

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ
И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Кафедра «Радиоэлектроника и телекоммуникации»

АВТОМАТИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛЕНИЙ. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Учебно-методическое пособие

для студентов очной и заочной форм обучения

направлений подготовки

11.03.01 «Радиотехника»,

11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи»,

11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы»

Севастополь
СевГУ
2025

УДК 621.37:[519.67:004.42](076.5)

ББК 32.84:32.973-018.2я73

A224

Рецензент:

И. Л. Афонин - д-р техн. наук, профессор,
заведующий кафедрой «Радиоэлектроника и телекоммуникации»

Ответственный за выпуск:

И. Л. Афонин - д-р техн. наук, профессор,
заведующий кафедрой «Радиоэлектроника и телекоммуникации»

Составители: А. А. Щекатурин, В. Г. Слёзкин, Е. Е. Васин

A224 Автоматизация математических вычислений. Лабораторный практикум по дисциплине : учебно-методическое пособие для студентов очной и заочной форм обучения направлений подготовки 11.03.01 «Радиотехника», 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы» / Севастопольский государственный университет ; сост.: А. А. Щекатурин, Г. В. Слёзкин, Е. Е. Васин. – Севастополь : СевГУ, 2025. – 57 с. – Текст : электронный.

Цель пособия: оказание помощи студентам при выполнении лабораторных работ по применению программы MATLAB в математических расчётах, построении графиков, преобразовании математических выражений и решении систем уравнений.

УДК 621.37:[519.67:004.42](076.5)

ББК 32.84:32.973-018.2я73

Учебно-методическое пособие утверждено на заседании кафедры «Радиоэлектроника и телекоммуникации», протокол № 13 от 16 июня 2025 г.

Рассмотрено и рекомендовано к изданию на заседании Учёного совета Института радиоэлектроники и информационной безопасности, протокол № 10 от 21 мая 2025 г.

© Щекатурин А. А., Слёзкин Г. В.,
Васин Е. Е., сост., 2025
© ФГАОУ ВО «Севастопольский
государственный университет», 2025

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1. Лабораторная работа № 1. Вычисление математических выражений в MATLAB	5
2. Лабораторная работа № 2. Построение графиков функций в MATLAB	15
3. Лабораторная работа № 3. Матричные операции в MATLAB	24
4. Лабораторная работа № 4. Символьные вычисления в MATLAB. Часть 1	35
5. Лабораторная работа № 5. Символьные вычисления в MATLAB. Часть 2	41
6. Лабораторная работа № 6. Программирование в MATLAB	49
Библиографический список	56
Приложение А. Образец титульного листа	57

ВВЕДЕНИЕ

При изучении дисциплины «Автоматизация математических вычислений» программой предусмотрено выполнение лабораторных работ с целью приобретения студентами практических навыков работы с системой компьютерной математики MATLAB, которая является мощным и универсальным средством обработки данных и достаточно полно описана в литературе [1 – 4].

В методических рекомендациях по каждой лабораторной работы указана цель работы, приведены сведения об операторах и модулях MATLAB, соответствующих тематике работы, а также содержатся набор индивидуальных заданий для самостоятельного решения и вопросы для самоконтроля.

Порядок выполнения лабораторных работ.

Лабораторные работы выполняются фронтальным методом, в соответствии с которым в течение занятия все студенты выполняют одну и ту же лабораторную работу. При этом каждый студент выполняет лабораторную работу по индивидуальному заданию на отдельном персональном компьютере.

Перед выполнением лабораторной работы студенты обязаны:

- до начала занятия самостоятельно изучить методические рекомендации к предстоящей лабораторной работе;
- в начале занятия представить и защитить отчет по предыдущей лабораторной работе;
- ответить на контрольные вопросы, связанные с выполняемой предстоящей лабораторной работы;
- после ознакомления с примерами использования операторов MATLAB, сведения о которых приведены в лабораторной работе, следует каждый из таких примеров выполнить самостоятельно.

Защита отчета по лабораторной работе производится каждым студентом индивидуально на очередном лабораторном занятии. В процессе защиты проверяются: правильность оформления отчета, знание студентами операторов MATLAB, используемых в работе, и методики организации вычислений с их помощью, умение пояснять выполненные расчеты и полученные численные результаты, способность обосновать выводы по работе.

Требования к отчету по лабораторной работе.

Отчет по работе оформляется в соответствии с методическими указаниями по оформлению текстовых работ [5] и должен содержать:

- титульный лист;
- цель работы;
- задания;
- тексты программы вычислений;
- полученные результаты;
- выводы по работе.

Лабораторная работа № 1

ВЫЧИСЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ В MATLAB

1.1. Цель работы

Целью работы является создание, редактирование и вычисление математических выражений в пакете программ MATLAB.

1.2. Окно MATLAB

Название пакета программ MATLAB образовано путем сокращения слов MATrix LABoratory (матричная лаборатория). Программный пакет MATLAB разработан фирмой MathWorks, Inc. и представляет собой программную среду, которая позволяет наряду с простыми математическими действиями выполнять операции с векторами, матрицами и массивами данных, решать алгебраические и дифференциальные уравнения, строить графики и многое другое.

Для запуска программы MATLAB необходимо на рабочем столе Windows кликнуть иконку  , после чего на экране монитора появляется окно (рис. 1.1).

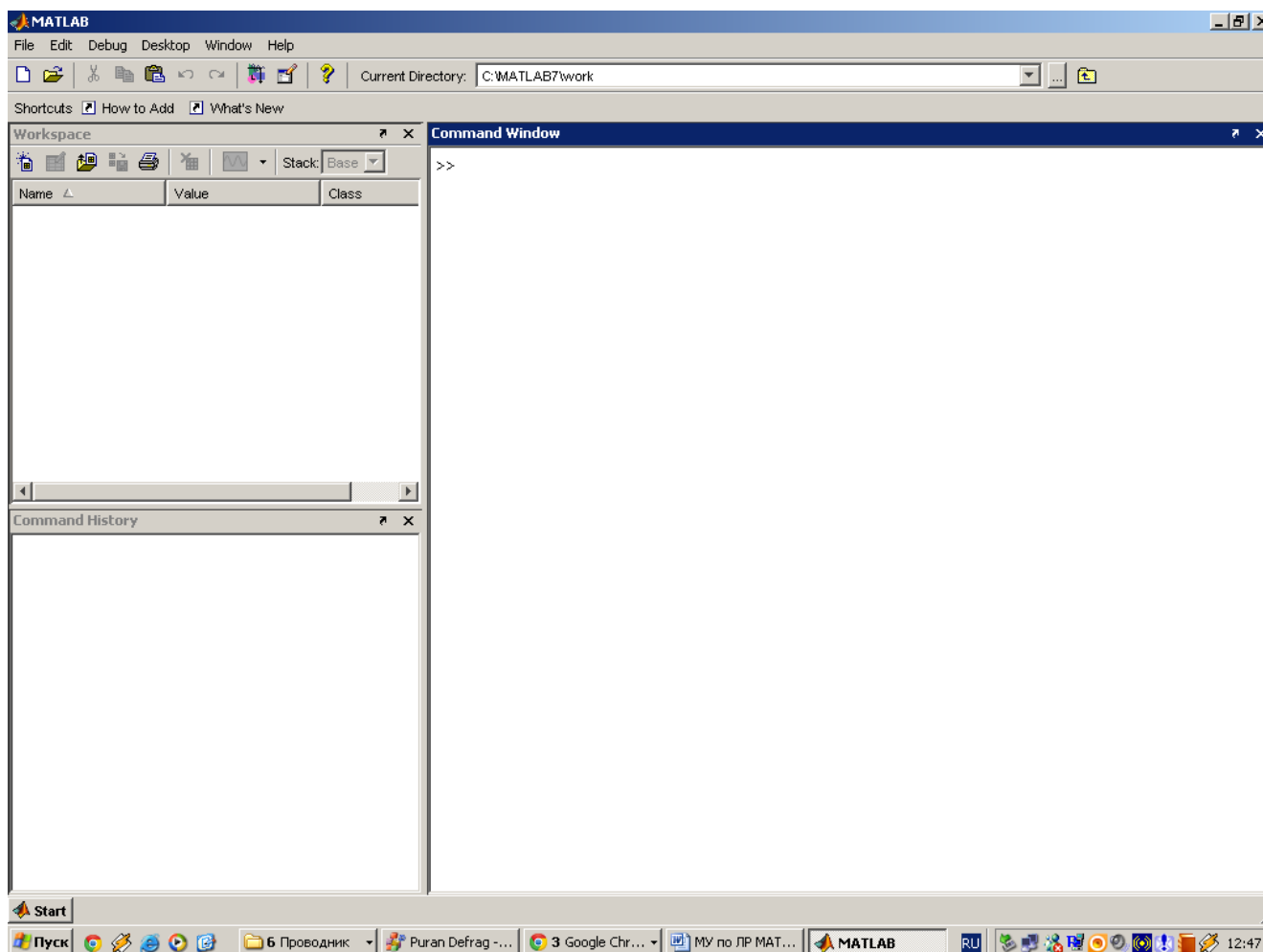


Рис. 1.1 – Окно MATLAB

В верхней части окна (рис. 1.1) расположена строка главных меню: **File, Edit, Debug, View, Window, Help**, каждое из которых имеет свой раскрывающийся список команд. Под строкой меню располагается панель с кнопками отдельных команд.

Остальную часть окна MATLAB занимают окна: **Command Window, Command History** и **Workspace**. Если некоторые из названных окон, отсутствуют, то следует в меню **View** выбрать команду вызова отсутствующего окна, либо в этом же меню выбрать команду **View Layout — Default**.

Окно **Command Window**, в котором находится символ приглашения к вводу «>>» и мигающий вертикальный курсор, предназначено для ввода команд.

Окно **Command History** предназначено для хранения команд, введенных в окно **Command Window**. Для повторения команды следует найти её в окне **Command History** и дважды щелкнуть на ней левой клавишей мыши, после чего команда повторно будет выполнена в командном окне.

Окно **Workspace** предназначено для хранения результатов выполнения команд.

