

УДК 517.72

С.А. Дубовик, д-р техн. наук, В.Г. Козырев, канд. техн. наук

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua,

Н.В. Мурий

ОАО «Завод «Фиолент», ул. Киевская, 34/2, г. Симферополь, Украина, 95017

E-mail: info@phiolent.com

АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ БОКОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ КОРАБЛЯ НА ВОЗДУШНОЙ ПОДУШКЕ. ЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ

Построены алгоритмы стабилизации и терминального управления кораблем на воздушной подушке, учитывающие разномасштабность движений и конечное время управления. Для построения привлечены методы асимптотического анализа систем и оптимального управления.

Параметры уравнений динамики корабля на воздушной подушке (КВП) [1], отличаются нестабильностью, из-за чего особенно актуально обеспечение робастности законов стабилизации судна. Кроме того, при совершении маневров КВП, возникают задачи существенно нестационарного характера, которые требуют привлечения методов терминального управления для достижения необходимой точности и безопасности движения. В качестве основного органа управления КВП будем использовать, как это и принято [1], угол отклонения δ_b аэроулерей (АР). Целью настоящей статьи является разработка алгоритмов определения $u = \delta_b$, обеспечивающих стабилизацию КВП в рамках стационарных и терминальных условий управления.

При синтезе законов управления посредством АР будем рассматривать отдельно блок движения рыскания φ (β – угол скольжения), расширяя вектор состояния x компонентой линейного бокового смещения. Используя замену: $\psi = \varphi - \beta$, будем иметь вектор состояния системы $x = (z \ \psi \ \varphi \ \omega_y)^T$, для которого получим

$$\dot{x} = Ax + b_1 \delta_b, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & a_{41} & 0 & 0 \\ 0 & a_{33} & -a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a_{23} & a_{23} & a_{22} \end{pmatrix}, \quad b_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -b_{31} \\ 0 \\ b_{21} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $b_{21} = 0,313, b_{31} = 0,052, \quad a_{22} = -0,185, a_{23} = -0,07, \quad a_{32} = 1,0, \quad a_{33} = -0,085, \quad a_{41} = 47,0$.

Предполагая возможным точное восстановление координат, будем искать управление в виде обратной связи

$$\delta_b = Fx. \quad (2)$$

Так, номинальное $F = (-0,0019 \ -1,3692 \ -0,1231 \ -4,1558)$ приводит к матрице замкнутой системы $\bar{A} = A + b_1 F = \{\bar{a}_{ij}, i, j = 1, 2, 3, 4\}$,

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 0 & 47,0 & 0 & 0 \\ 0,0001 & -0,0138 & 0,0914 & 0,2161 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0,0005 & -0,3583 & -0,1084 & -1,4862 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

имеющей собственные числа $\mu_{1,2} = -0,0329 \pm 0,132j, \quad \mu_3 = -0,0648, \quad \mu_4 = -1,37$, и характеристический полином

$$P(s) = s^4 + \alpha_3 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0 = \prod_{i=1}^4 (s - \mu_i), \quad (4)$$

где $\alpha_3 = 1,50, \quad \alpha_2 = 0,2016, \quad \alpha_1 = 0,0323, \quad \alpha_0 = 0,0016$.

Существенное различие корней по вещественным частям показывает, что в динамике объекта можно выделить «медленные» (Z) и «быстрые» (Ξ) компоненты, т.е. представить систему (1) – (3) с малым параметром λ при части производных. Для систем такого класса свойство робастности может быть введено с помощью критической величины малого параметра λ_* или ей обратной величины жесткости $\vartheta = 1/\lambda_*$ [2,3]. Для таких систем справедлива операция асимптотической «сборки»: для

достаточно малых $\lambda < \lambda_*$ устойчивость возмущенной система следует из устойчивости подсистем - «медленной» и «быстрой». Обозначим ϑ_k значение жесткости в случае k -мерной «быстрой» компоненты Ξ . В [2] дан способ вычисления ϑ_1 , а в [3] – ϑ_2 . В рассматриваемом случае жесткости достаточно просто выражаются через коэффициенты полинома (4):

$$\vartheta_1 = \frac{\alpha_1^2}{(\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_0 \alpha_3) \alpha_3}, \quad \vartheta_2 = \frac{\alpha_1^2 + \alpha_0 \alpha_3}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3}. \quad (5)$$

