

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**М Е Т О Д Ы
СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА И ПРОЕКТИРОВАНИЯ
ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ /
СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ**

Методические указания

к выполнению лабораторных работ по дисциплине
для обучающихся очной и заочной форм обучения
направлений подготовки

09.03.02 – Информационные системы и технологии,
09.03.03 – Прикладная информатика

В трех частях

Часть 1

Системный анализ процессов и систем

Севастополь
СевГУ
2025

УДК 004.414.2:681.518(076.5)

ББК 32.973-02я73

M545

Р е ц е н з е н т ы:

В. Ю. Карлусов - канд. техн. наук, доцент кафедры «Информационные системы»

А. И. Грушун - канд. техн. наук, доцент кафедры «Информатика и управление в технических системах»

Ответственный за выпуск:

И. П. Шумейко - канд. физ.-мат. наук, доцент,
заведующий кафедрой «Информационные системы»

Составители: И. В. Кудрявченко, К. Р. Пукас, И. П. Шумейко

M545 Методы системного анализа и проектирования информационных систем / Системный анализ и проектирование информационных систем : методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине для обучающихся очной и заочной форм обучения направлений подготовки 09.03.02 – Информационные системы и технологии, 09.03.03 – Прикладная информатика. – В 3-х ч. Часть 1. Системный анализ процессов и систем / Севастопольский государственный университет ; сост.: И. В. Кудрявченко, К. Р. Пукас, И. П. Шумейко.– Севастополь : СевГУ, 2025. – 64 с. – Текст : электронный.

Предназначены для оказания помощи обучающимся очной и заочной форм обучения направлений подготовки 09.03.02 – Информационные системы и технологии, 09.03.03 – Прикладная информатика в изучении обязательной дисциплины: «Методы системного анализа и проектирования информационных систем»/ «Системный анализ и проектирование информационных систем». Часть 1: «Системный анализ процессов и систем».

УДК 004.414.2:681.518(076.5)

ББК 32.973-02я73

Рассмотрены и утверждены на заседании кафедры «Информационные системы», протокол № 09 от 16 мая 2025 г.

Рассмотрены и рекомендованы к изданию на заседании ученого совета Института информационных технологий, протокол № 05 от 20 мая 2025 г.

© Кудрявченко И. В., Пукас К. Р.,
Шумейко И. П., сост., 2025

© ФГАОУ ВО «Севастопольский
государственный университет», 2025

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
Содержание и объем аудиторных занятий.....	5
Лабораторная работа № 1. Исследование способов расчёта критериев эффективности информационных систем на основе экспертных оценок.....	6
Лабораторная работа № 2. Исследование способов анализа структурно-топологических характеристик информационных систем.....	13
Лабораторная работа № 3. Исследование многоуровневых структур на основе метода решающих матриц Г. С. Поспелова.....	23
Лабораторная работа № 4. Исследование иерархических структур на основе метода анализа иерархий.....	36
Лабораторная работа № 5. Исследование метода статистических испытаний.....	58
Заключение.....	62
Библиографический список.....	63

Введение

Дисциплина «Методы системного анализа и проектирования информационных систем» / «Системный анализ и проектирование информационных систем», часть 1: «Системный анализ процессов и систем» относится к обязательной части учебных планов направлений подготовки 09.03.02 – «Информационные системы и технологии» и 09.03.03 – «Прикладная информатика». Теоретические основы, на которых базируется данный курс, излагаются в предшествующих дисциплинах: «Математика», «Физика», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Алгоритмизация и программирование», «Управление данными», «Технологии баз данных», «Технологии создания программных продуктов», «Тестирование программного обеспечения».

Данные методические указания предназначены для закрепления на лабораторных занятиях основных теоретических знаний, полученных на лекциях. Кроме того, обучающихся необходимо правильно сориентировать при планировании самостоятельной работы по изучению теоретических основ, современного состояния технологий, методов и алгоритмов построения и моделирования информационных систем.

В силу ряда принципиальных соображений язык, используемый для описания поведения систем, это язык теории обработки информации и теории целенаправленного действия (принятия решений, управления), что, в свою очередь, объясняет необходимость применения информационных систем и технологий при анализе сложных систем [11].

На кафедре «Информационные системы» дисциплины, посвященные системному анализу, изучаются на протяжении свыше 15 лет [12]. Значительный вклад в их становление и развитие внесли преподаватели кафедры «Информационные системы»: старший преподаватель Василенко В.А., профессор Доронина Ю.В., доцент Карлусов В.Ю. В соответствии с рабочей программой дисциплина «Методы системного анализа и проектирования информационных систем» / «Системный анализ и проектирование информационных систем» содержит три части: «Системный анализ процессов и систем» (часть 1), «Моделирование процессов и систем» (часть 2), «Проектирование информационных систем» (часть 3), каждая из которых изучается на протяжении одного семестра (соответственно в 5-м (часть 1), 6-м (часть 2) и 7-м (часть 3). Такая структура дисциплины предполагает, что основной акцент при изучении первой части дисциплины («Системный анализ процессов и систем») обучающимися направлений подготовки 09.03.02 – «Информационные системы и технологии» и 09.03.03 – «Прикладная информатика» следует делать на особенностях применения методов системного анализа прежде всего к информационным системам.

В этой связи востребованными являются идеи одного из основоположников советской и российской школ информатики профессора Темникова Ф.Е., который в 1970 году обосновал достаточный набор функций любой сложной живой системы и предложил рассматривать их в виде

окружностей, изображенных на рисунке 1. Данные окружности он назвал «контурами»:

- $C = f(t)$ – связь, регистрация, передача информации (C – communication, t – время);
- $M = f(G, t)$ – память, хранение информации (M – memory, G – пространство);
- $K = f(G, t, I)$ – обработка, получение новой информации (K – от «калькулятор», «компьютер», I – информация);
- R – рассудок (R – reason);
- P – политика (P – policy).

Для создания простой информационной системы достаточно первых трех контуров [20].

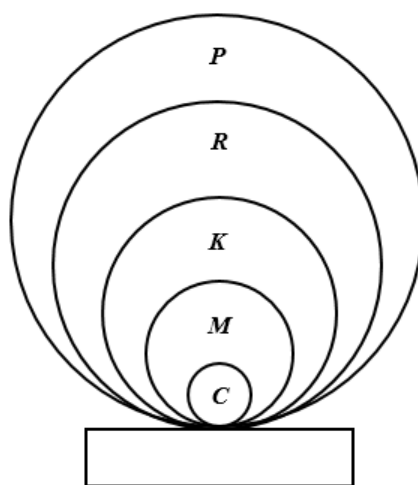


Рисунок 1 – Функции информационной системы («ген» Ф.Е. Темникова)

«Ген» Ф. Е. Темникова не сразу был понят. В особенности это касалось включения контура «политика». Важность этой функции была осознана только в 1990-е годы, когда этот контур начал активно проявляться в общественном развитии. Под влиянием идеи гена информационной системы был разработан подход, основанный на постепенной формализации моделей принятия решений [4].

Для более подробного изучения теории и практики дисциплины «Методы системного анализа и проектирования информационных систем» / «Системный анализ и проектирование информационных систем», часть 1: «Системный анализ процессов и систем» следует обратиться к специальной литературе [1 – 20].

Содержание и объем аудиторных занятий

На все аудиторные занятия, включая лекционные и лабораторные занятия для обучающихся очной формы обучения отводится 36 часов.

Лабораторная работа № 1

ИССЛЕДОВАНИЕ СПОСОБОВ РАСЧЁТА КРИТЕРИЕВ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Углубление теоретических знаний в области системного анализа, исследование способов расчета критериев эффективности. Приобретение практических навыков использования количественных оценок для систем.

2. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

2.1 Критерий эффективности системы

Системный анализ ориентирован на принятие решений касающихся сложных систем. Принятие решений, как правило, осуществляется в условиях неопределенности и требует учета многочисленных факторов, участия специалистов из различных областей знаний (экспертов).

Эффективность – это обобщенная характеристика, отражающая степень соответствия результатов функционирования системы своему целевому назначению, т.е. степень достижения поставленной цели. Критерий эффективности – это мера оценки эффективности в целом. В количественном значении критерия эффективности интегрируются все свойства системы.

Интегральный критерий эффективности. Построение обобщенного (интегрального) критерия эффективности сложных систем, показывающего взаимозависимость многочисленных факторов, влияющих на функционирование системы, производится в соответствии с теорией полезности на основе аддитивного преобразования:

$$E = \varphi(q_1, \dots, q_n) = \sum_{i=1}^n b_i q_i, \quad (1)$$

где $q_1, \dots, q_n$ – частные критерии эффективности;

b_i – коэффициенты, отражающие полезность (ценность) критерия.

Определение значений b_i производится группой из m экспертов. В начале каждый j -й эксперт выставляет оценку i -му критерию, затем они масштабируются (нормализуются):

$$b_{ij} = \frac{c_{ij}}{\sum_{i=1}^n c_{ij}}. \quad (2)$$

После нормализации вычисляются коэффициенты b_i :

$$b_i = \frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^m b_{ij}, \quad (3)$$

где m – количество экспертов.

Существует два основных метода получения экспертных оценок c_{ij} : ранжирования критериев и последовательных предпочтений.

2.2 Метод ранжирования критериев

В этом случае эксперт размещает частные критерии по убыванию ценности слева направо (на одном месте могут стоять несколько критериев), затем проводят новую нумерацию слева направо и определяют ранг r_{ij} , который равен порядковому номеру критерия (если он на позиции один) или среднеарифметическому порядковых номеров (если на одной позиции расположено несколько критериев). В случае, если критериев, стоящих на одном месте несколько, ранги называют *связанными*.

Затем вычисляют оценку c_{ij} по формулам

$$c_{ij} = 1 - \frac{r_{ij} - 1}{n}, \quad (4)$$

где n – количество частных критериев.

Пример 1. Найти интегральный критерий эффективности, пользуясь методом ранжирования, если дано 8 частных критериев, которые j -й эксперт разместил (по столбцам) следующим образом:

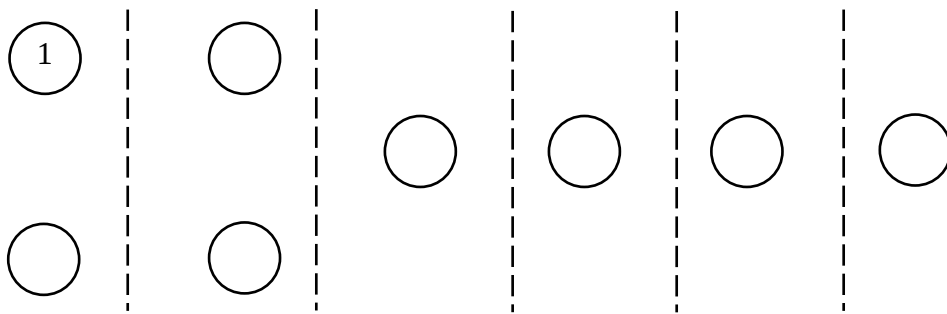


Рисунок 1 – Ранжировка частных критериев, выполненная j -м экспертом

В кружках отмечены порядковые номера критериев. Видно, что индексы критериев (и их наименования) сохраняются.

В таблице 1 приведены значения ранга r_{ij} , оценки критериев c_{ij} и весового коэффициента b_{ij} .

Таблица 1 – Значения коэффициентов r_{ij} , c_{ij} , b_{ij}

i	1	2	3	4	5	6	7	8
r_{ij}	8,0	3,5	1,5	5,0	1,5	3,5	7,0	6,0
c_{ij}	0,125	0,688	0,94	0,5	0,94	0,688	0,25	0,375
b_{ij}	0,03	0,15	0,21	0,11	0,21	0,15	0,06	0,08

$$E_j = 0,03q_1 + 0,15q_2 + 0,21q_3 + 0,11q_4 + 0,21q_5 + 0,15q_6 + 0,06q_7 + 0,08q_8. \quad (5)$$

Выражение (5) представляет собой формулу полезности, полученную на основании мнения j -го эксперта.

Согласованность мнений экспертов определяется коэффициентом конкордации

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n)}, \quad 0 < W \leq 1, \quad (6)$$

где m – количество экспертов, n – количество критериев, коэффициент S определяется по формуле

$$S = \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=1}^m k_{ij} - 0,5m(n+1) \right]^2. \quad (7)$$

В выражении (7) k_{ij} – порядковые номера критериев.

В таблице 2 даны значения характеристики согласованности мнений экспертов в зависимости от значений коэффициента конкордации W .

Таблица 2 – Качественная оценка согласованности мнений экспертов

Значение W	<0,3	0,3 - 0,5	0,5 - 0,7	0,7 - 0,9	>0,9
Характеристика согласованности	Слабая	Умеренная	Заметная	Высокая	Очень высокая

Нетрудно убедиться, что коэффициент конкордации для единственного эксперта имеет наивысшее значение, равное единице ($W|_{m=1} = 1$).

В частности, в примере 1 $n=8$. Принимаем $m=1$. Тогда:

$$S = 2(3,5^2 + 2,5^2 + 1,5^2 + 0,5^2) = 42; \quad W = \frac{12 \cdot 42}{8^3 - 8} = \frac{504}{504} = 1.$$

2.3 Метод последовательных предпочтений

Этот алгоритм основан на комплексной процедуре измерения, включающей как ранжирование, так и непосредственную оценку. Назначенный j -й эксперт осуществляет ранжирование n критериев, производит их непосредственную оценку на отрезке $[0, 1)$ (выставляет критериям оценки c_{ij}) и располагает критерии в порядке невозрастания их оценок. Также эксперт решает, будет ли первый, наиболее значимый критерий, превосходить по предпочтительности все остальные критерии вместе взятые, присваивая ему соответствующее значение оператора сравнения $R_{\circ}$, где $R_{\circ} \in \{<, =, >\}$. Далее эксперт проводит аналогичные действия (присваивает значения оператора $R_{\circ}$) второму и всем последующим критериям до $(n-2)$ -го включительно.

Таким образом, эксперту необходимо провести $(n-2)$ сравнения типа

$$C_{ij} R_{\circ} \sum_{k=i+1}^n C_{kj}, \quad \text{где } i = \overline{1, n-2}. \quad (8)$$

Условия (8) проверяются от последнего к первому, при этом оценки располагаются изначально так, чтобы числовая последовательность слева направо была невозрастающей и начиналась с единицы. Если какое-либо сравнение не выполняется, то текущая оценка и все оценки, расположенные слева от нее, изменяются так, чтобы последовательность оставалась невозрастающей слева направо.

Пример 2. Вычислить интегральный критерий эффективности сложной системы, если эксперт выставил следующие оценки по $n=8$ частным критериям (таблица 3).

Таблица 3 – Оценки j -го эксперта

i	1	2	3	4	5	6	7	8
c_{ij}	0,6	1,0	0,9	0,7	0,8	0,5	0,3	0,2

Решение:

1) Строится невозрастающая последовательность на основании таблицы 3. Результатом являются предварительные оценки эксперта c_i , в таблице 4, которые необходимо будет уточнить.

2) Строится последовательность сравнений (предпочтений). Пусть в результате анализа нами была получена следующая последовательность сравнений:

$$R [>, <, >, <, =, =].$$

Очевидно, что порядковые номера знаков последовательности сравнений R должны соответствовать порядковым номерам элементов c_i в таблице 4.

Таблица 4 – Уточненные оценки j -го эксперта

i	2	3	5	4	1	6	7	8	R
c	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	<u>0,3</u>	<u>0,2</u>	$= (0,5=0,5)$
c'	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	<u>0,5</u>	<u>0,3</u>	<u>0,2</u>	$= (0,6 \neq 1)$
c''	1,4	1,3	1,2	1,1	<u>1,0</u>	<u>0,5</u>	<u>0,3</u>	<u>0,2</u>	$< (1,1 < 2,0)$
c'''	1,4	1,3	1,2	<u>1,1</u>	<u>1,0</u>	<u>0,5</u>	<u>0,3</u>	<u>0,2</u>	$> (1,2 < 3,1)$
c^{IV}	3,4	3,3	<u>3,2</u>	<u>1,1</u>	<u>1,0</u>	<u>0,5</u>	<u>0,3</u>	<u>0,2</u>	$< (3,3 < 6,3)$
c^V	3,4	<u>3,3</u>	<u>3,2</u>	<u>1,1</u>	<u>1,0</u>	<u>0,5</u>	<u>0,3</u>	<u>0,2</u>	$> (3,4 < 9,6)$
c^{VI}	9,7	3,3	3,2	1,1	1,0	0,5	0,3	0,2	$\sum_{i=1}^n c_{ij} = 19,3$
b_{ij}	0,5	0,17	0,16	0,055	0,05	0,025	0,015	0,01	

3) Предварительные оценки c_i проверяются знаками $(n-2)$ сравнений R (знаки считываются справа налево).

4) Строится таблица уточнения оценок (таблица 4). Если знак сравнения не соответствует заданному экспертом на начальном этапе анализа, то необходимо изменить неуточненные оценки эксперта так, чтобы последовательность при этом оставалась невозрастающей.

5) Уточненные оценки c^{VI} нормализуются по формуле (2).

6) В соответствии с формулой (1) составляется интегральный критерий эффективности сложной системы.

$$E_j = 0,05q_1 + 0,5q_2 + 0,17q_3 + 0,055q_4 + 0,16q_5 + 0,025q_6 + 0,015q_7 + 0,01q_8. \quad (9)$$

3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

3.1. Записать интегральный критерий эффективности системотехнического комплекса для $m=3$ и $n=8$, если оценки получены методом ранжирования. Определить согласованность экспертов. Ранжировки, составленные экспертами, даны в таблице 5.