При работе в MATLAB содержимое окон можно удалить выборочно с помощью команд: **Clear Command Window, Clear Command History** и **Clear Workspace**, которые находятся в меню **Edit**. Содержимое окна **Workspace** можно также удалить, введя в окно **Command Window** команду **clear all**.

Содержимое окна **Workspace** может быть сохранено в виде файла с расширением **.mat** с помощью команды **Save Workspace as...**, которая находится в меню **File**. При этом появляется диалоговое окно **Save Workspace Variables**, в котором следует указать каталог сохранения и имя файла. По умолчанию предлагается сохранить файл в подкаталоге **Work**, встроенным в MATLAB. Для восстановления значений переменных следует открыть сохраненный файл с помощью команды **Open** из меню **File**, после чего все переменные, определенные ранее, снова становятся доступными для использования.

После выключения компьютера содержимое окна **Command Window** теряется, а содержимое окон **Command History** и **Workspace** сохраняется.

1.3. Операторы MATLAB, используемые для вычисления выражений

Оператор MATLAB — это выражение, которое обозначает выполнение определённой операции (действия) над операндами (данными). В качестве операндов могут использоваться переменные, функции и числовых константы.

Программа Matlab может работать с действительными и комплексными числами с фиксированной или плавающей запятой и имеет следующие формы представления чисел:

- целая часть числа отделяется от дробной точкой;
- порядок числа отделяется от мантиссы символом «e», который не следует путать с основанием натурального логарифма;

— мнимая единица представляется символом «i» или «j», который в случае комплексного результата вычислений программа выводится после мнимой части комплексного числа, а не перед ней, как это принято в математике.

В таблице 1.1 приведены операторы, используемые для вычисления элементарных функций, а в таблице 1.2 — специальные символы.

Таблица. 1.1 — Операторы элементарных функций

Имя	Функция	Имя	Функция
Арифметические		Тригонометрические	
+	сложение	sin	синус
—	вычитание	cos	косинус
*	умножение	tan	тангенс
/	деление слева на право	cot	котангенс
\	деление справа на лево	asin	арксинус
^	возведение в степень	acos	арккосинус
abs	модуль числа	atan	арктангенс
Логарифмические и показательные		acot	арккотангенс
exp	экспонента	Гиперболические	
log	натуральный логарифм	sinh	синус
log10	десятичный логарифм	cosh	косинус
log2	логарифм по основанию 2	tanh	тангенс
sqrt	корень квадратный	coth	котангенс

Таблица 1.2 — Специальные символы

Символ	Назначение
[]	Квадратные скобки используются для задания матриц и векторов
,	Запятая или пробел используются для разделения элементов матриц и операторов в строке ввода
;	Точка с запятой в конце команды отменяет вывод результата на экран
:	Двоеточие используется для указания диапазона изменения величины, а также для обозначения групповой операции над элементами матрицы
()	Круглые скобки применяются для задания аргументов функций, индексов матриц и повышения приоритета математической операции
.	Точка используется для отделения дробную часть числа от целой, а также в составе операций, выполняемых поэлементно (.*, .^, ./, .\)
...	Три точки и более в конце строки обозначают продолжение выражения на следующей строчке
%	Знак процента означает начало комментария
''	Апострофы используются для задания символьной строки

В командном окне в режиме диалога проводятся вычисления. Пользователь вводит команды или запускает выполнение программных файлов, составленных на языке MATLAB. Интерпретатор обрабатывает введенные значения и выдает результаты: числовые и строковые данные, предупреждения и сообщения об ошибках. Начало строки ввода помечено знаком `>>`.

В таблице 1.3 приведены операторы функций отношения, констант, а также логических функций, используемых для составления логических выражений, принимающих значения: «0» — ложь или «1» — истина.

Таблица. 1.3 — Операторы функций отношения, некоторых констант и логических функций

Имя	Функция	Имя	Функция
Операторы отношения		Константы	
<code><</code>	меньше	<code>pi</code>	число $\pi=3,1415\dots$
<code><=</code>	меньше или равно	<code>Inf</code>	бесконечность
<code>></code>	больше	<code>-Inf</code>	минус бесконечность
<code>>=</code>	больше или равно	<code>NaN</code>	нечисленное значение
<code>==</code>	равно	Логические операторы	
<code>~=</code>	не равно	<code>&</code>	И
		<code> </code>	ИЛИ
		<code>~</code>	НЕ

В MATLAB последовательность выполнения операций зависит от их приоритета, который в порядке убывания указан в следующем списке:

- круглые скобки;
- транспонирование и возведение в степень;
- логическое НЕ;
- умножение и деление;
- сложение и вычитание;
- операции отношения;
- логическое И;
- логическое ИЛИ.

Приоритет любой операции можно повысить, записав её в круглых скобках.

Если логарифм не является натуральным, десятичным или по основанию 2, то его можно представить в виде отношения

$$\log_3 5 = \frac{\ln 5}{\ln 3} = \frac{\lg 5}{\lg 3},$$

которое с помощью операторов MATLAB записывается в виде `log(5)/log(3)` или `log10(5)/log10(3)`.

По умолчанию для представления чисел в MATLAB используется короткий формат (**format short**) из 5 значащих десятичных цифр. Однако при необхо-

димости может быть установлен длинный формат (**format long**) из 16 значащих десятичных цифр.

1.4. Ввод и выполнение операторов MATLAB

Ввод операторов осуществляется в окне **Command Window** построчно после знака «>>».

Для выполнения введенной команды необходимо на клавиатуре нажать клавишу **Enter**, после чего в следующей строке отобразится результат, если отсутствуют ошибки ввода. В противном случае выводится сообщение об ошибках. После нажатия клавиши **Enter** редактирование ранее введенных команд становится невозможным, что является особенностью MATLAB.

Следует иметь в виду, что MATLAB различает заглавные и прописные буквы, например, строчная буква **p** и прописная буква **P** будут разными переменными.

Простейшим оператором является оператор присваивания в виде знака равно «=», с помощью которого переменной присваивается значение или математическое выражение. Например, присвоить переменной действительное значение 142500, используя мантиссу и порядок

```
>> x=1.425e5
```

```
x =
```

```
142500
```

Присвоить переменной комплексное значение $2 + j3$

```
>> x=2+j*3
```

```
x =
```

```
2.0000 + 3.0000i
```

или

```
>> x=2+3j
```

```
x =
```

```
2.0000 + 3.0000i
```

При редактировании команд удобно использовать клавиши клавиатуры «→», «←», «↑», «↓», обеспечивающие посимвольное перемещение курсора, а также клавиши **Home** и **End** для перемещения в начало или конец строки. Если после перемещения по рабочей области командного окна пропала командная строка с мигающим курсором >>, то следует нажать **Enter**.

Если команду завершить символом в виде точки с запятой «;», то соответствующая операция выполняется, но её результат не выводится в окно.

При введении оператора функции непосредственно после имени оператора необходимо указать в круглых скобках аргумент функции (операнд), например,

```
>> x=5.024;
```

```
>> y=(2-x)/(3+2*sin(x))
```

```
y =
```

```
-2.7583
```

Если результату выполнения операции не присвоено имя, то MATLAB автоматически присваивает ему имя **ans** (сокращение от **answer** — ответ).

Вычислим предыдущее выражение, не присваивая ему имя,

```
>> x=5.024;
>> (2-x)/(3+2*sin(x))
ans =
-2.7583
```

Переменная с именем **ans** может быть использована в последующих расчётах, но следует иметь в виду, что, после выполнения очередного оператора без присвоения имени, значение этой переменной изменится.

Для ввода в выражение числа «**e**» (основание натурального логарифма) его можно записать в виде «**exp(1)**», что тождественно **e**¹.

Вводимое выражение можно разбить на строки, используя многоточие «...» (из 3 и более точек, обрамленное пустыми интервалами), после чего следует нажать клавишу **Enter** и продолжить ввод выражения на следующей строке, например,

```
>> x=1+2+3 ...
-8*2+7
x =
-3.
```

1.5. Порядок выполнения работы

1.5.1. Выполнить следующие задания:

— при $x = 0,5$ вычислить значение арифметического выражения

$$e^{\sin^2(x)} + \sqrt{\frac{1 + \log_3 |\cos(x)|}{x^5 + e^{-x}}};$$

— при $x = \pi + e$ вычислить значение арифметического выражения

$$\cos^\pi(3^{x^2} \cos^3(1+x)) + \log_3(\cos^2 x + 1,5 \ln 3)^{\frac{1}{3}};$$

— вычислить значение логического выражения

$$(\sin(x) > e^x \text{ И } \sqrt{x^2 + \cos^2(x)} \leq 3) \text{ ИЛИ } x \neq (5 + x^2 \cos(x))^{\frac{1}{3}};$$

1.5.2. В соответствии вариантом, выданным преподавателем, выполнить задания, номера которых указаны в таблице 1.4, Содержание заданий представлено в таблице 1.5.

