

УДК 681.5.09

В.Я. Копп, д-р техн. наук, профессор; Л.Е. Карташов, канд. техн. наук, ст. преп.,

Д.В. Заморенова, ассистент

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: ps@sevgtu14.sebastopol.ua

ИМИТАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ ГИБКОЙ СИНХРОННОЙ ЛИНИИ СО СВОБОДНЫМ РИТМОМ

Предложены имитационные модели функционирования синхронных гибких автоматизированных линий (ГАЛ) со свободным ритмом работы. Модели позволяют оценить параметры функционирования ГАЛ, в том числе и для переходных режимов. Данные имитационные модели позволили также подтвердить адекватность аналитических моделей.

Использование гибких производственных систем в машиностроении позволяет существенно повысить эффективность предприятия, особенно в условиях рыночной экономики. Одним из наиболее распространенных видов гибких производственных систем являются гибкие автоматизированные линии, которые характеризуются сложной структурой и выполняют большое количество операций в условиях недетерминированной среды.

В настоящее время переналаживаемые ГАЛ находят широкое применение и в мелкосерийном производстве. Важным параметром, характеризующим функционирование таких линий, наряду с их производительностью и надежностью, является время обслуживания партии продукции, включая начальный период заполнения и конечный – опорожнения линии. В условиях мелкосерийного производства эти два периода сравнимы по длительности, а в некоторых случаях могут превышать время работы линии в установившемся режиме.

При моделировании таких ГАЛ необходимо учитывать стохастический характер функционирования гибких производственных модулей (ГПМ), из которых они состоят. Стохастичность вызвана такими вероятностными характеристиками, как надежности ГПМ и времени обслуживания ими единицы продукции. Анализ литературы показывает, что модели, позволяющие определять время обслуживания партии в целом с учетом стохастического характера функционирования ГПМ, отсутствуют.

Следует отметить, что до настоящего времени широко используются синхронные ГАЛ. В машино-приборостроении под синхронной понимают линию, в которой ГПМ, входящие в ее состав, непосредственно соединены друг с другом без использования межоперационных накопителей. Существуют три стратегии управления функционированием синхронными линиями: построение ГАЛ с жестким циклом передачи продукции от ячейки к ячейке, с рефлекторным управлением и со свободным ритмом.

В синхронных ГАЛ с жестким циклом передача продукции от ячейки к ячейке производится через строго определенный отрезок времени, гарантированно обеспечивающий выполнение операций всеми ГПМ. Это наиболее простой способ управления, имеющий следующий недостаток: требуется гарантированный запас времени для завершения выполнения всех операций, что снижает производительность.

В синхронных ГАЛ с рефлекторным управлением ГПМ оснащены датчиками выполнения операций, и передача продукции производится в момент, когда обслуживание на всех ГПМ закончено. Гарантированный запас времени для завершения выполнения всех операций в этом случае не нужен, поэтому производительность линии выше.

В синхронных ГАЛ со свободным ритмом передача каждой единицы продукции от ГПМ к ГПМ производится при наличии возможности (свободного следующего ГПМ) и при условии окончания данной операции. Эта особенность позволяет еще больше повысить производительность линии, так как уменьшается влияние блокировок ГПМ друг друга.

Построение моделей функционирования первых двух типов синхронных ГАЛ не вызывает трудностей. Гораздо сложнее построить математическую модель функционирования линии со свободным ритмом, когда времена обслуживания продукции на ГПМ являются случайными величинами, имеющими распределения общего вида.

В [1] предложена модель трехфазной синхронной ГАЛ со свободным ритмом на основе подхода, заключающегося в моделировании прохождения двух заявок: сначала первой и второй, затем второй и третьей и т.д. Синхронная ГАЛ функционирует следующим образом: происходит последовательное обслуживание изделия сначала на первом ГПМ, затем на втором, а затем на третьем. Передача изделия, обслуженного на предыдущем ГПМ к последующему, происходит сразу при наличии свободного следующего ГПМ.