Объединим эти коэффициенты в четырехмерный вектор $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)^T \in R^4$. Задачу повышения робастности в соответствии с [2,3] можно сформулировать как задачу минимизации какого-либо из критериев (5) при ограничении $\alpha \in V$, где V есть некоторое подмножество положительного сектора R^4 , т.е. $V \subset \{x = (x_1, x_2, x_3, x_4): x_i > 0, i = 1, 2, 3, 4\}$. Так, если известно номинальное значение $\alpha = \bar{\alpha}$ и пределы изменения коэффициентов $\bar{\alpha} \pm \Delta\alpha$, то ограничение $\alpha \in V$ есть просто совокупность неравенств

$$0 < \bar{\alpha}_i - \Delta\alpha_i \leq \alpha_i \leq \bar{\alpha}_i + \Delta\alpha_i, \quad i = 0, 1, 2, 3, \quad (6)$$

в задаче минимизации ϑ_2 . Для повышения робастности воспользуемся алгоритмом, основанном на критерии ϑ_2 .

Будем искать минимум ϑ_2 в (5) при ограничении (6), где номинальными значениями $\alpha = \bar{\alpha}$ примем те, что указаны в (4), а отклонения коэффициентов от номинала $\Delta\alpha = 0,35 \bar{\alpha}$. Исходная величина $\vartheta_2 = \vartheta_2(\bar{\alpha}) = 0,484$. После минимизации получаем оптимальный вектор коэффициентов $\alpha = \alpha_{opt} = (0,0011, \ 0,0434, \ 0,2722, \ 1,3293)^T$ и жесткость $\vartheta_2 = \vartheta_2(\alpha_{opt}) = 0,240$. Корни соответствующего полинома: $\mu_{1,2} = -0,09 \pm 0,157j, \quad \mu_3 = -0,029, \quad \mu_4 = -1,12$ свидетельствуют об уменьшении колебательности. Увеличение робастных свойств иллюстрируют рисунки 1, 2. Здесь S1, S2 обозначают, соответственно, исходную замкнутую систему с полиномом (4) и систему с оптимальным в смысле ϑ_2 вектором коэффициентов полинома $\alpha = \alpha_{opt}$, а Sp1, Sp2 – эти же системы с возмущенными некоторыми коэффициентами, а именно: вместо коэффициентов $\bar{a}_{23}, \bar{a}_{24}, \bar{a}_{43}, \bar{a}_{44}$ в этих (возмущенных) системах выбраны $\bar{a}_{23} + \Delta a_{23}, \bar{a}_{24} + \Delta a_{24}, \bar{a}_{43} + \Delta a_{43}, \bar{a}_{44} + \Delta a_{44}$, где $\Delta a_{23} = \Delta a_{24} = -0,04, \quad \Delta a_{43} = 0,05, \quad \Delta a_{44} = 0,08$. Из результатов следует, что указанные вариации параметров существенно меньшее влияние оказывают на систему S2 с минимальной жесткостью $\vartheta_2(\alpha_{opt})$.

