1$$

Установим структурные группы механизма (рисунок 4):

- шатун – ползун

$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0$ - структурная группа 2-го класса 2-го порядка;

- стойка – кривошип

$W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1$ - механизм 1-го класса;

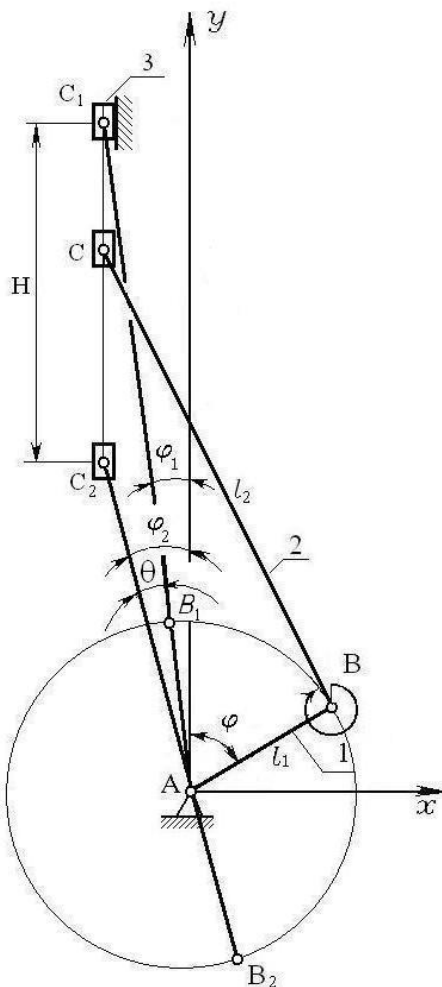


Рисунок 3 – Структурная схема механизма: 1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – ползун

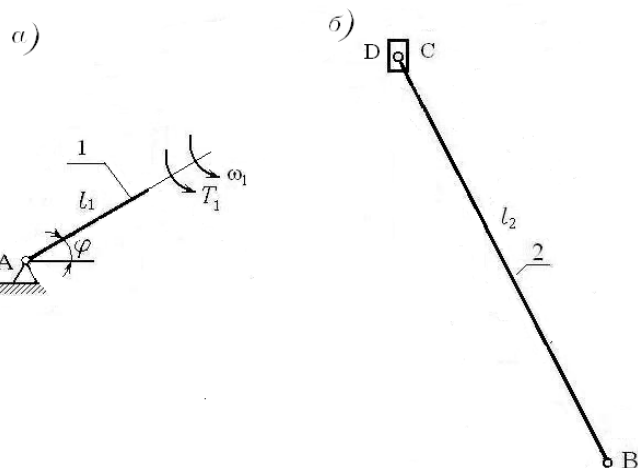


Рисунок 4 – Структурные группы механизма
а) начальный механизм; б) структурная группа 2-го класса, 2-го вида.

Механизм = ПМ($W=1$) + СГА (2 класс, 2 порядок, 2 вид)

Кинематический синтез

Скорости звеньев механизма

Угловая скорость на кривошипе ω_1

$$\omega_1 = \pi n / 30 = \text{рад/с},$$

где n_1 – частота вращения кривошипа, об/мин.

Скорость v_B точки B кривошипа равна

$$v_B = \omega_1 \cdot l_{AB} = \text{м/с}.$$

Масштаб плана скоростей μ_v определяем по формуле

$$\mu_v = v_B / P_v b = (\text{м/с}) / \text{мм}.$$

где $P_v b$ – фиксированный метрический отрезок, мм.

Из полюса P_v откладываем вектор $\overline{v_B}$ (вектор скорости точки B) перпендикулярно направлению кривошипа с учетом масштаба μ_v (рисунок 5, б).