Таблица 1.4 — Варианты и номера заданий по лабораторной работе № 1

Номер варианта	Номера заданий
1	1, 7, 16, 22
2	2, 8, 17, 23
3	3, 9, 18, 24
4	1, 4, 10, 19,
5	5, 11, 20, 2
6	3, 6, 12, 21
7	4, 7, 13, 22,
8	5, 8, 14, 23
9	6, 9, 24, 15
10	1, 7, 10, 16
11	2, 8, 11, 17
12	3, 9, 12, 18
13	4, 10, 13, 19
14	5, 11, 14, 20
15	6, 12, 15, 21

Таблица 1.5 — Задания по вычислению математических выражений

№ п/п	Выражение	Значения переменных
1	$e^{\pi+1} + \sqrt{\cos^3 x \cdot \log_4(x^{3/2} + \sin(x^2))}$	$x = 0,24$
2	$\frac{a+b}{2a-b} (a+c^2) \cdot \sin(x)$	$a = 1,5, b = 0,77,$ $c = -2,37, x = \pi/6$
3	$\left(3\sin(x) + 4\cos^2 \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} \right)^2$	$x = \frac{e}{2}$
4	$\frac{a-b}{c + \frac{a}{c + \frac{b}{c-b}}}$	$a = 2,5, b = 1,25,$ $c = -4,12$

Продолжение таблицы 1.5

№ п/п	Выражение	Значения переменных
5	$3\sin(x)^2 + x^4 \cdot \left(1 + \frac{x - \frac{a}{x}}{x + \frac{a}{x}}\right) \cdot \operatorname{tg}\sqrt{x} - 1$	$x = \frac{\pi}{3}, a = 5,2$
6	$e^{-x^2 + \frac{1}{x}} - 3\sin\frac{\pi}{4}x + 7^{\exp(x-5)}$	$x = \frac{\pi}{4}$
7	$\sin^2 x-1 + \frac{1}{\operatorname{tg}(x)} \cdot \left[\cos\frac{x}{2} - \frac{x^2 + \sin^4 x}{\sqrt{ x-1 }} + \frac{3x^4 - 2}{\pi \cdot y^2}\right]$	$y = 2.14, x = 1,6453$
8	$\frac{ x^2 - 1 }{x+1} + 3,6 \cdot [x - (1 + \sin(x))^2 + 1 + \cos^2 x]$	$x = 0,845$
9	$\frac{\sin(x+y) \cdot \sqrt{\frac{x}{x^2-3}} + e^{\sqrt{\sin x}}}{\cos(x-y)}$	$x = \frac{e}{3}, x = 2,14$
10	$\frac{3\sqrt{1 + \sqrt{1+x} \cdot \left \frac{x-1}{x-2}\right }}{x-3}$	$x = \frac{\pi}{8}$
11	$\frac{23,1 \cdot 3\sqrt[3]{3\pi - \frac{\ln(54)}{16}}}{5 - \pi^4}$	
12	$e^{\sqrt{\frac{22-12,7}{44,8}}} - e^{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^6 - 2\right]}$	
13	$\frac{\sqrt{(a^2 + b^2)^3} + \sqrt{c^3 + \log(d)}}{\left(\frac{c-3d}{a-1}\right)^{-2} + 2^a + (c+d)^b} + \frac{c^{-0,01d}}{a^b}$	$a = 8,77, b = 7,66$ $c = 38,25, d = 101,87$
14	$\operatorname{tg}(a+b)^2 - \sqrt[3]{a+1,5} + ab^5 - \frac{b}{\ln(a^2)}$	$a = 1,21, b = 0,371$
15	$\cos^4\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sqrt[5]{a+1,5} + ab^8 - \frac{b}{\ln a ^2}$	$a = -3,45, b = 349,1$

Продолжение таблицы 1.5

№ п/п	Выражение	Значения переменных
16	$\operatorname{arctg}(x^2) - \sqrt{x+1,43^2} + \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2a}\right)}{ x - \sqrt[5]{a} }$	$x = 0,24, a = 5,8$
17	$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{6} - 1\right)^2 + \sqrt[4]{3+x^2} - \ln^2(x^2 - 1)}{\arcsin \frac{x}{2} - 2,381 \cdot 10^{-1}}$	$x = 1,6453$
18	$\arccos(x^2) - a\sqrt{x} + \frac{\sin^3 \frac{\pi}{2+a}}{\ln(2x)}$	$x = 0,093, a = 0,94$
19	$\frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{2} + 1\right) + x^4 \cdot \sqrt[3]{2+x^2} - \operatorname{tg}(x^2 - 1)}{\operatorname{ctg} \frac{x}{2} - \ln 17,56}$	$x = 1,5$
20	$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{8} - 1\right)^2 + \sqrt[3]{3+x^2}}{\operatorname{arctg} \frac{x}{2} - 5,236 \cdot 10^{-2}} + \ln 3,12 - x $	$x = 0,75$
21	$\frac{1}{\operatorname{tg}^4\left(\frac{\pi}{4} - 1\right)} + \sqrt[3]{a+1,5} + (a-b)^2 - \frac{b}{\arcsin a ^2}$	$x = 0,3, b = -21,17$
22	$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{8} - f\right)^2 + \sqrt[4]{3+x^2}}{2}$	$x = 2,57 \cdot 10^2,$ $f = 0,873$
23	$-\sqrt{xa^3} + \ln\left \frac{a-1,12x}{4}\right $	$x = 0,9, a = 23,55$
24	$\frac{x^2 \sin(e^2 - \pi) + \log_5(a - x)}{a\sqrt{\ln x } + \operatorname{arctg}^3(2ax)}$	$x = -3,1, a = 1,45$

1.6. Вопросы для самоконтроля

1.6.1. Что представляет собой оператор MATLAB?

1.6.2. Поясните, как в MATLAB вычислить логарифм числа по любому основанию.

1.6.3. Какие формы представления чисел используются в MATLAB?

1.6.4. Каким символом обозначается в MATLAB мнимая единица?

1.6.5. Как записывается в MATLAB комплексное число?

1.6.6. Назовите константы, используемые в MATLAB.

1.6.7. Перечислите операторы отношения, используемые в MATLAB.

1.6.8. Какие логические операторы используются в MATLAB?

1.6.9. Каков приоритет выполнения операций в MATLAB?

1.6.10. Различает ли MATLAB заглавные и прописные буквы в написании имен переменных?

1.6.11. С помощью какого символа можно в MATLAB запретить вывод результата выполнения команды на экран?

1.6.12. Как в MATLAB присваиваются значения переменной с именем **ans**?

Лабораторная работа № 2

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ В MATLAB

2.1. Цель работы

Целью работы является изучение графических операторов MATLAB и приобретение практических навыков построения графиков функций в различных системах координат.

2.2. Операторы MATLAB, используемые для построения графиков

Основным оператором, используемым для построения графиков в MATLAB является оператор **plot** и ее модификации.

Типичный вариант ввода в окно **Command Window** команды построения графика функции $y = f(x)$ имеет вид

```
>> plot(x,y),
```

где x и y — массивы чисел, соответствующие значениям абсциссы и ординаты точек графика.

Вычерчивание осей, выбор масштабов и построение графика производится автоматически.

Для построения на рисунке координатной сетки, используется оператор **grid**. Название графика вводятся с помощью оператора **title**, а названия величин, откладываемых по оси абсцисс и оси ординат, — с помощью операторов **xlabel** и **ylabel**.

Любое название, вводится после соответствующего оператора в одиночных кавычках, обрамлённых круглыми скобками, например, название графика «Ток I, A» задаётся командой

```
>> title ('Ток I, A')
```

Для построения нескольких графиков в одной и той же системе координат необходимо после оператора **plot** последовательно ввести в скобках столько пар аргументов и функций, сколько графиков необходимо построить, например,

```
>> plot(x1, y1, x2, y2, ..., xn, yn)
```

где $x1, y1, x2, y2 \dots xn, yn$ — пары массивов аргументов и функций, каждой из которых соответствует свой график.

Задание произвольного массива числовых значений некоторой переменной осуществляется путем последовательного ввода чисел через запятую или через интервал, например, набирая в строку данные $z = 3.9 \ 0.47 \ -2 \ 8 \ 5.1 \ -6$, получаем одномерный массив (вектор-строку) z из шести элементов.

Формирование массива переменной в диапазоне от минимального значения $x1$ до максимального $x2$ с шагом Δx выполняется путём последовательного ввода указанных значений через двоеточие, например, $x=x1:\Delta x:x2$. Если шаг не указан, то по умолчанию он устанавливается равным 1. Например, команда $x=0:10$ задает 11 целых чисел от 0 до 10 с шагом 1, а команда $x=0:0.1:10$ задает 101 число от 0 до 10 с шагом 0,1.

Например, построение в одной системе координат графиков двух функций $x = e^{-0,2t} \sin t$ и $y = e^{-0,2t} \cos t$ при изменении аргумента t от 0 до 10 с шагом 0,1 выполняется путём ввода следующих команд:

```
>> t=0:0.1:10;
>> x=exp(-0.2*t).*sin(t);
>> y=exp(-0.2*t).*cos(t);
>> plot(t,x,t,y);
>> grid;
>> title('Затухающие колебания');
>> xlabel('Время t')
>> ylabel('Функции x и y')
```

Использование точки перед знаком умножения «.*» при вычислении переменных x , y указывает на поэлементное перемножение массивов численных значений функций.

Результат построения графиков в виде непрерывных линий показан на рис. 2.1, а. Для получения прерывистых (точечных) графиков в команду добавляют в одиночных кавычках символ, используемый для изображения точки на графике. Например, если в выше приведённом примере команду **plot(t,x,t,y)** заменить командой **plot(t,x,'*',t,y,'x')**, то графики будут иметь вид, показанный на рис. 2.1, б.

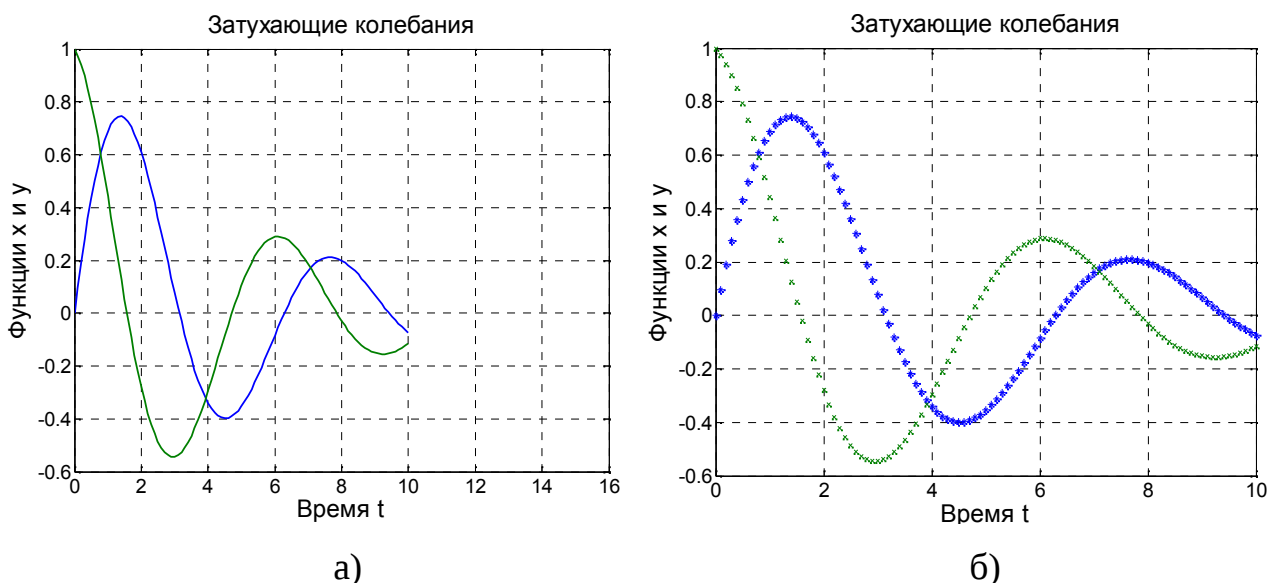


Рис. 2.1 – Двухмерные графики функций

Цвет графика задаётся буквенным символом, например, команда **plot(t,y,'g')** соответствует построению точечного графиков зелёного цвета. Сведения о типах линий и их цвете можно найти в MATLAB, набрав команду **help plot**.