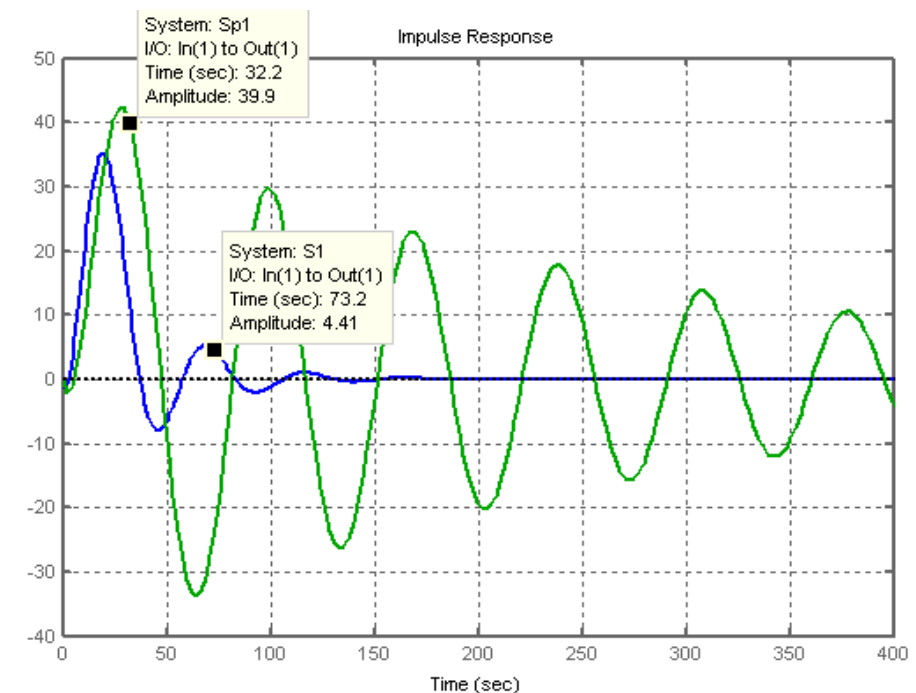


Рисунок 1 – Импульсные переходные (весовые) функции номинальной (S1) и возмущенной (Sp1) систем

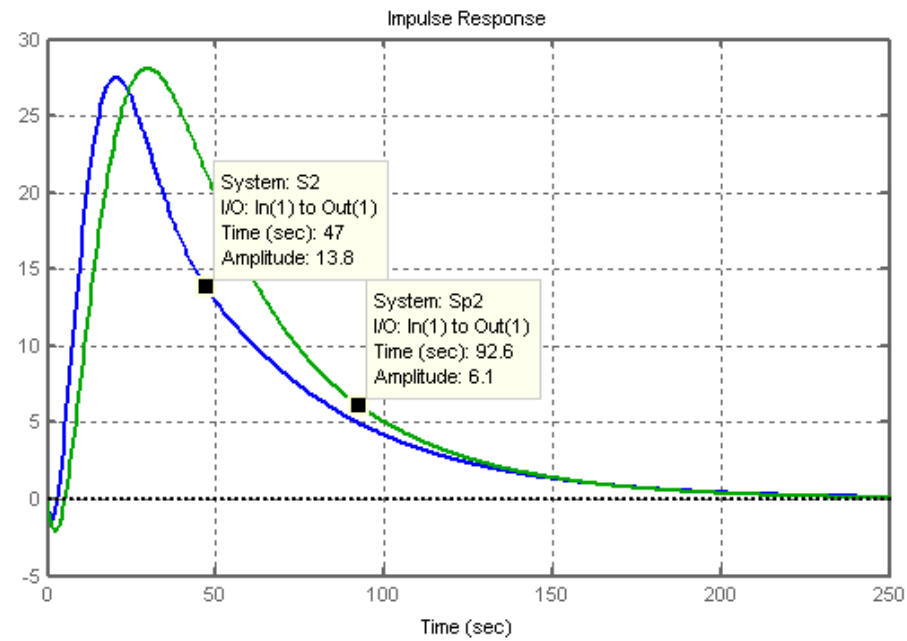


Рисунок 2 – Импульсные переходные (весовые) функции робастной (S2) и возмущенной (Sp2) систем

Оценки жесткости (5) полезны при синтезе регуляторов. Воспользуемся $\mathfrak{Y}_2$ для проверки робастных свойств оптимального линейно квадратического (ЛК) регулятора. В качестве критерия управления системой (1) выберем интеграл от взвешенной суммы квадратов координат системы:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T C C^T x + u^2) dt. \quad (7)$$

где $C = \text{diag}(c_1, 0, c_2, c_3)$, а T – символ транспонирования.

Такие критерии, с неотрицательно определенными диагональными весовыми матрицами, обеспечивают достаточные запасы устойчивости и характеристики робастности. Убедимся в этом, назначив коэффициенты критерия: $c_1 = 0,05$, $c_2 = 0,5$, $c_3 = 2,0$. Условия управляемости и наблюдаемости для задачи (1), (7) выполнены, т.е. задача корректна. После определения матрицы P_{ctr} неотрицательно определенного решения алгебраического уравнения Риккати оптимальное управление строится по формулам

$$u = F_{ctr}x, \quad F_{ctr} = -b_1^T P_{ctr}, \quad (8)$$

т.е. представляет собой взвешенную сумму координат состояния с коэффициентами из матрицы-строки F_{ctr} . Использование критерия (7) приводит к системе, замкнутой оптимальным управлением (8):

$$\dot{x} = \bar{A}x + b_1 u, \quad (9)$$

с матрицей $\bar{A} = A + b_1 F_{ctr}$, имеющей характеристический полином (4) с коэффициентами $\alpha_3 = 0,9329$, $\alpha_2 = 0,2862$, $\alpha_1 = 0,0255$, $\alpha_0 = 0,0005$. Отсюда следует величина жесткости для системы, замкнутой ЛК-регулятором: $\mathfrak{Y}_2 = 0,1582$, что существенно лучше, чем $\mathfrak{Y}_2(\alpha_{opt}) = 0,240$.