Целью данной статьи является построение имитационной модели для n-фазной синхронной ГАЛ со свободным циклом работы.

Времена обслуживания изделия на ГПМ_i, $i=1, 3$ – случайные величины (СВ) α_i с функциями распределения (ФР) $F_i(t)$, являющимися исходными данными для моделирования. СВ α_1 , α_2 и α_3 имеют распределения $F_1(t)$, $F_2(t)$ и $F_3(t)$ общего вида.

Модель позволяет определить ФР и математические ожидания времен пребывания (т.е. с учетом времени обслуживания и блокировки) изделий как на отдельных ГПМ, так и на всей синхронной ГАЛ, а также ее производительность в динамическом и стационарном режимах. При построении модели были приняты следующие допущения:

1) СВ α_i предполагаются независимыми, имеющими конечные математические ожидания и дисперсии; у ФР $F_i(t)$ существуют плотности $f_i(t)$;

2) Продукция постоянно поступает на вход синхронной ГАЛ, с выхода постоянно удаляется, а передача изделия от ГПМ к ГПМ происходит мгновенно;

3) Состоянием, при котором 2-й и 3-й ГПМ закончили обслуживание, а первый ещё обслуживает заявку, пренебрегают, как маловероятным.

На основании составления и решения уравнений марковского восстановления получено выражение для распределения времени пребывания второй заявки на второй ячейке с учётом блокировки со стороны первой Поступила в редакцию $\psi_{22}(t)$:

$$\psi_{22}(t) = \left[\int_0^{\infty} F_{21}(t)f_{12}(t)dt \right] \cdot F_{22}(t)F_{13}(t) + \left[\int_0^{\infty} F_{12}(t)f_{21}(t) \right] \cdot F_{22}(t)F_{011\gamma}(t); \quad (1)$$

$$F_{011\gamma}(t) = \frac{\int_0^{\infty} [F_{13}(t+y) - F_{13}(y)]f_{1\pm 01}(y)dy}{\int_0^{\infty} \bar{F}_{13}(y)f_{1\pm 01}(y)dy}; \quad F_{1\pm 01}(t) = \frac{\int_0^{\infty} [F_{21}(t+y) - F_{21}(y)]f_{12}(y)dy}{\int_0^{\infty} \bar{F}_{21}(y)f_{12}(y)dy}.$$

Здесь $F_{12}(t)$, $f_{12}(t)$ – соответственно функция и плотность распределения времени обслуживания 1-ой заявки на 2-ом ГПМ (СВ α_{12});

$F_{21}(t)$, $f_{21}(t)$ – функция и плотность распределения времени обслуживания 2-ой заявки на 1-ом ГПМ (СВ α_{21});

$F_{22}(t)$ – функция распределения времени обслуживания 2-ой заявки на 2-ом ГПМ (СВ α_{22});

$F_{13}(t)$ – функция распределения времени обслуживания 1-ой заявки на 3-ем ГПМ (СВ α_{13});

$F_{1\pm 01}(t)$, $f_{1\pm 01}(t)$ – функция и плотность распределения остаточного времени обслуживания 2-ой заявки на 1-ом ГПМ (СВ z);

$F_{011\gamma}(t)$ – функция распределения остаточного времени обслуживания 1-ой заявки на 3-ем ГПМ (СВ γ).

Таким же образом строятся модели систем с любым числом фаз n , причем число N подзадач, на которые распадается основная задача, для трех и более числа фаз определяется по формуле: $N = 2^{n-2} - 1$. В целом модель многофазной синхронной ГАЛ основана на многократном использовании формул (1).

Поскольку осуществить производственный эксперимент не представляется возможным, можно для оценки адекватности предложенной аналитической модели воспользоваться имитационным моделированием.