Построение графика параметрической функции на плоскости с координатами x и y , каждая из которых является функцией параметра t , выполняется с помощью команд:

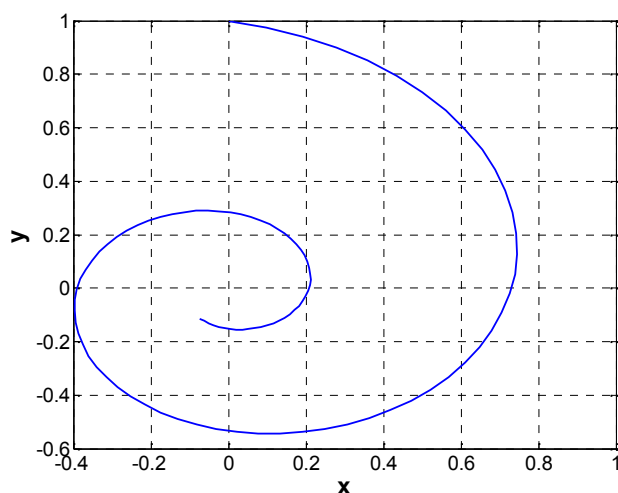
```
>> t=0:0.1:10;
>> x=exp(-0.2*t).*sin(t);
```

```
>> y=exp(-0.2*t).*cos(t);
>> plot(x,y);
>> grid;
>> xlabel('x');
>> ylabel('y')
```

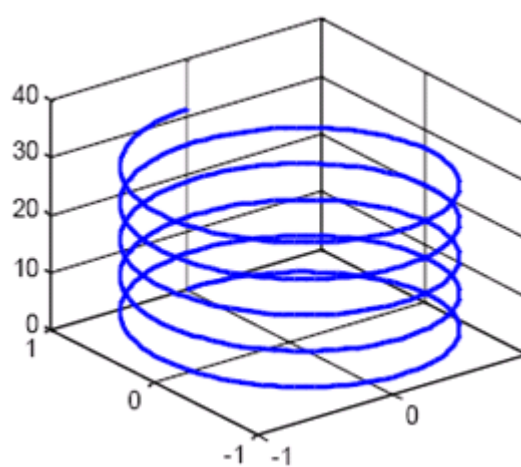
Результат построения параметрической функции показан на рис. 2.2, а.

Программа MATLAB позволяет построить график в трехмерном пространстве с помощью команды **plot3**. Например, график винтовой линии (рис. 2.2, б), заданной уравнениями $x = \sin t$, $y = \cos t$, $z = t$ при изменении t от 0,02 до 100 с шагом 0,02, может быть построен с помощью команд:

```
>> t = 0:pi/50:10*pi;
>> plot3(sin(t),cos(t),t), grid
```



а)



б)

Рис. 2.2 – Графики параметрической (а) и трёхмерной (б) функций

Для построения графика функции в полярной системе координат используются оператор **polar**. Например, построение графика функций $\sin 5t$ в полярной системе координат при изменении параметра t от 0 до 2π с шагом $\pi/50$ осуществляется с помощью следующих команд:

```
» t=0:pi/50:2*pi;
» polar(t,sin(5*t))
```

Каждая точка графика (рис. 2.3, а) соответствует положению конца вектора длиной $|r| = |\sin 5t|$, исходящего из начала координат и повернутого на угол $5t$, который изменяется от 0 до 10π радиан, что соответствует пяти оборотам вокруг начала координат. В результате, получаем спираль из пяти витков.

Для изображения поверхностей в трехмерном пространстве используются операторы: **mesh**, **meshgrid** и **surf**.

Команда **mesh(z)** используется для построения в трехмерном пространстве поверхности, заданной в виде функции $z = f(x,y)$, а также для визуализации больших матриц. Оператор **meshgrid** задаёт координатную сетку в заданной области опорной плоскости (x, y) для построения трехмерной поверхности.

Например, график поверхности функция $z = xe^{-(x^2+y^2)}$ в области изменения переменных $0 < x < 1,9$ и $-2 < y < 1,9$ может быть построен с помощью команд:

```
>> [x,y] = meshgrid(0:1:1.9, -2:1:1.9);
>> z = x.*exp(-x.^2-y.^2);
>> mesh(z)
```

Результат построения показан на рис. 2.3, б.

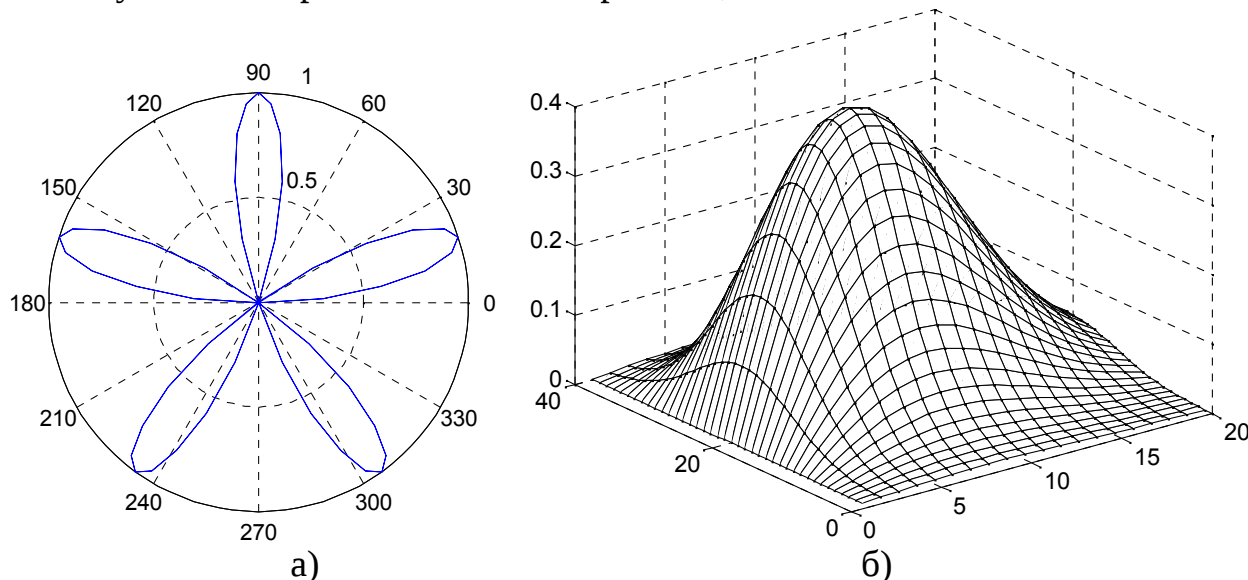


Рис. 2.3 – Графики функции $\sin 5t$ (а) в полярной системе и функции двух переменных в трёхмерной системе координат

Для построения двух и более графиков в одной и тоже полярной системе координат необходимо после ввода команды для построения первого графика ввести команду **hold** (удержать), после чего ввести команду для построения второго графика. В результате, второй график будет наложен на первый. При этом первым следует строить график, который занимает наибольший диапазон изменения длины вектора. В противном случае этот график не будет виден.

Для построения контурных линий равного уровня, соответствующих срезу трёхмерной поверхности, в MATLAB используется оператор **contour**, а для построения самих поверхностей — оператор **surf**.

Построение контурных линий функции двух переменных с использованием оператора **contour** может быть выполнено с помощью следующих команд:

```
>> A1=7; a1=2; A2=1; a2=13; b=3;
>> [Y1,X1]=meshgrid(1:1:1.5*pi/a1,-pi:1:0);
>> f1=A1.*sin(a1*pi.*X1).*cos(b*pi.*Y1);
>> contour(X1,Y1,f1);
>> xlabel('X1');
>> ylabel('Y1')
```

Результат построения поверхности показан на рис. 2.4, б.

Пример построения поверхности функции двух переменных с использованием оператора **surf** реализуется путём ввода следующих команд:

```
>> [X,Y]=meshgrid(-8:.5:8);
>> R=sqrt(X.^2+Y.^2)+eps;
>> Z=sin(R)./R;
>> surf(Z);
>> xlabel('X');
>> ylabel('Y');
>> zlabel('Z')
```

Результат построения поверхности показан на рис. 2.4, б. Использование оператора **eps**, который ограничивает число знаков мантиссы, позволяет избежать затруднений в вычислении значения выражения $Z=\sin(R)/R$ при $R=0$.

