

УДК 681.511

ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ПОСТРОЕНИЯ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ НЕПРЕРЫВНО-ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ С КРАТНЫМИ ТАКТАМИ ДИСКРЕТНОСТИ

Крамарь В. А., Лазарева Е.В.

Рассматриваются вопросы построения и преобразования сигнальных графов систем, содержащих квантователи сигналов по времени с кратными тактами квантования. Построенные графы позволяют получить вход – выходные соотношения между системными переменными просмотром графа без вычислений.

В системах автоматического управления, использующих микропроцессоры или ЭВМ в каналах измерения и обработки, широко распространен синхронный режим работы. Это характеризуется наличием в системе квантователей с кратными тактами дискретности.

Такие системы относятся к классу непрерывно-дискретных систем и описываются как аналитическими, так и графоаналитическими смешанными математическими моделями [1].

Формирование сигнального графа для общего случая многомерной многотактной непрерывно-дискретной САУ и построение вход-выходных соотношений выполнено в [1]. Как было замечено в [1], построение сигнального графа и его преобразования для многотактных непрерывно-дискретных систем с кратными тактами существенно упрощаются и включают в себя процедуру многократного применения алгоритма Месона.

Рассмотрим формирование сигнального графа многотактных непрерывно-дискретных САУ с кратными тактами дискретности.

Как и в [1], при построении сигнального графа будем использовать систему обозначений Седлера и Бекки [2]. В этой системе обозначений наряду с белыми узлами графа, обозначающими непрерывные переменные системы, используются черные узлы для обозначения дискретных переменных и операций квантования. Значение переменной, представленное любым черным узлом, есть дискретная форма преобразования суммы всех переменных, входящих в узел, по соответствующему такту.

Модель многотактной непрерывно-дискретной системы с несколькими квантователями с тактами дискретности T_i , $i = 1, \dots, N$ удобно представлять в виде

$$A(s)x(s) = \sum_{i=1}^N B_i x^{Ti}(s) + R, \quad (1)$$

где $x(s) - n$ – вектор переменных системы в изображении по Лапласу; $A(s) - n \times n$ матрица непрерывных передаточных функций [1]; $x^{T_i}(s)$ – дискретное преобразование по такту T_i , $i = 1, \dots, N$ вектора $x(s)$; $R - n$ вектор нормализованного входа [1], который в силу линейности системы, без потери общности, можно рассматривать как вектор $R' = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]'$, где $'$ – здесь и далее обозначает операцию транспонирования; $B_i - n \times n$ – матрицы характеризующие наличие квантователей с разными тактами дискретности в системе, они состоят из 0 и 1 и отражают операции квантования [1].

Для упрощения в (1) целесообразно записывать сначала уравнения для непрерывных, а затем для квантованных переменных поочередно для каждого такта дискретности T_i , $i = 1, \dots, N$ [1]. Обозначим

$$y_i^{T_i}(s) = B_i x^{T_i}(s), \quad i = 1, \mathbf{K}, N.$$

В силу свойств матрицы B_i , $i = 1, \dots, N$, вектор $y_i(s) = B_i x(s)$ представляет собой набор переменных, являющихся входными сигналами непосредственно для квантователей с тактом дискретности T_i , а вектор $y_i^{T_i}(s)$ включает переменные непосредственно на выходах этих квантователей, т.е. $y_i^{T_i}(s)$ – векторы, ненулевыми элементами которых являются выходные переменные ключей с тактом дискретности T_i , $i = 1, \dots, N$. Модель многотактной непрерывно-дискретной САУ в этих обозначениях имеет вид

$$x(s) = A^{-1}(s) \sum_{i=1}^N y_i^{T_i}(s) + A^{-1}(s) R. \quad (2)$$

Пусть такты дискретности кратны, т.е.,

$T_i = m_j T_j$, $i < j$, $i = 1 \mathbf{K} N-1$, $j = 2 \mathbf{K} N$, m_j – натуральное число, причем

$m_i < m_j$ при $i < j$ и $\frac{m_j}{m_i}$ – натуральное число. Для определенности