Таблица 5 – Варианты заданий

	Критерии (индексы)											
	Эксперт 1				Эксперт 2				Эксперт 3			
Места	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1	5	2,3	6,7,8	1,4	5,6,8	2,4	1,3	7	4,5,7	1,6	2	3,8
2	2,4	6,8	3	1,5,7	2,3	4	1,7	5,6,8	8	3,6,7	2,4	1,5
3	3,7,8	5	1	2,4,6	2,6	1,5,4,7	3	8	7,1,3,4	2	5	6,8
4	2,4,6	7	1,3,8	5	1,3	6,8	2,5	4,7	2	4,5	1	8,3,6,7
5	3,4	6,7	1,2,5	8	7	2,8	1,3,4	5,6	5,6,7	1,3,4	2	8
6	1,5	6	4,7,8	2,3	2	1,3	6,7,8	4,5	3,5,6	1,8	2,4	7
7	5,6,7	1,2	8	3,4	5,8	2,4	3	1,6,7	2,3	7	5,6	1,4,8
8	1	2,3,4	5,6	7,8	4,6,8	5	1	2,3,7	1,6	2,5,7,8	4	3
9	1,4,3,6	8	2	5,7	1,7,8	3	2,5,6	4	4,8	1,5	2,3	6,7
10	5	7,8	3	1,2,4,6	1,3	6,8	2,5,7	4	8	1,4	2,6,7	3,5
11	2,7,1	4,8,3	5	6	5,3	2	8,6,1	7,4	6	7,8	4,1,3	5,2
12	7,6,1	4,8	3,5	2	7,4,2	6,3	1	8,5	8,1	2,4	7	6,3,5
13	3,1	7	2,6	8,4,5	2	3,1,8	6,5	4,7	3,6,5	2	1	4,7,8
14	1,7	8,2,5,3	4	6	4,8,5,6	2	3	7,1	7,4,1	2	8,6,3	5
15	6	7,8	1,4,3	5,2	1,4,7,6	5	3,6,8	2	3,4,1,6	8	2	5,7
16	4,5,7	1,6	2	3,8	5,6,7	1,2	8	3,4	5	2,3	6,7,8	1,4
17	2	1,3	8,6,7	4,5	4,5,7	1,6	2	3,8	3,4	6,7	1,2,5	8
18	1,6	5,2,8,7	4	3	5,8	2,4	3	1,6,7	5,6,7	1,2	8	3,4
19	1,3	6,8	2,5,7	4	1	2,3,4	5,6	7,8	4,6,8	5	1	7,3,2
20	5,8,6	2,4	1,3	7	1,3,4,7	2	5	6,8	1,5	6	4,7,8	2,3
21	7,1	5,3	2,8	4,6	5	2,8	7	3,4,1,6	2,8	7,3	5,1,4	6
22	3	4,8	2,1,6	5,7	8,1,7	5,3,6	2	4	7,2	8	3,6,1	4,5
23	7,2	8	3,6,1	4,5	7,3,5	6,4	1	2,8	1	3,4	7,8,5	6,2
24	5,8	2,4	3	1,6,7	7,2	8	3,6,1	4,5	7,3,5	6,4	1	2,8
25	7,5,6	1,3,4	2	8	2,4	6,8	3	1,5,7	3	4,8	6,2,1	5,7
26	1,8,7	6,5,3	2	4	1,7	8,2,5,3	4	6	1,7	8,2,5,3	4	6
27	1	3,4	7,8,5	6,2	5,8,7	2,1	4,3	6	2,4	6,8	3	1,5,7
28	7,3,5	6,4	1	2,8	5,8,7	2,1	4,3	6	1,7,8	3	2,5,6	4
29	5,6,7	1,3,4	2	8	3	4,8	2,1,6	5,7	5,8	2,4	3	1,6,7
30	5,8,7	2,1	4,3	6	7,8,1	5,3,6	2	4	1	3,4	7,8,5	6,2

3.2 Решить задачу получения экспертных оценок методом последовательных предпочтений. Число частных критериев $n=8$, $m=1$. Придумать первичный ряд оценок самостоятельно (наивысшая оценка – 1, наименьшая – 0) и уточнить их с помощью системы сравнений, заданной по варианту (Таблица 6).

Таблица 6 – Варианты заданий

Номер варианта	Сравнения					
	1	2	3	4	5	6
1	<	>	<	<	=	=
2	>	<	<	=	>	=
3	<	>	=	<	>	=
4	>	=	<	>	>	=
5	=	>	<	<	<	=
6	>	<	<	=	=	>
7	<	>	=	<	=	>
8	>	=	>	<	=	>
9	=	>	>	<	=	<
10	>	<	<	>	<	=
11	<	>	>	<	=	>
12	>	<	>	=	<	<
13	<	>	=	>	>	<
14	>	=	<	>	>	>
15	<	>	=	=	>	<
16	>	=	>	=	>	<
17	=	>	<	=	<	<
18	>	=	=	<	<	>
19	=	<	=	<	<	>
20	=	=	>	<	<	>
21	=	>	<	<	>	>
22	>	<	=	=	<	=
23	<	=	=	<	<	=
24	=	<	=	>	<	=
25	<	=	=	<	=	>
26	>	=	<	=	=	<
27	<	>	=	<	=	<
28	>	=	=	=	<	<
29	=	=	<	=	>	<
30	=	<	=	=	<	>

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите основные критерии эффективности системотехнических комплексов.

2. Назовите методы построения обобщенных критериев эффективности.

3. Как определяется согласованность экспертов, имеющих разные квалификации?

4. Дайте определение ранга, оценки критериев и весового коэффициента.

5. Как Вы понимаете термин «критерий»?

6. Всегда ли критерий имеет арифметический характер? Обоснуйте Ваш ответ.

7. С какой целью для определения значений b_j приглашаются эксперты?
8. В чём основная идея согласования экспертных оценок?
9. Какова роль коэффициента конкордации?
10. Зачем в методе последовательных предпочтений используется процедура ранжирования?

Лабораторная работа № 2

ИССЛЕДОВАНИЕ СПОСОБОВ АНАЛИЗА СТРУКТУРНО-ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Исследование способов анализа структурно-топологических характеристик систем. Проанализировать качество предложенных структур и их элементов с позиций системного подхода.

2. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

2.1 Основные определения

Структурные характеристики системы позволяют уже на ранней стадии создания системы оценить качество ее структуры и элементов с позиции общего системного подхода.

Если структурная схема системы представлена в виде графа (ориентированного или неориентированного), то существует ряд количественных оценок для сравнения различных вариантов построения систем.

2.1.1 Связность структуры

Связность структуры R характеризует силу (мощность) связей в системе.

$$R \Rightarrow \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \geq n-1, \quad [\text{ориентированный граф}] \quad (1)$$

$$R \Rightarrow \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \geq n-1, \quad [\text{неориентированный граф}] \quad (2)$$

где n – число элементов в системе, a_{ij} – элемент матрицы смежности A .

2.1.2 Структурная избыточность

Структурная избыточность α – параметр, оценивающий превышение числа связей системы над минимально необходимым:

$$\alpha = \frac{R - R_{\min}}{R_{\min}} = \frac{R}{n-1} - 1 \quad (3)$$

где $\alpha=0$ – минимальная избыточность;

$\alpha>0$ – максимальная избыточность;

$\alpha<0$ – несвязная система.

2.1.3 Структурная компактность

Структурная компактность Q – характеризует инерционность информационных процессов в системе.

$$Q \Rightarrow \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}, (i \neq j), \quad (4)$$

где d_{ij} – элемент матрицы расстояний D , характеризующий меру близости элементов i и j .

2.1.4 Степень централизации

Степень централизации характеризуется индексом δ .

Для структуры типа неориентированный граф:

$$\delta = (n-1) \cdot (2Z_{\max} - n) \cdot \frac{1}{Z_{\max}(n-2)}, \quad (5)$$

где $Z_{\max}$ – максимальное значение величины

$$Z_i = \frac{Q}{2} \left(\sum_{j=1}^n d_{ij} \right)^{-1}, \quad i = 1, \dots, n; (i \neq j). \quad (6)$$

Для структуры типа ориентированный граф:

$$\delta = \frac{1}{(n-1) \cdot (V(k) - 1)} \sum_{j=1}^n (V(k) - V(i)), \quad (7)$$

где $V(i)$ – суммарное число входящих и исходящих ребер i -й вершины;
 $V(k) = \max V(i)$.

Введенные характеристики могут быть использованы при сравнении топологических свойств структур систем. С точки зрения топологии внутренних связей выделяют следующие типы структур, изображенные на рисунке 1.

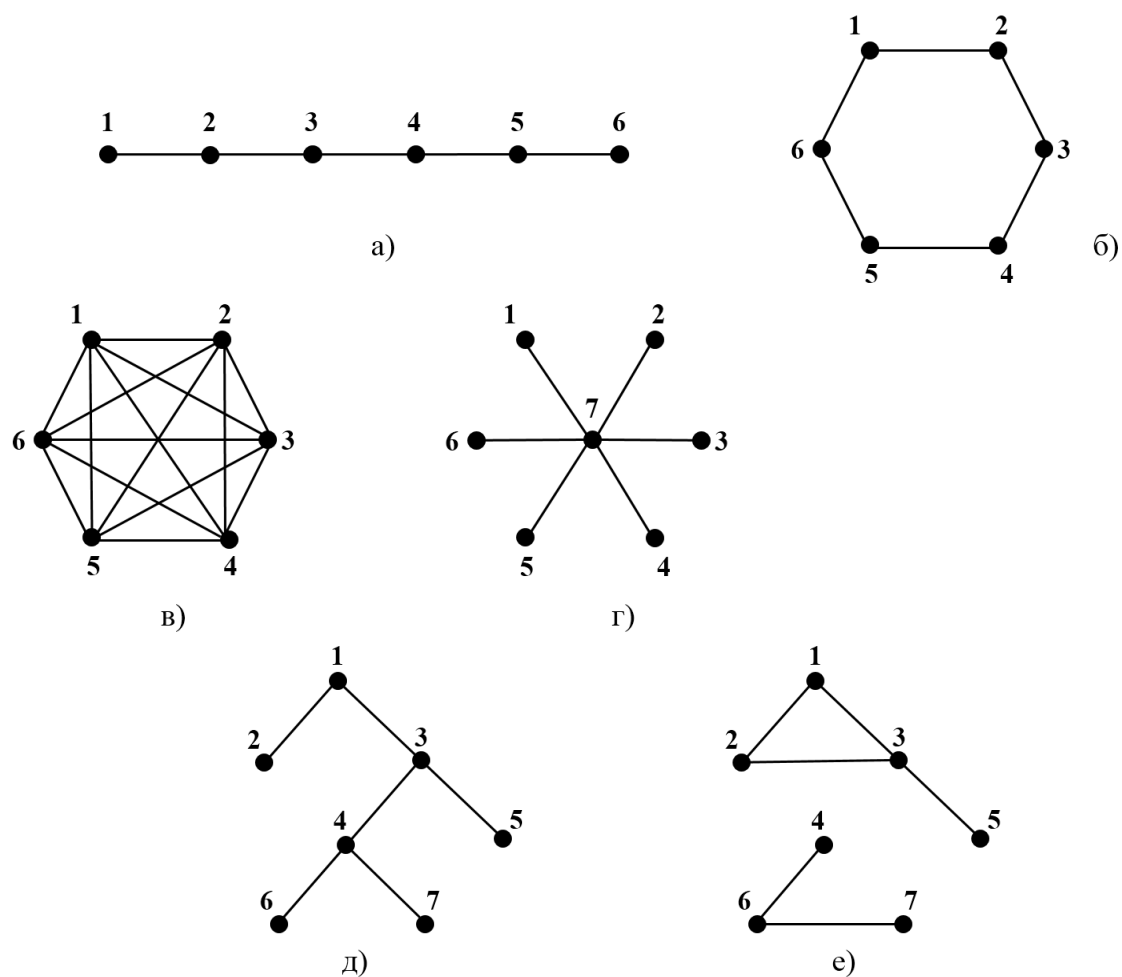


Рисунок 1 – Типы структур: а) последовательная; б) кольцевая; в) типа «полный граф»; г) радиальная; д) древовидная; е) несвязная

2.2 Пример расчета топологических характеристик системы

На рисунке 2 изображена структура с $n=5$. Определить R , α , Q и δ .

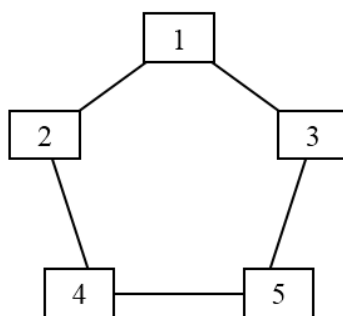


Рисунок 2 – Структура системы

2.2.1 По формуле (2) (или (1)) определяем связность структуры. Для этого строим матрицу смежности A

$$A_{5 \times 5} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$R = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 a_{ij} \geq 5 - 1; R = \frac{1}{2} ((1+1) + (1+1)) + (1+1) + (1+1) + (1+1) = 5.$$

Система связная, т.к. $R > 4$.

2.2.2 Структурную избыточность определяем по формуле (3):

$$\alpha = \frac{R}{n-1} - 1 = \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4} > 0.$$

Это означает, что связей в системе больше, чем это минимально необходимо для обеспечения связности ее элементов.

2.2.3 Для определения структурной компактности воспользуемся формулой (4). Предварительно построим матрицу расстояний между вершинами:

$$D_{5 \times 5} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$Q \Rightarrow \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}, (i \neq j);$$

$$Q = (1+1+2+2) + (1+2+1+2) + (1+2+2+1) + (2+1+2+1) + (2+2+1+1) = 30.$$

2.2.4 Для определения индекса централизации воспользуемся формулами (6) и (5).

$$Z_i = \frac{Q}{2} \left(\sum_{j=1}^n d_{ij} \right)^{-1}, \quad i = 1, \dots, n; (i \neq j);$$

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_4 = Z_5 = \frac{30}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{2} = 2,5;$$

$$\delta = (n-1) \cdot (2Z_{\max} - n) \cdot \frac{1}{Z_{\max}(n-2)}; \delta = (5-1) \times (2 \times 2,5 - 5) \times \frac{1}{2,5 \times (5-2)} = 0.$$

Структура абсолютно децентрализована.

3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Определить тип и основные структурно-топологические характеристики систем (R , α , Q и δ) по варианту.

Варианты заданий для анализа структур систем, изображенных на рисунках 3 – 8, даны в таблице 1.

Таблица 1 – Варианты заданий

Номер варианта	Номера структур	Номер варианта	Номера структур	Номер варианта	Номера структур
1	1, 2, 21, 30	11	21, 22, 1, 10	21	1, 2, 3, 4
2	3, 4, 22, 31	12	23, 24, 2, 11	22	5, 6, 7, 8
3	5, 6, 23, 32	13	25, 26, 3, 12	23	9, 10, 11, 12
4	7, 8, 24, 33	14	27, 28, 4, 13	24	13, 14, 15, 16
5	9, 10, 25, 34	15	29, 30, 5, 14	25	17, 18, 19, 20
6	11, 12, 26, 35	16	31, 32, 6, 15	26	21, 22, 23, 24
7	13, 14, 27, 36	17	33, 34, 7, 16	27	25, 25, 27, 28
8	15, 16, 28, 37	18	35, 36, 8, 17	28	29, 30, 31, 32
9	17, 18, 29, 38	19	37, 38, 9, 18	29	33, 34, 35, 36
10	19, 20, 30, 39	20	39, 40, 10, 19	30	37, 38, 39, 40

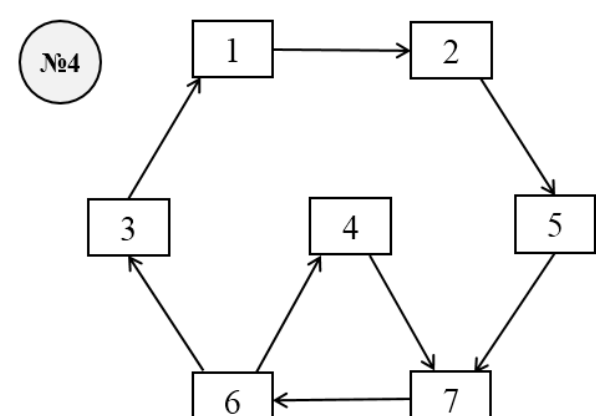
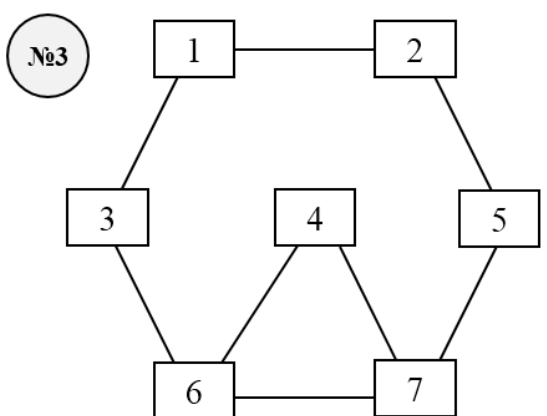
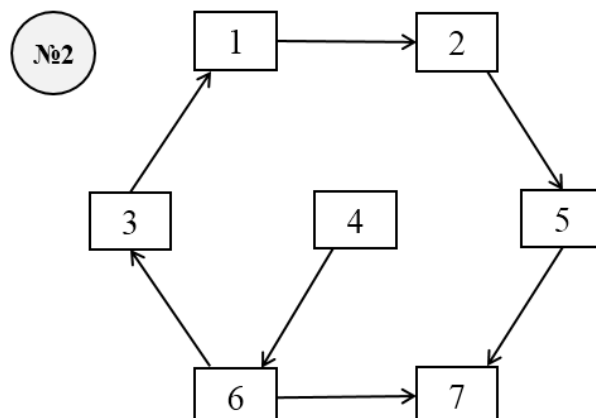
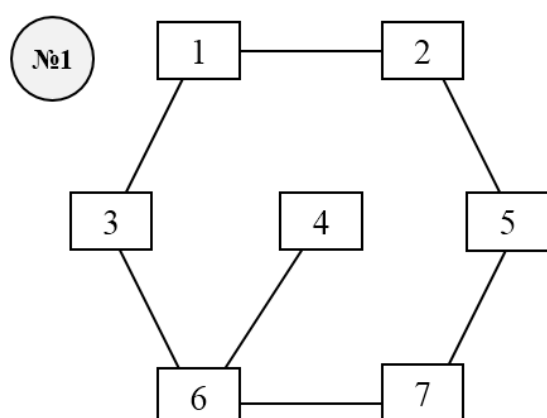