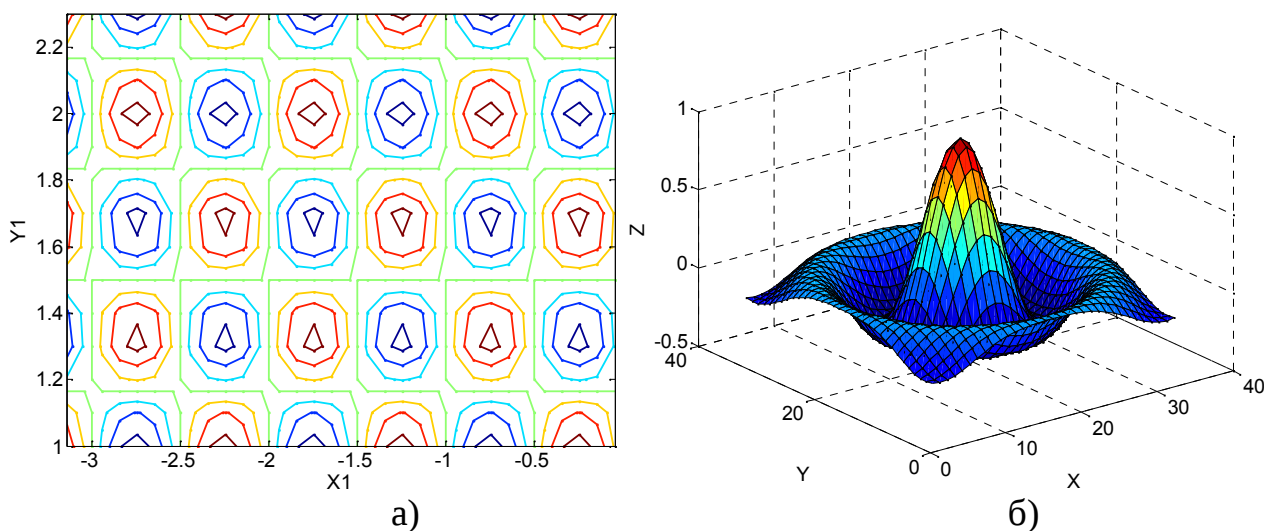


Рис. 2.4 – Контурные линии (а) и поверхность (б) трёхмерной функции

Функции округления числа:

- функция $Y = \text{ceil}(X)$ возвращает значение X к ближайшему целому, которое больше X ;
- функция $Y = \text{floor}(X)$ возвращает значение X к ближайшему целому, которое меньше X ;
- функция $Y = \text{fix}(X)$ отсекает дробную часть числа X ;
- функция $Y = \text{round}(X)$ возвращает значение X к ближайшему целому с учётом условия — дробная часть числа больше или меньше 0,5.

Примеры применения функций округления к одномерным массивам действительных чисел $x = [-1,9 \ -0,2 \ 3,4 \ 5,6 \ 7]$:

<code>ceil(x)</code>	<code>ans = -1 0 4 6 7</code>	<code>fix(x)</code>	<code>ans = -1 0 3 5 7</code>
<code>floor(x)</code>	<code>ans = -2 -1 3 5 7</code>	<code>round(x)</code>	<code>ans = -2 0 3 6 7</code>

2.3. Порядок выполнения работы

В соответствии вариантом, выданным преподавателем, выполнить задания, номера которых указаны в таблице 2.1, а содержание представлено в таблицах 2.2 — 2.4.

Таблица 2.1 — Варианты и номера заданий по лабораторной работе № 2

Вариант	Номера заданий		
	График в декартовой системе координат	Параметрические графики	График в полярной системе координат
1	1	1, 17	1
2	2	2, 16	2
3	3	3, 15	3
4	4	4, 14	4
5	5	5, 13	5
6	6	6, 12	6
7	7	7, 11	7
8	8	8, 10	8
9	9	1, 9,	9
10	10	2, 10	10
11	11	3, 11	1
12	1	4, 12	2
13	2	5, 13	3
14	3	6, 14	4
15	4	7, 15	5

Таблица 2.2 — Задания по построению графика функции в декартовой системе координат

№ п/п	Функции	Область переменной x
1	$y = -\frac{x}{2} - 1, y = 2x + 3, y = 4x - 3$	$x \in [-4, 4]$
2	$y = 2x^2 - 8x + 5, y = -x^2 + 4, y = 4x^2 - 4x - 5$	$x \in [-4, 5]$
3	$y = 1 + \frac{3}{x}, y = 1 - \frac{2}{x-1}, y = 5 + \frac{3}{4x}$	$x \in [-3, 3]$
4	$y = \sin x, y = \cos x, y = \operatorname{tg} x$	$x \in [-6, 6]$
5	$y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \operatorname{arctg} x$	$x \in [-2, 2]$
6	$y = \ln x, y = \log_2 x, y = \lg x$	$x \in [-0,1, 5]$
7	$y = \operatorname{sh} x, y = \operatorname{ch} x, y = \operatorname{th} x$	$x \in [-2, 2]$
8	Функция округления <i>fix</i>	$x \in [-4, 4]$
9	Функция округления <i>floor</i>	$x \in [-4, 4]$
10	Функция округления <i>ceil</i>	$x \in [-4, 4]$
11	Функция округления <i>round</i>	$x \in [-4, 4]$

Таблица 2.3 — Задания по построению графика параметрической функции

№ п/п	Параметрическая функция	Область параметра t
1	$x = \sin(t), \quad y = \cos(t)$	$t \in [0; 2\pi]$
2	$x = t \sin(t), \quad y = t \cos(t)$	$t \in [0; 5\pi]$
3	$x = 2 \cos(t) + \cos(2t), \quad y = 2 \sin(t) - \sin(2t)$	$t \in [0; 2\pi]$
4	$x = 2 \sin^3(t), \quad y = 2 \cos^3(t)$	$t \in [0; 2\pi]$
5	$x = 20 \left(\cos(t) + \frac{\cos(5t)}{5} \right), \quad y = 20 \left(\sin(t) - \frac{\sin(5t)}{5} \right)$	$t \in [0; 2\pi]$
6	$x = 4,4 \left(\cos(t) + \frac{\cos(1,1t)}{1,1} \right), \quad y = 20 \left(\sin(t) - \frac{\sin(5t)}{5} \right)$	$t \in [0; 20\pi]$
7	$x = 4,4 \left(\cos(t) + \frac{\cos(1,1t)}{1,1} \right), \quad y = 4,4 \left(\sin(t) - \frac{\sin(1,1t)}{1,1} \right)$	$t \in [0; 10\pi]$
8	$x = (1 + \cos(t)) \cos(t), \quad y = (1 + \cos(t)) \sin(t)$	$t \in [0; 2\pi]$
9	$x = 6 \cos(t) - 4 \cos^3(t), \quad y = 4 \sin^3(t)$	$t \in [0; 2\pi]$
10	$x = 8 \left(\cos(t) - \frac{\cos(4t)}{4} \right), \quad y = 8 \left(\sin(t) - \frac{\sin(4t)}{4} \right)$	$t \in [0; 2\pi]$
11	$x = 6,2 \left(\cos(t) - \frac{\cos(3,1t)}{3,1} \right),$ $y = 6,2 \left(\sin(t) - \frac{\sin(3,1t)}{3,1} \right)$	$t \in [0; 20\pi]$
12	$x = 13 \left(\cos(t) - \frac{\cos(6,5t)}{6,5} \right), \quad y = 13 \left(\sin(t) - \frac{\sin(6,5t)}{6,5} \right)$	$t \in [0; 4\pi]$
13	$x = \sin(t) \left(e^{\cos(t)} - 2 \cos(4t) + \sin^5 \left(\frac{1}{12} t \right) \right)$ $y = \cos(t) \left(e^{\cos(t)} - 2 \cos(4t) + \sin^5 \left(\frac{1}{12} t \right) \right)$	$t \in [0; 2\pi]$
14	$x(t) = \sin \left(t + \frac{\pi}{2} \right), \quad y(t) = \sin(2t)$	$t \in [0; 2\pi]$
15	$x(t) = \sin \left(3t + \frac{\pi}{2} \right), \quad y(t) = \sin(2t)$	$t \in [0; 2\pi]$
16	$x(t) = \sin \left(5t + \frac{\pi}{2} \right), \quad y(t) = \sin(6t)$	$t \in [0; 2\pi]$
17	$x(t) = 16 \sin^3(t)$ $y(t) = 13 \cos(t) - 5 \cos(2t) - 2 \cos(3t) - \cos(4t)$	$t \in [0; 2\pi]$

Таблица 2.4 — Задания по построению графика функции в полярной системе координат

№ п/п	Функция модуля r радиуса вектора	Область угла t поворота вектора
1	$r(t) = 1, r(t) = 2,$	$t \in [0; 2\pi]$
2	$r(t) = 2t$	$t \in [0; 8\pi]$
3	$r(t) = 1 - \sin(t)$	$t \in [0; 2\pi]$
4	$r(t) = 2 - 4 \sin(t)$	$t \in [0; 2\pi]$
5	$r(t) = \frac{1}{1 - \cos(t)}$	$t \in [0; 2\pi]$
6	$r(t) = \sin(6t)$	$t \in [0; 2\pi]$
7	$r(t) = \sin\left(\frac{7}{4}t\right), \quad t \in [0; 8\pi]$	$t \in [0; 8\pi]$
8	$r(t) = \sin\left(\frac{3}{4}t\right)$	$t \in [0; 8\pi]$
9	$r(t) = e^{\sin(t)} - 2 \cos(4t) + \sin^5\left(\frac{2t - \pi}{24}\right)$	$t \in [-8\pi; 8\pi]$
10	$r(t) = 2 - 2 \sin(t) + \sin(t) \frac{\sqrt{ \cos(t) }}{\sin(t) + 1,4}$	$t \in [0, 2\pi]$
11	$r(t) = 2 \cos t - 2 \sin^2 \pi t + \exp\left(-\frac{t}{2\pi}\right)$	$t \in [0, 2\pi]$

2.4. Вопросы для самоконтроля

2.4.1. Какие типы графиков можно построить в MATLAB?

2.4.2. Какой оператор MATLAB используется для построения графика в прямоугольной системе координат, и какие аргументы при этом используются?

2.4.3. С помощью какой команды можно в MATLAB построить на рисунке координатную сетку?

2.4.4. С помощью каких операторов в MATLAB можно ввести в рисунок названия графика и осей координат?

2.4.5. Как в MATLAB задать цвет графика?

2.4.6. Как, используя оператор **plot**, построить нескольких графиков в одной и той же системе координат?

2.4.7. Как в MATLAB построить график параметрической функции?

2.4.8. Какой оператор используется в MATLAB для построения графика функции в полярной системе координат, и какие аргументы при этом используются?

2.4.9. Как построить два и более графиков в одной и тоже системе координат, независимо от её вида?

2.4.10. Как построить линии равного уровня функции двух переменных в прямоугольной системе координат?