отметим, что $T_1, T_2, \dots, T_N$ упорядочены по убыванию. Умножая (2) на соответствующие B_i и выполняя дискретные преобразования полученных соотношений по соответствующему такту T_i , используя при этом свойство дискретного преобразования

$$[z(s) y^{kT}(s)]^T = z^T(s) y^{kT}(s),$$

получаем систему соотношений

$$\begin{aligned}
& y_1^{T_1}(s) = (B_1 A^{-1}(s))^{T_1} y_1^{T_1}(s) + (B_1 A^{-1}(s)) y_2^{T_2}(s)^{T_1} + \mathbf{K} + \\
& \quad + (B_1 A^{-1}(s)) y_N^{T_N}(s)^{T_1} + (B_1 A^{-1}(s)) R^{T_1} \\
& y_2^{T_2}(s) = (B_2 A^{-1}(s))^{T_2} y_1^{T_1}(s) + (B_2 A^{-1}(s))^{T_2} y_2^{T_2}(s) + \mathbf{K} + \\
& \quad + (B_2 A^{-1}(s)) y_N^{T_N}(s)^{T_2} + (B_2 A^{-1}(s)) R^{T_2} \\
& \text{\textbf{L L}} \\
& y_{N-1}^{T_{N-1}}(s) = (B_{N-1} A^{-1}(s))^{T_{N-1}} y_1^{T_1}(s) + \mathbf{K} + (B_{N-1} A^{-1}(s))^{T_{N-1}} y_{N-1}^{T_{N-1}}(s) + \\
& \quad + (B_{N-1} A^{-1}(s)) y_N^{T_N}(s)^{T_{N-1}} + (B_{N-1} A^{-1}(s)) R^{T_{N-1}} \\
& y_N^{T_N}(s) = (B_N A^{-1}(s))^{T_N} y_1^{T_1}(s) + \mathbf{K} + (B_N A^{-1}(s))^{T_N} y_{N-1}^{T_{N-1}}(s) + \\
& \quad (B_N A^{-1}(s))^{T_N} y_N^{T_N}(s) + (B_N A^{-1}(s)) R^{T_N}.
\end{aligned} \tag{3}$$

преобразование графа, в котором в качестве выходных переменных рассматриваются выходные сигналы квантователей с самым малым тактом T_N , а в качестве входных – связанные с ними входные системные переменные и выходы квантователей с другими большими тактами T_i , $i = 1, \dots, N - 1$. Заметим, что при этом все переменные являются однородными – дискретными, передаточные функции также дискретными. Поэтому формирование и преобразование такого графа осуществляется на основе известного метода Мэсона. В результате такой процедуры общее представление системы (3) в форме графа можно скорректировать так, что вместо свободной векторной переменной $y_N^{T_N}$ используется граф, связывающий исходные входные переменные с оставшимися переменными $y_i^{T_i}$, $i = 1, \dots, N - 1$. Данный граф исходной системы можно использовать далее для исключения второй свободной векторной переменной $y_{N-1}^{T_{N-1}}$.

Этой процедуре соответствует разрешение относительно $y_{N-1}^{T_{N-1}}$ предпоследнего соотношения в (3). Заметим, это возможно в силу того, что в данном соотношении переменная $y_N^{T_N}$, выражена через остальные переменные $y_i^{T_i}$, $i = 1, \dots, N - 2$, а также входными системными переменными. Продолжая рассмотренную процедуру относительно всех переменных $y_i^{T_i}$, $i = 1, \dots, N$, можно получить искомый граф исходной непрерывно-дискретной системы с кратными тактами, на основе которого можно получить вход-выходные соотношения между его переменными.

Используя вышеизложенные рассуждения сформулируем алгоритм получения сигнального графа многотактной непрерывно-дискретной системы для случая кратных тактов.

1 На основании структурной схемы системы формируется исходный граф, содержащий белые и черные узлы. Черные узлы имеют индексы T_i , $i = 1, \dots, N$, соответствующие значению такта дискретности. Такты считаются упорядоченными по убыванию. В исходном графе квантователи считаются разомкнутыми, при этом выходные сигналы квантователей считаются входными узлами в системе, им соответствуют черные узлы.

2 По исходному графу системы с помощью алгоритма Мэсона формируется дискретный граф 1-го уровня согласно следующей процедуре.

