

УДК 628.543.32

А.И. Бохонский

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua

КОСОСИММЕТРИЧНЫЕ УПРАВЛЕНИЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЕМ УПРУГИХ ОБЪЕКТОВ

Рассмотрены два типа управлений оптимальными перемещениями упругого объекта; обращается внимание на возможность их практической реализации пневмоприводами.

В [1–6] исследованы колебания упругих объектов с конечным и бесконечным числом степеней свободы при оптимальном переносном движении; задачи актуальны как для робототехники, так и, например, в случае монтажа крупногабаритных конструкций в космическом пространстве [2,4,6].

Следует отметить, что для всех кососимметричных управлений $U_e(t)$ (для которых выполняются условия $\int_0^T U_e(t)dt = 0$, $U_e(T/2) = 0$ или $\int_0^{T/2} U_e(t)dt + \int_{T/2}^T U_e(t)dt = 0$) существуют такие возможные

соотношения между периодом собственных колебаний упругого объекта и минимальным временем переносного движения T , когда осуществляется движение упругого объекта из исходного в конечное состояние абсолютного покоя. Моментные соотношения для относительного движения (в данном случае – объекта с одной степенью свободы), которые одновременно равняются нулю в конце движения (при нулевых начальных условиях: $t=0$, $x_r(0)=0$ и $\dot{x}_r(0)=0$), после преобразований принимают следующий вид

$$\int_0^T u_e(t) \cos ktdt = 0, \quad \int_0^T u_e(t) \sin ktdt = 0,$$

где k – частота собственных колебаний.

Целью исследований является анализ некоторых типов кососимметричных оптимальных управлений переносным движением упругих объектов с последующей оценкой возможности их практической реализации пневмоприводами.

Как и в предыдущих работах [1–6], поиск (и обоснование оптимальности) управлений основывается на утверждении, что *любому кососимметричному оптимальному управлению переносным движением упругого объекта соответствует такое минимальное время движения, за которое осуществимо перемещение из исходного (начального) состояния в конечное состояние абсолютного покоя (с допущением колебаний упругого объекта только на временном интервале движения).*

1. Первый тип управления (переносного ускорения объекта) имеет вид, изображенный на рисунке 1. На этом же рисунке изображены графики скорости и перемещения в переносном движении. На первом участке дифференциальное уравнение переносного движения объекта единичной массы

$$\frac{d_2 S_e}{dt^2} = At, \quad (1)$$

где $A = tg\alpha$. Уравнение (1) решается методом припасовывания. При нулевых начальных условиях (покой в начальный момент времени: $S_e(0)=0$, $\dot{S}_e(0)=0$) из (1) следует решение и его производная, которые записываются как

$$S_e(t) = \frac{At^3}{6}; \quad \dot{S}_e(t) = \frac{At^2}{2}. \quad (2)$$

При использовании метода припасовывания в момент времени $t = \frac{T}{2}$, где T – общее время

движения, определяются начальные условия для движения на втором участке ($S_e(T/2) = \frac{AT^3}{48}$;

$\dot{S}_e(T/2) = \frac{AT^2}{8}$). На втором участке дифференциальное уравнение переносного движения имеют вид

$$\frac{d_2 S_e}{dt^2} = -AT + At, \quad (3)$$

а его решение и производная соответственно:

$$S_e(t) = A\frac{t^3}{6} - AT\frac{t^2}{2} + AT^2\frac{t}{2} - \frac{AT^3}{8}; \quad \dot{S}_e(t) = A\frac{t^2}{2} - AT \cdot t + \frac{AT^2}{2}. \quad (4)$$

При $t = T$ объект переместился на L , т.е. $S_e(T) = L$; из этого условия следует $A = \frac{24L}{T^3}$ и

соответственно скорость $\dot{S}_e(T) = 0$.