Скорость v_C точки C определяем на основании выражения

$$\overline{v_C} = \overline{v_B} + \overline{v_{CB}},$$

где v_{CB} – скорость точки C по отношению к точке B , которая установлена по плану скоростей с учетом масштаба μ_v на пересечении линии, проведенной из конца вектора v_B (точка b) перпендикулярно линии шатуна до пересечения с направлением линии движения ползуна, устанавливая при этом конец вектора $\overline{v_C}$ (точка C).

Величины скоростей v_C и v_{CB} , установленные с использованием масштаба плана скоростей μ_v равны

$$v_C = P_v c \cdot \mu_v = \text{м/с};$$

$$v_{CB} = cb \cdot \mu_v = \text{м/с}.$$

Ускорения точек звеньев механизма

Величина ускорения a_B точки B кривошипа

$$a_B = \omega_1^2 \cdot l_{AB} = \text{м/с}^2.$$

Масштаб плана ускорений μ_a определяем по формуле

$$\mu_a = a_B / P_a b = (\text{м/с}^2) / \text{мм},$$

где $P_a b$ – фиксированный метрический отрезок, мм.

Из полюса P_a (рисунок 5, в) откладываем вектор $\overline{a_B}$ (вектор ускорения точки B) параллельно линии кривошипа к центру его вращения.

Величина нормальной составляющей вектора ускорения точки C по отношению к точке B

$$a_{CB}^n = v^2 / l_{BC} = \quad m/c^2.$$

Из конца вектора $\overline{a_B}$ (точка b) откладываем вектор $\overline{a_{CB}^n}$, с учетом масштаба μ_a , вдоль линии шатуна по направлению к точке B . Из конца вектора $\overline{a_{CB}^n}$, перпендикулярно к нему, проводим линию вектора $\overline{a_{CB}^t}$ ($\overline{a_{CB}^t} \perp \overline{a_{CB}^n}$) до пересечения с линией движения ползуна в точке c), устанавливая тем самым конец вектора $\overline{a_C}$.

Вектор ускорение $\overline{a_C}$ точки C равен

$$\overline{a_C} = \overline{a_B} + \overline{a_{CB}} = \quad m/c^2,$$

где $\overline{a_{CB}}$ – ускорение точки C по отношению к точке B , установленное по плану ускорений с учетом

$$\overline{a_{CB}} = \overline{a_{CB}^n} + \overline{a_{CB}^t},$$

Таким образом, $\overline{a_{CB}}$ получаем, соединив концы векторов $\overline{a_{CB}^n}$ и $\overline{a_{CB}^t}$.

Вектор ускорения центра масс шатуна $\overline{a_{S2}}$ получаем соединив точку P_a с точкой s (центр масс шатуна), которая расположена на отрезке bc в соответствии с метрической пропорцией на звене «шатун».

Величины ускорений $\overline{a_C}$, $\overline{a_{CB}}$ и $\overline{a_{S2}}$ определяют из плана ускорений, с учетом его масштаба:

$$\overline{a_C} = P_a c \cdot \mu_a = \quad (m/c^2);$$

$$\overline{a_{CB}} = cb \cdot \mu_a = \quad (m/c^2);$$

$$\overline{a_{S2}} = P_a s \cdot \mu_a = \quad (m/c^2).$$

Динамический синтез

Силы, действующие на звенья механизма

Силы инерции шатуна

$$\overline{F_{и2}} = - m_2 \cdot \overline{a_{S2}} = \quad H.$$

Силы инерции поршня со штоком

$$\overline{F_{и3}} = - m_3 \cdot \overline{a_C} = \quad H.$$

Сила собственного веса шатуна

$$G_2 = m_2 \cdot g = \quad H,$$

где g – ускорение силы тяжести, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

Сила собственного веса поршня со штоком

$$G_3 = m_3 \cdot g = \quad H.$$

Кинетостатическое исследование

Условие равновесия группы:

- шатун BC – ползун C (рисунок 5, z)

$$\bar{R}_{12} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{и2} + \bar{G}_3 + \bar{F}_{и3} + \bar{R}_{03} + \bar{Q} = 0,$$

где $\bar{R}_{12}$ – реакция поршневой группы отсоединенной от ведущего механизма.