Рисунок 3 – Структуры 1 – 4

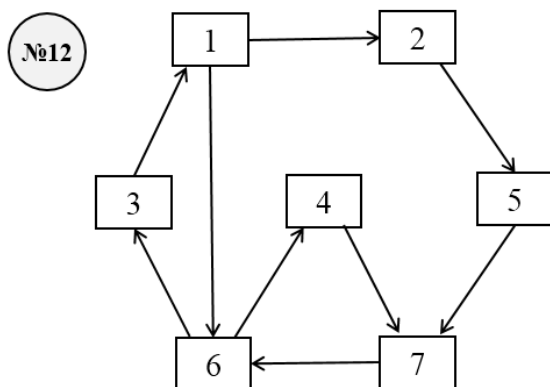
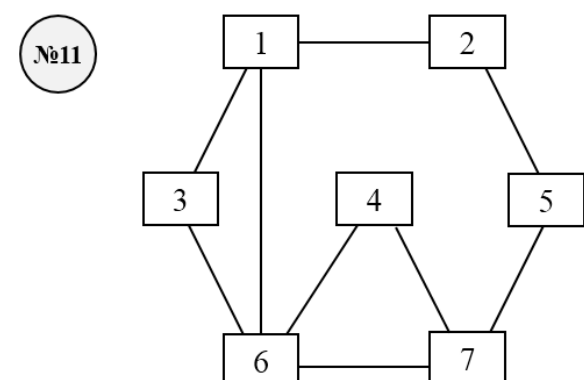
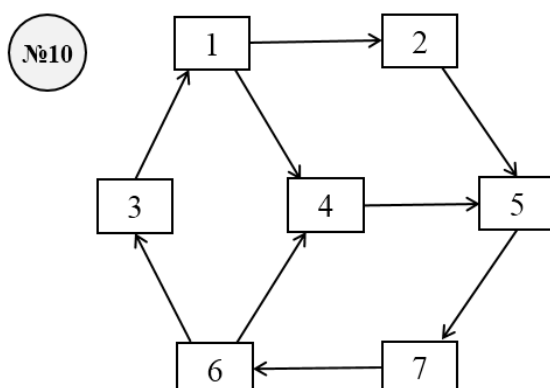
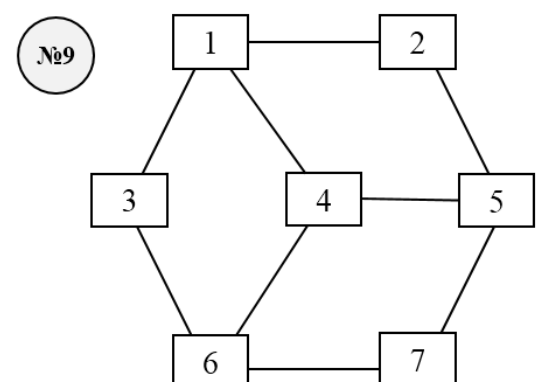
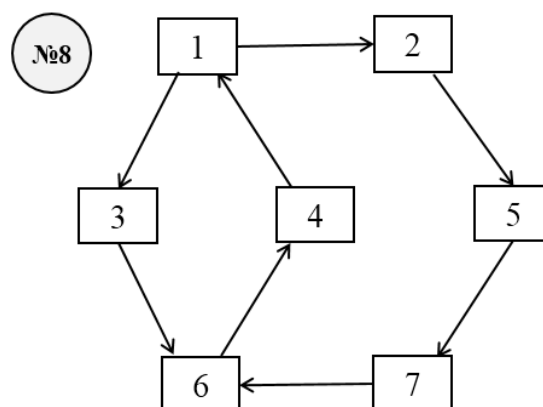
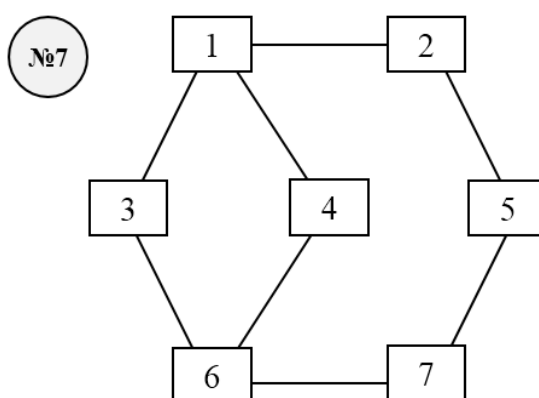
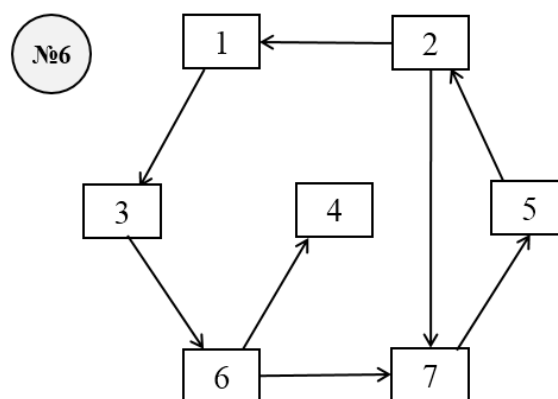
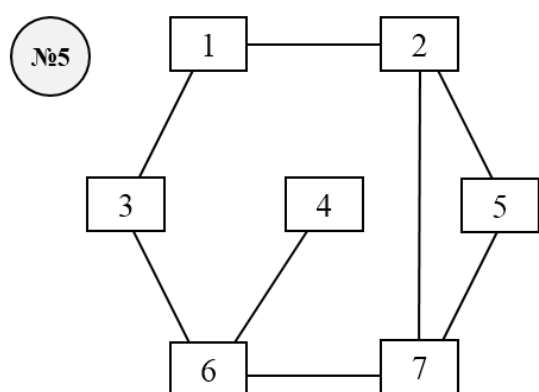
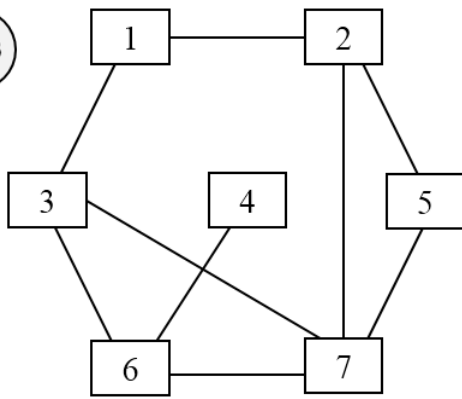
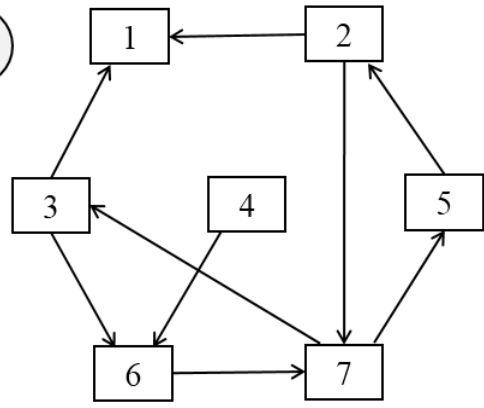


Рисунок 4 – Структуры 5 – 12

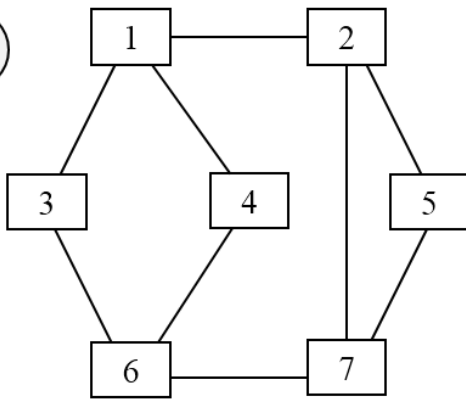
№13



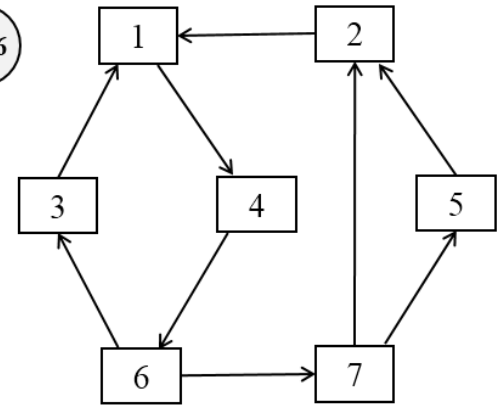
№14



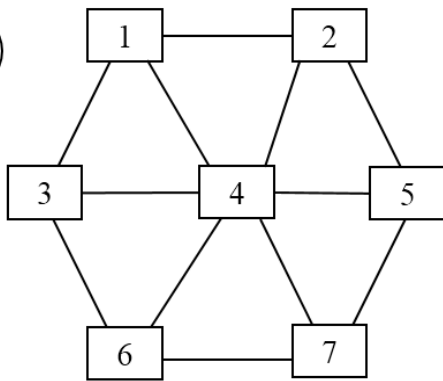
№15



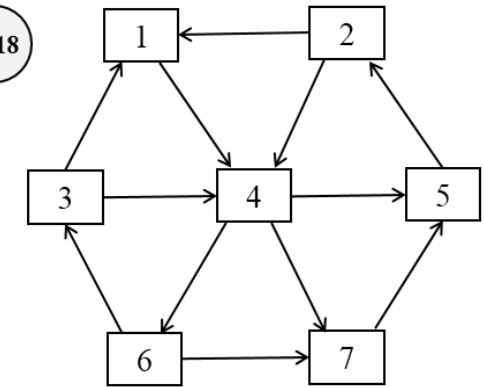
№16



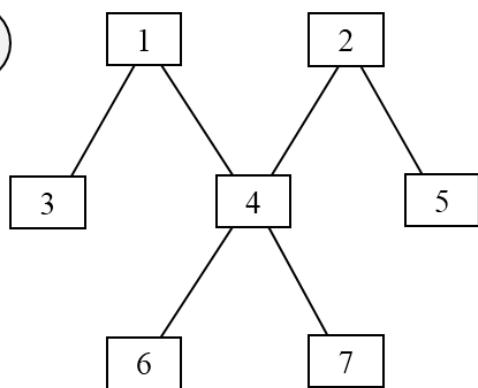
№17



№18



№19



№20

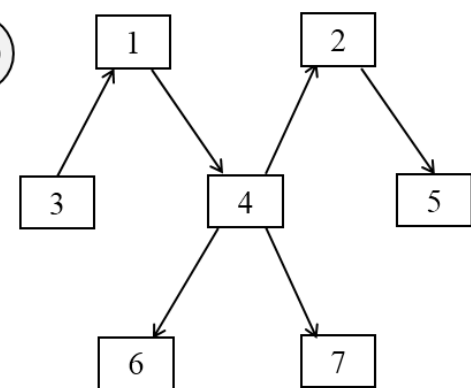


Рисунок 5 – Структуры 13 – 20

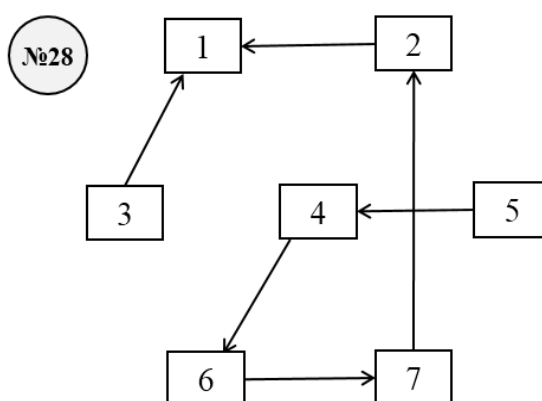
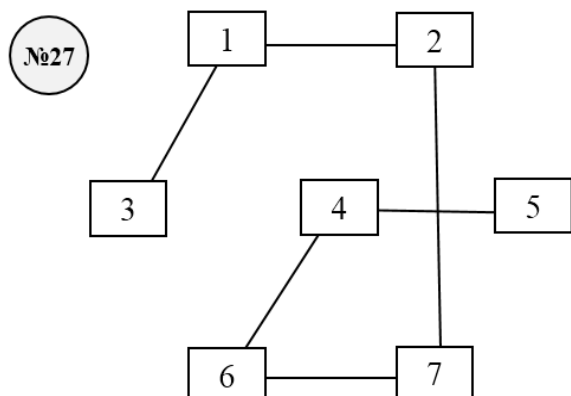
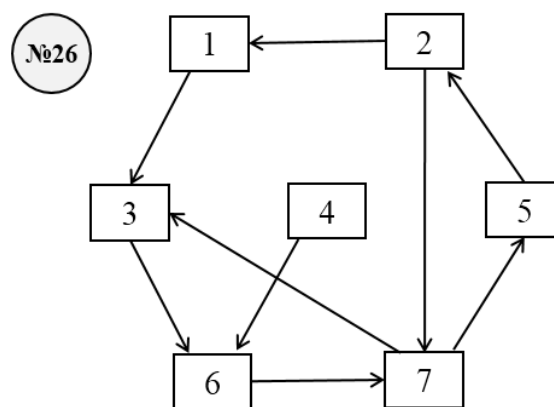
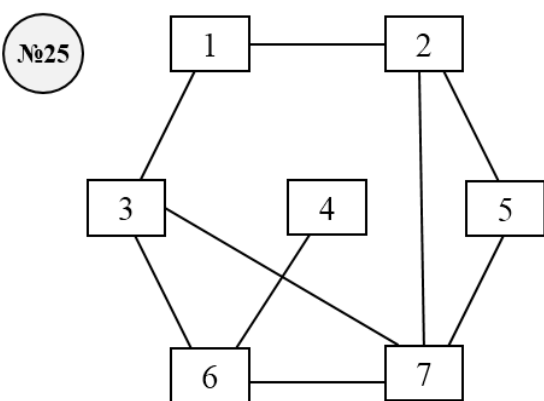
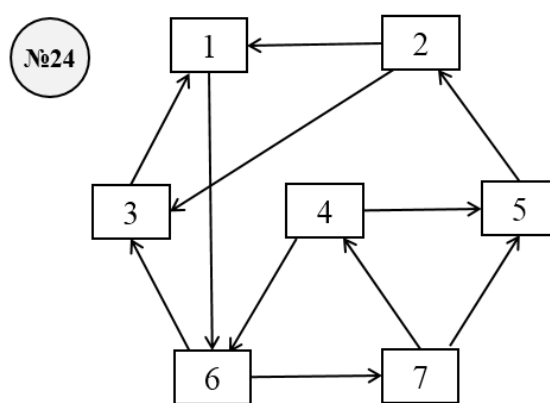
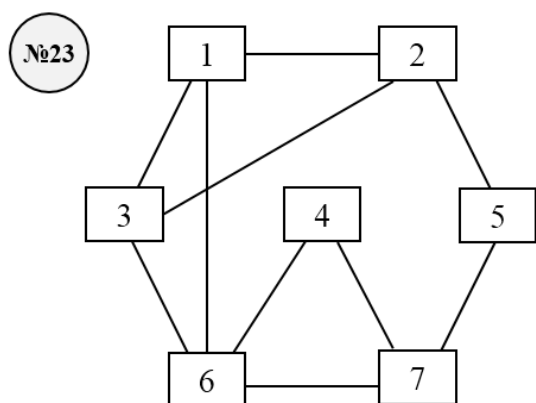
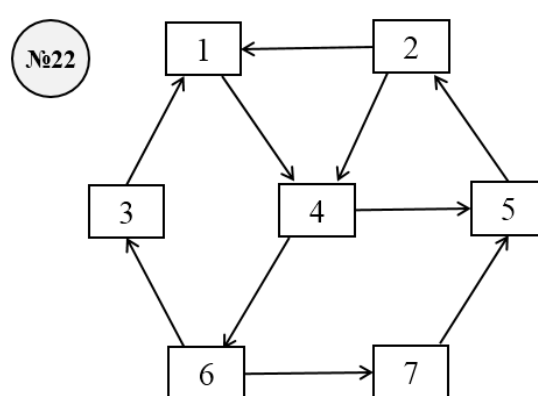
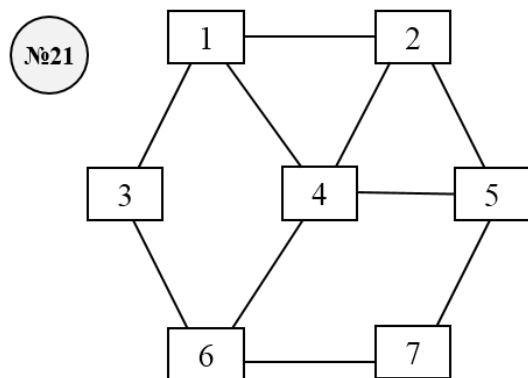
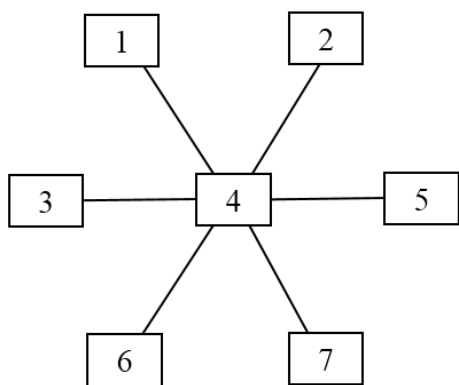
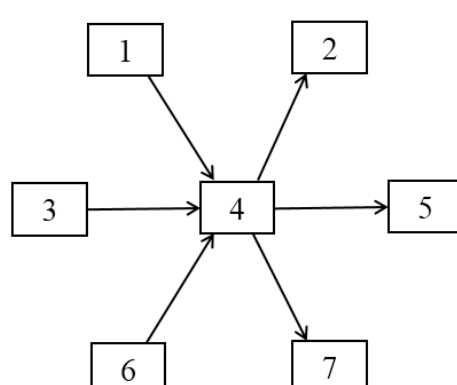