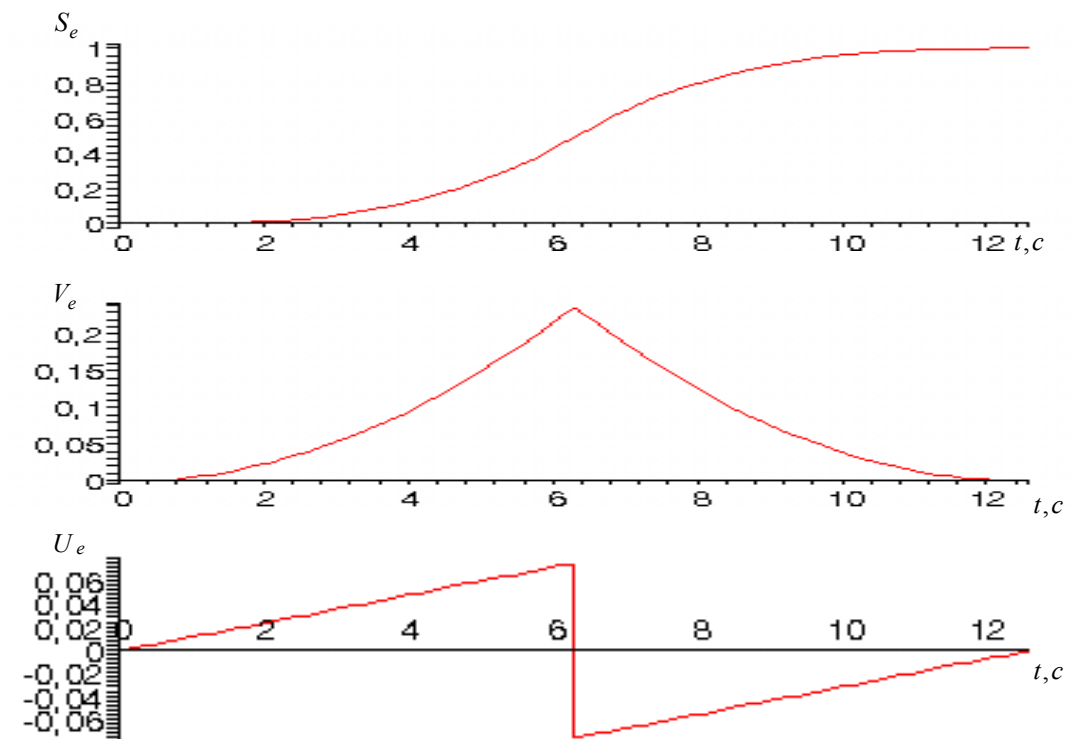


Рисунок 1 – Графики управляемого переносного движения первого типа: S_e – перемещение; V_e – скорость; U_e – управление

При некотором значении общего времени переносного движения и в относительном движении наступит покой. Дифференциальное уравнение относительного движения (колебаний) упругой системы на первом участке записывается как

$$\frac{d^2 x_r}{dt^2} + k^2 x_r = -At, \quad (5)$$

где $k = \sqrt{c/m}$ – частота собственных колебаний (c – коэффициент жесткости, m – масса). При нулевых начальных условиях ($x_r(0)=0$, $\dot{x}_r(0)=0$) из этого уравнения следует:

$$x_r(t) = \frac{A \sin kt}{k^3} - \frac{At}{k^2}; \quad \dot{x}_r(t) = \frac{A \cos kt}{k^2} - \frac{A}{k^2}. \quad (6)$$

На втором участке дифференциальное уравнение относительного движения имеет вид:

$$\frac{d^2 x_r}{dt^2} + k^2 x_r = -AT - At. \quad (7)$$

После определения из (6) начальных условий в момент времени $t = T/2$ для уравнения (7) получено его решение:

$$x_r(t) = \frac{A \sin kt (2 \cos \frac{kT}{2} - 1)}{k^3} + \frac{2A \cos kt \cdot \sin(\frac{kT}{2})}{k^3} + \frac{A(t-T)}{k^2};$$

$$\dot{x}_r(t) = \frac{-A \cos kt (2 \cos \frac{kT}{2} - 1)}{k^2} - \frac{2A \sin kt \cdot \sin(\frac{kT}{2})}{k^2} + \frac{A}{k^2}. \quad (8)$$