Характерной особенностью имитационных моделей является структурное подобие объекта и модели. Имитационное моделирование позволяет не только исследовать законы функционирования элементов объекта и связи между ними, но и воспроизводит последовательно во времени эволюцию его состояния. Применительно к моделированию линии это дает возможности вычислить средние значения характеристик производственного процесса, проследить изменение этих характеристик во времени, определить их максимальные и минимальные значения; получить точное представление о влиянии различных законов времени работы оборудования на поведение исследуемой системы.

Для проверки адекватности аналитической модели в переходном режиме поставим следующую задачу: построить имитационную модель функционирования синхронной ГАЛ, содержащей 4 ГПМ. Время обработки на всех ГПМ распределено в соответствии с обобщенным законом Эрланга 2-го порядка. Среднее время обработки равно 36 с. Дисперсия времени обработки равна 864 с². Необходимо определить времена пребывания заявок на обслуживающих устройствах для первых семи заявок.

Следует отметить, что имитационные модели систем, предназначенные для исследования переходных режимов, практически отсутствуют. Для реализации данной задачи была использована система имитационного моделирования GPSS World Student version 4.3.5. Исходя из среднего времени и дисперсии коэффициенты распределения Эрланга равны $28,392\text{ с}^{-1}$ и $7,608\text{ с}^{-1}$ соответственно. Времена обслуживания устройств подчиняются распределению Эрланга, для чего использован метод, предложенный в [2]. Для получения времени пребывания каждой заявки на каждом устройстве в программе используется запись значения времени пребывания в матрицу и числовой системный атрибут XN1 – номер активной заявки. Текст программы, приведенный ниже, снабжен комментариями и дополнительных пояснений не требует.

```
*****
; GPSS World File - Модель линии из 4 ГПМ. Единица модельного времени - 1 с
*****

Stu1  MATRIX          ,10,1          ; Определение матриц
Stu2  MATRIX          ,10,1          ; сохранения результатов
Stu3  MATRIX          ,10,1
Stu4  MATRIX          ,10,1

LAB1  GENERATE ,,,1          ; Генерация одной заявки
      SEIZE Unit1          ; Занять ГПМ 1
      MARK Time1          ; Отметить время входа в ГПМ 1
      ADVANCE (Exponential(1,0,28.392)) ; Обслуживание по закону
      ADVANCE (Exponential(1,0,7.608)) ; Эрланга 2-го порядка
      GATE NU Unit2          ; Если ГПМ 2 свободен
      RELEASE Unit1          ; покинуть ГПМ 1
      SPLIT 1,LAB1          ; Подать на ГПМ 1 новую заявку
      SEIZE Unit2          ; Занять ГПМ 2
      MSAVEVALUE Stu1,XN1,1,MP$Time1 ; Записать время пребывания
      MARK Time2          ; Отметить время входа в ГПМ 2
      ADVANCE (Exponential(1,0,28.392)) ; Обслуживание по закону
      ADVANCE (Exponential(1,0,7.608)) ; Эрланга 2-го порядка
      GATE NU Unit3          ; Если ГПМ 3 свободен
      RELEASE Unit2          ; покинуть ГПМ 2
      SEIZE Unit3          ; Занять ГПМ 2
      MSAVEVALUE Stu2,XN1,1,MP$Time2 ; Записать время пребывания
      MARK Time3          ; Отметить время входа в ГПМ 3
      ADVANCE (Exponential(1,0,28.392)) ; Обслуживание по закону
      ADVANCE (Exponential(1,0,7.608)) ; Эрланга 2-го порядка
      GATE NU Unit4          ; Если ГПМ 4 свободен
      RELEASE Unit3          ; покинуть ГПМ 2
      SEIZE Unit4          ; Занять ГПМ 4
      MSAVEVALUE Stu3,XN1,1,MP$Time3 ; Записать время пребывания
      MARK Time4          ; Отметить время входа в ГПМ 4
      ADVANCE (Exponential(1,0,28.392)) ; Обслуживание по закону
      ADVANCE (Exponential(1,0,7.608)) ; Эрланга 2-го порядка
      RELEASE Unit4          ; покинуть ГПМ 4
      MSAVEVALUE Stu4,XN1,1,MP$Time4 ; Записать время пребывания
      TERMINATE 1          ; Уничтожить заявку
      START 7          ; Запустить моделирование
```