Рисунок 6 – Структуры 21 – 28

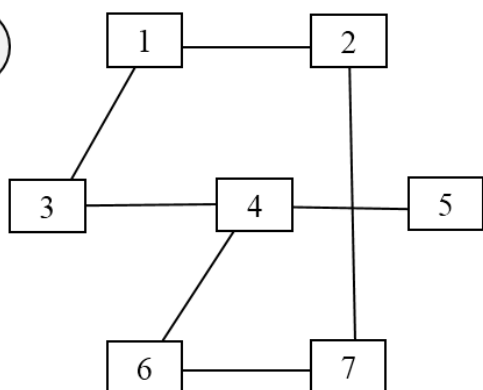
№29



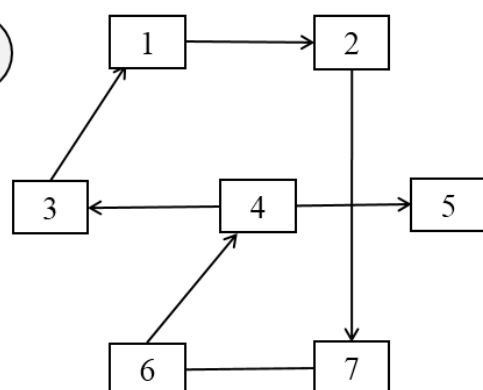
№30



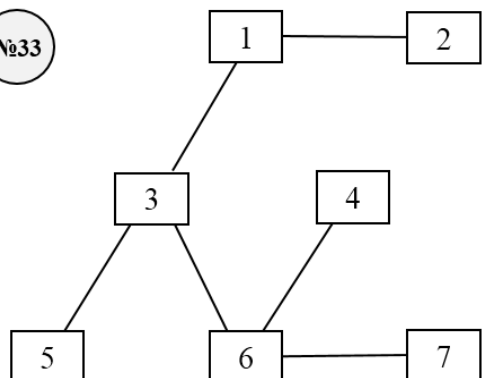
№31



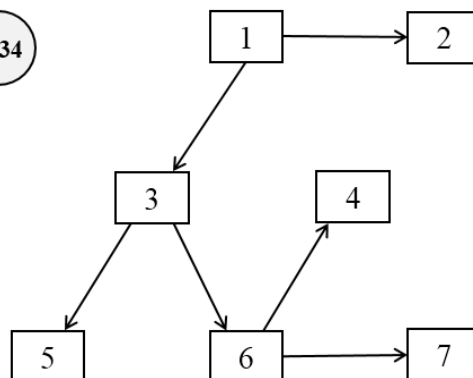
№32



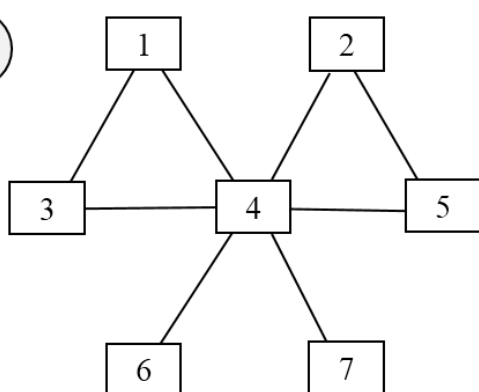
№33



№34



№35



№36

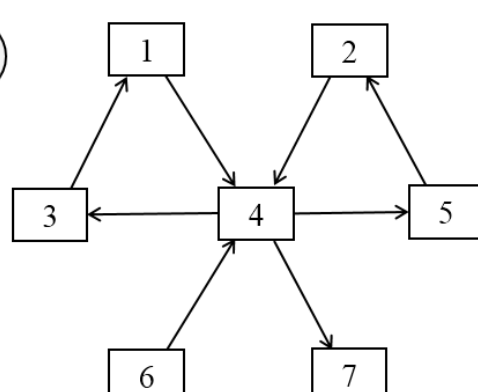


Рисунок 7 – Структуры 29 – 36

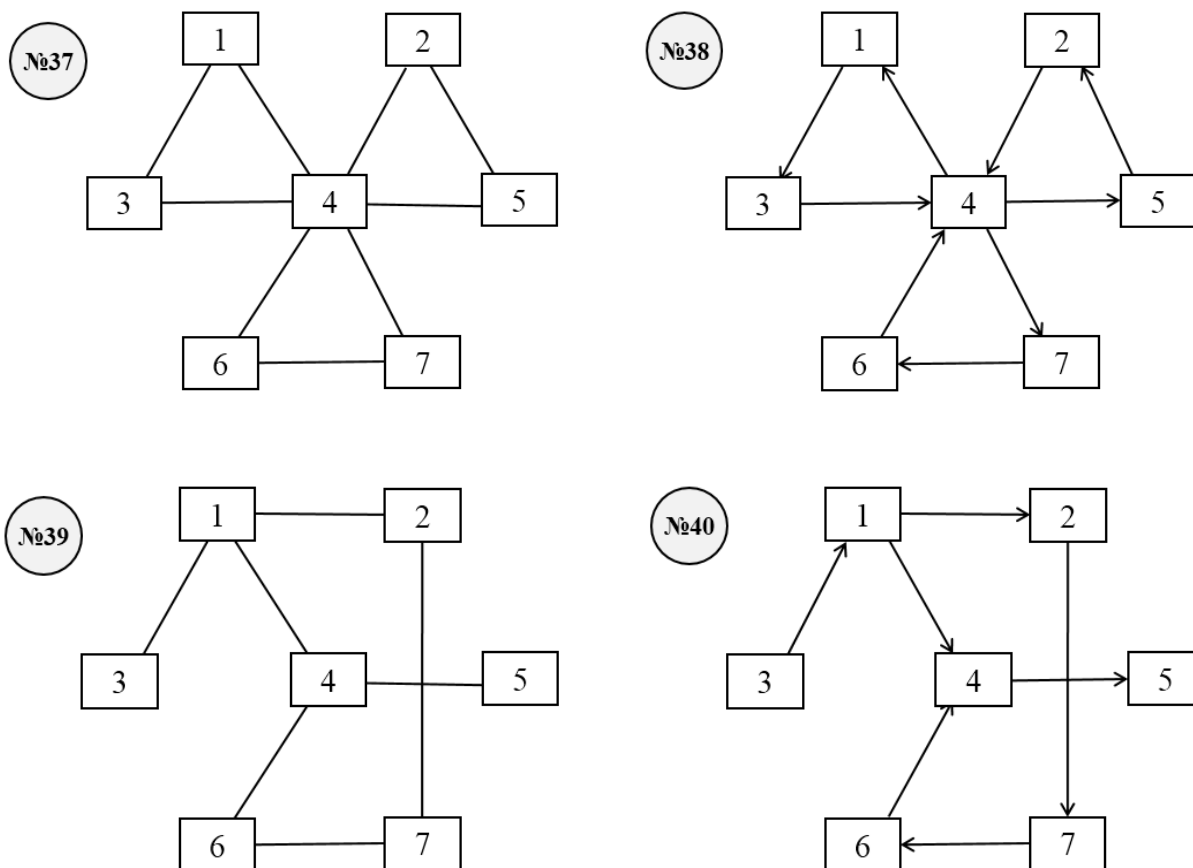


Рисунок 8 – Структуры 37 – 40

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите основные критерии эффективности системотехнических комплексов.
2. Назовите методы построения обобщенных критериев эффективности.
3. Как определяется согласованность экспертов, имеющих разные квалификации?
4. Дайте определение ранга, оценки критериев и весового коэффициента.
5. По Вашему мнению, что лучше для информационной системы: сильная или слабая связность? Ответ обоснуйте.
6. Приемлемо ли для информационной системы значение коэффициента $\alpha < 1$?
7. Какое значение коэффициента α будет предпочтительнее для информационной системы?
8. С какой целью производится топологическое сравнение структур?
9. Как связаны структурная компактность Q и инерционность информационных процессов в системе?
10. Какая степень централизации предпочтительна для информационных систем?

Лабораторная работа № 3

ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОУРОВНЕВЫХ СТРУКТУР НА ОСНОВЕ МЕТОДА РЕШАЮЩИХ МАТРИЦ Г. С. ПОСПЕЛОВА

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Углубление теоретических знаний в области системного анализа, исследование способов оценки сложных систем.

2. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

2.1 Метод решающих матриц

Автор метода Г.С. Поспелов предложил средство стратифицированного разделения проблемы с некой неопределенностью на подзадачи с пошаговым получением оценок [1, 2]. Данный метод, как правило, применяется при реализации больших дорогостоящих проектов, инвестируемых государством, т.е. когда требуется тщательный анализ влияющий на принятие итоговых решений.

Например, при сложном долгосрочном проекте довольно сложно получить сразу от экспертов достоверные оценки. Потому проблема декомпозируется на несколько этапов и оценивается вклад каждого этапа по отдельности. Исходя из вышесказанного, работа экспертов представляется в виде нескольких уровней с весовыми коэффициентами (рисунок 1).

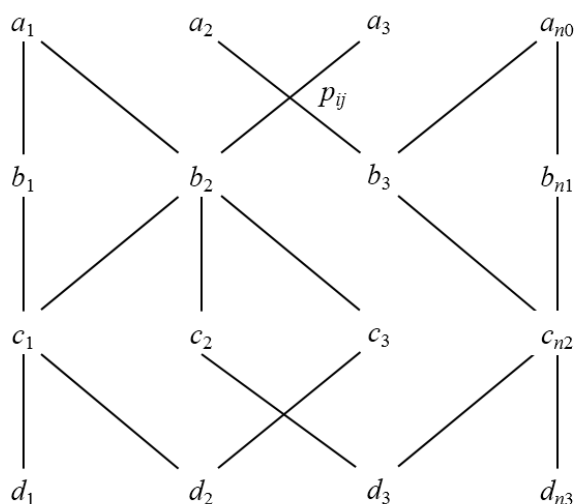


Рисунок 1 – Уровни работы экспертов

При этом сумма весов каждого уровня равна 1:

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1.$$

Непосредственно экспертами оцениваются только значимости направлений, остальные веса вычисляются по формулам. Экспертами оценивается вклад каждой альтернативы в реализацию элементов более высокого уровня, который предшествует данному. В итоге получается решающая матрица весов, каждая строка которой характеризует относительную значимость i -й реализации каждой из j -х подзадач.

Веса между уровнями также нормированы:

$$\sum_{i=1}^n p_{ij} = 1.$$

Веса для второго уровня можно вычислить по формуле

$$b_i = \sum_{j=1}^{na} p_{ij} a_j = 1. \quad (1)$$

Аналогичным образом рассчитываются веса нижестоящего уровня:

$$c_i = \sum_{k=1}^{nb} p_{ki} b_k = 1. \quad (2)$$

В результате при использовании метода решающих матриц оценка относительной важности сложной альтернативы сводится к последовательности оценок более частных альтернатив, что обеспечивает их большую достоверность при прочих равных условиях.

Большая неопределенность, имевшая место в начале решения задачи разделена на более «мелкие», лучше поддающиеся оценке, в соответствии с одной из основных идей системного анализа.

Достоинства метода:

- декомпозиция решения задачи;
- возможность оценить влияние отдельного фактора на результат.

Недостатки:

- высокая сложность вычислений;
- требуется высокая тщательность проработки исследуемой проблемы.

2.2 Пример использования метода решающих матриц

Оценить вклад самого нижнего уровня на проектирование системы.

Первый уровень задан в виде вектора: $a = [0,5 \ 0,1 \ 0,2 \ 0,2]$.

Исходные данные представлены на рисунке 2.

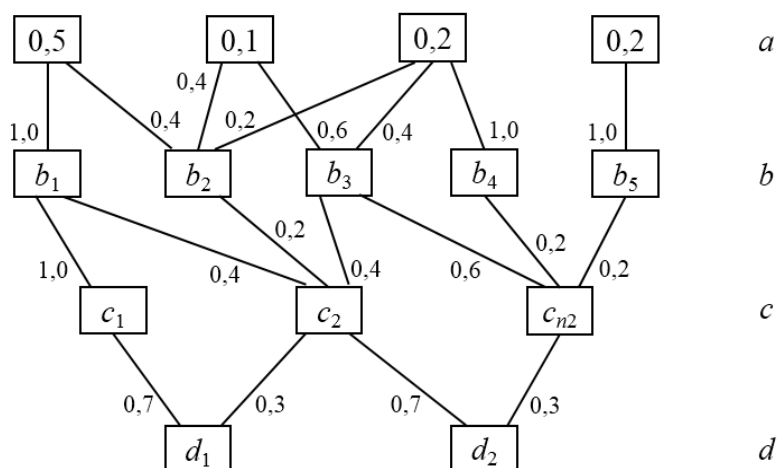


Рисунок 2 – Исходные данные

Определим относительные веса второго уровня по формуле

$$b_i = \sum_{j=1}^{na} p_{ij} a_j :$$

$$b_1 = 1 \cdot 0,5 = 0,5; \quad b_2 = 0,4 \cdot 0,5 + 0,4 \cdot 0,1 + 0,2 \cdot 0,2 = 0,28;$$

$$b_3 = 0,6 \cdot 0,1 + 0,4 \cdot 0,2 = 0,14; \quad b_4 = 1 \cdot 0,2 = 0,2; \quad b_5 = 1 \cdot 0,2 = 0,2.$$

$$b_{\Sigma} = \sum b_j = 0,5 + 0,28 + 0,14 + 0,2 + 0,2 = 1,32.$$

Выполним нормирование элементов b_i :

$$b_{n1} = \frac{0,5}{1,32} \approx 0,38; \quad b_{n2} = \frac{0,28}{1,32} \approx 0,21; \quad b_{n3} = \frac{0,14}{1,32} \approx 0,11; \quad b_{n4} = \frac{0,2}{1,32} \approx 0,15;$$

$$b_{n5} = \frac{0,2}{1,32} \approx 0,15.$$

Повторим процедуру для следующих уровней и в итоге получим следующие результаты для элементов :

$$d_{n1} = \frac{0,45}{0,73} \approx 0,62; \quad d_{n2} = \frac{0,28}{0,73} \approx 0,38.$$

Таким образом вариант $_1$ оказывает более существенное влияние на проектирование всей системы.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. На основе исходного варианта задания построить взаимосвязь всех уровней системы.

2. Вычислить влияние вариантов самого нижнего уровня на проектирование всей системы.

3. Написать программу на языке программирования Python (или на другом языке), которая решает задачу методом решающих матриц любой размерности. Сверить решение по варианту при помощи написанной программы.

4. Написать программу на языке программирования Python (или на другом языке), которая рисует в консоли граф на основе введенных матриц.

4. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Оцените влияние факторов нижнего уровня на проектирование всей системы в целом. Связи между уровнями указаны для каждого варианта отдельно.

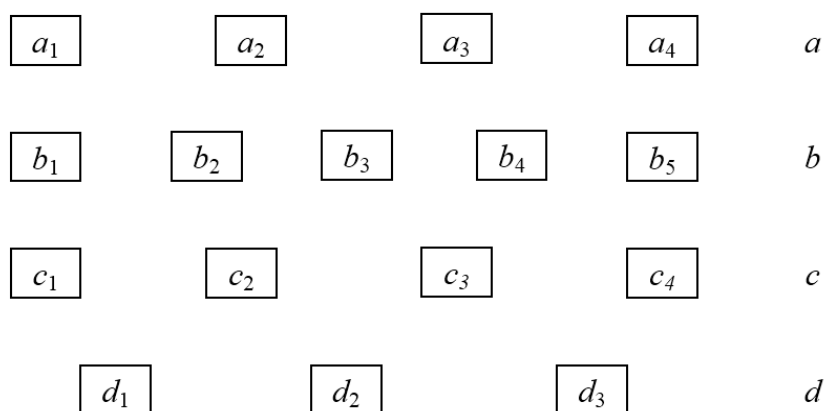


Рисунок 3 – Иерархия декомпозиции проблемы

Вариант 1

a_1	a_2	a_3	a_4
0,1	0,2	0,3	0,4

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,2	0,5		0,3
b_2	0,3	0,3	0,4	
b_3	0,3	0,1	0,4	0,2
b_4	0,3		0,2	0,5
b_5		0,2	0,6	0,2

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,1	0,1	0,3	0,2	0,3
c_2		0,3	0,2	0,1	0,4
c_3	0,2	0,2		0,5	0,1
c_4	0,1	0,2	0,4	0,3	

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,3	0,1	0,2	0,4
d_2	0,2	0,5	0,1	0,2
d_3	0,3	0,2	0,4	0,1

Вариант 2

a_1	a_2	a_3	a_4
0,1	0,2	0,4	0,3

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,3	0,1	0,2	0,4
b_2	0,4	0,2	0,4	
b_3	0,2	0,4		0,4
b_4	0,5		0,3	0,2
b_5		0,1	0,6	0,3

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,4	0,3		0,1	0,2
c_2	0,2	0,5	0,3		
c_3	0,2	0,3	0,2	0,1	0,2
c_4	0,4	0,3		0,3	

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,4	0,2	0,3	0,1
d_2	0,3	0,1	0,4	0,2
d_3	0,2	0,1	0,2	0,5

Вариант 3

a_1	a_2	a_3	a_4
0,1	0,3	0,2	0,4

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,3	0,2	0,1	0,4

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,1	0,2	0,2	0,4	0,1
c_2	0,2	0,1	0,2	0,4	0,1
c_3	0,4			0,2	0,4
c_4	0,2	0,4		0,1	0,3

b_2	0,2		0,7	0,1
b_3	0,4	0,3		0,3
b_4	0,2	0,5	0,3	
b_5		0,6	0,2	0,2

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,5	0,2	0,1	0,2
d_2	0,2	0,2	0,5	0,1
d_3	0,3	0,4	0,2	0,1

Вариант 4

a_1	a_2	a_3	a_4
0,1	0,3	0,4	0,2

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,3	0,2	0,1	0,1	0,3
c_2	0,1	0,1	0,3	0,2	0,3
c_3	0,3		0,1	0,4	0,2
c_4	0,3	0,2		0,5	

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,2	0,3	0,5	
b_2	0,4	0,3		0,3
b_3	0,1		0,4	0,5
b_4		0,3	0,3	0,4
b_5	0,3	0,4	0,2	0,1

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,3	0,2	0,1	0,4
d_2	0,3	0,2	0,1	0,4
d_3	0,5	0,2	0,1	0,2

Вариант 5

a_1	a_2	a_3	a_4
0,1	0,4	0,2	0,3

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,2	0,1		0,4	0,3
c_2	0,2	0,4		0,3	0,1
c_3	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1
c_4	0,2	0,1	0,3	0,2	0,2

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,1		0,6	0,3
b_2	0,3	0,2	0,4	0,1
b_3	0,3	0,3		0,4
b_4	0,1	0,2	0,6	
b_5	0,4	0,2	0,3	0,1

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,3	0,4	0,1	0,2
d_2	0,2	0,1	0,3	0,4
d_3	0,1	0,1	0,2	0,5

Вариант 6

a_1	a_2	a_3	a_4
0,1	0,4	0,2	0,3

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,1	0,4	0,3		0,2
c_2	0,3	0,2	0,1	0,3	0,1
c_3		0,1		0,4	0,5
c_4	0,1	0,2	0,1	0,2	0,4

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,1	0,4	0,3	0,2
b_2	0,3	0,2	0,4	0,1
b_3	0,4	0,3	0,2	0,1
b_4	0,2	0,1	0,3	0,4
b_5	0,3	0,4	0,1	0,2

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,3	0,2	0,4	0,1
d_2	0,4	0,3	0,2	0,1
d_3	0,2	0,1	0,3	0,4

Вариант 7

a_1	a_2	a_3	a_4
0,2	0,3	0,1	0,4

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,2	0,5	0,2	0,1
b_2	0,1	0,2	0,6	0,1
b_3	0,4	0,1	0,2	0,3
b_4	0,2	0,1	0,4	0,3
b_5	0,2	0,1	0,3	0,4

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,3	0,2	0,4	0,1	
c_2	0,1	0,2	0,1	0,2	0,4
c_3		0,4	0,2	0,3	0,1
c_4	0,4	0,2			0,4

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,3	0,2	0,1	0,4
d_2	0,2	0,1	0,4	0,3
d_3	0,2	0,1	0,3	0,4

Вариант 8

a_1	a_2	a_3	a_4
0,2	0,3	0,4	0,1

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,1	0,2	0,4	0,3
b_2	0,3	0,1	0,5	0,1
b_3	0,2	0,5	0,2	0,1
b_4	0,2	0,1	0,4	0,3
b_5	0,3	0,2	0,4	0,1