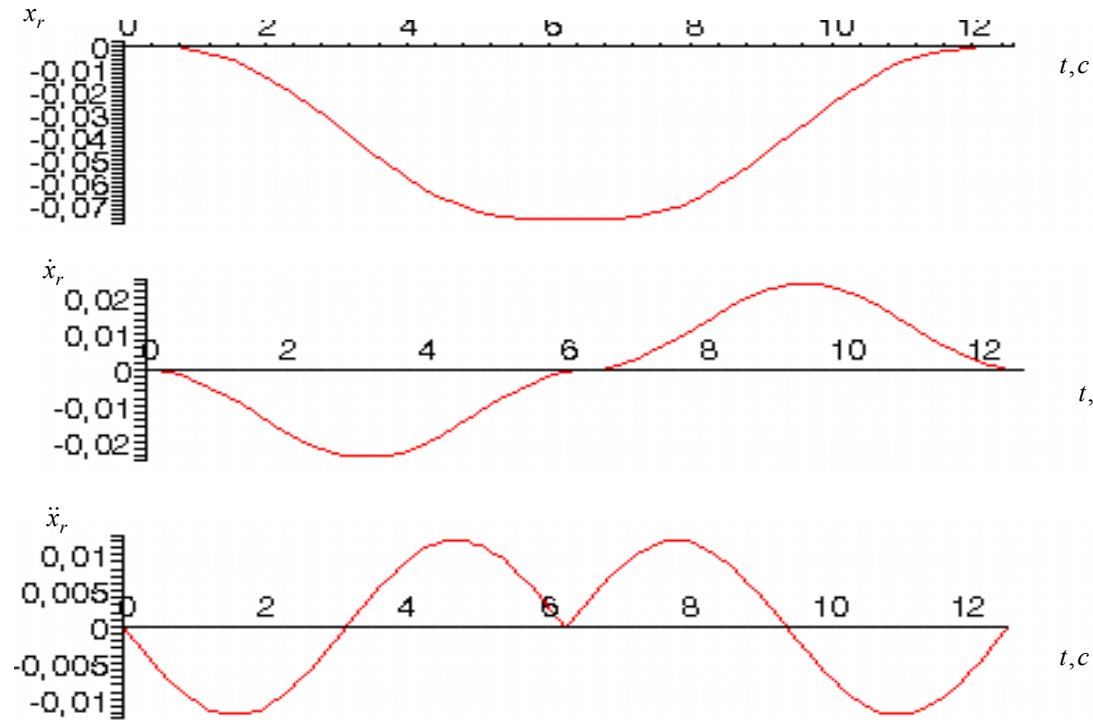


Рисунок 2 – Поведения упругой системы в относительном движении

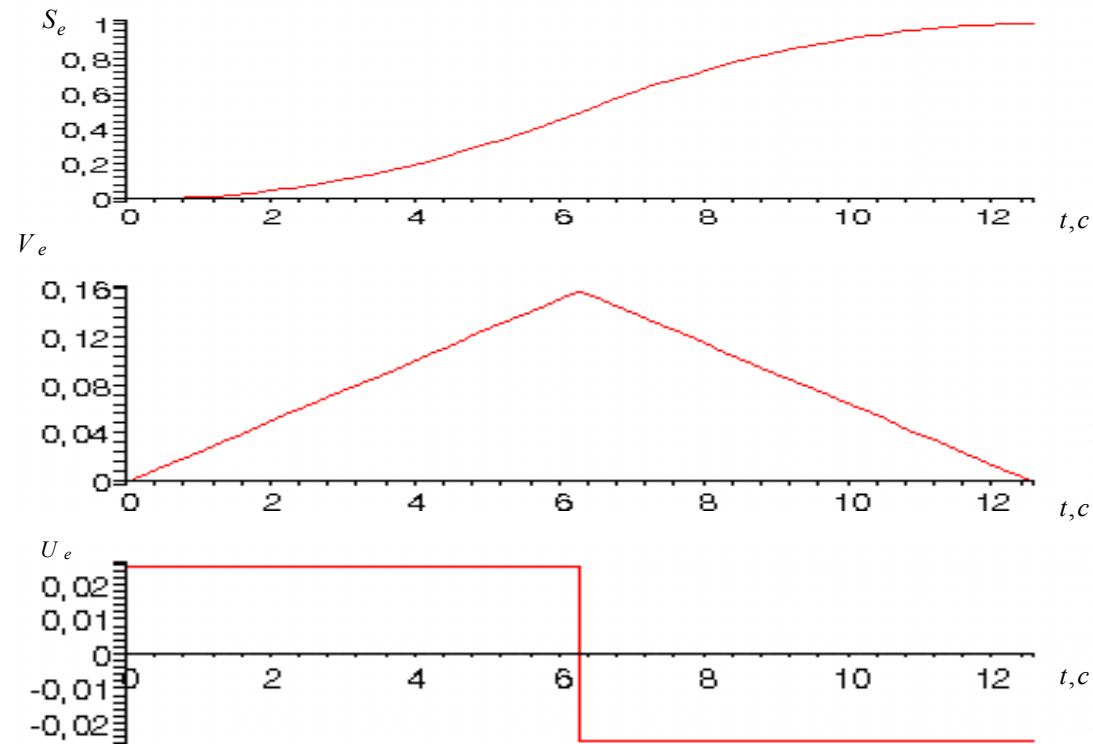


Рисунок 3 – Графики управляемого переносного движения второго типа:
 S_e – перемещение; V_e – скорость; U_e – управление

Для исключения колебаний (в относительном движении) начиная с момента отключения управления ($t \geq T$), т.е. в конце переносного движения, должны выполняться моментные соотношения, которые в данном случае в самом простом виде записываются так:

$$x_r(T) = 0, \quad \dot{x}_r(T) = 0. \quad (9)$$

Моментные соотношения (9) преобразуются к системе трансцендентных уравнений:

$$\begin{cases} 2 \sin(2\pi n) \cdot \cos(\pi n) - \sin(2\pi n) - 2 \cos(2\pi n) \cdot \sin(\pi n) = 0, \\ 2 \cos(2\pi n) \cdot \cos(\pi n) - \cos(2\pi n) - 2 \sin(2\pi n) \cdot \sin(\pi n) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Уравнения (10) одновременно обращаются в нуль только при значениях $n = 2, 4, 6, \dots$

Графики поведения упругой системы в относительном движении (исходные данные: $L = 1$ м; $T = 4\pi$ с; $k = 1$ с⁻¹) изображены на рисунке 2.