Представим $\bar{R}_{12}$ в виде двух взаимно перпендикулярных компонент.

$$\bar{R}_{12} = \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^{\tau}$$

Составляющую $\bar{R}_{12}^{\tau}$ определяем из условия равновесия группы, при котором сумма моментов всех сил, действующих на шатун BC относительно точки C равна нулю

$$R_{12}^{\tau} \cdot l_{BC} - F_{и2} \cdot h_{Fи2} + G_2 \cdot h_{G2} = 0$$

$$R_{12}^{\tau} = \frac{F_{и2} \cdot h_{Fи2} - G_2 \cdot h_{G2}}{l_{BC}}.$$

Реакции R_{12}^{τ} и R_{03} находим из плана сил (рисунок 5, d), который при условии равновесия представляет собой замкнутый многоугольник, построенный последовательным присоединением векторов всех действующих сил в масштабе $\mu_F = R_{12}^{\tau} / ab = \text{Н/мм}$.

Реакция R_{01} в паре кривошип – стойка и уравнивающий момент M_y определяем из условия равновесия кривошипа AB (рисунок 5, e) при условии, что вес кривошипа не учтен ввиду его относительной незначительности

$$\bar{R}_{21} + \bar{R}_{01} = 0; \quad \bar{R}_{01} = -\bar{R}_{21};$$

$$R_{21} \cdot h_1 + M_y = 0; \quad M_y = -R_{21} \cdot h_1 = -(R_{21}) \cdot \mu_F \cdot h_1 \cdot \mu_l,$$

где (R_{21}) – масштабная звена вектора $\bar{R}_{21}$ с плана сил; μ_F – масштаб плана сил; h_1 – плечо силы R_{21} относительно точки A ; μ_l – масштаб длин кинематической схемы.

Уравнивающая сила $\bar{F}_y$ всех сил, действующих на механизм, определяется по результирующей реакции $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$ с приложением в точке A .

При этом $\bar{F}_y$ и $\bar{R}_{21}$ равны между собой, направлены противоположно и, находясь на расстоянии h_1 , образуют вращательную пару с моментом T_y

$$\bar{T}_y = \bar{F}_y \cdot h_1.$$

На основании этого устанавливают мощность P на кривошипе

$$P = \bar{F}_y \cdot v_B \cdot 10^{-3} = \text{кВт}$$

или

$$P = \bar{T}_y \cdot \omega_1 \cdot 10^{-3} = \text{кВт}.$$

С учетом потерь на механических передачах привода требуемая мощность $P_{тр}$, которая является основанием для выбора электродвигателя равна

$$P_{тр} = P / \eta_{\Sigma},$$

где η_{Σ} – общий коэффициент полезного действия привода, отражающий влияние сил трения

$$\eta_{\Sigma} = \eta_{рп} \cdot \eta_{цп} \cdot \eta_{п} \cdot \eta_{м},$$

где $\eta_{рп}$, $\eta_{цп}$, $\eta_{п}$, $\eta_{м}$ – коэффициенты полезного действия ременной передачи, цилиндрической передачи, подшипников и муфты, соответственно.