2.4.11. Как построить в трехмерном пространстве поверхность, заданную в виде функции двух переменных $z = f(x, y)$?

2.4.12. Какие операторы используются в MATLAB для округления значения чисел?

Лабораторная работа № 3

МАТРИЧНЫЕ ОПЕРАЦИИ В MATLAB

3.1. Цель работы

Целью работы является изучение операций с матрицами в MATLAB и приобретение практических навыков их выполнения.

3.2. Операции с матрицами в MATLAB

Задание матрицы в MATLAB осуществляется путем последовательного ввода её элементов в квадратные скобки. Матрица строка задается путем последовательного ввода элементов строки через запятую или пробел, например, $y = [-3, 4, 2]$ или $y = [-3 \ 4 \ 2]$, а матрица столбец — путём ввода элементов столбца через точку с запятой, например, $b = [-3; 4; 2]$. Матрица, состоящая из одной строки, называется вектор-строкой, а матрица, состоящая из одного столбца, — вектор-столбцом. Такие матрицы часто называют просто вектором.

Сложная матрица задается путем последовательного ввода строк разделённых точкой с запятой, например, матрица, состоящая из трёх строк и двух столбцов (размерностью 2×3), задается следующим образом:

```
>> x=[2.5, 0.2; 1.4,-20; 0.8, 3]
```

```
x =
```

```
2.5000  0.2000  
1.4000 -20.0000  
0.8000  3.0000
```

Для выделения элемента матрицы необходимо после её имени последовательно ввести в круглых скобках через запятую индексы, первый из которых является номером строки, а второй — номером столбца, соответствующих расположению выделяемого элемента.

Например, пусть задана матрица размерностью (4×3) :

```
>> A=[1, 2, 3, 4; 5, 6, 7, 8; -1, -2, -3, -4]
```

```
A =
```

```
1   2   3   4  
5   6   7   8  
-1  -2  -3  -4
```

Выделение элемента, расположенного в третьей строке четвёртого столбца, выполняется с помощью команды:

```
>> B=A(3,4)
```

```
B =
```

```
-4
```

Для выделения строки матрицы следует ввести её номер, а номер столбца заменить двоеточием, например, выделим вторую строку матрицы A

```
>> C= A(2,:)
```

```
C =
```

```
5   6   7   8
```

Для выделения столбца следует номера строки заменить двоеточием и указать только номер столбца, например, выделим третий столбец матрицы A

```
>> D= A(:,3)
D =
    3
    7
   -3
```

Для выделения группы элементов матрицы необходимо сначала ввести через двоеточие номера строк, соответствующих расположению элементов, а затем — номера столбцов. Например, выделим в матрице A элементы, расположенные с первой строки по третью и со второго столбца по четвёртый:

```
>> F=A(1:3,2:4)
F =
    2    3    4
    6    7    8
   -2   -3   -4
```

Главная диагональ квадратной матрицы A размером $(n \times n)$ — массив элементов $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$, расположенных вдоль линии, проведённой из верхнего левого угла в нижний правый угол, а побочная диагональ — массив элементов $a_{1n}, a_{2(n-1)}, \dots, a_{n1}$, расположенных вдоль линии, проведённой из верхнего правого угла в нижний левый угол.

Для преобразования главной диагонали матрицы в вектор-столбец служит оператор **diag**, например, преобразуем главную диагональ предыдущей матрицы F в вектор-столбец:

```
>> B=diag(F)
B =
    2
    7
   -4
```

Квадратная матрица, у которой элементы вне главной диагонали равны нулю, называется диагональной. Для преобразования вектора-строки или вектора-столбца в диагональную матрицу служит оператор **diag**, например, преобразуем вектор-строку $y=[3,-5,8]$ в диагональную матрицу:

```
>> C=diag(y)
C =
    3    0    0
    0   -5    0
    0    0    8
```

Перестановка столбцов матрицы A симметрично относительно вертикальной оси выполняется с помощью команды **fliplr(A)**. Перестановка строк относительно горизонтальной оси выполняется с помощью команды **flipud(A)**. При этом, если матрица A имеет нечетное число столбцов (строк), то положение среднего столбца (строки) не изменяется.

Для преобразования побочной диагонали матрицы **A** в вектор-столбец сначала необходимо матрицу повернуть относительно вертикальной оси с помощью команды **fliplr(A)**, а затем преобразовать в вектор столбец с помощью команды **diag(fliplr(A))**.

Нулевой матрицей называется квадратная матрица, все элементы которой равны нулю. Такая матрица создается с помощью оператора **zeros**, например, создадим нулевую квадратную матрицу размером (2x2):

```
>> D=zeros(2)
D =
    0    0
    0    0
```

Команда **C = zeros(1,4)** задаёт матрицу в виде строки, состоящей из четырёх нулей, а команда **D = zeros(4,1)** — в виде столбца из четырёх нулей.

Команды с оператором **ones** предназначена для создания матриц, элементы которых равны единице, например, создадим квадратную матрицу размером (2x2), состоящую из единиц:

```
>> L=ones(2)
L =
    1    1
    1    1
```

Единичной матрицей называется квадратная матрица, у которой элементы главной диагонали равны единице, а остальные элементы равны нулю. Для создания такой матрицы используется оператор **eye**. Единичной матрице обычно присваивают имя **I**. Например, создадим единичную матрицу размером (3x3):

```
>> I=eye(3)
I =
    1    0    0
    0    1    0
    0    0    1
```

Команда **eye(size(A))** создает фрагмент единичной матрица, размер которой равен размеру матрицы **A**, например, создадим единичную матрицу, которая по размеру соответствует матрице **A=[1,2,3;4,5,6]**:

```
>> B=eye(size(A))
B =
    1    0    0
    0    1    0
```

Такой же фрагмент единичной матрицы можно задать с помощью команды **G=eye(2,3)**.

При выполнении алгебраических вычислений используются специальные квадратные матрицы размером (**n**x**n**): магическая матрица (магический квадрат), которая задается командой **magic(n)**, матрица Паскаля — **pascal(n)**, матрица Гильберта — **hilb(n)** и др.

Основными операциями с матрицами являются: сложение, вычитание, умножение, возведение в степень, которые выполняются с помощью операторов, используемых в арифметических вычислениях: **+**, **-**, *****, **^** (см. таблицу 1.1).

Сложение и вычитание матриц возможно только в случае, когда эти матрицы имеют одинаковый размер, например, сложив матрицы A и B , получим матрицу $C = A + B$.

При умножении матриц различают умножение матричное и поэлементное. Матричное умножение матриц A и B задается командой $C=A*B$ и возможно только в случае, если число столбцов матрицы A (первого множителя), равно числу строк матрицы B (второго множителя). Поэлементное умножение задается командой, содержащей точку перед символом умножения и возможно только в случае, когда матрицы имеют одинаковый размер. Например, поэлементное произведение матриц $A=[4,6;1,2]$ и $B=[2,1;0.5,4]$ задается командой

```
>> C=A.*B
C =
    8.0000    6.0000
    0.5000    8.0000
```

Аналогичным образом для одномерных матриц задаются поэлементное деление с помощью оператора «./» и поэлементное возведение в степень с помощью оператора «.^».

Поэлементно можно вычислять выражения, в которых переменные являются матрицами, например, вычислим поэлементно выражение $a^b c$, где $a = [-0,8 \ 1,56]$, $b = [-0,629 \ 2,9]$, $c = [-0,65 \ -1]$ — матрицы:

```
>> [-0.8,1.56].^[-0.629,2.9].*[-0.65,-1]
ans =
    0.2949+0.6874i   -3.6313
```

Обращением матрицы A называется вычисление обратной матрицы, произведение которой на исходную матрицу равно единичной матрице. Обращение матрицы возможно, если она является квадратной и её определитель не равен нулю. Обращение выполняется с помощью команды $Y=\text{inv}(A)$ или $Y=(A^{-1})$. Обратная матрица используется для решения системы линейных алгебраических уравнений. В матричной форме такая система имеет вид $AX=B$, где A — квадратная матрица, составленная из коэффициентов левой части уравнений, X — вектор-столбец, составленный из переменных, B — вектор-столбец, составленный из значений правой части уравнений. Решение системы уравнений сводится к определению вектора-столбца X с помощью команд $X=\text{inv}(A)*B$ или $X=A \setminus B$, которые эквивалентны.

Например, решим систему трех уравнений с тремя неизвестным

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2; \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 2; \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$$

В данном случае матрицы A , B и X имеют вид:

$A=[1,1,1;2,2,1;1,2,2]$; $B=[2,2,5]$; $X=[X_1, X_2, X_3]$.

Решение системы уравнений может быть найдено с помощью одной из следующих команд:

```
>> X=inv(A)*B
```

```
X =
-1
1
2
```

или

```
>> X=A\V
X =
-1
1
2
```

В обоих случаях корни системы уравнений имеют одни и те же значения:
 $x_1 = -1$; $x_2 = 1$; $x_3 = 2$.

Обработка элементов матрицы выполняется с помощью операторов:

- **max** — определение максимального значения;
- **min** — определение минимального значения;
- **sort** — сортировка значений в порядке возрастания;
- **sum** — вычисление суммы значений;
- **prod** — вычисление произведения значений и др.

При применении операторов **max**, **min**, **sort**, **sum**, **prod** к матрицам, операции выполняются с элементами столбцов матрицы. Например, применив к матрице $Y = [1, 2, 6, 2; 8, -4, -3, 10; 5, 7, 3, 0]$ операторы **max** и **min**, получим:

```
>> A=max (Y)
A=
8 7 6 10
>> B= min (Y)
B=
1 -4 -3 0
```

Используя N матриц $A_1, A_2, \dots, A_N$, имеющих одинаковое число строк, можно составить матрицу большей размерности в виде строки из матриц с помощью команды $A = [A_1, A_2, \dots, A_N]$. Аналогичным образом можно из N матриц, имеющих одинаковое число столбцов, составить матрицу в виде столбца из матриц с помощью команды $A = [A_1; A_2; \dots; A_N]$.