Управление (8) обеспечивает стабилизацию стационарной системы – удержание её отклонений от заданных значений в допустимых пределах в течение любого длительного промежутка времени путем использования приемлемых значений управляющих воздействий. При изменении условий движения и переходе КВП на новый курс требуются обычно дополнительные, более интенсивные воздействия, переводящие систему в новое состояние за ограниченное время. Эта задача решается введением в систему контура терминального управления.

Цель терминального управления – перевести объект управления (КВП) из некоторого исходного положения x_0 , которое он занимал в момент времени t_0 , в положение x_f , близкое к желаемому к моменту времени t_f , где $t_f - t_0$ – ограниченное время перевода. Перевод может осуществляться как по всем, так и по части координат вектора состояния X в зависимости от требований задачи. При описании

движения объекта в отклонениях координат от заданных значений конечное положение близко к нулю: $x_f = x(t_f) \approx 0$ или $x_h(t_f) \approx 0$, где x_h – некоторый подвектор вектора x . Вектор $x(t_f)$ или подвектор $x_h(t_f)$ можно трактовать как терминальную (оконечную) ошибку управления.

Терминальное управление строим исходя из оценки его качества по квадратичному критерию, учитывающему компоненты терминальной ошибки с весами:

$$J_f = (h_1^2 z^2 + h_2^2 \psi^2 + h_3^2 \varphi^2 + h_4^2 \omega_y^2)_{t=t_f} + \int_{t_0}^{t_f} (d_1^2 z^2 + d_2^2 \psi^2 + d_3^2 \varphi^2 + d_4^2 \omega_y^2 + u^2) dt, \quad (10)$$

где взвешенная норма терминальной ошибки $(h_1^2 z^2 + h_2^2 \psi^2 + h_3^2 \varphi^2 + h_4^2 \omega_y^2)_{t=t_f}$ играет роль штрафа на качество приведения объекта в заданное положение. Минимизируя функционал (10), мы одновременно уменьшаем эту норму и, соответственно, штраф на управление. При соответствующем выборе весовых коэффициентов $h_i (i=\overline{1,4})$ (учитывающих роль каждой координаты в образовании терминальной ошибки) терминальную ошибку можно сделать сколь угодно малой [4]. Коэффициенты $d_i (i=\overline{1,4})$ дополнительно определяют качество процесса управления на всем промежутке времени $t_0 \leq t \leq t_f$.

Введем матрицы

$$H = \begin{pmatrix} h_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_4 \end{pmatrix}$$

и запишем критерий (10) в матричной форме

$$J_f = (x^T H^T H x)_{t=t_f} + \int_{t_0}^{t_f} (x^T D^T D x + u^2) dt, \quad (11)$$

Коэффициенты матриц выберем равными

$$h_1 = 0,5, \quad h_2 = 0,2, \quad h_3 = 0,2, \quad h_4 = 0,1, \quad d_1 = 0,01, \quad d_2 = 0, \quad d_3 = 0, \quad d_4 = 0,$$

а промежуток времени управления $t_f - t_0 = 50$ с.

Терминальное управление задачи (9), (11) имеет вид [4]: $u = -b_1^T K x$,

где $K = P + W^T H^T (H M H^T + E)^{-1} H W$, а 4×4 матрицы P , W и M в выражении для K определяются из уравнений

$$\frac{dP}{dt} = -P\bar{A} - \bar{A}^T P + P S P - D^T D, \quad P(t_f) = 0,$$

$$\frac{dW}{dt} = -W(\bar{A} - S P), \quad W(t_f) = E,$$

$$\frac{dM}{dt} = -W S W^T, \quad M(t_f) = 0.$$

Здесь обозначено: $S = b_1 b_1^T$; E – единичная матрица.