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,3	0,2	0,4	0,1	
c_2	0,1	0,1	0,3	0,2	0,3
c_3		0,4	0,2	0,3	0,1
c_4	0,2	0,1	0,5	0,1	0,1

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,4	0,1	0,2	0,3
d_2	0,1	0,3	0,2	0,4
d_3	0,3	0,1	0,4	0,2

Вариант 9

a_1	a_2	a_3	a_4
0,2	0,4	0,1	0,3

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,2	0,3	0,4	0,1
b_2	0,4	0,1	0,3	0,2
b_3	0,5	0,1	0,3	0,1
b_4	0,5	0,1	0,1	0,3
b_5	0,1	0,3	0,2	0,4

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,1	0,2	0,3	0,1	0,3
c_2	0,3	0,2	0,1	0,3	0,1
c_3	0,2		0,7	0,1	
c_4	0,4	0,3		0,1	0,2

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,2	0,1	0,3	0,4
d_2	0,2	0,2	0,5	0,1
d_3	0,1	0,1	0,6	0,2

Вариант 10

a_1	a_2	a_3	a_4
0,2	0,4	0,3	0,1

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,2	0,5	0,2	0,1

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,2	0,1	0,2	0,4	0,1
c_2	0,1	0,2	0,2	0,4	0,1
c_3	0,3	0,1	0,1	0,3	0,2
c_4		0,3		0,2	0,5

b_2	0,1	0,3	0,2	0,4
b_3	0,2	0,1	0,3	0,4
b_4	0,4	0,3	0,2	0,1
b_5	0,2	0,3	0,3	0,2

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,4	0,1	0,3	0,2
d_2	0,2	0,4	0,3	0,1
d_3	0,4	0,1	0,3	0,2

Вариант 11

a_1	a_2	a_3	a_4
0,2	0,1	0,3	0,4

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,2	0,4		0,4	
c_2	0,5		0,3	0,2	
c_3	0,2	0,1	0,3	0,3	0,1
c_4	0,1	0,1	0,3	0,2	0,3

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,5	0,2	0,1	0,2
b_2	0,2	0,4	0,3	0,1
b_3	0,1	0,1	0,7	0,1
b_4	0,5	0,2	0,1	0,2
b_5	0,4	0,2	0,1	0,3

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,3	0,2	0,1	0,4
d_2	0,1	0,1	0,7	0,1
d_3	0,2	0,4	0,3	0,1

Вариант 12

a_1	a_2	a_3	a_4
0,2	0,1	0,4	0,3

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,2	0,1		0,4	0,3
c_2	0,1	0,2	0,2	0,4	0,1
c_3	0,2	0,1	0,3		0,4
c_4	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,2	0,4	0,3	0,1
b_2	0,1	0,2	0,6	0,1
b_3	0,5	0,2	0,1	0,2
b_4	0,5	0,1	0,1	0,3
b_5	0,2	0,5	0,2	0,1

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,4	0,2	0,1	0,3
d_2	0,2	0,5	0,2	0,1
d_3	0,4	0,3	0,1	0,2

Вариант 13

a_1	a_2	a_3	a_4
0,3	0,4	0,1	0,2

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,3	0,2	0,1	0,3	0,1
c_2	0,2	0,3	0,2	0,1	0,2
c_3		0,2	0,2	0,5	0,1
c_4	0,1	0,4	0,3		0,2

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,5	0,1	0,1	0,3
b_2	0,2	0,5	0,2	0,1
b_3	0,4	0,2	0,3	0,1
b_4	0,1	0,3	0,2	0,4
b_5	0,3	0,1	0,1	0,5

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,2	0,3	0,1	0,4
d_2	0,2	0,4	0,1	0,3
d_3	0,3	0,2	0,4	0,1

Вариант 14

a_1	a_2	a_3	a_4
0,3	0,4	0,2	0,1

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,5	0,2	0,1	0,2
b_2	0,2	0,4	0,1	0,3
b_3	0,1	0,1	0,3	0,5
b_4	0,2	0,2	0,5	0,1
b_5	0,3	0,4	0,2	0,1

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,3	0,2	0,4	0,1	
c_2	0,3	0,1	0,3	0,2	0,1
c_3	0,3		0,2	0,5	
c_4	0,1	0,2	0,1	0,2	0,4

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,4	0,2	0,3	0,1
d_2	0,2	0,1	0,5	0,2
d_3	0,4	0,3	0,2	0,1

Вариант 15

a_1	a_2	a_3	a_4
0,3	0,1	0,2	0,4

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,2	0,1	0,3	0,4
b_2	0,4	0,3	0,1	0,2
b_3	0,3	0,2	0,1	0,4
b_4	0,3	0,2	0,1	0,4
b_5	0,5	0,2	0,1	0,2

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1		0,2	0,5		0,3
c_2	0,3	0,2	0,1	0,1	0,3
c_3	0,2	0,4		0,4	
c_4	0,1	0,1	0,3	0,2	0,3

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,2	0,3	0,4	0,1
d_2	0,2	0,2	0,1	0,5
d_3	0,2	0,2	0,3	0,3

Вариант 16

a_1	a_2	a_3	a_4
0,3	0,1	0,4	0,2

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,2	0,3	0,4	0,1
b_2	0,3	0,2	0,4	0,1
b_3	0,4	0,3	0,2	0,1
b_4	0,5	0,2	0,2	0,1
b_5	0,2	0,1	0,3	0,4

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,2	0,5		0,2	0,1
c_2	0,3	0,2	0,4	0,1	
c_3	0,3	0,1	0,3	0,2	0,1
c_4	0,3		0,2	0,5	

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,5	0,2	0,1	0,2
d_2	0,2	0,4	0,1	0,3
d_3	0,4	0,3	0,1	0,2

Вариант 17

a_1	a_2	a_3	a_4
0,3	0,2	0,1	0,4

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,3	0,2	0,1	0,4

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,1	0,2	0,1	0,2	0,4
c_2		0,4	0,2	0,3	0,1
c_3	0,4	0,2			0,4
c_4	0,1	0,5		0,2	0,2

b_2	0,2	0,1	0,4	0,3
b_3	0,2	0,1	0,3	0,4
b_4	0,4	0,3	0,2	0,1
b_5	0,1	0,1	0,3	0,5

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,2	0,3	0,1	0,4
d_2	0,3	0,4	0,2	0,1
d_3	0,1	0,4	0,3	0,2

Вариант 18

a_1	a_2	a_3	a_4
0,3	0,2	0,4	0,1

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,2	0,3	0,2	0,1	0,2
c_2		0,2	0,2	0,5	0,1
c_3	0,1	0,4	0,3		0,2
c_4		0,2	0,5	0,3	

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,3	0,2	0,1	0,4
b_2	0,2	0,3	0,1	0,4
b_3	0,3	0,1	0,1	0,5
b_4	0,3	0,3	0,1	0,3
b_5	0,5	0,2	0,1	0,2

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,2	0,2	0,5	0,1
d_2	0,1	0,1	0,6	0,2
d_3	0,4	0,3	0,2	0,1

Вариант 19

a_1	a_2	a_3	a_4
0,4	0,1	0,2	0,3

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,3	0,2	0,1	0,3	0,1
c_2		0,1		0,4	0,5
c_3	0,1	0,2	0,1	0,2	0,4
c_4		0,3	0,4	0,2	0,1

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,3	0,4	0,1	0,2
b_2	0,1	0,2	0,3	0,4
b_3	0,5	0,1	0,2	0,2
b_4	0,1	0,2	0,2	0,5
b_5	0,4	0,3	0,1	0,2

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,4	0,1	0,3	0,2
d_2	0,1	0,4	0,2	0,3
d_3	0,2	0,4	0,3	0,1

Вариант 20

a_1	a_2	a_3	a_4
0,4	0,1	0,3	0,2

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,2	0,1		0,4	0,3
c_2	0,1	0,2	0,2	0,4	0,1
c_3	0,2	0,1	0,3		0,4
c_4	0,1	0,1	0,2	0,5	

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,3	0,2	0,4	0,1
b_2	0,4	0,4	0,1	0,1
b_3	0,2	0,1	0,3	0,4
b_4	0,1	0,5	0,2	0,2
b_5	0,3	0,2	0,4	0,1

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,3	0,2	0,1	0,4
d_2	0,1	0,2	0,2	0,5
d_3	0,2	0,3	0,4	0,1

Вариант 21

a_1	a_2	a_3	a_4
0,4	0,2	0,1	0,3

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,2	0,2	0,1	0,5
b_2	0,3	0,2	0,1	0,4
b_3	0,2	0,1	0,4	0,3
b_4	0,2	0,1	0,3	0,4
b_5	0,1	0,1	0,3	0,5

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,2	0,4		0,3	0,1
c_2	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1
c_3	0,2	0,1	0,3	0,2	0,2
c_4	0,3		0,2	0,5	

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,1	0,4	0,2	0,3
d_2	0,4	0,2	0,1	0,3
d_3	0,2	0,5	0,2	0,1

Вариант 22

a_1	a_2	a_3	a_4
0,4	0,2	0,3	0,1

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,1	0,4	0,2	0,3
b_2	0,4	0,1	0,2	0,3
b_3	0,1	0,3	0,2	0,4
b_4	0,3	0,1	0,4	0,2
b_5	0,2	0,1	0,3	0,4

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,3	0,2	0,1	0,1	0,3
c_2	0,2	0,4		0,4	
c_3	0,5		0,3	0,2	
c_4	0,2	0,1	0,3	0,3	0,1

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,1	0,3	0,2	0,4
d_2	0,3	0,1	0,1	0,5
d_3	0,1	0,1	0,3	0,5

Вариант 23

a_1	a_2	a_3	a_4
0,4	0,3	0,1	0,2

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,5	0,2	0,1	0,2
b_2	0,2	0,1	0,3	0,4
b_3	0,2	0,2	0,5	0,1
b_4	0,1	0,1	0,6	0,2
b_5	0,3	0,2	0,1	0,4

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,1	0,1	0,3	0,2	0,3
c_2	0,3		0,1	0,4	0,2
c_3	0,3	0,2		0,5	
c_4	0,1	0,2	0,5	0,2	

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,5	0,1	0,1	0,3
d_2	0,2	0,5	0,2	0,1
d_3	0,1	0,3	0,4	0,2

Вариант 24

a_1	a_2	a_3	a_4
0,4	0,3	0,2	0,1

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,4	0,1	0,3	0,2

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1		0,2	0,5		0,3
c_2	0,1	0,2	0,2	0,4	0,1
c_3	0,3	0,1	0,1	0,3	0,2
c_4		0,3		0,2	0,5

b_2	0,2	0,4	0,3	0,1
b_3	0,4	0,1	0,3	0,2
b_4	0,3		0,2	0,5
b_5	0,1	0,3	0,4	0,2

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,1	0,2	0,6	0,1
d_2	0,5	0,2	0,1	0,2
d_3	0,2	0,4	0,3	0,1

Вариант 25

a_1	a_2	a_3	a_4
0,1	0,2	0,2	0,5

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,2	0,1	0,2	0,4	0,1
c_2	0,4			0,2	0,4
c_3	0,2	0,4		0,1	0,3
c_4	0,5		0,3	0,2	

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,3	0,2	0,1	0,4
b_2	0,1	0,1	0,7	0,1
b_3	0,2	0,1	0,3	0,4
b_4	0,5	0,1	0,3	0,1
b_5	0,1	0,1	0,6	0,2

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,2	0,5	0,2	0,1
d_2	0,1	0,3	0,2	0,4
d_3	0,4	0,1	0,3	0,2

Вариант 26

a_1	a_2	a_3	a_4
0,1	0,1	0,3	0,5

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,3	0,2	0,1	0,3	0,1
c_2	0,2		0,7	0,1	
c_3	0,4	0,3		0,1	0,2
c_4	0,2	0,5	0,3		

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,4	0,2	0,1	0,3
b_2	0,2	0,5	0,2	0,1
b_3	0,4	0,3	0,1	0,2
b_4	0,1	0,3	0,2	0,4
b_5	0,2	0,1	0,3	0,4

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,5	0,1	0,3	0,1
d_2	0,5	0,1	0,1	0,3
d_3	0,1	0,3	0,2	0,4

Вариант 27

a_1	a_2	a_3	a_4
0,5	0,2	0,1	0,2

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,2	0,3	0,2	0,1	0,2
c_2	0,4	0,3		0,3	
c_3		0,2	0,3	0,5	
c_4	0,1	0,2	0,3	0,1	0,3

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,2	0,3	0,4	0,1
b_2	0,2	0,5	0,2	0,1
b_3	0,2	0,3	0,1	0,4
b_4	0,2	0,4	0,1	0,3
b_5	0,3	0,2	0,4	0,1

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,1	0,2	0,4	0,3
d_2	0,3	0,1	0,5	0,1
d_3	0,2	0,5	0,2	0,1

Вариант 28

a_1	a_2	a_3	a_4
0,5	0,1	0,3	0,1

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,4	0,1	0,3	0,2
b_2	0,1	0,2	0,4	0,3
b_3	0,4	0,2	0,3	0,1
b_4	0,2	0,1	0,5	0,2
b_5	0,4	0,3	0,2	0,1

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,1		0,6	0,3	
c_2	0,3	0,2	0,4	0,1	
c_3	0,1	0,1	0,3	0,2	0,3
c_4		0,4	0,2	0,3	0,1

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,3	0,2	0,4	0,1
d_2	0,2	0,5	0,2	0,1
d_3	0,1	0,2	0,6	0,1

Вариант 29

a_1	a_2	a_3	a_4
0,2	0,5	0,2	0,1

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,2	0,3	0,4	0,1
b_2	0,2	0,2	0,1	0,5
b_3	0,3	0,1	0,5	0,1
b_4	0,1	0,1	0,5	0,3
b_5	0,2	0,1	0,3	0,4

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1	0,2	0,1	0,5	0,1	0,1
c_2	0,4	0,3		0,1	0,2
c_3		0,3	0,2	0,1	0,4
c_4	0,1	0,2	0,4	0,3	

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,1	0,2	0,3	0,4
d_2	0,2	0,1	0,4	0,3
d_3	0,2	0,1	0,3	0,4

Вариант 30

a_1	a_2	a_3	a_4
0,3	0,1	0,5	0,1

	a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	0,5	0,2	0,1	0,2
b_2	0,2	0,4	0,1	0,3
b_3	0,4	0,3	0,1	0,2
b_4	0,1	0,2	0,3	0,4
b_5	0,3	0,2	0,4	0,1

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
c_1		0,3	0,2	0,1	0,4
c_2	0,2	0,2		0,5	0,1
c_3	0,2	0,2	0,3		0,3
c_4	0,1	0,4	0,2	0,2	0,1

	c_1	c_2	c_3	c_4
d_1	0,6	0,1	0,1	0,2
d_2	0,2	0,4	0,3	0,1
d_3	0,3	0,1	0,5	0,1

5 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите основные критерии эффективности системотехнических комплексов.

2. Назовите методы построения обобщенных критериев эффективности.

3. Как определяется согласованность экспертов, имеющих разные квалификации?

4. Дайте определение ранга, оценки критериев и весового коэффициента.
5. В чём состоит основная идея стратификации?
6. В каких ситуациях следует применять метод Г.С. Поспелова, а в каких – воздержаться?
7. Как интерпретировать результаты расчётов?
8. Кем назначаются или как определяются веса уровня?
9. Какой содержательный смысл вкладывается в понятие «частная альтернатива»?
10. Как на основании полученным Вами расчётов оценить влияние отдельного фактора на результат?

Лабораторная работа № 4

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЕРАРХИЧЕСКИХ СТРУКТУР НА ОСНОВЕ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Углубление теоретических знаний в области системного анализа, приобретение навыков создания и описания иерархических структур, а также изучение понятий цель, критерий, альтернатива.

2. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

2.1 Метод анализа иерархий

Метод анализа иерархий (далее МАИ) был предложен американским математиком Т. Саати [15]. МАИ широко используется на практике и активно развивается учеными всего мира. В его основе наряду с математикой заложены и психологические аспекты. МАИ позволяет понятным и рациональным образом структурировать сложную проблему принятия решений в виде иерархии, сравнить и выполнить количественную оценку альтернативных вариантов решения. Метод заключается в декомпозиции проблемы на более простые составляющие части и поэтапном определении приоритетов каждого из исследуемых компонент. Метод включает в себя 3 этапа.

1. Этап определения наиболее важных элементов проблемы.
2. Этап выбора наилучшего способа проверки наблюдений, испытания и оценки элементов.
3. Этап выработки способа применения решения и оценка качества результатов.

Рассмотрим подробнее каждый из этих этапов.

2.2 Определение иерархической структуры

Иерархическая структура – это графическое представление проблемы в виде перевернутого дерева, где каждый элемент, за исключением самого верхнего, зависит от одного или более выше расположенных элементов. Часто в различных организациях распределение полномочий, руководство и эффективные коммуникации между сотрудниками организованы в иерархической форме.

Иерархические структуры используются для лучшего понимания сложной реальности: мы раскладываем исследуемую проблему на составные части; затем разбиваем на составные части получившиеся элементы и т. д. На каждом шаге важно фокусировать внимание на понимании текущего элемента, временно абстрагируясь от всех прочих компонентов.

В наиболее простой иерархии, которую Саати называет доминантной, он определяет три уровня: верхний уровень цели, уровень критериев и список альтернатив (рисунок 1).

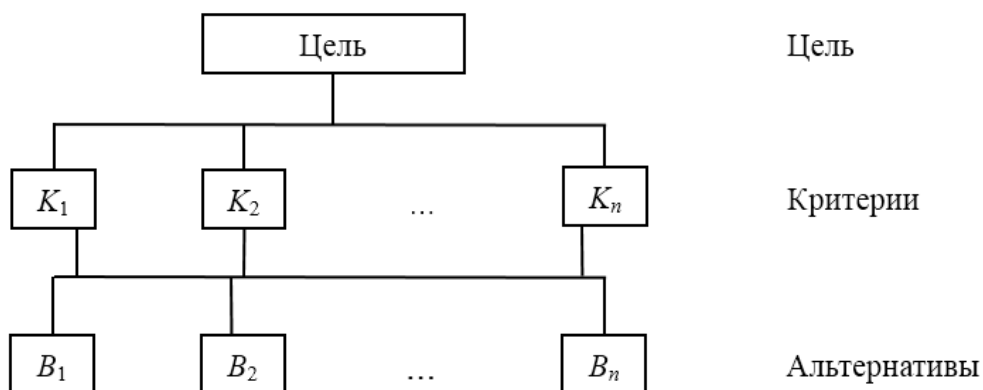


Рисунок 1 – Доминантная иерархическая структура

Однако возможны случаи, когда между целью и альтернативами добавляются дополнительные промежуточные уровни (рисунок 2). Например, уровень внешнего воздействия (погодные условия, законы и т.д.).