3.3. Порядок выполнения работы

3.3.1. Выполнить следующие два задания:

- вычислить поэлементное произведение матриц: $A = [-0,8087, 15,662]$, $B = [-0,6239, 9,9682]$, $C = [-0,6567, 1,3533]$;
- вычислить матричное произведение матриц

$$\begin{bmatrix} \cos\left(\log_{\pi}(x) + \sin^4\left(x^{\frac{3}{2}}\right)\right) & 1 \\ \log_2(\cos^e(x)) & 31 + \sqrt{1 + \sin^2(x)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi^{x \cdot e} \\ \operatorname{tg}(x + 3) \end{bmatrix}.$$

3.3.2. В соответствии вариантом, выданным преподавателем, выполнить задания, номера которых указаны в таблице 3.1. Содержание заданий представлено в таблицах 3.2 — 3.4.

Таблица 3.1 — Варианты и номера заданий по лабораторной работе № 3

Вариант	Номера заданий		
	Операции с диагоналями матриц	Операции с частями матриц	Решение системы линейных уравнений матричным методом
1	6	1	5
2	7	2	6
3	3	3	7
4	4	4	8
5	5	5	1
6	6	6	2
7	7	7	3
8	8	8	4
9	9	9	5
10	1	5	6
11	2	6	7
12	3	7	8
13	4	8	9
14	5	9	1
15	6	1	2

Таблица 3.2 — Задания по выполнению операций с диагоналями квадратных матриц размером (6х6)

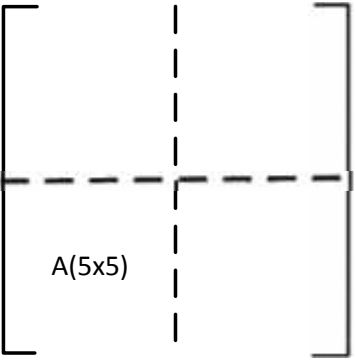
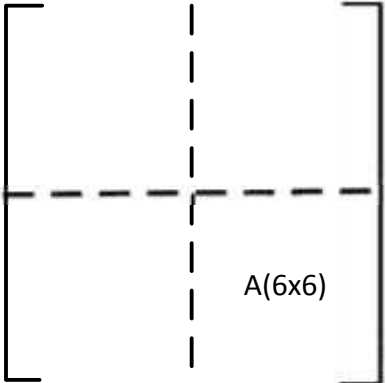
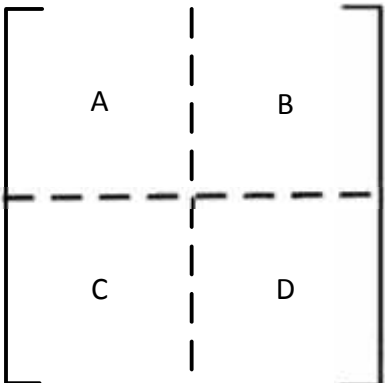
№ п/п	Задание
1	В матрице $\mathbf{I} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{P}^{-1}$ выполнить сортировку элементов главной и побочной диагоналей.
2	В матрице $\mathbf{M}$ поменять местами главную и побочную диагонали.
3	Поменять местами главные диагонали матриц $\mathbf{M}$ и $\mathbf{P}$.
4	Вычислить сумму элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{M}^2 + \mathbf{1}$.
5	Вычислить положения максимального и минимального элементов $\mathbf{M}$ и поменять их местами.
6	В матрице $\mathbf{M}$ расположить по главной диагонали числа: 5, 6, 0, 1, -3, 9.
7	Поменять местами главные диагонали матриц $\mathbf{M}$ и $\mathbf{P}$.
8	Поменять местами побочные диагонали матриц $\mathbf{M}$ и $\mathbf{P}$.
9	Найти сумму элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P}$.

Примечание. В таблице использованы следующие обозначения: $\mathbf{M}$ — магическая матрица, $\mathbf{P}$ — матрица Паскаля, $\mathbf{I}$ — единичная матрица.

Таблица 3.3 — Задания по операциям с частями матриц

№ п/п	Задание
1	Создать матрицу размером (8x8) путем объединения 4-х матриц размером (4x4): матрицы Magic, нулевой матрицы, матрицы Паскаля и матрицы, состоящей из единиц, расположив их в соответствии с рисунком.
2	В матрице Паскаля размером (10x10) выделить матрицы A и B и найти матрицу, определяемую выражением $A \cdot B^{-1}$.
3	В матрице Magic(11x11) выделить матрицу A размером (5x5) в центре и матрицу B размером (5x5) в правом нижнем углу исходной матрицы и найти матрицу, определяемую выражением $A \cdot B$.

Продолжение таблицы 3.3

№ п/п	Задание
4	В левом нижнем углу матрицы Magic(11x11) выделить матрицу A размером (5x5) и найти сумму всех элементов выделенной матрицы. 
5	В правом нижнем углу матрицы Magic размером (13x13) выделить матрицу A размером (6x6) и найти максимальный и минимальный элементы выделенной матрицы. 
6	В матрице Magic размером (10x10) выделить матрицы A, B, C, D размером (5x5) и найти матрицу, определяемую выражением $A \cdot D + B \cdot C^{-1}$. 

Продолжение таблицы 3.3

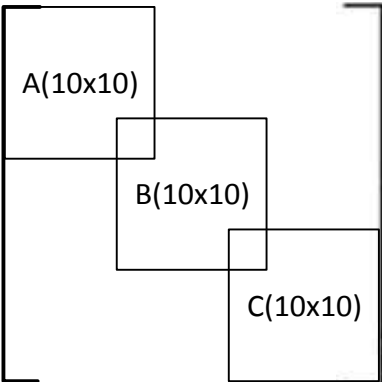
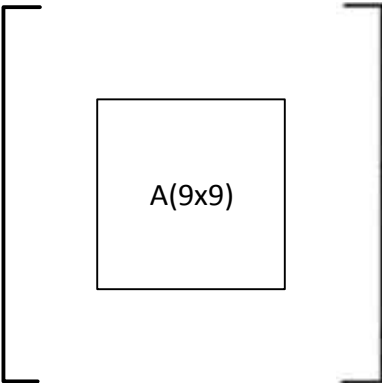
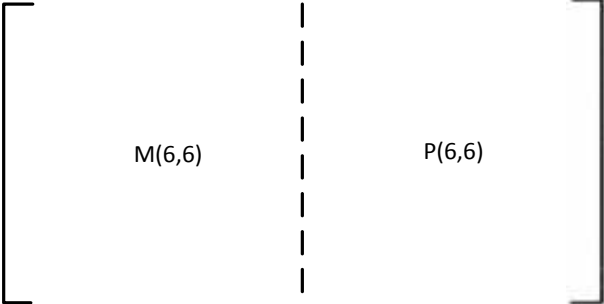
№ п/п	Задание
7	В матрице Magic размером (16x16) выделить матрицы A, B и C размером (10x10) и найти матрицу, определяемую выражением $A+B \cdot C$. 
8	В центре матрицы Magic (13x13) выделить матрицу A размером (9x9) и найти максимальный и минимальный элементы выделенной матрицы. 
9	Объединить матрицы Magic размером (6,6) и Pascal размером (6,6) в одну матрицу размером (6x12). 

Таблица 3.4 — Задания по решению системы линейных уравнений матричным методом

№ п/п	Система линейных уравнений
1	$3x_2 + x_1 + 9 = 0$ $5x_1 + 2x_3 = 0$ $6x_3 + 9x_1 + x_2 = 9$
2	$110x_1 + 21x_2 - 13x_3 = -3$ $61x_2 + 3x_1 = -6$ $12x_1 + x_3 + 18x_2 = 0$
3	$5 - 9x_1 + 6x_2 + 21 = 0$ $6x_1 + x_3 = 5$ $23 + 14x_1 + x_2 - x_3 = 9$
4	$17x_1 + 9x_2 + 15 + x_3 = 0$ $25x_3 + 21x_2 = -3$ $14x_1 + x_2 - x_3 = -9$
5	$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4$ $15x_3 + 21x_1 = -3$ $6 + 9x_3 + 8x_2 + x_1 = 9$
6	$15x_1 + x_2 + x_3 = -7$ $55x_3 + x_2 - 9x_1 = 5$ $16x_1 + 3x_2 = -3$
7	$25x_1 + x_2 + x_3 = 9$ $x_3 + 2x_1 = -117$ $36 + 14x_1 + 3x_3 = 2$
8	$22x_2 + x_3 + x_1 + 15 = 0$ $14 + 17x_1 + 25x_3 = 9$ $16x_1 + 22x_3 + 15x_2 = 14$
9	$55x_1 + x_3 + 17x_2 + 37 = 0$ $15x_2 + 16x_1 = x_3$ $25 = x_2 + x_3 + x_1$

3.4. Вопросы для самоконтроля

3.4.1. Как в MATLAB задать матрицу с помощью квадратных скобок?

3.4.2. Как в MATLAB выделить элемент матрицы с помощью круглых скобок?

3.4.3. Как в MATLAB выделить строку матрицы?

3.4.4. Как в MATLAB выделить массив элементов матрицы, образующих прямоугольную область?

3.4.5. С помощью какого оператора можно в MATLAB преобразовать главную диагональ матрицы в вектор-столбец?

3.4.6. С помощью какого оператора можно в MATLAB преобразовать вектор-строку или вектор-столбец в диагональную матрицу?

3.4.7. Как выполнить в MATLAB перестановку столбцов матрицы расположенных симметричных относительно вертикальной оси?

3.4.8. Как выполнить в MATLAB перестановку строк матрицы, расположенных симметричных относительно горизонтальной оси?

3.4.9. Как в MATLAB преобразовать побочную диагональ матрицы в вектор-столбец?

3.4.10. Какая матрица называется нулевой и с помощью какого оператора можно её создать в MATLAB?

3.4.11. Как создать в MATLAB матрицу, все элементы которой равны единице?

3.4.12. Какая матрица называется единичной и с помощью какого оператора можно её создать в MATLAB?

3.4.13. Чем отличаются матричное умножение матриц от поэлементного и как в MATLAB задаются эти два вида умножения?

3.4.14. Какой оператор используется в MATLAB для преобразования заданной матрицы в обратную ей матрицу?

