

УДК 517.949

В.Н. Торлин, профессор, д-р техн. наук,

В.В. Мешков, ст. преп.,

И.В. Долгин

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: auto@sevgtu14.sebastopol.ua

ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ РАЗМЕРНОГО ФОРМООБРАЗОВАНИЯ

Рассматриваются переходные процессы в системе управления технологическим процессом, объект управления которой описан дифференциальными уравнениями в частных производных. Построение переходного процесса осуществляется с помощью полигональной аппроксимации.

Разработана система управления генеративным технологическим процессом, реализуемым на FDM-установке фирмы STRATASYS Inc. 3D-Modeler. Схема исследуемой системы автоматического управления изображена на рисунке 1.

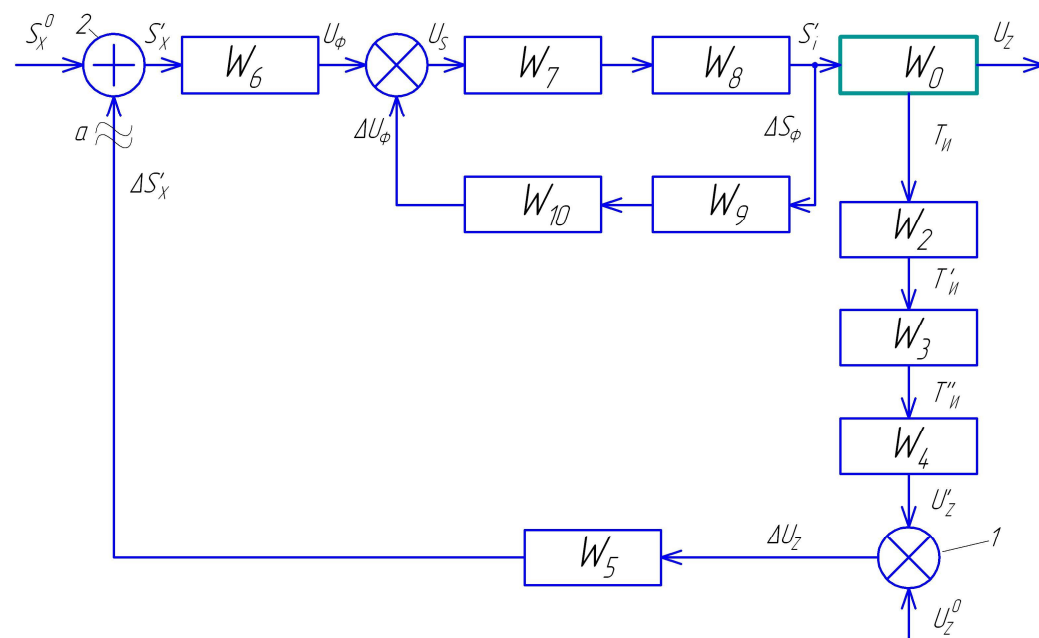


Рисунок 1 – Структурная схема автоматизированной системы управления FDM-процессом: W_6 – усилительно-преобразовательный блок; W_7 – блок УЧПУ; W_8 – блок привода УЧПУ; W_9 – датчик скорости перемещения рабочего органа; W_{10} – преобразователь; W_0 – процесс формообразования; W_2 – датчик температуры; W_3 – блок вычислений; W_4 – блок вычисления отклонения формы U_z ; 1 – блок сравнения; W_5 – блок вычисления подачи S_x ; 2 – сумматор; U_z – регулируемая величина; U_z – управляющее воздействие; S_x' , U_ϕ , ΔU_ϕ , S_x^0 , U_s , $\Delta S_x'$, ΔS_ϕ , T_{II} , T_{II}' , T_{II}'' , U_z' , U_z^0 , ΔU_z – входные и выходные сигналы звеньев

Целью статьи является построение переходной характеристики для системы управления генеративным технологическим процессом, описанной дифференциальными уравнениями в частных производных.