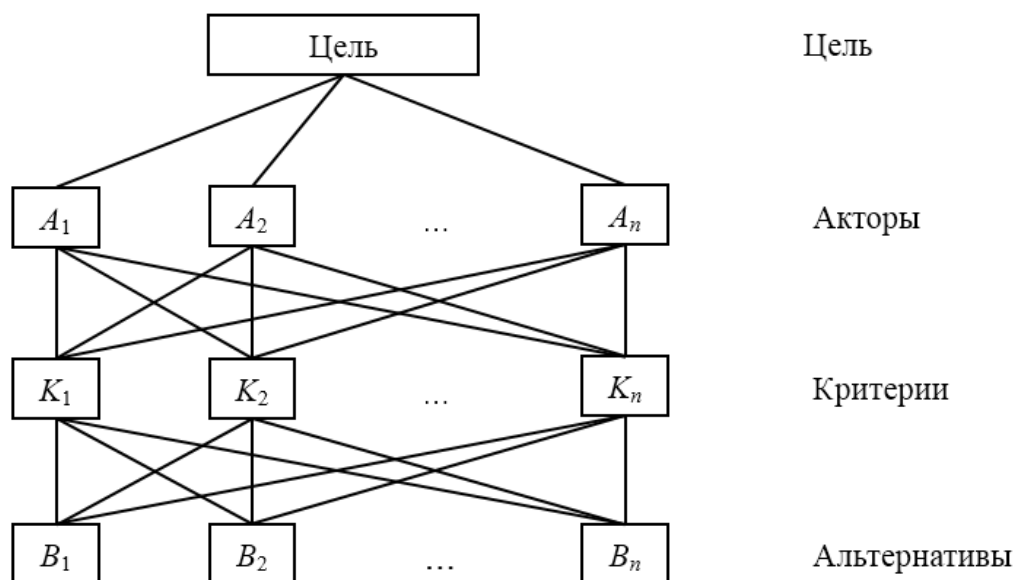


Рисунок 2 – Иерархическая структура с промежуточными уровнями

Для описания взаимодействия уровней строят матрицы. Число матриц равно числу критериев. Существует закон иерархической непрерывности [15] который требует, чтобы все элементы нижнего уровня иерархии были сравнимы попарно по отношению к элементам следующего уровня и т.д. вплоть до вершины иерархии. Как это сделать будет рассмотрено далее.

2.3 Принцип дискриминации и сравнительных суждений

После иерархического и сетевого воспроизведения проблемы возникает вопрос: как установить приоритеты критериев и оценить каждую из альтернатив по критериям, определив наиболее важную из них?

В МАИ элементы задачи сравниваются попарно по отношению к их влиянию (весу или важности) на общую характеристику. Веса элементов

проставляются группой экспертов, а результаты, как правило, записываются в виде квадратной матрицы парных сравнений (рисунок 3).

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Рисунок 3 – Матрица парных сравнений

Данная матрица имеет свойства обратной симметричности: $a_{ji} = 1/a_{ij}$, где индексы i и j относятся соответственно к строке и к столбцу.

По соглашению сравнивается относительная важность левых относительно диагонали элементов матрицы с элементами, наверху (находящимися справа от диагонали). Поэтому, если элемент слева от диагонали матрицы важнее, чем элемент выше диагонали, то в клетку заносится положительное число (от 1 до 9) в противном случае – обратное число (дробь).

Относительная важность любого элемента, сравниваемого с самим собой, равна 1, поэтому диагональ матрицы содержит единицы.

Для проведения субъективных парных сравнений автором метода МАИ была разработана шкала, описанная в таблице 1. Эта шкала оказалась эффективной не только во многих приложениях, но и ее правомочность доказана теоретически [15].

Таблица 1 – Шкала относительной важности оценок экспертов

Интенсивность	Определение
1	Равная важность
3	Умеренное превосходство одного над другим
5	Существенное или сильное превосходство
7	Значительное превосходство
9	Очень сильное превосходство
2, 4, 6, 8	Промежуточные решения

Получив совокупность матриц, можно принимать решение на основе их содержательного анализа. Для этого нужно получить обобщенные оценки альтернатив, используя синтез приоритетов. Обычно применяется среднее геометрическое усреднение и нормирование полученных обобщенных оценок.

Описание этого метода приводится в следующем подразделе.

2.4. Синтез приоритетов оценок

В этом подразделе описывается, каким образом сочетаются иерархическая декомпозиция и шкала относительной важности для получения осмысленных подходов к многокритериальным проблемам планирования. Из группы матриц парных сравнений формируются набор так

называемых локальных приоритетов, которые выражают относительное влияние множества элементов на элемент примыкающего сверху уровня. Таким образом находится ценность или вероятность каждого отдельного объекта посредством решения матриц, каждая из которых обладает обратно симметричными свойствами.

Одним из наилучших путей определения приоритетов является вычисление геометрического среднего. Это можно сделать, перемножая элементы в каждой строке и извлекая корень n -й степени, где n – число элементов. Последовательность расчета составляющих вектора приоритетов представлена в таблице 2. Перечень других способов аппроксимации приоритетов детально описан в [3].

Таблица 2 — Последовательность расчета вектора приоритетов

	A_1	A_2	A_3	A_4	Примечания
A_1	$\frac{w_1}{w_1}$	$\frac{w_1}{w_2}$	$\frac{w_1}{w_3}$	$\frac{w_1}{w_4}$	Произведение $\left(\frac{w_1}{w_1}\right) \times \left(\frac{w_1}{w_2}\right) \times \left(\frac{w_1}{w_3}\right) \times \left(\frac{w_1}{w_4}\right)$ и последующее извлечение из него корня 4-й степени дают оценку первой компоненты главного вектора
A_2	$\frac{w_2}{w_1}$	$\frac{w_2}{w_2}$	$\frac{w_2}{w_3}$	$\frac{w_2}{w_4}$	Произведение $\left(\frac{w_2}{w_1}\right) \times \left(\frac{w_2}{w_2}\right) \times \left(\frac{w_2}{w_3}\right) \times \left(\frac{w_2}{w_4}\right)$ и последующее извлечение из него корня 4-й степени дают оценку второй компоненты главного вектора
A_3	$\frac{w_3}{w_1}$	$\frac{w_3}{w_2}$	$\frac{w_3}{w_3}$	$\frac{w_3}{w_4}$	Произведение $\left(\frac{w_3}{w_1}\right) \times \left(\frac{w_3}{w_2}\right) \times \left(\frac{w_3}{w_3}\right) \times \left(\frac{w_3}{w_4}\right)$ и последующее извлечение из него корня 4-й степени дают оценку третьей компоненты главного вектора
A_4	$\frac{w_4}{w_1}$	$\frac{w_4}{w_2}$	$\frac{w_4}{w_3}$	$\frac{w_4}{w_4}$	Произведение $\left(\frac{w_4}{w_1}\right) \times \left(\frac{w_4}{w_2}\right) \times \left(\frac{w_4}{w_3}\right) \times \left(\frac{w_4}{w_4}\right)$ и последующее извлечение из него корня 4-й степени дают оценку четвертой компоненты главного вектора

Таким образом, компонента собственного вектора первой строки равна:

$$\sqrt[4]{(w_1 / w_1) \times (w_2 / w_2) \times (w_3 / w_3) \times (w_4 / w_4)};$$

— компонента собственного вектора второй строки равна:

$$\sqrt[4]{(w_2 / w_1) \times (w_2 / w_2) \times (w_2 / w_3) \times (w_2 / w_4)};$$

— компонента собственного вектора третьей строки равна:

$$\sqrt[4]{(w_3 / w_1) \times (w_3 / w_2) \times (w_3 / w_3) \times (w_3 / w_4)};$$

— компонента собственного вектора четвертой строки равна:

$$\sqrt[4]{(w_4 / w_1) \times (w_4 / w_2) \times (w_4 / w_3) \times (w_4 / w_4)}.$$

После того, как компоненты собственного вектора получены для всех n строк, становится возможным их использование для дальнейших вычислений.

Таблица 3 – Нормализация и оценки компонент вектора

	A_1	A_2	A_3	A_4	Оценки компонент вектора	Нормализация
A_1	$\frac{w_1}{w_1}$	$\frac{w_1}{w_2}$	$\frac{w_1}{w_3}$	$\frac{w_1}{w_4}$	$\sqrt[4]{\left(\frac{w_1}{w_1}\right) \times \left(\frac{w_1}{w_2}\right) \times \left(\frac{w_1}{w_3}\right) \times \left(\frac{w_1}{w_4}\right)} = a$	$\frac{a}{a+b+c+d} = x_1$
A_2	$\frac{w_2}{w_1}$	$\frac{w_2}{w_2}$	$\frac{w_2}{w_3}$	$\frac{w_2}{w_4}$	$\sqrt[4]{\left(\frac{w_2}{w_1}\right) \times \left(\frac{w_2}{w_2}\right) \times \left(\frac{w_2}{w_3}\right) \times \left(\frac{w_2}{w_4}\right)} = b$	$\frac{b}{a+b+c+d} = x_2$
A_3	$\frac{w_3}{w_1}$	$\frac{w_3}{w_2}$	$\frac{w_3}{w_3}$	$\frac{w_3}{w_4}$	$\sqrt[4]{\left(\frac{w_3}{w_1}\right) \times \left(\frac{w_3}{w_2}\right) \times \left(\frac{w_3}{w_3}\right) \times \left(\frac{w_3}{w_4}\right)} = c$	$\frac{c}{a+b+c+d} = x_3$
A_4	$\frac{w_4}{w_1}$	$\frac{w_4}{w_2}$	$\frac{w_4}{w_3}$	$\frac{w_4}{w_4}$	$\sqrt[4]{\left(\frac{w_4}{w_1}\right) \times \left(\frac{w_4}{w_2}\right) \times \left(\frac{w_4}{w_3}\right) \times \left(\frac{w_4}{w_4}\right)} = d$	$\frac{d}{a+b+c+d} = x_4$

Умножение матрицы на вектор приоритетов производится следующим образом: умножаем первый элемент строки на первый элемент столбца x_1 ; второй элемент в строке на второй элемент столбца x_2 и т.д. Затем суммируем произведения и получаем одно число для каждой строки:

$$\begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \frac{w_1}{w_3} & \frac{w_1}{w_4} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \frac{w_2}{w_3} & \frac{w_2}{w_4} \\ \frac{w_3}{w_1} & \frac{w_3}{w_2} & \frac{w_3}{w_3} & \frac{w_3}{w_4} \\ \frac{w_4}{w_1} & \frac{w_4}{w_2} & \frac{w_4}{w_3} & \frac{w_4}{w_4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} x_1 + \frac{w_1}{w_2} x_2 + \frac{w_1}{w_3} x_3 + \frac{w_1}{w_4} x_4 = Y_1 \\ \frac{w_2}{w_1} x_1 + \frac{w_2}{w_2} x_2 + \frac{w_2}{w_3} x_3 + \frac{w_2}{w_4} x_4 = Y_2 \\ \frac{w_3}{w_1} x_1 + \frac{w_3}{w_2} x_2 + \frac{w_3}{w_3} x_3 + \frac{w_3}{w_4} x_4 = Y_3 \\ \frac{w_4}{w_1} x_1 + \frac{w_4}{w_2} x_2 + \frac{w_4}{w_3} x_3 + \frac{w_4}{w_4} x_4 = Y_4 \end{bmatrix}$$

Когда матрица имеет такой вид, получается, что в действительности x_1 , x_2 , x_3 и x_4 есть не что иное, как w_1 , w_2 , w_3 и w_4 соответственно. Из отношений w / w определяют каждую компоненту w .

3. ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ МАИ

3.1 Постановка задачи

Для выполнения геодезических работ требуется приобрести бортовой компьютер беспилотного летательного аппарата (БПЛА). На рынке имеются компьютеры четырех фирм: A (Альтаир), B (Вега), C (Сириус), D (Диадема) одинакового целевого назначения. Задача заключается в выборе наилучшей вычислительной машины из четырех имеющихся вариантов.

Указанные компьютеры обладают рядом характеристик, на основании которых предстоит сделать выбор: потребляемая мощность (Вт), стоимостные показатели (по пятибалльной шкале), масса и габариты (проценты от требуемого значения по техническому заданию), скорость вычислений (GFLOPS), параметры контроля (среднее время в условных единицах, приходящееся на одно измерение).

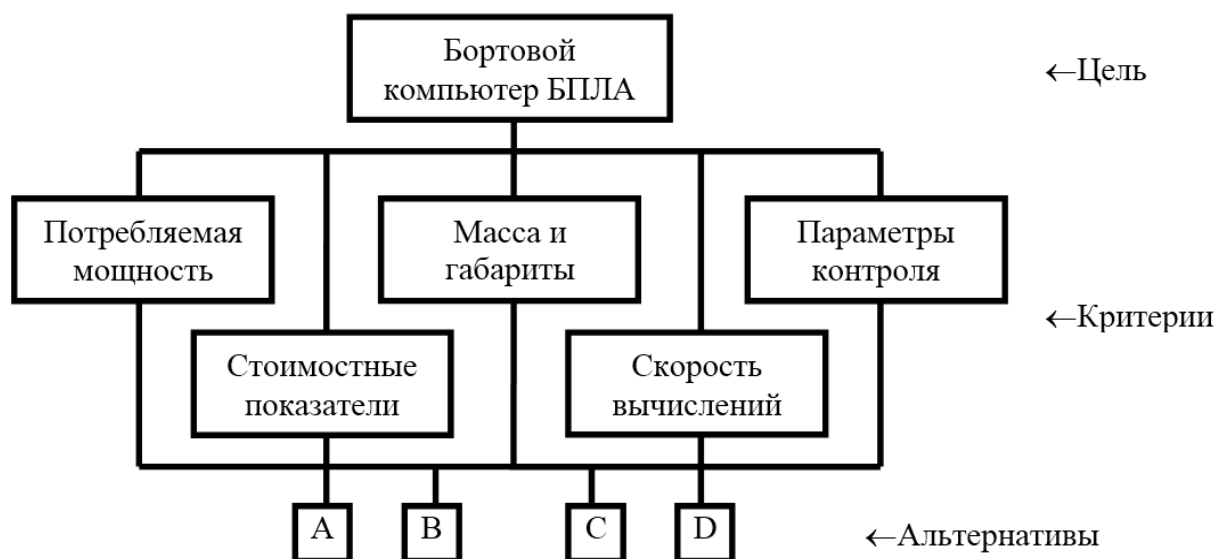


Рисунок 3 – Иерархическое представление задачи

Таблица 4 – Экспертные оценки приоритетов характеристик

$w_{21}=1/5$			
$w_{31}=1/4$	$w_{32}=2$		
$w_{41}=1/5$	$w_{42}=1/2$	$w_{43}=1/2$	
$w_{51}=1/3$	$w_{52}=2$	$w_{53}=4$	$w_{54}=2$

Таблица 5 – Сравнительные характеристики бортовых компьютеров БПЛА

Показатель	A	B	C	D
Потребляемая мощность	13	21	12	18
Стоимостные показатели	2	3	3	3
Масса и габариты	160	119	120	130
Скорость вычислений	29	30	24	27
Параметры контроля	900	1100	1050	1200

3.2 Составление матрицы попарных сравнений для второго уровня

Установим приоритеты критериев и оценим каждую из альтернатив по критериям, выявим тем самым самую предпочтительную из них. Для количественного определения сравнительной важности факторов и проблемной ситуации составим матрицу попарных сравнений.

Таблица 6 – Матрица попарных сравнений, построенная на основе экспертных оценок

Общее удовлетворение компьютером	1	2	3	4	5
Потребляемая мощность (1)	1	5	4	5	3
Стоимостные показатели (2)	1/5	1	1/2	2	1/2
Масса и габариты (3)	1/4	2	1	2	1/4
Скорость вычислений (4)	1/5	1/2	1/2	1	1/2
Параметры контроля (5)	1/3	2	4	2	1

3.3 Синтез приоритетов для второго уровня

Установим приоритеты критериев и оценим каждую из альтернатив по критериям. Для этого произведем расчет среднего геометрического по формулам:

$$w_1 = \sqrt[4]{C_{11} \times C_{12} \times C_{13} \times C_{14}}$$

...

$$w_4 = \sqrt[4]{C_{41} \times C_{42} \times C_{43} \times C_{44}}$$

После этого производится вычисление суммы:

$$w = w_1 + w_2 + w_3 + w_4.$$

Для второго уровня вектора приоритетов рассчитываются на основе таблицы 6.

$$w_{01} = \sqrt[5]{1 \times 5 \times 4 \times 5 \times 3} \approx 3,13$$

$$w_{02} = \sqrt[5]{(1/5) \times 1 \times (1/2) \times 2 \times (1/2)} \approx 0,63$$

$$w_{03} = \sqrt[5]{(1/4) \times 2 \times 1 \times 2 \times (1/4)} \approx 0,76$$

$$w_{04} = \sqrt[5]{(1/5) \times (1/2) \times (1/2) \times 1 \times (1/2)} \approx 0,48$$

$$w_{05} = \sqrt[5]{(1/3) \times 2 \times 4 \times 2 \times 1} \approx 1,4$$

$$w_0 \approx 3,13 + 0,63 + 0,76 + 0,48 + 1,4 \approx 6,4.$$

Таблица 7 – Вектор приоритетов для второго уровня

Общее удовлетворение компьютером	Вектор приоритетов
Потребляемая мощность	$x_1 = w_{01} / w_0 \approx 0,49$
Стоимостные показатели	$x_2 = w_{02} / w_0 \approx 0,1$
Масса и габариты	$x_3 = w_{03} / w_0 \approx 0,12$
Скорость вычислений	$x_4 = w_{04} / w_0 \approx 0,08$
Параметры контроля	$x_5 = w_{05} / w_0 \approx 0,22$

3.4 Составление матрицы попарных сравнений для третьего уровня

В данном примере нужно составить пять матриц для третьего уровня по отношению к критериям второго уровня. Эти матрицы строятся по объективным показателям (таблица 5), используемым для сравнения компьютеров и взятых из протоколов испытаний, научной литературы и т.д.