В исходном графе выбираются все узлы, являющиеся входными для ключей с самым малым тактом T_N . Они считаются выходными узлами. Затем выбираются все входные узлы, связанные с указанными выходными. Входные узлы могут быть входными сигналами исходной системы, а также выходами квантователей с большими тактами. По алгоритму Мэсона

между этими узлами определяются связи, и формируется промежуточный граф 1-го уровня.

Далее все белые узлы промежуточного графа заменяются черными с индексом переменных T_N , что соответствует дискретному преобразованию переменных по такту T_N , передаточные функции связей заменяются их дискретными преобразованиями по такту T_N . Черные узлы, соответствующие дискретным переменным по большим тактам, остаются неизменными. Тем самым формируется дискретный граф системы 1-го уровня. Устанавливаем где это необходимо единичные связи, соответствующие одинаковым узлам.

3 Формируется составной граф 1-го уровня. Он получается совмещением исходного графа системы и дискретного графа 1-го уровня. При этом с помощью единичных связей соединяются соответствующие черные узлы этих графов, являющиеся выходными и сигналами квантователей T_i , $i = 1, \dots, N$. Составной граф 1-го уровня является базовым для построения дискретного графа 2-го уровня.

4 Дискретный граф 2-го уровня и т. д. до N -го уровней формируется аналогично пункту 2 алгоритма с тем изменением, что вместо квантователей с тактом T_N используется соответственно квантователи с тактом T_{N-1} и т.д. до такта T_1 . В результате изложенной процедуры будет сформировано N дискретных графов системы.

5 Далее формируется окончательный граф системы, который получается совмещением исходного и N дискретных графов системы. С помощью единичных связей устанавливается соответствие узлов дискретных графов с входными узлами исходного графа.

6 По алгоритму Мэсона определяются вход-выходные соотношения для системных переменных многотактной непрерывно-дискретной системы с кратными тактами.

В качестве примера рассмотрим систему управления с тремя квантователями, такты дискретности которых кратны.

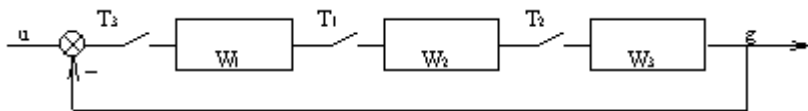


Рисунок 1- Структурная схема системы

На основе приведенного выше алгоритма строим исходный граф.

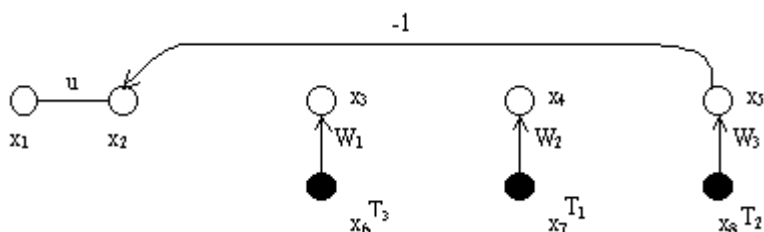


Рисунок 2 – Исходный граф системы

Используя пункты 2-4 алгоритма построения, строим дискретные графы 1-го, 2-го и 3-го уровней и составные графы первого и второго уровней, которые изображены на рисунках 3, 4.

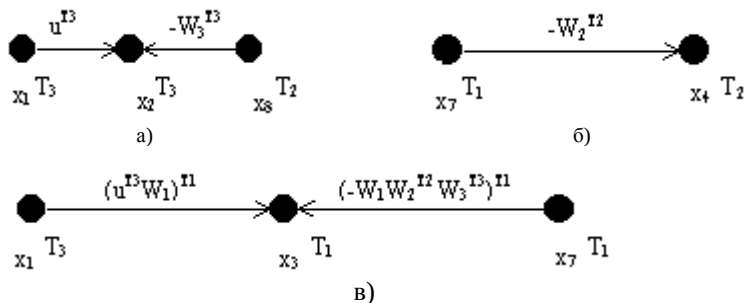
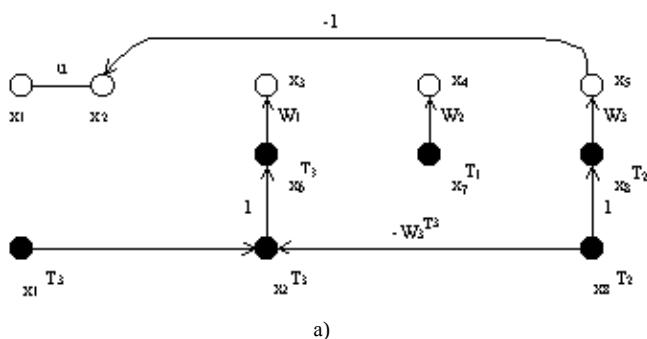