Процесс устранения линейного бокового смещения КВП z от заданного курса благодаря применению терминального управления представлен на рисунке 3. На этом же рисунке приведено изменение во времени угла поворота управляющего руля u . Графики показывают, что переход КВП на заданный курс осуществляется за приемлемое время порядка 30 с. Наблюдаемые при этом перерегулирования процессов незначительны. Можно также отметить существенно более сложную структуру терминального управления по сравнению со стационарным управлением (8). В связи с этим, можно заметить, что одной из задач дальнейших исследований может быть поиск упрощенного алгоритма. Такие упрощения могут быть основаны на асимптотическом анализе по малому параметру λ при производных, характеризующих «быстрые» движения в системе.

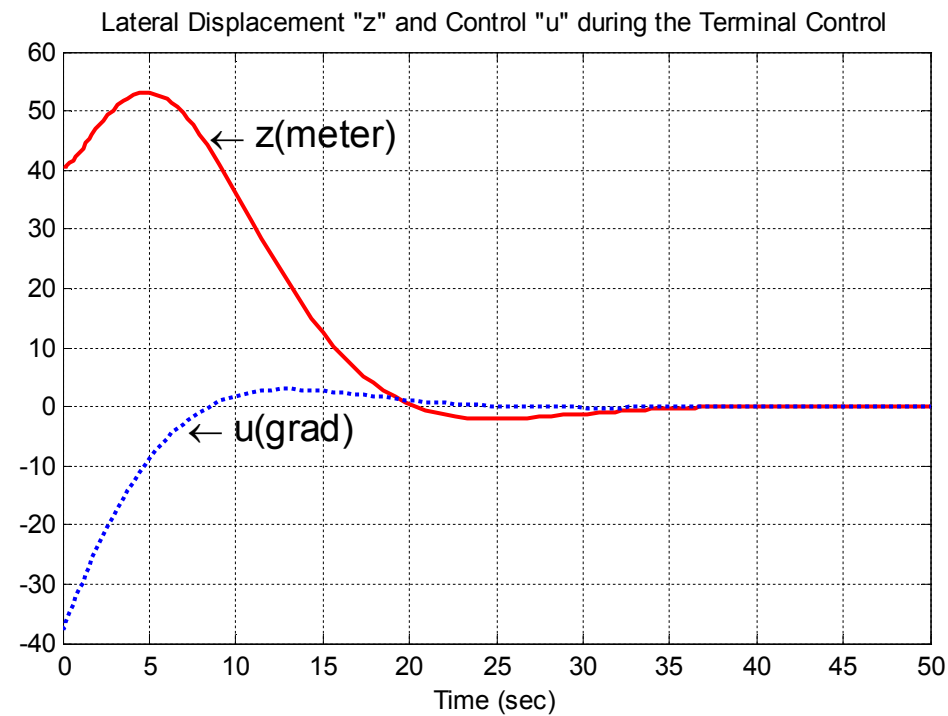


Рисунок 3 – Устранение начального отклонения от заданного курса стабилизированной сингулярно возмущенной системы в процессе терминального управления: z – линейное боковое смещение КВП (в метрах), u – угол поворота управляющего руля (в градусах)

Библиографический список

1. Лукомский Ю.И. Навигация и управление движением судов / Ю.И. Лукомский, Д.А. Пешехонов, Д.А. Скороходов. — СПб.: Изд-во «Элмор», 2002. — 350 с.
2. Дубовик С.А. Грубость и нежесткость сингулярно возмущенных систем управления / С.А. Дубовик // Проблемы управления и информатики. — 2005. — № 1. — С. 13–20.
3. Дубовик С.А. Синтез грубых систем управления на основе сингулярно возмущенных представлений / С.А. Дубовик // Тр. V Междунар. конф. “Идентификация систем и задачи управления” SICPRO’06, 30.01.06 – 2.02.06, ИПУ им. В.А. Трапезникова. — Москва, 2006. — С. 1495–1513.
4. Козырев В.Г. Оптимальный регулятор почти точного приведения в ноль. / В.Г. Козырев // Вестник СевГТУ. Сер. Автоматизация процессов и управление: Сб. науч. тр. — Севастополь, 1998. — Вып. 14. — С. 72–76.

Поступила в редакцию 11.05.2007 г.