2. Второй тип управления, график которого изображен на рисунке 3. Перемещение и скорость в оптимальном переносном движении на первом участке равны

$$S_e = \frac{At^2}{2}, \quad \dot{S}_e = At^2, \quad (11)$$

а на втором имеют вид:

$$S_e = \frac{AT^2}{8} + \frac{AT}{2}t - \frac{At^2}{2}, \quad \dot{S}_e = \frac{AT}{2} - At, \quad \text{где } A = \frac{4L}{T^2}.$$

В относительном движении из дифференциального уравнения на первом участке

$$\frac{d^2 x_r}{dt^2} + k^2 x_r = -A$$

следует

$$x_r(t) = \frac{A}{k^2}(1 - \cos kt), \quad \dot{x}_r(t) = -\frac{A}{k} \sin kt, \quad (12)$$

а на втором, после определения из (12) начальных условий (при $t = \frac{T}{2}$), решение уравнения и производная записывается следующим образом:

$$x_r(t) = \frac{A}{k^2} \left[-\sin \frac{kT}{2} \cdot \sin kt + \left(\cos \frac{kT}{2} - 2 \right) \cdot \cos kt + 1 \right], \quad (13)$$

$$\dot{x}_r(t) = -\frac{A}{k} \left[\sin \frac{kT}{2} \cdot \cos kt + \left(\cos \frac{kT}{2} - 2 \right) \cdot \sin kt \right].$$

