

УДК 519.212

И.В. Долгин,

В.П. Долгин, канд. техн. наук

Севастопольский национальный технический университет.

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua

МОДЕЛЬ РЕКУРСИВНОГО ФИЛЬТРА

Излагается метод синтеза рекурсивного фильтра по нормированной операторной дробно-рациональной передаточной функции, что упрощает техническую реализацию динамических звеньев произвольной конфигурации.

Синтез частотно-зависимых цепей с сосредоточенными параметрами обычно производится на основе их описания в форме дробно-рациональных передаточных функций [1,2] вида

$$W(s) = \frac{R(s)}{Q(s)}, \quad (1)$$

где $R(s) = \sum_{j=0}^m b_j s^j$ – оператор воздействия; $Q(s) = \sum_{i=0}^n a_i s^i$ – собственный оператор; m – порядок

оператора воздействия; n – порядок собственного оператора (порядок фильтра); $m \leq n$, $a_n = 1$.

Такое описание позволяет получить множество способов допустимых технических реализаций, сужение которого представляет собой не менее сложную проблему [1–3]. В качестве постановки рассматривается задача получения дискретно-непрерывного описания по дробно-рациональной передаточной функции. Целью статьи является синтез дискретной математической модели линейного динамического объекта.

Выражение передаточной функции (1) для получения решения в дискретно-непрерывной форме может быть представлено в модифицированном виде

$$W(s) = \sum_{j=0}^m W_j(s), \quad (2)$$

где $W_j(s) = \frac{b_j s^j}{Q(s)}$ – j -й компонент передаточной функции, что позволяет получить изображение

выходного сигнала в виде суммы изображений его производных

$$Y(s) = \sum_{j=0}^m Y^{(j)}(s), \quad (3)$$

где $Y^{(j)}(s) = X(s) \cdot W_j(s)$.

Реализация выражения (3) может быть представлена на основе теоремы Лагранжа о среднем значении в форме рекурсивной алгоритмической модели

$$Y_k^j = Y_{k-1}^j + h Y_k^{j+1}; \quad j = 0 \dots n-1, \quad (4)$$

$$Y_k^n = x_k - \sum_{i=0}^{n-1} a_i Y_k^i; \quad (5)$$

$$Y_k = \sum_{i=0}^m b_i Y_k^i, \quad (6)$$

где Y_k – выходной сигнал; Y_k^j – младшая j -я производная выходного сигнала ($j=0 \dots n-1$); Y_k^n – старшая (n -го порядка) производная выходного сигнала; x_k – входной сигнал; h – шаг дискретизации; k – номер шага.

На рисунке 1 показана функциональная схема фильтра, где цифрами в скобках (4), (5) и (6) обозначены блоки, осуществляющие соответствующие функции алгоритмической модели.

Вычисление реакции фильтра может быть выполнено с помощью математического пакета Maple в виде процедуры, реализующей равенства (4), (5) и (6).

```
for k to z do x[k]:=subs(t=k*h,X):
for j from n-1 by -1 to 0 do
    y[j,k]:=y[j,k-1]+y[j+1,k-1]*h: od:
y[n,k]:=x[k]-sum('y[j,k-1]*a[j]', 'j'=0..n-1):
Y[k-1]:=sum('y[j,k-1]*b[j]', 'j'=0..n): od:
```

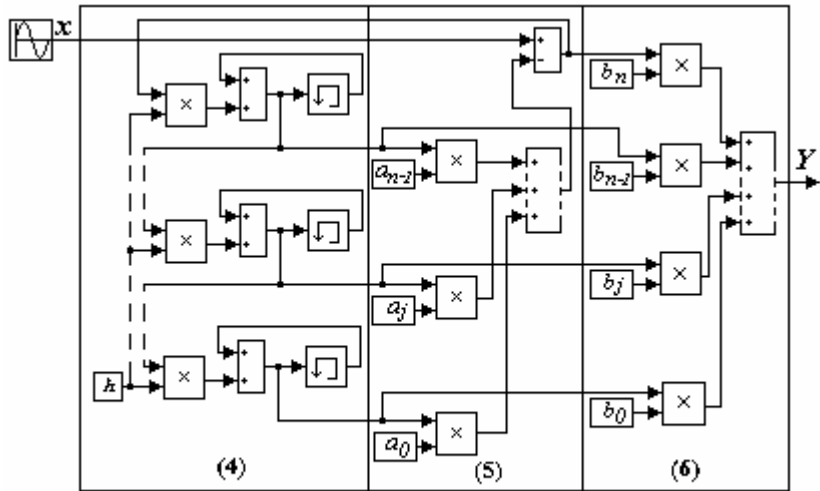


Рисунок 1 – Функциональная схема фильтра

Для примера на рисунке 2 изображены частотные характеристики фильтра (а) – годограф и б) – логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) $A(\omega)$, полученные в диапазоне частот $\omega = 10^{-2} \dots 10^2$ рад/с и принятых параметрах передаточной функции: $m=4$; $n=5$; $b_0=0,68$; $b_1=6,6$; $b_2=3,2$; $b_3=0,28$; $b_4=7,5$; $a_0=1$; $a_1=4,9$; $a_2=10$; $a_3=10$; $a_4=4,9$; $a_5=1$.