Проанализируем подробно составляющие схемы (рисунок 1). Она содержит четыре вычислительных блока: W_5 , W_4 , W_3 ; как показано в [1] длительность переходного процесса таких блоков составляет $10^{-5} \dots 10^{-6}$ с. Порядок постоянных времени в электронных блоках W_6 , W_7 , W_9 , W_{10} FDM-установки составляет $10^{-3} \dots 10^{-4}$ с [2]. В связи с чем, для данного процесса эти блоки будем рассматривать как безинерционные звенья, их передаточные функции – постоянные величины, равные коэффициенту передачи:

$$W_5(p) = k_5, \quad W_4(p) = k_4, \quad W_3(p) = k_3, \quad W_7(p) = k_7, \quad W_6(p) = k_6, \quad W_9(p) = k_9, \quad W_{10}(p) = k_{10}.$$

Привод УЧПУ, представленный блоком W_8 , в нашем случае содержит высокомоментный электродвигатель постоянного тока и беззазорную шариковую пару винт-гайка качения. В процессе работы привод не преодолевает сил резания или какие-либо другие силы, так как формообразование происходит путем свободного экструзирования. Такой привод обычно представляют колебательным звеном, характеризуемым частотой свободных крутильных колебаний $q = 1/T$ и передаточной функцией [3]

$$W_8(p) = \frac{K_{II}}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1},$$

где K_{II} – коэффициент передачи звена; ξ – параметр затухания.

Передаточная функция датчика W_2 моделируется аperiодическим звеном I-го порядка и будет определяться выражением

$$W_2(p) = \frac{k_\partial}{1 + T_\partial p},$$

где k_∂ – коэффициент передачи звена; T_∂ – постоянная времени датчика.

Передаточная функция $W_0(p)$ получена в виде:

$$W_0(p) = \left[\Phi_1(x) + \Phi_2(x) \frac{K_0^2 p}{1 + T_0' p} + \Phi_3(x) \frac{K_2^2 p}{1 + T_0'' p} \right] \cdot e^{-\tau p}.$$

Здесь $e^{-\tau p}$ – передаточная функция звена чистого запаздывания; τ – время запаздывания, определяемое как время прохождения материалом расстояния между формообразующим соплом и датчиком температуры.

Представим разработанную схему (рисунок 1) в разомкнутом виде [4], размыкание в точке a дает следующую передаточную функцию

$$W_1(p) = W_5(p) \cdot W_4(p) \cdot W_3(p) \cdot W_2(p) \cdot W_0(p) \cdot \frac{W_8(p) \cdot W_7(p)}{1 + W_8(p) \cdot W_7(p) \cdot W_9(p) \cdot W_{10}(p)} \cdot W_6(p),$$

где $W_5(p)$, $W_4(p)$, $W_3(p)$, $W_2(p)$, $W_0(p)$, $W_7(p)$, $W_8(p)$, $W_9(p)$, $W_{10}(p)$, $W_6(p)$ – передаточные функции соответствующих блоков.

Для замкнутой системы передаточная функция имеет вид:

$$W(p) = \frac{\frac{W_7(p) \cdot W_8(p)}{1 + W_7(p) \cdot W_8(p) \cdot W_9(p) \cdot W_{10}(p)} \cdot W_6(p) \cdot W_0(p)}{1 + W_1(p)}.$$

Среди известных методов построения переходных характеристик [4] широко применяется метод Солодовникова В.В., основанный на аппроксимации вещественных частотных характеристик замкнутой системы. Переходная функция определяется вычислением интеграла

$$Y(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\text{Re}(\omega) \sin(\omega t)}{\omega} d\omega.$$

Известны методы, позволяющие получить переходную характеристику по мнимой частотной характеристике и полусумме вещественной и мнимой частотных характеристик

$$Y(t) = R(0) + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\text{Im}(\omega) \cos(\omega t)}{\omega} d\omega; \quad Y(t) = \frac{R(0)}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\text{Re}(\omega) \sin(\omega t)}{\omega} d\omega + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\text{Im}(\omega) \cos(\omega t)}{\omega} d\omega,$$

где $\text{Re}(\omega)$ – вещественная частотная характеристика, $\text{Im}(\omega)$ – мнимая частотная характеристика.

С целью упрощения вычислительных процедур можно прибегнуть к полигональной (кусочно-линейной) аппроксимации. Для этого проведем анализ частотных характеристик. Определим характерные точки вещественной частотной характеристики: начальные значения, экстремумы, точки пересечения оси абсцисс, асимптоты.

