

УДК 621.658.012:531

ЭНЕРГОЕМКОСТЬ УПРАВЛЯЕМОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ НЕЖЕСТКИХ ЗАГОТОВОК ПРИ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ТОКАРНОЙ ОБРАБОТКЕ

Бохонский А.И., Шмидт Л.А.

Решены задачи анализа расхода энергии на оптимальное управление деформированием заготовок малой жесткости при токарной обработке и синтеза управлений с учетом критерия минимума энергетических затрат на управляемое деформирование.

Впервые энергетические затраты на управление деформированием нежестких заготовок оценивались в [1] для управления в виде сосредоточенной силы и консольного закрепления заготовки в патроне; было показано, что затраты на управляемое деформирование существенно меньше общих энергетических затрат на технологический процесс.

Рассматриваются более сложные случаи управления, когда в качестве управляющих воздействий приняты сосредоточенные опорные моменты и заготовка закреплена в центрах.

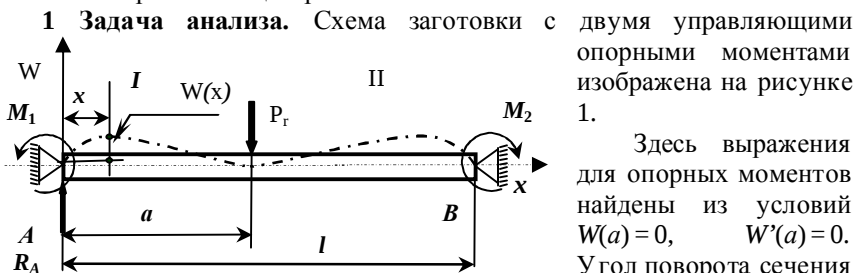


Рисунок 1 – Схема управляемого деформирования заготовки при использовании двух опорных моментов согласно зависимости

$$\varphi = \left. \frac{dW}{dx} \right|_{x=0},$$

где $W(x)$ – прогиб на первом участке заготовки ($a \geq x \geq 0$), который находится по методу начальных параметров. После преобразований находим

$$\varphi_1(0) = -(M_1 l^2 / 2 + R_A l^3 / 6 - P_t (l - a)^3 / 6) / EJ l,$$

Здесь выражения для опорных моментов найдены из условий $W(a) = 0$, $W'(a) = 0$. Угол поворота сечения на левом конце заготовки определяется

где $R_A = (M_1 - M_2 + P_r(l - a))/l$; P_r – радиальная составляющая силы резания; EJ – изгибная жесткость заготовки; l – длина заготовки; M_1, M_2 – управляющие опорные моменты. В данном случае они равны [1]:

$$M_1(a) = M_2(a) = \frac{2P_r a(l - a)}{3l}.$$

Угол поворота сечения на правой опоре равен:

$$\varphi_2(l) = \varphi_1(0) + \left(-M_1 l + R_A l^2 / 2 - P_r (l - a)^2 / 2 \right) / EJ.$$

Далее при вычислении производных $\omega_1 = d\varphi_1/dt$ и $\omega_2 = d\varphi_2/dt$ учитывается, что $a = Vt$, где V – линейная скорость (скорость перемещения резца вдоль заготовки). Теперь поиск работы управляющих воздействий M_1 и M_2 сводится к вычислению интегралов

$$A = \int_0^T M_1 d\varphi_1 + \int_0^T M_2 d\varphi_2,$$

или

$$A = \int_0^T M_1 \omega_1 dt + \int_0^T M_2 \omega_2 dt, \quad (1)$$

где $T = l/V$ – общее время обработки заготовки. После вычисления работы согласно (1) с использованием функции INT в Maple V [2] получена

$$A = \frac{P_r^2 V^2 T^2}{135 EJ l^2} (18V^3 T^3 - 45V^2 T^2 l + 20VTl^2 + 15l^3).$$

График зависимости $A = A(T)$ изображен на рисунке 2. Как следует из графика, общая работа, затраченная на управляемое деформирование заготовки, равна 0,0483 Дж.