В момент $t = T = \frac{2\pi n}{k}$ из (13) получена система трансцендентных уравнений:

$$\begin{cases} \cos(\pi n)(\cos(\pi n) - 1) = 0, \\ \sin(\pi n)(\cos(\pi n) - 1) = 0. \end{cases} \quad (14)$$

Корни $n = 2, 4, 6, \dots$, т.е. при $T = \frac{4\pi}{k}, \frac{8\pi}{k}, \frac{16\pi}{k}, \dots$ достигается относительный покой. С учетом покоя переносного движения в момент времени T наступает *абсолютный покой*. Графики колебаний упругой системы (перемещение, скорости и ускорения) изображены на рисунке 4.

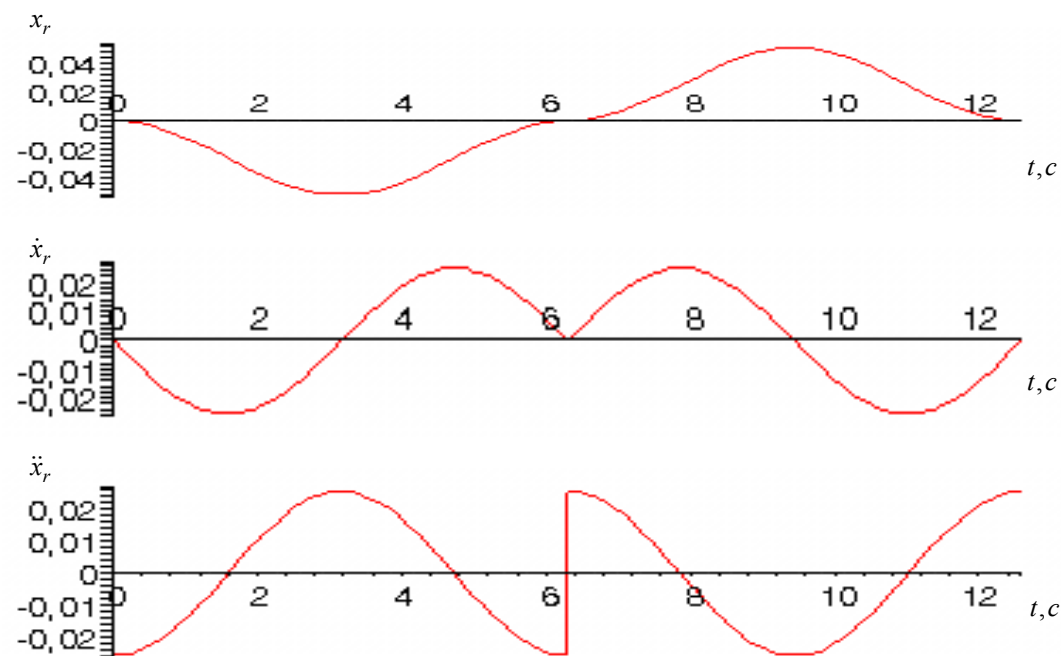


Рисунок 4 – Графики: перемещения, скорости и ускорения (относительное движение)

3. Рассмотренные законы управления можно практически реализовать пневмоприводами с управляемым дросселированием. С использованием исходных данных ($x_0 = 0,01$ м; $m = 10$ кг; $T = 293^\circ \text{K}$; $R = 8,31$ Дж/(моль · К); $S = 0,02$ м²; $p_M = 6p_a$; $p_a = 101325$ Па) для первого участка движения с управлением $U = At$, $P(t) = U(t) \cdot m / S$, где $P(t)$ – давление в пневмоцилиндре, $S_e(t) = At^3 / 6$ и $\dot{S}_e(t) = At^2 / 2$ – изменение во времени площади дроссельного отверстия вычисляется по формуле:

$$\delta(t) = \frac{\pi S(p_1(S_0 + S_e(t)) + p_1 \dot{S}_e(t))}{4 \cdot 0,0015 p_M \sqrt{1 - p_1 / p_M RT}}. \quad (15)$$