Таблица 8 – Сравнение вариантов с точки зрения потребляемой мощности

Мощность	A	B	C	D
A	1	13/21	13/12	13/18
B	21/13	1	21/12	21/18
C	12/13	12/21	1	12/18
D	18/13	18/21	18/12	1

Таблица 9 – Сравнение вариантов с точки зрения стоимостных показателей

Стоимостные показатели	A	B	C	D
A	1	2/3	2/3	2/3
B	3/2	1	3/3	3/3
C	3/2	3/3	1	3/3
D	3/2	3/3	3/3	1

Таблица 10 – Сравнение вариантов с точки зрения массы и габаритов

Масса и габариты	A	B	C	D
A	1	160/119	160/120	160/130
B	119/160	1	119/120	119/130
C	120/160	120/119	1	120/130
D	130/160	130/119	130/120	1

Таблица 11 – Сравнение вариантов с точки зрения скорости вычислений

Скорость вычислений	A	B	C	D
A	1	29/30	29/24	29/27
B	30/29	1	30/24	30/27
C	24/29	24/30	1	24/27
D	27/29	27/30	27/24	1

Таблица 12 – Сравнение вариантов с точки зрения параметров контроля

Параметры контроля	A	B	C	D
A	1	900/1100	900/1050	900/1200
B	1100/900	1	1100/1050	1100/1200
C	1050/900	1050/1100	1	1050/1200
D	1200/900	1200/1100	1200/1050	1

3.5. Синтез приоритетов для третьего уровня

Для третьего уровня вектора приоритетов рассчитываются аналогичным образом.

Например, по таблице 8:

$$w_{11} = \sqrt[4]{1 \times (13/21) \times (13/12) \times (13/18)} \approx 0,834$$

$$w_{12} = \sqrt[4]{(21/13) \times 1 \times (21/12) \times (21/18)} \approx 1,348$$

$$w_{13} = \sqrt[4]{(12/13) \times (12/21) \times 1 \times (12/18)} \approx 0,77$$

$$w_{14} = \sqrt[4]{(18/13) \times (18/21) \times (18/12) \times 1} \approx 1,155$$

$$w_1 = 0,834 + 1,348 + 0,77 + 1,155 \approx 4,12$$

И т.д. для таблиц 9 – 12.

Итого:

$$w_2 = 0,738 + 1,107 + 1,107 + 1,107 \approx 4,06$$

$$w_3 = 1,219 + 0,906 + 0,914 + 0,99 \approx 4,03$$

$$w_4 = 1,058 + 1,094 + 0,876 + 0,985 \approx 4,01$$

$$w_5 = 0,852 + 1,041 + 0,994 + 1,135 \approx 4,02$$

Матрица со всеми векторами приоритетов для третьего уровня приведена в таблице 13.

Таблица 13 – Расчет вектора приоритетов для третьего уровня

Вариант решения	Потребляемая мощность	Стоимостные показатели	Масса и габариты	Скорость вычислений	Параметры контроля
A	0,834/4,12	0,738/4,06	1,219/4,03	1,058/4,01	0,852/4,02
B	1,348/4,12	1,107/4,06	0,906/4,03	1,094/4,01	1,041/4,02
C	0,77/4,12	1,107/4,06	0,914/4,03	0,876/4,01	0,994/4,02
D	1,155/4,12	1,107/4,06	0,99/4,03	0,985/4,01	1,135/4,02

Таблица 14 – Вектора приоритетов для третьего уровня

Вариант решения	Потребляемая мощность	Стоимостные показатели	Масса и габариты	Скорость вычислений	Параметры контроля
A	0,2	0,18	0,3	0,26	0,21
B	0,33	0,27	0,22	0,27	0,26
C	0,19	0,27	0,23	0,22	0,25
D	0,28	0,27	0,25	0,25	0,28

Вычислим глобальные приоритеты. Для этого локальные приоритеты третьего уровня 3 (таблица 14) перемножаются на приоритеты соответствующих критериев второго уровня (таблица 7) и суммируются.

$$K_A = x_{11}x_1 + x_{12}x_2 + x_{13}x_3 + x_{14}x_4 + x_{15}x_5$$

$$K_B = x_{21}x_1 + x_{22}x_2 + x_{23}x_3 + x_{24}x_4 + x_{25}x_5$$

$$K_C = x_{31}x_1 + x_{32}x_2 + x_{33}x_3 + x_{34}x_4 + x_{35}x_5$$

$$K_D = x_{41}x_1 + x_{42}x_2 + x_{43}x_3 + x_{44}x_4 + x_{45}x_5$$

Подставив значения получим:

$$K_A = 0,2 * 0,49 + 0,18 * 0,1 + 0,3 * 0,12 + 0,26 * 0,08 + 0,21 * 0,22 \approx 0,219$$

$$K_B = 0,33 * 0,49 + 0,27 * 0,1 + 0,22 * 0,12 + 0,27 * 0,08 + 0,26 * 0,22 \approx 0,294$$

$$K_C = 0,19 * 0,49 + 0,27 * 0,1 + 0,23 * 0,12 + 0,22 * 0,08 + 0,25 * 0,22 \approx 0,22$$

$$K_D = 0,28 * 0,49 + 0,27 * 0,1 + 0,25 * 0,12 + 0,25 * 0,08 + 0,28 * 0,22 \approx 0,276$$

Вывод. На основе проведенных вычислений вариант *В* получает наивысший вес и, следовательно, является наиболее оптимальным.

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Получить вариант задания у ведущего преподавателя.
2. Проанализировать предметную область и составить таблицу экспертных оценок приоритетов характеристик.
3. Решить задачу методом МАИ вручную.
4. Написать программу на языке программирования Python (или на другом языке) которая решает МАИ задачу любой размерности. Проверить на примере данных по своему варианту.

5. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Вариант 1 (выбор операционной системы)

Предприятие, занимающееся проектированием радиоэлектронных изделий, должно выбрать операционную систему (ОС). Выбор осуществляется из вариантов, указанных в таблице 15.

Таблица 15 – Критерии выбора операционной системы

Критерии	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Стоимость, баллы	5	7	5
Визуальный интерфейс, баллы*	3	2	1
Надежность, баллы	2	3	5
Разрядность ОС	32	32	64

*Примечание. Наилучшие значения критериев во всех вариантах достигаются при максимальном количестве баллов по пятибалльной шкале.

Вариант 2 (выбор монитора)

Для организации видеонаблюдения фирме нужно приобрести несколько мониторов. Выбор осуществляется из вариантов, указанных в таблице 16.

Таблица 16 – Критерии выбора монитора

Критерии	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Яркость, кд/м ²	200	450	1000
Разрешение, пкс	1920×1080	2560×1440	2560×1440
Время отклика, мс	2	4	6
Контрастность	3000:1	5000:1	5000:1
Ресурс работы, ч	40000	60000	100000
Цена, у.е.	100	200	500

Вариант 3 (выбор отопительного оборудования)

Фирме нужно приобрести оборудование для отопления помещений. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, заданных в таблице 17.

Таблица 17 – Критерии выбора отопительного оборудования

Критерии	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Стоимость, у.е.	1500	1300	1100
Эффективность, баллы	4	5	3
Показатель надежности системы, P_T ($T=4776$ ч в течение года)	0,9	0,8	0,95
Гарантия, лет	3	2	3
Долговечность, лет	10	8	8

Вариант 4 (выбор оборудования для очистки воды)

Фирме нужно купить оборудование для очистки воды. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, указанных в таблице 18

Таблица 18 – Критерии выбора оборудования для очистки воды

Критерии	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Стоимость, у.е.	200	100	50
Степень очистки, мкм	2	10	20
Вероятность безотказной работы	0,95	0,9	0,85
Производительность, $m^3/ч$	0, 5	1	5
Долговечность, лет	8	9	10

Вариант 5 (выбор авиалайнера)

Российской авиакомпании, занимающейся пассажирскими перевозками, нужно приобрести среднемагистральный самолет. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, указанных в таблице 19.

Таблица 19 – Критерии выбора среднемагистрального самолета

Критерии	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Стоимость, баллы	1	3	5
Пассажировместимость, чел	350	106	98
Грузоподъемность, т	42	12	12
Масса топлива во внутренних баках, кг	88000	16670	15805
Крейсерская скорость	900	810	840
Практическая дальность, км	5250	3820	4320

Вариант 6 (выбор авиалайнера)

Российской авиакомпании, занимающейся пассажирскими перевозками, нужно приобрести дальнемагистральный самолет. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, указанных в таблице 20.

Таблица 20 – Критерии выбора дальнемагистрального самолета

Критерии	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Стоимость, баллы	3	5	1
Пассажировместимость, чел	435	186	295
Грузоподъемность, т	58	23	63
Масса топлива во внутренних баках, кг	88000	82770	55000
Крейсерская скорость	870	850	870
Практическая дальность, км	11000	11050	11300

Вариант 7 (выбор авиалайнера)

Российской авиакомпании, занимающейся пассажирскими перевозками, нужно приобрести региональный самолет для обслуживания местных авиалиний. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, указанных в таблице 21.

Таблица 21 – Критерии выбора регионального самолета

Критерии	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Стоимость, млн. у.е.	35	40	36
Пассажировместимость, чел	103	105	132
Грузоподъемность, т	12,245	11,300	16,500
Масса топлива во внутренних баках, кг	12644	8200	13300
Крейсерская скорость	841	800	870
Практическая дальность, км	4320	3300	4630

Вариант 8 (выбор спутника жизни)

Студентка университета, изучающая информационные технологии, мечтает встретить спутника жизни для создания семьи. Среди ее знакомых мужчин есть три подходящих претендента. Чтобы снизить риск ошибки выбора девушка решила воспользоваться МАИ. У кого из кандидатов, чьи имена в таблице 22 зашифрованы символами «A», «B» и «C», шансы добиться ее руки и сердца предпочтительны?

Таблица 22 – Критерии выбора спутника жизни

Критерии	А	В	С
Возраст, лет	20	27	35
Рост, см	190	170	180
Жилищные условия	Проживает с родителями	Снимает однокомнатную квартиру	Выплачивает ипотеку за 2-х комнатную квартиру
Работа	Студент университета	Военнослужащий	Сетевой администратор
Профессия (специальность)	Информационные системы и технологии	Моряк	Программист
Уровень доходов, баллы	1	3	2

Вариант 9 (выбор спутницы жизни)

Выпускник института информационных технологий мечтает встретить спутницу жизни для создания семьи. Среди его знакомых девушек есть три возможных претендентки. Чтобы снизить риск ошибки выбора молодой человек решил воспользоваться МАИ. Кого из девушек, чьи имена в таблице 23 зашифрованы символами «А», «В» и «С», выберет молодой человек?

Таблица 23 – Критерии выбора спутницы жизни

Критерии	А	В	С
Возраст, лет	20	29	36
Рост, см	160	180	165
Жилищные условия	Проживает с родителями	Выплачивает ипотеку за однокомнатную квартиру	Имеет собственную однокомнатную квартиру
Работа	Студентка университета	Фитнес-тренер	Дизайнер интерьера
Профессия (специальность)	Информационные системы и технологии	Учитель английского языка	Программист, экономист
Уровень доходов, баллы	1	2	3

Вариант 10 (выбор БВС для мониторинга)

Российской компании, занимающейся обеспечением безопасности промышленных объектов, нужно приобрести беспилотную авиационную систему (БАС) категории В (ГОСТ Р 59517– 2021). Требуется осуществить выбор беспилотного воздушного судна (БВС) из возможных вариантов, указанных в таблице 24.

Таблица 24 – Критерии выбора БВС

Критерии	A	B	C
Максимальная взлетная масса, кг	20	25	10
Максимальная скорость полета, км/ч	50	90	40
Продолжительность полета, ч	4	24	2
Максимальная дальность полета, км	100	1000	40
Тип БВС	Вертолетный (коптерный)	Самолетный	Вертолетный (коптерный)
Масса полезной нагрузки, кг	5	8	4
Стоимость, баллы	2	3	1

Вариант 11 (выбор БВС для геодезических исследований)

Российской компании, занимающейся выполнением геодезических исследований, нужно приобрести беспилотную авиационную систему (БАС) категории В (ГОСТ Р 59517— 2021). Требуется осуществить выбор беспилотного воздушного судна (БВС) из возможных вариантов, указанных в таблице 25.

Таблица 25 – Критерии выбора БВС

Критерии	A	B	C
Максимальная взлетная масса, кг	15	25	5
Максимальная скорость полета, км/ч	45	90	40
Продолжительность полета, ч	5	24	1,5
Максимальная дальность полета, км	100	1000	20
Тип БВС	Вертолетный (коптерный)	Самолетный	Вертолетный (коптерный)
Масса полезной нагрузки, кг	5	8	1,5
Стоимость, баллы	2	3	1

Вариант 12 (выбор кровельного покрытия)

Частному лицу необходимо выбрать тип кровельного покрытия для строящегося дома. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, заданных в таблице 26.

Таблица 26 – Критерии выбора кровельного покрытия

Критерии	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Стоимость, баллы	5	3	1
Долговечность, лет	30	50	100
Звукоизоляция, баллы	1	3	2
Вес, баллы	3	1	2
Внешний вид, баллы	1	2	3
Удобство монтажа, баллы	3	2	1

Вариант 13 (выбор автомобиля)

Организации необходимо выбрать автомобиль представительского класса. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, заданных в таблице 27.

Таблица 27 – Критерии выбора автомобиля

Критерии	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Стоимость, баллы	5	3	1
Расход топлива, литров на 100 км	8	10	12
Безопасность, баллы	2	3	4
Класс **	<i>E</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
Стоимость техобслуживания, баллы	2	4	1

***E* – представительский; *F* – люкс; *J* – внедорожник; *D* – семейный класс

Вариант 14 (выбор автомобиля)

Фермеру необходимо выбрать автомобиль для поездок в сельской местности. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, заданных в таблице 28.

Таблица 28 – Критерии выбора автомобиля

Критерии	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Стоимость, баллы	3	5	1
Класс**	<i>J</i>	<i>D</i>	<i>J</i>
Мощность двигателя, л.с.	150	130	200
Проходимость, баллы	3	1	4
Стоимость техобслуживания, баллы	4	2	3

Вариант 15 (выбор автомобиля)

Семье из четырех человек необходимо выбрать автомобиль для путешествий. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, заданных в таблице 29.

Таблица 29 – Критерии выбора автомобиля

Критерии	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Стоимость, баллы	5	2	4
Класс***	<i>J</i>	<i>J</i>	<i>M</i>
Мощность двигателя, л.с.	4	3	2
Проходимость, баллы	4	2	1
Стоимость техобслуживания, баллы	2	4	3

Вариант 16 (выбор автомобиля)

Молодой семье, проживающей в городе, необходимо выбрать автомобиль. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, заданных в таблице 30.

Таблица 30 – Критерии выбора автомобиля

Критерии	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Стоимость, баллы	5	3	1
Класс***	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Мощность двигателя, л.с.	80	100	120
Проходимость, баллы	1	2	3
Стоимость техобслуживания, баллы	2	4	1

****A* – мини; *B* – небольшой городской; *C* – гольф-класс; *M* – минивэн

Вариант 17 (выбор датчиков контроля температуры)

Для осуществления контроля теплового режима в частном доме домовладельцу необходимо приобрести датчики температуры системы «Умный дом». Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, заданных в таблице 30.

Таблица 31 – Критерии выбора датчика температуры

Критерии	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Стоимость, баллы	2	1	3
Дополнительные параметры	Влажность	Влажность, атмосферное давление	Влажность
Поддерживаемые протоколы/наличие ИК-канала	Zigbee/-	Zigbee/+	Zigbee/-
Управление внешними устройствами	Умные розетки	Увлажнитель, кондиционер	-
Интеграция в систему «умный дом»	-	+	-

Вариант 18 (выбор датчиков контроля движения)

Для осуществления дистанционного мониторинга объекта охраны предприятию необходимо приобрести датчики движения. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, заданных в таблице 32.

Таблица 32 – Критерии выбора датчика контроля движения

Критерии	A	B	C
Тип датчика	Ультразвуковой	СВЧ	ИК
Угол обзора, градусов	360	180	120
Рабочее расстояние, м	100	50	20
Напряжение питания, В	12	220	12
Работа с приложениями «умного дома»	-	+	+
Стоимость, баллы	2	1	3

Вариант 19 (выбор сенсорной панели управления умным домом)

Домовладельцу необходимо выбрать сенсорную панель управления умным домом. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, заданных в таблице 33.

Таблица 33 – Критерии выбора сенсорной панели управления умным домом

Критерии	A	B	C
Встроенные модули	Wi-fi, Zigbee	Zigbee	-
Размер экрана, дюймы	4	6	7
Управление от смартфона	-	+	+
Напряжение питания, В	220	220	12
Стоимость, баллы	1	3	2

Вариант 20 (выбор транспортной платформы для автоматизированного склада)

Логистической компании необходимо автоматизировать склад пищевых продуктов. Требуется осуществить выбор транспортной платформы из возможных вариантов, заданных в таблице 34.

Таблица 34 – Критерии выбора транспортной платформы для склада

Критерии	A	B	C
Тип платформы	Рельсовый	Колесный	Колесный
Скорость перемещения, м/с	0...6	0...10	0...5
Окупаемость, мес	18	12	6
Грузоподъемность, кг	250	200	500
Стоимость, баллы	2	3	1
Высота подъема груза, м	0...-2	0...+8	0...+6

Вариант 21 (выбор мебели для кухни)

Семье из трех человек необходимо заказать мебель для кухни. Требуется осуществить выбор из возможных альтернатив, заданных в таблице 35.

Таблица 35 – Критерии выбора мебели для кухни

Критерии	А	В	С
Тип	Линейный	Угловой	Островной
Материал	ДСП	МДФ	Дерево
Встроенное оборудование	Варочная плита, электрический духовой шкаф, мойка	Варочная плита, посудомоечная машина, мойка	Мойка
Ширина столешницы, см	60	70	70
Стоимость, баллы	3	2	1

Вариант 22 (выбор мебели для спальни)

Молодой семье необходимо приобрести мебельный гарнитур для спальни. Площадь помещения 15 квадратных метров. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, заданных в таблице 36.

Таблица 36 – Критерии выбора мебели для спальни

Критерии	А	В	С
Стиль	Классический	Минимализм	Кантри
Материал	ДСП	МДФ	Дерево
Кровать	Двухспальная	Полутороспальная	Две односпальных
Шкаф	Трехстворчатый	Двухстворчатый	Двухстворчатый
Стоимость, баллы	2	3	1

Вариант 23 (выбор мебели для гостиной)

Семье из четырех человек необходимо приобрести мебель для гостиной. Площадь помещения 20 квадратных метров. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, заданных в таблице 37.

Таблица 37 – Критерии выбора мебели для гостиной

Критерии	А	В	С
Стиль	Классический	Минимализм	Кантри
Стол	Раздвижной на шесть человек	Стол на четыре человека	Журнальный стол
Диван	Модульная угловая система	Диван-кровать	Диван на высоких ножках
Система хранения	Шкаф-витрина	Книжный стеллаж	Комод
Стоимость, баллы	1	2	3

Вариант 24 (выбор места работы)

Студенту магистратуры, обучающемуся по направлению «Прикладная информатика», необходимо выбрать IT-компанию для подработки в

свободное от учебы время. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, заданных в таблице 38.