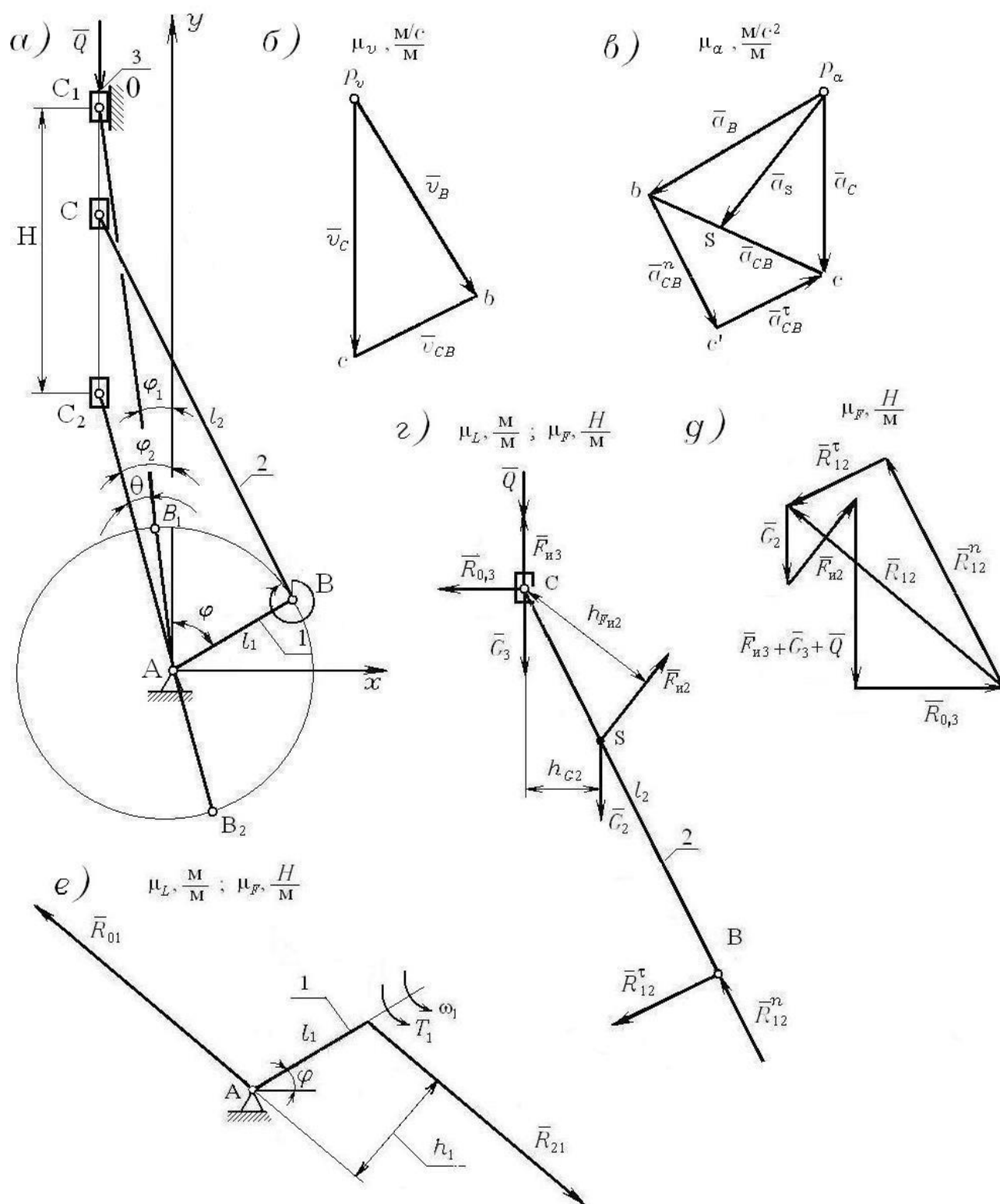


Рисунок 5 – Кинетостатический анализ кривошипно-ползунного механизма поршневой группы двигателя внутреннего сгорания: а) план положений механизма, $\varphi = 60^\circ$; б) план скоростей; в) план ускорений; г) структурная группа шатун - ползун д) план сил структурной группы шатун – ползун; е) начальный механизм. На рисунке Q – внешняя сила, действующая на поршень; G_2 и G_3 – силы веса; F_{i2} и F_{i3} – силы инерции; R_{01} , R_{12} , R_{03} – силы давления в кинематических парах