Было осуществлено 50 имитационных экспериментов модели и получены средние значения времен обслуживания для каждой заявки на каждом устройстве. Сравнительные результаты имитационного и аналитического [1] моделирования представлены в таблице 1.

Из результатов аналитического моделирования [1] следует, что для первого ГПМ переходный процесс устанавливается на шестой заявке, для второго – на четвертой, а для третьего – на третьей. Результаты имитационного моделирования позволяют утверждать, что к моменту поступления шестой заявки переходный процесс устанавливается для всех ГПМ.

Таблица 1 – Математические ожидания времени обслуживания заявок (в секундах)

ГПМ	Модель	Номер заявки						
		1	2	3	4	5	6	7
1	Аналитическая	36	51,00	60,59	67,73	68,21	68,23	68,24
	Имитационная	31,80	43,94	52,77	61,89	60,03	63,74	62,72
2	Аналитическая	36	49,72	58,43	59,00	59,03	59,03	59,03
	Имитационная	34,93	45,54	46,11	49,41	57,86	58,80	60,94
3	Аналитическая	36	49,61	49,96	49,98	49,98	49,98	49,98
	Имитационная	36,63	34,46	47,30	47,69	55,52	54,87	54,64
4	Аналитическая	36	36	36	36	36	36	36
	Имитационная	31,65	36,60	35,21	37,02	34,93	36,15	35,45

Предложенная имитационная модель позволила подтвердить адекватность аналитической модели, что дает возможность определять длительность переходного режима и производительность синхронных ГАЛ в переходных режимах, что особенно важно при мелких партиях и частой смене продукции в гибких производственных системах.

Для проверки адекватности аналитической модели в установившемся режиме поставим следующую задачу: построить имитационную модель функционирования синхронной ГАЛ, содержащей 4 ГПМ. Время обработки на всех ГПМ распределено по одному закону. Среднее время обработки равно 36 с. Необходимо определить средние времена пребывания заявок на обслуживающих устройствах и получить гистограммы распределений.

Текст программы для экспоненциального времени обслуживания, приведенный ниже, снабжен комментариями и дополнительных пояснений не требует.

```
*****
; GPSS World File - Модель линии из 4 ГПМ. Единица модельного времени - 1 с
*****

Tab1  QTABLE          Inf1,0,10,25          ; Определение таблиц для
Tab2  QTABLE          Inf2,0,10,25          ; сбора статистики
Tab3  QTABLE          Inf3,0,10,25
Tab4  QTABLE          Inf4,0,10,25

LAB1  GENERATE ,,,1          ; Генерация одной заявки
      SEIZE Unit1          ; Заявка занимает ГПМ 1
      QUEUE Inf1          ; Заявка становится в очередь 1
      ADVANCE (Exponential(1,0,36)) ; Обслуживание заявки
      GATE NU Unit2          ; Если ГПМ 2 свободен
      RELEASE Unit1          ; покинуть ГПМ 1
      SPLIT 1,LAB1          ; Подать на ГПМ 1 новую заявку
      SEIZE Unit2          ; Заявка занимает ГПМ 2
      DEPART Inf1          ; Заявка покидает очередь 1
      QUEUE Inf2          ; Заявка становится в очередь 2
      ADVANCE (Exponential(1,0,36)) ; Обслуживание заявки
      GATE NU Unit3          ; Если ГПМ 3 свободен
      RELEASE Unit2          ; покинуть ГПМ 2
      SEIZE Unit3          ; Заявка занимает ГПМ 3
      DEPART Inf2          ; Заявка покидает очередь 2
      QUEUE Inf3          ; Заявка становится в очередь 3
      ADVANCE (Exponential(1,0,36)) ; Обслуживание заявки
      GATE NU Unit4          ; Если ГПМ 4 свободен
      RELEASE Unit3          ; покинуть ГПМ 3
      SEIZE Unit4          ; Заявка занимает ГПМ 4
      DEPART Inf3          ; Заявка покидает очередь 3
      QUEUE Inf4          ; Заявка становится в очередь 4
      ADVANCE (Exponential(1,0,36)) ; Обслуживание заявки
      RELEASE Unit4          ; Заявка покидает ГПМ 4
      DEPART Inf4          ; Заявка покидает очередь 4
      TERMINATE 1          ; Уничтожить заявку
      START 10000          ; Запустить моделирование 10000 раз
```