Таблица 38 – Критерии выбора IT-компаний

Критерии	A	B	C
Требования к занятости	Частичная	Полная	Частичная
График работы	Гибкий	Пятидневная рабочая неделя	Сменный
Размер оплаты в баллах	1	5	3
Среднее время, затрачиваемое на поездку из дома к месту работы, мин	50	60	15
Среднее время, затрачиваемое на поездку из университета к месту работы, мин	20	60	10

Вариант 25 (выбор места работы)

Выпускнику института информационных технологий необходимо выбрать IT-компанию для трудоустройства на постоянную работу. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, заданных в таблице 39.

Таблица 39 – Критерии выбора IT-компаний

Критерии	A	B	C
Требования к занятости	Частичная	Полная	Полная
График работы	Гибкий	Пятидневная рабочая неделя	Сменный
Размер оплаты труда в баллах	1	5	3
Среднее время, затрачиваемое на одну поездку из дома к месту работы, мин	50	90	15
Возможность удаленной работы (да/нет)	Да	Нет	Нет
Количество работающих, чел	25	10	75

Вариант 26 (выбор места работы)

Выпускнику технического университета необходимо выбрать предприятие для трудоустройства по специальности на постоянную работу. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, заданных в таблице 40.

Таблица 40 – Критерии выбора предприятия

Критерии	А	В	С
График работы	Вахтовый	Пятидневная рабочая неделя	Сменный
Удаленность от места постоянного проживания, км	1500	15	500
Возможность удаленной работы (да/нет)	Да	Нет	Нет
Количество работающих на предприятии, чел	250	50	1500
Размер оплаты труда в баллах	5	2	3
Наличие социальных объектов	Детский сад	Нет	Детский сад, база отдыха

Вариант 27 (выбор учебного заведения)

Молодым родителям необходимо выбрать начальную школу для обучения ребенка семи лет. Требуется осуществить выбор из возможных вариантов, заданных в таблице 41.

Таблица 41 – Критерии выбора учебного заведения

Критерии	А	В	С
Вид программы в начальной школе	Традиционный	Развивающий	Традиционный
Удаленность от места постоянного проживания (количество остановок общественного транспорта)	5	10	3
Изучение иностранных языков	Английский	Английский, китайский	Английский
Количество обучающихся в классе, чел	30	20	35
Наличие группы продленного дня	+	+	-
Стоимость обучения, тыс. руб. в месяц	Бесплатно	10	Бесплатно

Вариант 28 (выбор высшего учебного заведения)

Абитуриент выбирает высшее учебное заведение для последующего обучения в бакалавриате. Выбор требуется осуществить из вариантов, указанных в таблице 42

Таблица 42 – Критерии выбора высшего учебного заведения

Критерии	А	В	С
Количество образовательных программ	100	250	500
Удаленность от места постоянного проживания, км	5	200	2000
Год основания	1930	2000	1870
Количество студентов	5000	15000	30000
Возможность поселения в общежитии	-	+	После окончания первого курса
Процент бюджетных мест	40	60	20

Вариант 29 (выбор высшего учебного заведения)

Выпускник бакалавриата выбирает высшее учебное заведение для последующего обучения в магистратуре. Выбор требуется осуществить из вариантов, указанных в таблице 43.

Таблица 43 – Критерии выбора учебного заведения

Критерии	А	В	С
Количество научных центров и лабораторий	20	50	100
Количество научных специальностей в аспирантуре	10	25	50
Наличие общежития	-	+	+
Процент бюджетных мест	10	15	25
Стоимость обучения, тыс. руб. в семестр	100	200	500
Удаленность от места постоянного проживания, км	10	100	1000

Вариант 30 (выбор компьютера для студента ВУЗа)

Учащийся средней школы выпускного класса выбирает компьютер для учебы. Выбор требуется осуществить из вариантов, указанных в таблице 44.

Таблица 44 – Критерии выбора компьютера

Критерии	A	B	C
Тип	Настольный (десктоп)	Ноутбук	Неттоп
Производительность, баллы	5	3	4
Габариты, баллы	1	3	2
Стоимость, баллы	1	2	5
Размер экрана по диагонали, баллы	5	2	4
Память, баллы	5	2	4

6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое иерархическая структура?
2. Какие бывают виды иерархических структур?
3. Почему матрица парных сравнений имеет свойства обратной симметричности?
4. О чем говорит закон иерархической непрерывности?
5. Перечислите основные принципы МАИ.
6. В чём состоит принцип идентичности и декомпозиции?
7. Для чего используется принцип сравнительных суждений?
8. Что вкладывается в понятие «синтез приоритетов»?
9. Каков порядок применения (последовательность действий) МАИ?
10. Почему иерархия в МАИ древовидная?

Лабораторная работа № 5

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Углубление теоретических знаний в области системного анализа, ознакомление с методом Монте-Карло.

2 КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

2.1 Метод Монте-Карло

Для моделирования различных физических, экономических и других процессов широко используется метод Монте-Карло. В его основе лежит метод статистических испытаний. Суть его состоит в том, что результат испытания ставится в зависимость от значения некоторой случайной величины, распределенной по заданному закону, чаще всего это гауссово распределение. В итоге результат каждого отдельного испытания не зависит от предыдущего и носит случайный характер. Точность метода напрямую зависит от числа результатов, чем их больше, тем точнее результат.

Важнейший прием построения метода – сведение задачи к расчету математических ожиданий [2]. Пусть требуется найти значение m некоторой изучаемой величины. С этой целью выбирают такую случайную величину X , математическое ожидание которой равно m : $M[X] = m$. Практически же поступают так: вычисляют (разыгрывают) N возможных значений x_i случайной величины X , находят их среднее арифметическое:

$$x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i.$$

Так как последовательность одинаково распределённых случайных величин, у которых существуют математическое ожидание, подчиняется закону больших чисел, то при $N \rightarrow \infty$ среднее арифметическое этих величин сходятся по вероятности к математическому ожиданию. Таким образом, при больших N величина $x \approx m$.

2.2 Метод Монте-Карло пример

Рассмотрим возможности метода Монте-Карло на примере решения задачи вычисления площади под кривой.

Пусть круг с центром в точке $O(x_0; y_0)$ с координатами $x_0 = 1; y_0 = 1$ имеет радиус $R = 1$. Уравнение соответствующей окружности имеет вид:

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1.$$

Требуется определить площадь круга по методу Монте-Карло.

Впишем круг в квадрат (рисунок 1). Тогда вершины квадрата будут иметь координаты $(0; 0)$, $(2; 0)$, $(0; 2)$, $(2; 2)$.

Любая точка внутри квадрата или на его границе должна удовлетворять неравенствам $0 < x < 2$ и $0 < y < 2$. При случайном заполнении квадрата точками, координаты которых распределены равномерно в этих интервалах,

часть точек будет попадать внутрь круга. Если выборка состоит из n наблюдений и m точек попали внутрь круга или на окружность, то оценку площади круга S можно получить из соотношения:

$$S = S_{\text{кв}} \frac{m}{n},$$

где $S_{\text{кв}}$ — площадь квадрата, в который вписан круг.

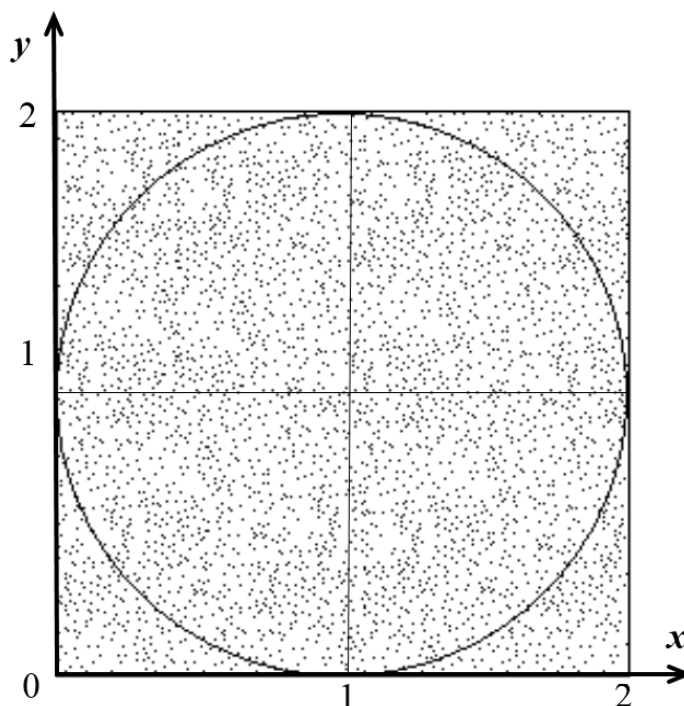


Рисунок 1 — К определению площади круга методом Монте-Карло

3 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Получить вариант задания у ведущего преподавателя.
2. Написать программу на языке программирования Python (или на другом языке) для вычисления площади под кривой методом Монте-Карло.
3. Построить график зависимости относительной погрешности результата от числа испытаний. В качестве истинного значения площади принять значение определенного интеграла, вычисленного по формуле Ньютона-Лейбница с удержанием восьми значащих цифр.
4. Написать программу на языке программирования Python (или на другом языке) для визуального отображения результатов решения (см. рисунок 1).

4. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Варианты заданий даны в таблице 1.

Таблица 1 – Варианты заданий

Вариант	$[a, b]$	$f(x)$	Вариант	$[a, b]$	$f(x)$
1	$[0, 1]$	$\sin(x)$	16	$[0, 1]$	$\frac{1}{1+x}$
2	$[0, 1]$	$\cos(x)$	17	$[0, 1]$	$\frac{x}{1+x}$
3	$[0, 2]$	x^{-1}	18	$[0, 1]$	$\frac{1}{1+x^2}$
4	$[0, 2]$	$x^{1/2}$	19	$[0, 1]$	$\frac{1}{\cos(x)}$
5	$[0, 2]$	e^x	20	$[0, 1]$	$\frac{3}{(x-2)^2}$
6	$[0, 1]$	$\sin(2x^2+1)$	21	$[0, 1]$	$\sin^2(x)$
7	$[2, 3]$	$\frac{1}{x}\ln(x+2)$	22	$[0, 1]$	$\sin^3(x)$
8	$[0, 1]$	$1-x^2$	23	$[0, 1]$	$\cos^2(x)$
9	$[0, 3]$	$\sqrt{1+\cos^2(x)}$	24	$[0, 1]$	$\cos^3(x)$
10	$[2, 3]$	$x^2 \cos\left(\frac{x}{4}\right)$	25	$[0, 1]$	$\sin(x)\cos^2(x)$
11	$[0, 1]$	e^{2x}	26	$[0, 1]$	$\sin(x)\cos^3(x)$
12	$[1, 2]$	x^2	27	$[0, 1]$	$\sin^2(x)\cos(x)$
13	$[0, 1]$	2^x	28	$[0, 1]$	$\sin^2(x)\cos^2(x)$
14	$[0,5; 1,0]$	$\frac{1}{\sin^2(x)}$	29	$[1, e]$	$\frac{\ln(x)}{(1+\ln(x))^2}$
15	$[0, 1]$	$\frac{1}{\cos^2(x)}$	30	$[2, 3]$	$\frac{1}{x\ln(x)}$

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем заключается суть метода Монте-Карло?
2. Графическая интерпретация метода Монте-Карло.
3. Как оценить погрешность метода Монте-Карло?
4. Сформулируйте условия применения метода Монте-Карло?
5. Возможно ли применение метода Монте-Карло в отсутствие средств вычислительной техники?
6. В какой ситуации результаты применения метода Монте-Карло будут достоверными?
7. Помогает ли знание принципов метода Монте-Карло выиграть в рулетку?

8. Почему метод Монте-Карло называют ещё методом статистических испытаний?

9. Что необходимо сделать для получения ещё одного разряда точности вычислений (получить ещё один верный десятичный знак)?

10. Приведите примеры применения метода Монте-Карло к решению задач, возникающих в ходе анализа Информационных систем?

Заключение

«Системой является то, что мы хотим рассматривать как систему»

Дж. Клир (1932 – 2016, специалист в области информатики)

Системный анализ систем и процессов базируется на общей теории систем, объектом исследования которой является не «физическая реальность», не химическое, биологическое или социальное явления, а «система», т.е. формальная взаимосвязь между наблюдаемыми признаками и свойствами [11].

Основные преимущества системного подхода наиболее полно проявляются в процессе проектирования, что обусловлено следующим:

- выявляется общее в различных объектах и процессах, что трудно обнаруживается, пока не отброшены частности;
- методы принятия решений переносятся из одних функциональных областей в другие;
- не допускается переоценка возможностей отдельных методов при принятии решений, например, только математического моделирования в ущерб экспертным оценкам;
- осуществляется синтез знаний из различных наук;
- в проекты вводится информационное описание системы (виды, объемы, назначение и пути прохождения информации);
- возникает объективная основа выбора необходимых направлений дальнейшего развития исследований в области, к которой относится проектируемая система.
- Вместе с тем, системный подход не свободен и от недостатков:
- системность означает определенность, однако неопределенность (которая неизбежно присутствует в реальности человеческих отношений, целей, информации, в жизненных ситуациях) не может быть преодолена до конца, а иногда принципиально доминирует над определенностью;
- системность означает целостность, но, клиентская база оптовых, розничных фирм, банков никакой целостности не образует, поскольку каждый клиент имеет несколько поставщиков и может произвольно их менять (нет целостности и у информационных потоков в организации);
- системность означает непротиворечивость, но ценностные ориентации в организации и даже у одного ее участника иногда противоречивы до несовместимости и никакой системы не образуют (различные мотивации хотя и приносят некоторую системность в служебное поведение, но всегда только отчасти).

Библиографический список

1. Антонов, А. В. Системный анализ : учебник / А. В. Антонов. — М: ИНФРА-М, 2024. — 366 с. [Электронный ресурс]. — URL: <https://znanium.ru/read?id=442717> (Дата обращения: 19.02.2025).
2. Брусленко, Н. П. Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на цифровых вычислительных машинах / Н. П. Брусленко, Д. И. Голенко, И. М. Соболев [и др.]. — М.: ФИЗМАТГИЗ, 1962. — 332 с.
3. Волкова, В. Н. Теория информационных процессов и систем : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Н. Волкова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 447 с. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. с. 1 — URL: <https://urait.ru/bcode/580893/p.1> (дата обращения: 03.02.2025).
4. Волкова, В.Н. Вклад Ф.Е. Темникова в развитие информатики / В.Н. Волкова, Ю.Ю. Черный // Прикладная информатика, т. 11, № 5, 2016. — С.122 — 143.
5. Григорьев, М. В. Проектирование информационных систем : учебник для вузов / М. В. Григорьев, И. И. Григорьева. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 278 с. — URL: <https://urait.ru/bcode/561649> (дата обращения: 31.03.2025). — Текст : электронный.
6. Ипатова, Э. Р. Методологии и технологии системного проектирования информационных систем : учебник / Э. Р. Ипатова, Ю. В. Ипатов. — Москва : ФЛИНТА, 2021. — 256 с. — URL: <https://e.lanbook.com/book/198121> (дата обращения: 07.03.2025). — Текст : электронный.
7. Клир, Дж. Системология. Автоматизация решения системных задач / Дж. Клир. — Москва : Радио и связь, 1990. — 544 с.
8. Коваленко, В. В. Проектирование информационных систем : учебное пособие / В. В. Коваленко. — Москва : ИНФРА-М, 2023.—357 с. — URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1894610> (дата обращения: 07.05.2025. — Текст : электронный.
9. Корнев, Г. Н. Системный анализ : учебник / Г. Н. Корнев, В. Б. Яковлев. — Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2019. — 308 с. — URL: <http://znanium.com/catalog/product/1021500> (дата обращения: 19.03.2025) — Текст : электронный.
10. Кузнецов, В. А. Системный анализ, оптимизация и принятие решений : учебник для студентов высших учебных заведений / В.А. Кузнецов, А.А. Черепяхин. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2017. — 256 с. — URL: <http://znanium.com/catalog/product/908528> (дата обращения: 19.03.2025). Текст : электронный.
11. Месарович, М. Общая теория систем: математические основы / М. Месарович, Я. Такахара. — Москва : Мир, 1978. — 312 с.
12. Основы системного анализа процессов и объектов. Методические указания к выполнению курсовой работы по дисциплине «Системный анализ

и проектирование КМС» / Сост. Василенко В.А., Деркунская В.О. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2010. — 28 с.

13. Плас, Дж. Вандер, Python для сложных задач: наука о данных и машинное обучение / Дж. Вандер Плас. — СПб.: Питер, 2018. — 576 с.

14. Проектирование информационных систем : учебник и практикум для вузов / Д. В. Чистов, П. П. Мельников, А. В. Золотарюк, Н. Б. Ничепорук. — Москва : Юрайт, 2025. — 273 с. — URL: <https://urait.ru/bcode/560485> (дата обращения: 07.03.2025). — Текст : электронный.

15. Саати, Т. Аналитическое планирование. Организация систем / Т. Саати, К. Керис. — М.: Радио и связь, 1991. — 224 с.

16. Силич, М. П. Теория систем и системный анализ : учебное пособие / М. П. Силич, В. А. Силич. — Москва : ТУСУР, 2011. — 276 с. — URL: <https://e.lanbook.com/book/4957> (дата обращения: 07.03.2025). — Текст : электронный.

17. Системный анализ в управлении : учебное пособие / О.В. Булыгина, А.А. Емельянов, Н.З. Емельянова, А.А. Кукушкин. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2021. — 450 с. — URL: <http://znanium.com/catalog/product/1247147> (дата обращения: 19.03.2025). — Текст : электронный.

18. Смотрова, Е. Г. Системный анализ: учебное пособие для практических занятий и самостоятельной работы студентов / Смотрова Е.Г. — Волгоград: Волгоградский ГАУ, 2015. — 152 с. — URL: <http://znanium.com/catalog/product/615284> (дата обращения: 19.03.2025) Текст : электронный.

19. Сухомлин, В. А. Введение в модельно-ориентированную системную и программную инженерию (MBSSE) : учебник / В. А. Сухомлин, В. Ю. Романов, Д. А. Гапанович. — Москва : Фонд «Лига интернет-медиа»; МАКС Пресс, 2024. — 672 с. — URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_80290260_91768166.pdf (дата обращения: 07.05.2025). — Текст : электронный.

20. Темников, Ф.Е. Теоретические основы информационной техники. — 2-е изд., перераб. и доп. / Ф.Е. Темников, В.А. Афонин, В.И. Дмитриев. — М. : Энергия, 1979. — 512 с.

В авторской редакции