Определение момента инерции махового колеса

Установим для ряда положений величины приведенных моментов в зависимости от угла поворота звена приведения $M_{\Pi} = f(\varphi)$ и значения приведенного момента инерции $J_{\Pi} = J_{\Pi}(\varphi)$

$$M_{\Pi} = \sum F_i \frac{v_i}{v} \cos \alpha_i + \sum M_i \frac{\omega_i}{\omega},$$

где F_i и M_i – текущие значения приводимых сил и моментов сил, действующих на звенья; α_i – угол между направлениями силы и её перемещения; v – скорость точки приведения; ω – угловая скорость звена приведения.

$$J_{\Pi} = \sum \left[m_i \left(\frac{v_{Si}}{\omega} \right)^2 + J_{Si} \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 \right],$$

где m_i – масса i -го звена; v_{Si} – скорость центра масс i -го звена; J_{Si} – момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс; ω_i – угловая скорость i -го звена.

Полученные результаты представляют в виде графиков 6, а и 6, з, соответственно.

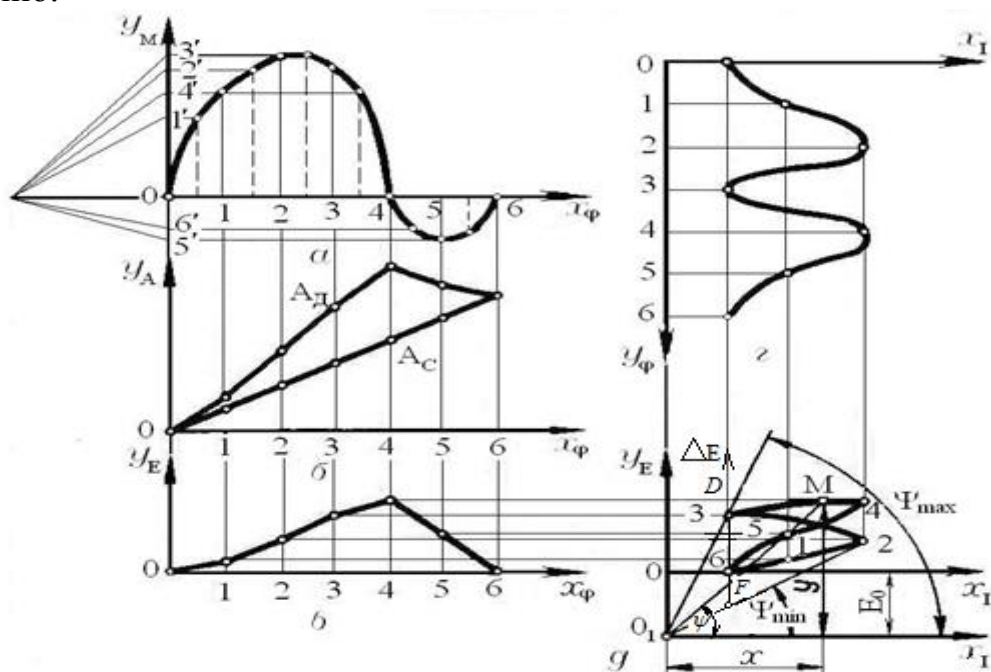


Рисунок 6 – Энерго-кинематические характеристики звена приведения

Графически интегрируем кривые изменения приведенных моментов (движущих и сопротивления) и получаем графики изменения работ сил движущих $A_d(\varphi)$ и сил сопротивления $A_c(\varphi)$ в функции угла поворота в установившемся движении (рисунок 6, б). На основании $M_{п.с.} = M_{п.с}(\varphi) = const$ график A_c получаем, соединив конец графика A_d с началом координат.