Время моделирования равнялось прохождению через ГАЛ 10000 заявок. Моделирование осуществлялось для экспоненциального, равномерного, и для обобщенного распределений Эрланга второго порядка. Изменение генераторов случайных чисел не оказали существенного влияния на результаты. Гистограммы времени пребывания изображены на рисунках 1–3.

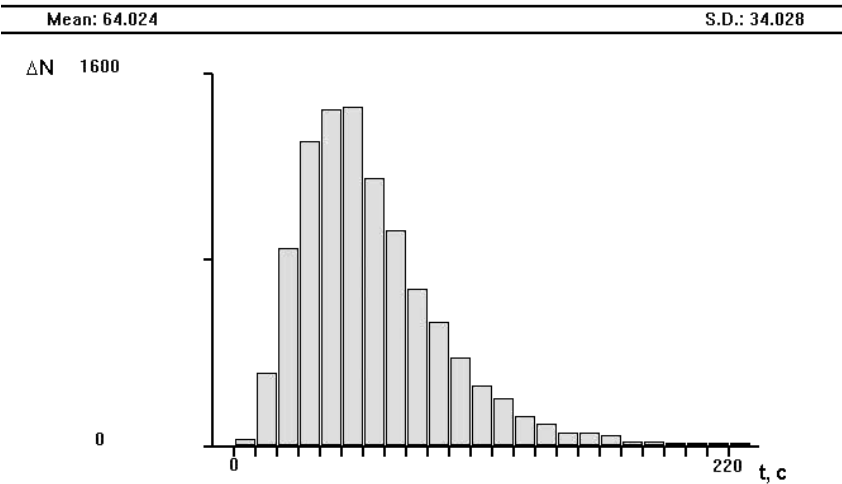


Рисунок 1 – Гистограмма времени пребывания заявки на 1-ом ГПМ при распределении Эрланга второго порядка

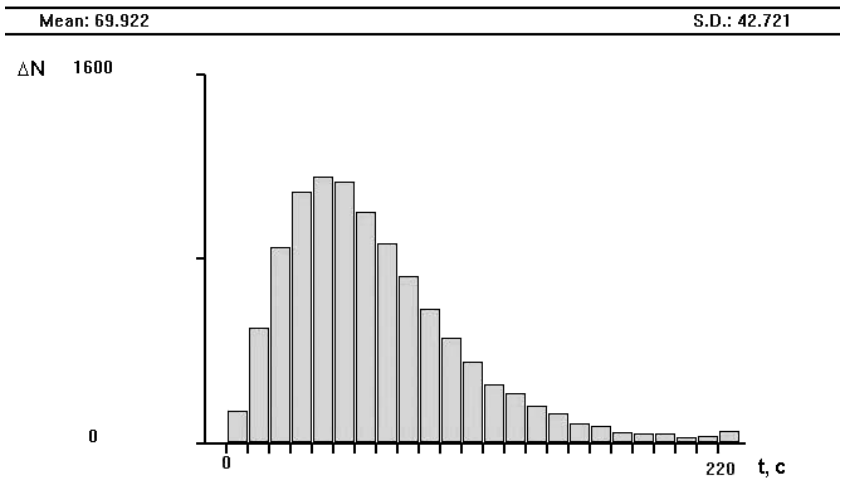


Рисунок 2 – Гистограмма времени пребывания заявки на 1-ом ГПМ при экспоненциальном распределении