График изменения дроссельного отверстия изображен на рисунке 5

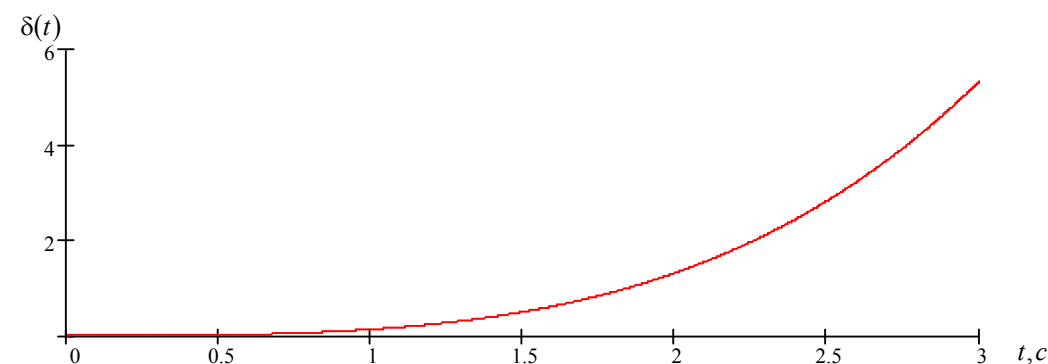


Рисунок 5 – График зависимости от времени площади дроссельного отверстия $\delta = \delta(t)$

Выводы

1. Известные законы оптимального управления движением абсолютно твердых тел можно использовать для перемещения деформируемых объектов при согласовании времени движения с периодом собственных колебаний деформируемого объекта.
2. Показано, что за минимальное время перемещения деформируемого объекта на заданное расстояние достигается абсолютный покой в конце движения.

3. На основании исследований можно утверждать, что существует широкий класс кососимметричных управлений, которые позволяют оптимально (за минимальное время) перемещать упругие объекты (с допущением колебаний только во время движения).

В дальнейших исследованиях предполагается осуществить выбор наиболее удобных с точки зрения практической реализации управлений переносным движением упругих объектов с конечным и бесконечным числом степеней свободы.

Библиографический список

1. Бохонский А.И. Оптимальное управление перемещением груза телескопическим манипулятором с пневмоприводом / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская // Вестник СевГТУ. Сер. Автоматизация процессов и управление. — Севастополь, 2004. — Вып. 57. — С. 125–131.
2. Бохонский А.И. Оптимальные движения объектов малой жесткости в состоянии невесомости / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская // Оптимизация производственных процессов: Сб. науч. тр. — Севастополь, 2003. — Вып. 6. — С. 42–47.
3. Бохонский А.И. Некоторые актуальные задачи механики манипуляторов минимальной массы / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Междунар. сб. науч. тр. — Донецк, 2003. — Вып. 25. — С. 34–38.
4. Бохонский А.И. Управление объектом при перемещении с одной траектории на другую / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Междунар. сб. науч. тр. — Донецк, 2004. — Вып. 27. — С. 36–42.
5. Бохонский А.И. Оптимальное перемещение объектов в технологической ячейке с манипулятором по заданным траекториям движения / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская // Сб. науч. тр. ВМИ им. П.С. Нахимова. — Севастополь, 2004. — Вып. 3 (6). — С. 14–22.
6. Bokhonsky A.I. Implementation of the optimum motions of the manipulators with pneumatic drives / A.I. Bokhonsky, N.I. Varminskaya // Автоматика-2003: Матер. междунар. науч.-метод. конф. 15–19 сент. 2003 г. — Севастополь, 2003. — С. 4.

Поступила в редакцию 7.02.2007 г.