Разность ординат на этих графиках представляет собой приращение кинетической энергии в функции угла поворота $\Delta E = \Delta E(\varphi)$ (рисунок 6, в), т.к.

$$A_{M_d} - A_{M_c} = \frac{J_{\Pi 2} \omega_2^2}{2} - \frac{J_{\Pi 1} \omega_1^2}{2},$$

где $\frac{J_{\Pi 1} \omega_1^2}{2} = E_1$ – кинетическая энергия первой точки; $\frac{J_{\Pi 2} \omega_2^2}{2} = E_2$ – кинетическая энергия второй точки.

Исключив из графиков (рисунок 6, в) $\Delta E = \Delta E(J_{\text{п}})$ и $J_{\text{п}} = J_{\text{п}}(\varphi)$ аргумент φ , получают функциональную зависимость кинетической энергии от приведенного момента инерции $\Delta E = \Delta E(\varphi)$ (рисунок 6, д).

Полная кинетическая энергия механизма равна

$$E = E_0 + \Delta E,$$

где E_0 – кинетическая энергия механизма в начальный момент времени, зависящая от первоначальной угловой скорости ω_0 ; $\Delta E = [A_{\text{д}}(\varphi) - A_{\text{с}}(\varphi)]$.

Перенесём начало координат графика $\Delta E = \Delta E(J_{\text{п}})$ (рисунок 6, д) на расстояние, соответствующее значению кинетической энергии E_0 , что позволит в новой системе координат представить кривую изменения кинетической энергии всего механизма в функции приведенного момента инерции $E = E(J_{\text{п}})$.

Истинная скорость звена приведения в данном его положении будет равна

$$\omega = \sqrt{2 \frac{E}{J_{\text{п}}}}.$$

Для произвольной точки M

$$\omega = \left(2 \frac{\mu_E}{\mu_{J_{\text{п}}}} \cdot \frac{y}{x} \right)^{1/2} = \left(2 \frac{\mu_E}{\mu_{J_{\text{п}}}} \operatorname{tg} \psi \right)^{1/2},$$

где y и x – координаты точки M на кривой $E = E(J_{\text{п}})$; μ_E и $\mu_{J_{\text{п}}}$ – масштабы по принадлежности; ψ – угол между осью абсцисс и прямой, соединяющей начало координат O_1 с точкой M .

Подбор размеров маховика, обеспечивающего работу с заданным коэффициентом неравномерности хода δ произведем на основании

$$\omega_{\frac{\max}{\min}} = \left(2 \frac{\mu_E}{\mu_{J_{\text{п}}}} \operatorname{tg} \psi_{\frac{\max}{\min}} \right)^{1/2},$$

где $\psi_{\max}$ и $\psi_{\min}$ – соответственно углы, образованные касательными к верхней и нижней части диаграммы $\Delta E = \Delta E(J_{\text{п}})$ с осью абсцисс.

Далее устанавливаем углы $\psi_{\max}$ и $\psi_{\min}$

$$\operatorname{tg} \psi_{\max} = \frac{\mu_{J_{\text{п}}}}{2\mu_y} \omega_m^2 (1 + \delta);$$

$$\operatorname{tg} \psi_{\min} = \frac{\mu_{J_{\text{п}}}}{2\mu_y} \omega_m^2 (1 - \delta).$$

Момент инерции маховика

$$J_{\text{м}} = \frac{FD \cdot \mu_E}{\omega_{\text{ср}}^2 \delta},$$

где $\omega_{\text{ср}} = \pi n / 30$ (n – оборотов в минуту главного вала).

Маховой момент GD^2 , где G – вес обода маховика, Н; D – средний диаметр маховика, м.

$$GD^2 = 4gJ_{\text{м}}$$

или

$$GD^2 = \frac{3600BD \cdot \mu_E}{n^2 \delta} \text{ Н} \cdot \text{м}^2.$$

Зная маховой момент, можно задаться диаметром D из конструктивных соображений, затем определить вес маховика или, наоборот, задавшись весом маховика, определить его диаметр.