Начальные значения вещественной частотной характеристики $\text{Re}(0) = \lim_{\omega \rightarrow 0} (\text{Re}(\omega))$, определяют установившееся значение процесса $Y(t)|_{t \rightarrow \infty} = \lim_{\omega \rightarrow 0} (X \cdot W(\omega))$ и составляют $\text{Re}(0) = 0,11 \cdot 10^{-4}$; $J(0) = 0$; $Y(\infty) = 0,11 \cdot 10^{-4}$.

Асимптотой вещественной частотной характеристики служит ось абсцисс. Максимальное значение частоты, при котором статическая погрешность ε вещественной частотной характеристики будет не больше заданной при условии $|\text{R}(\infty) - \text{R}(\omega_c)| \leq \varepsilon$, составляет величину $\omega_c \leq 120$ рад/с при $\varepsilon = 10^{-9}$, где $\text{R}(\infty) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} (\text{Re}(\omega))$, $\text{R}(\omega_c) = \text{Re}(\omega)|_{\omega=\omega_c}$.

Экстремальными точками вещественной частотной характеристики являются максимальное и минимальное ее значения. Максимальное и минимальное значения вещественной частотной характеристики, определенные как $\text{R}_{\max} = \max(\text{Re}(\omega), \omega = 0 \dots \omega_c)$, $\text{R}_{\min} = \min(\text{Re}(\omega), \omega = 0 \dots \omega_c)$, будут $0,789 \cdot 10^{-4}$ и $-0,622 \cdot 10^{-4}$ при $\omega_{\max} = 9$ рад/с и $\omega_{\min} = 11,1$ рад/с соответственно. Точки пересечения вещественной частотной характеристики с осью абсцисс составляют 10,2 рад/с и 44,4 рад/с.

На основании полученных характерных точек построена полигональная аппроксимированная вещественная частотная характеристика, состоящая из шести участков, которая показана на рисунке 2 сплошной линией. Штриховой линией нанесена вещественная непрерывная частотная характеристика $\text{Re}(\omega)$. Уравнения прямых каждого из участков аппроксимирующего полигона получены по методу наименьших квадратов с помощью библиотеки Stats системы аналитических расчетов Maple. Для иллюстрации приведена версия подпрограммы аппроксимации вещественной частотной характеристики $\text{Re}(\omega)$ по методу наименьших квадратов:

```
> Apr:=proc(j) global X,Y;
X:=seq(w||(j-1)+(w||j-w||(j-1))/N*i,i=0..N);
Y:=seq(evalf(subs(w=X[i],Ro)),i=1..N+1);
fit[leastsquare]([w,y||j])([X],[Y]);
end;
```

Здесь **X** и **Y** – массивы узлов интерполяции, $N = 100$ – число узлов интерполяции, **Ro** = $\text{Re}(\omega)$.