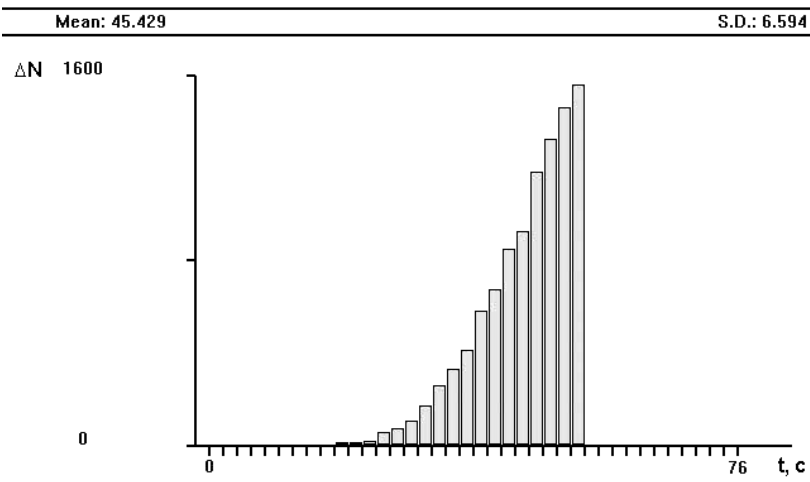


Рисунок 3 – Гистограмма времени пребывания заявки на 1-ом ГПМ при равномерном распределении

Относительная погрешность среднего времени пребывания заявки в ГПМ между результатами аналитического и имитационного моделирования составили 6,4 %, 6,1 %, 4 % и 1,6 % соответственно для 1-го, 2-го, 3-го и 4-го ГПМ. Следует отметить, что имитационная модель кроме среднего времени пребывания заявки в ГПМ дает среднеквадратичное отклонение и гистограмму, по которой можно восстановить закон распределения.

В частности, анализируя приведенные гистограммы, можно сделать вывод, что последующие ГПМ синхронной ГАЛ оказывают влияние на изменение распределения времени пребывания заявки на предыдущих ГПМ. Это хорошо видно из приведенных рисунков, когда экспоненциальное обслуживание смещается к эрланговскому времени пребывания, эрланговское – к нормальному, а равномерное – к треугольному. В то же время, для последнего ГПМ время обслуживания и время пребывания совпадают.

Полученные результаты свидетельствуют, что имитационные модели синхронных ГАЛ могут служить для подтверждения адекватности результатов аналитического моделирования, но и представляют самостоятельную ценность для оценки производительности и параметров надежности ГАЛ. Дальнейшие направления исследований могут заключаться в определении узких мест ГАЛ, влиянии вида законов распределения на производительность и автоматизации проведения имитационных экспериментов, поскольку проведение имитационного эксперимента требует больших временных затрат.

Библиографический список

1. Заморонова Д.В. Время обслуживания партии продукции синхронной переналаживаемой автоматизированной линией / Д.В. Заморонова, В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин // Тр. Одесского политехн. ун-та. — Одесса, 2006. — Спецвыпуск. — С. 122–131.
2. Томашевский В.Н. Генерация заявок в имитационных моделях гибких производственных систем / В.Н. Томашевский, Л.Е. Карташов // Автоматизация: проблемы, идеи, решения: Матер. междунар. науч.-техн. конф. — Севастополь, 2006. — С. 74–75.

Поступила в редакцию 14.02 2007 г.