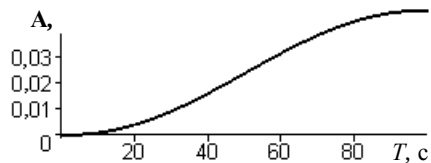


Рисунок 2 – График зависимости $A = A(T)$

2 Задача синтеза. Предположим, что управления в виде опорных моментов при закреплении заготовки в центрах имеют вид

$$M_1 = b_1 (a - a^2/l), \quad M_2 = c_1 (a - a^2/l), \quad (2)$$

где b_1 и c_1 – константы, подлежащие определению в процессе решения задачи о минимуме энергетических затрат на управляемое деформирование. Зависимости (2) удовлетворяют следующим условиям: при $a = 0$ и $a = l$ $M_1 = M_2 = 0$; при $a = l/2$, $M_1 = b_1 l/4$, $M_2 = c_1 l/4$.

В качестве функции цели используется следующий критерий минимума энергетических затрат на управляемое деформирование в процессе токарной обработки

$$J = \int_0^T M_1 d\omega_1 + \int_0^T M_2 d\omega_2 = \min ,$$

где T – общее время обработки; ω_1 , ω_2 – угловые скорости вращений опорных сечений нежесткой заготовки, обусловленные медленным изменением координаты силы резания. Тогда ускорение сечения равно $\varepsilon_1 = d\omega_1/dt$, т.е. $d\omega_1 = \varepsilon_1 dt$. Следовательно, угловое ускорение ε_1 можно найти как

$$\varepsilon_1 = d^2\varphi_1/dt^2 ,$$

где φ_1 – угол поворота левого опорного сечения. Аналогично $d\omega_2 = \varepsilon_2 dt$, $\varepsilon_2 = d^2\varphi_2/dt^2$, где φ_2 – угол поворота правого опорного сечения.

Параметры b_1 и c_1 , найденные из условия минимума критерия (1), имеют вид:

$$b_1 = \frac{3P_r(3V^2T^2 - 8VlT + 6l^2)}{8l(-2VT + 3l)} ;$$

$$c_1 = \frac{3VP_rT(-3VT + 4l)}{8l(-2VT + 3l)} .$$

Для исходных данных ($l = 0,2$ м, $V = 0,02$ м/с, $T = l/V$, $P_r = 100$ Н) следует $M_1 = M_2 = 0,075t - 0,00075t^2$.

В случае одного управляющего момента выражение для управления

$$M = \frac{0,4t(0,2 - 0,002t)}{0,2 + 0,002t} .$$

Если предварительно не задавать выражения для управлений M_1 и M_2 , то для критерия

$$J = \int_0^T M_1 \varepsilon_1 dt + \int_0^T M_2 \varepsilon_2 dt = \min$$

и ограничений

$$W(a) = 0, \quad W'(a) = 0 \quad (3)$$

задача поиска управлений, обеспечивающих минимум принятого критерия (с учетом ограничений (3)), сводится к классической задаче линейного программирования и для каждого конкретного положения силы резания можно найти численные значения управлений. Функция цели линейна относительно M_1 и M_2

$$J = -\frac{M_1 P_r V^3 T^3}{6EJ} + \frac{M_1 P_r V^2 T^2}{2EJ} - \frac{M_1 P_r V T l}{3EJ} - \frac{M_2 P_r V^3 T^3}{6EJ} + \frac{2M_2 P_r V T l}{3EJ}, \quad (4)$$

ограничения являются линейными равенствами:

$$\Theta_0 + (-M_1 a + R_A a^2 / 2) / EJ = 0,$$

$$\Theta_0 a + (-M_1 a^2 / 2 + R_A a^3 / 6) / EJ = 0. \quad (5)$$

Решение найдено в результате использования функции Minimize (в Maple V) для фиксированных значений a . Графики $M_1 = M_2 = f(a)$ изображены на рисунке 3.