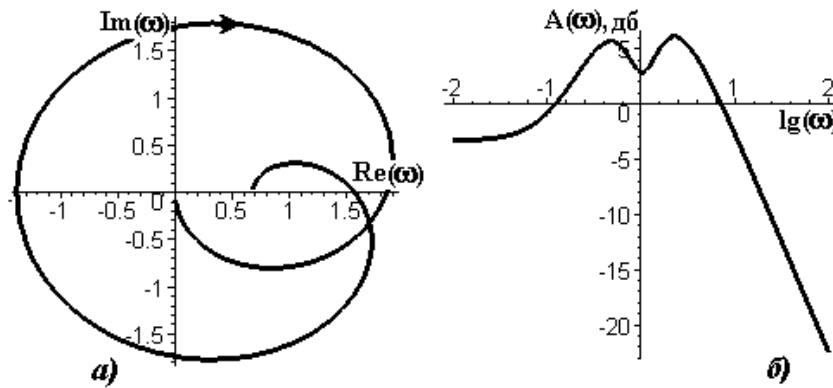


Рисунок 2 – Частотные характеристики:
а) – годограф, б) – ЛАЧХ

На рисунке 3 показаны временные характеристики: а) – переходная $Y(t)$ и б) – погрешности $\varepsilon(t)$, обусловленной дискретным представлением процедуры преобразования при величине шага дискретизации $h=0,01$ с. Погрешность определялась на каждом шаге как разность выходного сигнала вычисленного по уравнениям (4)-(6) алгоритмической модели и с помощью преобразования Лапласа $\varepsilon_k = Y_k - Y(t_k)$, где $Y(t_k) = L^{-1}\{Y(s)\}$, $Y(s) = X(s) \cdot W(s)$, $t_k = k \cdot h$, $k=0 \dots z$, $z=10^3$, $X(s)$ – изображение по Лапласу входного сигнала $L^{-1}\{\cdot\}$ – оператор обратного преобразования Лапласа. Из графика погрешности (рисунок 3, б) видно, что динамическая погрешность снижается по мере затухания переходного процесса, стремясь к нулю, что объясняется применением для вычисления производных теоремы Лагранжа о среднем значении, которые стремятся к нулю по мере затухания процесса. Таким образом, изложенный метод теоретически свободен от статической погрешности.

Настройка фильтра, представленного описанием (2), осуществляется выбором величин коэффициентов собственного оператора и оператора воздействия, часть из которых может быть равна нулю.

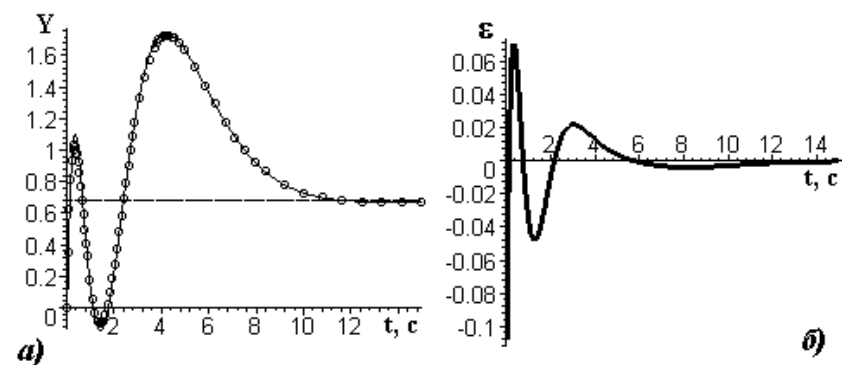


Рисунок 3 – Временные характеристики:
а) – переходная, б) – погрешности

В качестве достоинства рассмотренного метода можно отметить принципиальную возможность введения частотной перестройки фильтра изменением времени задержки, либо шага дискретизации.

Стоит отметить, что предложенная модель по своей сути является виртуальной и может быть реализована средствами численного моделирования.

Перспективы дальнейших исследований состоят в поиске подходов к обеспечению возможности синтеза фильтра при произвольном отношении порядков собственного оператора и оператора воздействия.

Библиографический список

1. Остапенко А.Г. Анализ и синтез линейных радиоэлектронных цепей с помощью графов. Аналоговые и цифровые фильтры / А.Г. Остапенко. — М.: Радио и связь, 1985. — 280 с.
2. Хемминг Р.В. Цифровые фильтры / Р.В. Хемминг; Под ред. О.А. Потапова. — М.: Недра, 1987. — 245 с.
3. Рекурсивные фильтры на микропроцессорах / А.Г. Остапенко, А.Б. Сушков, В.В. Бутенко и др.; Под ред. А.Г. Остапенко. — М.: Радио и связь, 1988. — 128 с.

Поступила в редакцию 6.02.2007 г.