Рисунок 3- Дискретные графы: а – первого уровня; б – второго уровня; в – третьего уровня



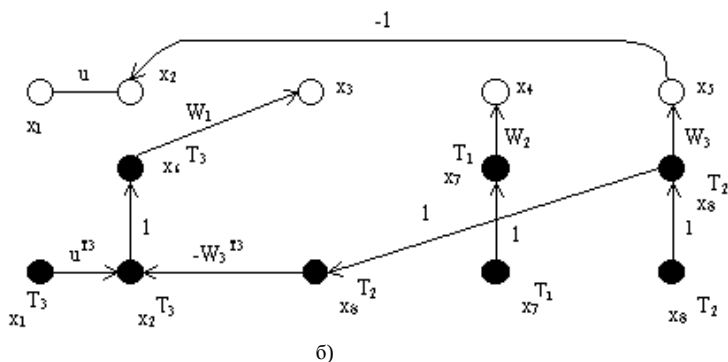


Рисунок 4 – Составные графы: а – первого уровня; б – второго уровня

Совмещая составные и дискретные графы, получаем окончательный граф, показанный на рисунке 5.

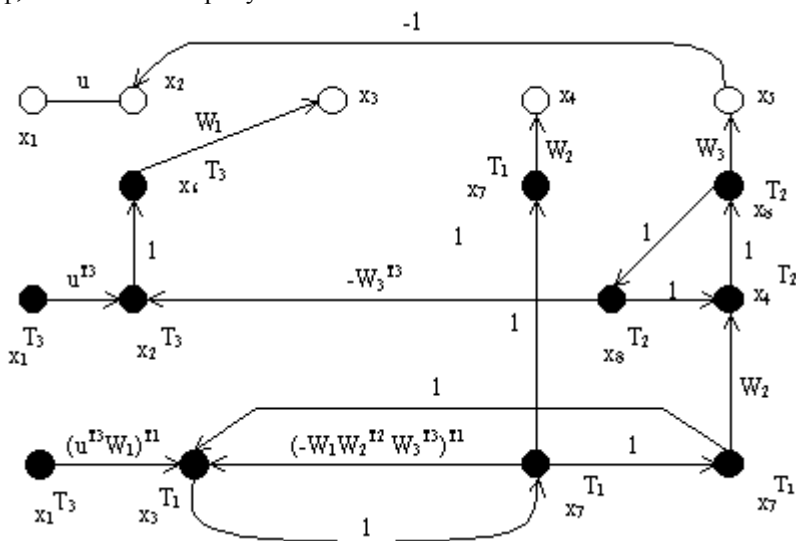


Рисунок 5 – Окончательный граф системы

Применяя к окончательному графу формулу Мэсона, получаем вход выходное соотношение системы

$$x_5 = \frac{(u^{T_3} W_1)^{T_1} W_2 W_3}{1 + (W_1 W_2^{T_2} W_3^{T_3})^{T_1}}.$$

Подобным образом могут быть получены соотношения между любыми переменными исходной непрерывно – дискретной системы.

Библиография

1 Киященко Л.А. Метод сигнальных графов для многотактных непрерывно-дискретных систем/ Л.А. Киященко, В.А. Крамарь // Автоматизация процессов и управление. Сб. науч. тр. — Севастополь, 1996. — Вып.2. — С. 34 – 41.

2 Sedlar M. Signal flow graphs of sampled-data systems: a new formulation / M.Sedlar, G.A.Bekey // IEEE Trans. on automatic control. — V. AC-12,2. — April 1967. — P. 154 – 161.

3 КуоБ. Теория и проектирование цифровых систем управления / Б.Куо- М.: Машиностроение, 1986. — 447 с.

Поступила в редакцию 19.04.2001 г.