При токарной обработке жестких деталей без использования средств, снижающих

деформации заготовки сила резания зависит от упругих перемещений заготовки и в первом приближении можно записать

$$P_r = P_r^0 - c(a)w(a),$$

где P_r^0 – сила резания в случае абсолютно жесткой заготовки; $c(a)$ – коэффициент жесткости заготовки в сечении с координатой a силы резания, который в первом

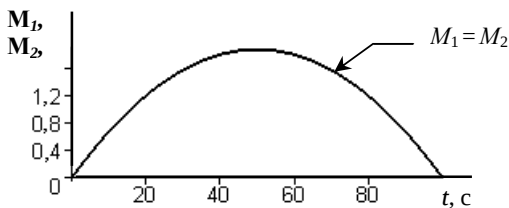


Рисунок 3 – Графики управляющих моментов M_1 и M_2

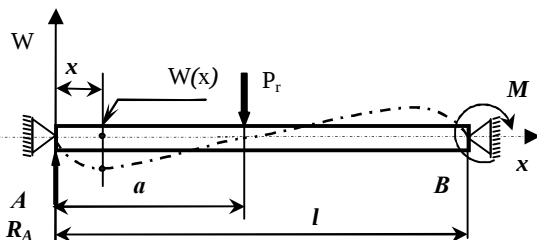


Рисунок 4 – Схема управляемого деформирования заготовки

приближении можно считать постоянным и равным $c = 48EJ/l^3$; $w(a)$ – перемещение заготовки (по направлению радиальной составляющей силы резания).

Для заготовки с одним управляющим моментом (рисунок 4) прогиб под силой резания

$$w(a) = \Theta_0 \cdot a + R_A a^3 / 6EJ, \quad (6)$$

где $\Theta_0 = (P_r(l-a)^3 - R_A l^3) / 6EJ$; $R_A = (P_r(l-a) - M) / l$.

В правую часть выражения (6) входит $w(a)$ и поэтому оно должно быть предварительно разрешено относительно $w(a)$. В данном случае в качестве критерия оптимальности использовался следующий

$$J = \left[\int_0^a w_1(x) dx \right]^2 + \left[\int_a^l w_2(x) dx \right]^2 = \min, \quad (7)$$

где $w_1 = \Theta_0 \cdot x + R_A x^3 / 6EJ$; $w_2 = w_1 - P_r(x-a)^3 / 6EJ$. Характерно, что при учете изменения силы резания в связи с податливостью заготовки в наиболее простом случае, когда деформационным критерием оптимальности является условие $W(a) = 0$, управление в виде правого опорного момента зависит от изгибной жесткости заготовки и принимает вид

$$M = \frac{P_r a (2l^2 - 3la + a^2 - a l E^2 J^2 + a^2 E^2 J^2)}{l^2 - a^2 E^2 J^2}, \quad (8)$$

где EJ – изгибная жесткость заготовки.

Управление весьма чувствительно к изменению жесткости и при стремлении знаменателя в (8) к нулю стремится к бесконечности, т.е. появляется неустойчивость заготовки в управляемом состоянии.

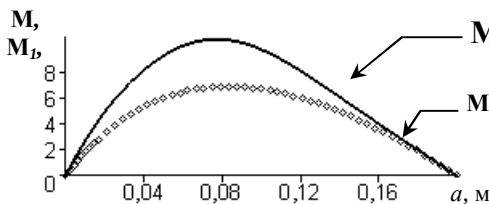


Рисунок 5 – Графики управляющего момента для схемы закрепления заготовки (рисунок 4): M – управление заготовкой с учетом изменения силы резания;

M_1 – вид управления заготовкой при постоянной

Если рассматривать

силу резания как

постоянную то с учетом критерия (7) и условия $W(a) = 0$ управление в виде правого опорного момента, как известно [1], имеет вид (рисунок 5):

$$M_1 = \frac{2P_r a(l-a)}{l+a}.$$

Снижение энергетических затрат на управляемое деформирование нежестких заготовок при автоматической токарной обработке может явиться стимулом к внедрению в производство предлагаемых методов, которые позволяют существенно повысить точность изготовления деталей данного класса.

Библиография

1 Бохонский А.И. Управление деформированием нежестких деталей при токарной обработке/ А.И. Бохонский, А.Н. Вохмянин. — Севастополь: Изд-во СевГТУ, 1999. — 240 с.

2 Дьяконов В.П. Математическая система Maple V R3/R4/R5 / В.П. Дьяконов — М.: Изд-во «Солон», 1999. — 400 с.

Поступила в редакцию 11.12.2001 г.