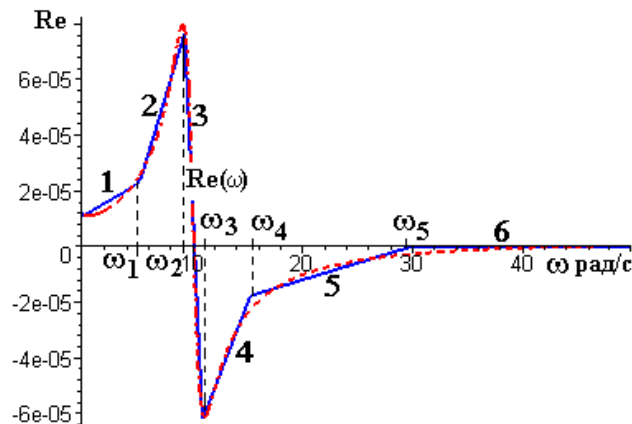


Рисунок 2 – Вещественная частотная характеристика

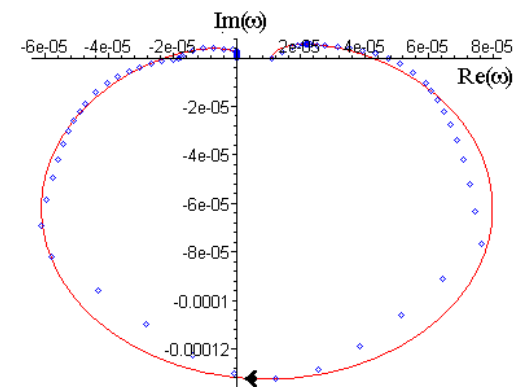


Рисунок 3 – Годограф

Частоты сопряжения смежных участков, которые составляют $\omega_1 = 5,143534123$ рад/с; $\omega_2 = 9,259813770$ рад/с; $\omega_3 = 10,85451912$ рад/с; $\omega_4 = 15,24100034$ рад/с; $\omega_5 = 29,87644898$ рад/с, найдены путем решения систем парных уравнений этих участков.

Для иллюстрации результата аппроксимации на рисунке 3 изображен годограф с аппроксимированной вещественной частотной характеристикой. Аппроксимированный годограф изображен точечной кривой.

На рисунке 4 изображены переходные характеристики, рассчитанные методом Солодовникова В.В. по аппроксимированной вещественной частотной характеристике для разомкнутой (рисунок 4,а) и замкнутой (рисунок 4, б) систем.

Как следует из рисунка 4, при $t = 2,1$ с допустимая ошибка $\Delta = 0,025[\delta]$, где $[\delta]$ – поле допуска регулируемой величины U_Z , что обеспечивает заданную точность формообразования поверхности.

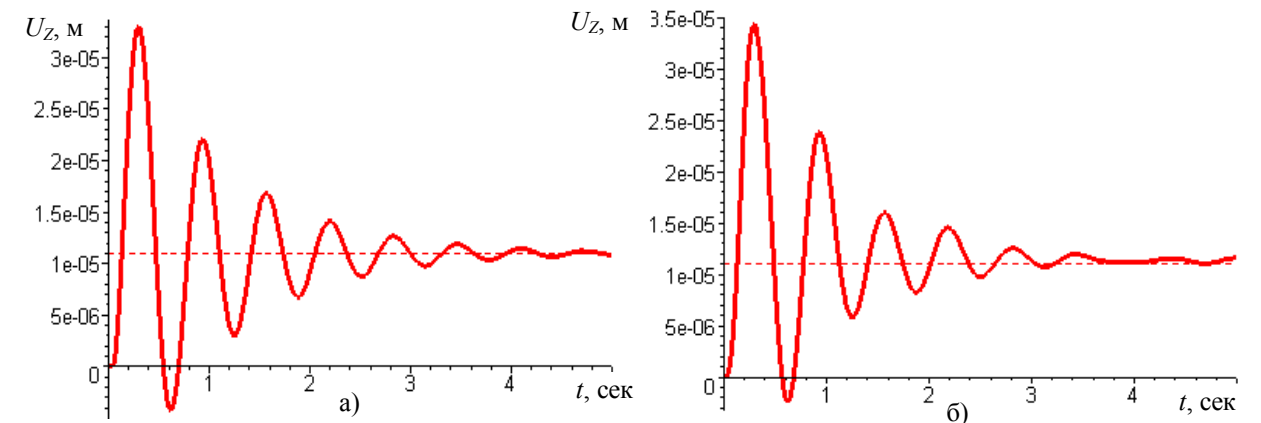


Рисунок 4 – Переходные характеристики системы: а) разомкнутой, б) замкнутой

Таким образом, показано, что построение переходных характеристик систем управления, содержащих звенья чистого запаздывания возможно с применением кусочно-линейной аппроксимации. Дальнейшие исследования построенной переходной характеристики позволят определить показатели процесса регулирования и осуществлять выбор элементной базы разработанной системы управления.

Библиографический список

1. Владиславлев А.П. Электрическое моделирование динамики систем с распределенными параметрами / А.П. Владиславлев, А.С. Мессерман. — М.: Энергия, 1978. — 222 с.
2. FDM System Documentation. Training manual release 1.0. — 1993. — Vol. 1. — 268 p.
3. Палк К.И. Системы управления механической обработкой на станках / К.И. Палк. — Л.: Машиностроение, 1984. — 215 с.
4. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. — 4-е изд. перераб. и доп. — СПб.: Изд-во "Профессия", 2003. — 752 с.

Поступила в редакцию 4.05.2007 г.