3.4.15. С помощью какого оператора можно в MATLAB найти максимальный и минимальный элементы матрицы?

3.4.16. С помощью какого оператора можно в MATLAB решить систему алгебраических уравнений?

Лабораторная работа № 4

СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В MATLAB. ЧАСТЬ 1

4.1. Цель работы

Целью работы является изучение символьных способов дифференцирования, интегрирования и вычисления пределов.

4.2. Объявление символьных переменных и констант

Используя символьные переменные и константы можно составлять математические выражения и выполнять в общем виде различные вычисления: алгебраические преобразования, дифференцирование, интегрирование, определение пределов и пр.

Для объявления символьных переменных в MATLAB используется оператор **syms**, после которого вводятся через пробел переменные, например, объявим переменные x , b , c символьными

```
>> syms x b c
```

Для объявления символьных констант используется оператор **sym**, после которого вводятся в круглых скобках и одинарных кавычках константа. В качестве константы может быть использовано число или математическое выражение, например, $a = \text{sym}('pi')$ или $b = \text{sym}('3/\log 6 + 0.2 * \exp(5)')$.

Например, составим в символьном виде выражение $\pi x^3 + \frac{y 2 \operatorname{tg}(\pi/3)}{z^{2\sqrt{5}}}$

```
>> syms x y z;
>> a=sym('pi');
>> b=sym('2*tg(pi/3)');
>> c=sym('2*sqrt(5)');
>> f=a*x^3+y*b/z^c
f =
pi*x^3+2*y*tg(1/3*pi)/(z^(2*5^(1/2)))
```

Дифференцирование (вычисление производной) символьных выражений выполняется с помощью оператора **diff**, например, продифференцируем по переменной x выражение $x^5 + 4(x^3 - 2x)$

```
>> syms x;
>> B=diff(x^5+4*(x^3-2*x))
B =
5*x^4+12*x^2
```

Вычисление неопределённого и определённого интегралов от символьных выражений выполняется с помощью оператора **int**, например, вычислим в символьном виде неопределённый интеграл от функции $\sin^3(x)$

```
>> syms x;
>> int(sin(x)^3)
ans =
```

$$-1/3*\sin(x)^2*\cos(x)-2/3*\cos(x)$$

С помощью оператора **int** можно проверить правильность выполнения дифференцирования, поскольку команда интегрирования восстанавливает выражение, которое было до дифференцирования, с точностью до постоянной величины. Используя аналогичным образом оператора **diff** можно проверить правильность вычисления неопределённого интеграла.

Для вычисления определённого интеграла необходимо в команде интегрирования после интегрируемой функции ввести последовательно через запятую нижний, а затем верхний пределы интегрирования, например, вычислим определённый интеграл от функции $(x^2 - 2)/(x^3 - 1)$ на интервале $x \in [2, 5]$:

```
>> syms x;
>> int((x^2-2)/(x^3-1),2,5)
ans =
23/6-17/27*log(2)-17/27*log(7)+17/27*log(5)
>> double(ans)
ans =
3.1851
```

Оператор **double** преобразует элементы массива результата вычисления, который в последнем примере имеет имя **ans**, в число.

Для прямого вычисления предела функции используется оператор **limit**, после которого вводится непосредственно функция или её имя, а затем через запятую численное значение, к которому стремится переменная. Для вычисления одностороннего предела функции необходимо после численного значения, к которому стремится переменная, ввести через запятую в одинарных кавычках оператор **'left'** (слева) или **'right'** (справа), который определяют направление стремления переменной к предельному значению.

```
limit(f(x),x,x0,'right')
```

Например, вычислим предел функции $\sin(x)/x$ при стремлении x к нулю

```
>> syms x;
>> F=sin(x)/x;
>> A=limit(F, 0)
A =
1
```

Для обозначения бесконечности в MATLAB используется имя **inf**.

4.3. Порядок выполнения работы

В соответствии вариантом, выданным преподавателем, выполнить задания, номера которых указаны в таблице 4.1. Содержание заданий представлено в таблицах 4.2 — 4.4.

Таблица 4.1 — Варианты и номера заданий по лабораторной работе № 4

Вариант	Вычисление производной	Вычисление интеграла	Вычисление предела
1	1, 11, 7	6, 3, 12	4, 1, 10
2	2, 12, 8	7, 4, 13	5, 2, 14
3	3, 13, 9	8, 5, 14	6, 3, 12
4	4, 1, 10	9, 6, 1	7, 4, 13
5	5, 2, 11	10, 7, 2	8, 5, 1
6	6, 3, 12	11, 8, 3	9, 6, 2
7	7, 4, 13	12, 9, 4	1, 11, 7
8	8, 5, 14	13, 10, 5	2, 12, 8
9	9, 6, 2	14, 11, 6	3, 13, 10
10	10, 7, 3	1, 12, 7	12, 9, 5
11	11, 8, 4	2, 13, 8	13, 10, 6
12	12, 9, 5	3, 14, 9	10, 7, 3
13	13, 10, 6	4, 1, 10	11, 8, 4
14	14, 11, 8	5, 2, 11	14, 9, 12

Таблица 4.2 — Задания по вычислению производных от функции

№ п/п	Функции	№ п/п	Функции
1	$\arcsin(x), \quad x^2 e^x$	8	$\operatorname{ctg}(x), \quad \cos^2(x)$
2	$\arccos(x), \quad x^3 \operatorname{arctg}(x)$	9	$\sqrt{x}, \quad \sin(2x + 3)$
3	$\operatorname{arctg}(x), \quad x\sqrt{x}(3\ln(x) - 2)$	10	$a^x, \quad \operatorname{tg}(\ln(x))$
4	$\operatorname{arcctg}(x), \quad \frac{\arcsin(x)}{x}$	11	$\operatorname{cth}(x), \quad \sin^3\left(\frac{x}{3}\right)$
5	$\operatorname{sh}(x), \quad \frac{\sin(x) - \cos(x)}{\sin(x) + \cos(x)}$	12	$\log_a(x), \quad \ln(x^2 + 5)$
6	$\operatorname{ch}(x), \quad (2x^3 + 5)^4$	13	$\operatorname{tg}(x), \quad \ln\left(\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)\right)$
7	$\operatorname{tg}(x), \quad \operatorname{tg}^6(x)$	14	$\ln(2x), \quad \operatorname{th}(x)$

Таблица 4.3 — Задания по вычислению интегралов

№ п/п	Интеграл	№ п/п	Интеграл
1	$\int \frac{dx}{\sin^2(x)},$ $\int_0^1 \frac{dx}{1+x+x^3}$	8	$\int \frac{\cos(x)}{1-\cos(x)} dx,$ $\int_0^\pi (1+\sin^2(2x)) dx$
2	$\int \frac{x dx}{\sin^2(x)},$ $\int_0^1 \frac{dx}{1-x+x^3}$	9	$\int \frac{\sin(x)}{1-\sin^2(x)} dx,$ $\int_0^\pi (\sin^2(x)-1) dx$
3	$\int \frac{dx}{\sin^3(x)},$ $\int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$	10	$\int \frac{dx}{\cos^2(x)},$ $\int_0^\pi \sin^2(2x) dx$
4	$\int \frac{dx}{\sin^4(x)},$ $\int_0^\infty \left(\frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x} \right) \frac{dx}{x}$	11	$\int x^2 \sin(x) dx,$ $\int_0^{2\pi} \cos^2(x) dx$
5	$\int \frac{dx}{1+\sin(x)},$ $\int_0^\infty \frac{dx}{4x^4+2bx^2+1}$	12	$\int \cos^2(x) dx,$ $\int_0^\pi \frac{dx}{1+2\cos(x)}$
6	$\int \frac{dx}{1-\sin(x)},$ $\int_0^{\pi/2} \sin^2(x) dx$	13	$\int \frac{dx}{1+\cos(x)},$ $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{1+2\sin(x)}$
7	$\int \frac{\sin(x)}{1+\sin(x)} dx,$ $\int_0^{\pi/2} \cos^2(x) dx$	14	$\int \frac{dx}{\cos^2(x)},$ $\int_1^3 \frac{dx}{1+x^2+x^4}$

Таблица 4.4 — Задания по вычислению пределов

№ п/п	Пределы функций	
1	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x+2}{2x+3},$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-6x+8}{x^2-8x+12}$
2	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+5}{2x+7},$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2}-\sqrt{1-x+x^3}}{x^2-x}$
3	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x^2-3x},$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-5x+6}{x^2-9}$
4	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-x^2-x+1}{x^3+x^2-x-1},$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-6x^2+11x-6}{x^2-3x+2}$
5	$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{x^3-1000}{x^3-20x^2+100x},$	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(a+2h)-2\sin(a+h)+\sin(a)}{h^2}$
6	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x},$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(mx)}{\sin(nx)}$
7	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{(1+x)^3}-1}{x},$	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\operatorname{tg}(x)-\operatorname{tg}(x_0)}{x-x_0}$
8	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(mx)}{x},$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-7x+10}{x^2-8x+12}$
9	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(5x)}{x^2},$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(5x)}{1-\cos(3x)}$
10	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+2x^2+3x+4}{4x^3+3x^2+2x+1},$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(x)-\sin(x)}{x^3}$
11	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4-2}{\sqrt{x^8+3x+4}},$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lg(1+mx)}{x}$
12	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2+8x+3} + \sqrt{x^2+4x+3} \right),$	$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$
13	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+5x+4}{x^2-3x+7} \right)^x,$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-5^x}{1-e^x}$
14	$\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2},$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{3x}}{\log(1-x)}$

4.4. Вопросы для самоконтроля

4.4.1. С какой целью в MATLAB вводятся символьные переменные?

4.4.2. Как в MATLAB объявить символьные переменные?

4.4.3. Как в MATLAB объявить символьные константы?

4.4.4. Как можно в MATLAB вычислить в общем виде производную от функции?

4.4.5. С можно в MATLAB вычислить неопределённый интеграл от функции?

4.4.6. Как в MATLAB вычислить определённый интеграл от функции?

4.4.7. С помощью какого оператора можно в MATLAB преобразовать результат вычислений в виде массива чисел в одно число?

4.4.8. С помощью какого оператора можно в MATLAB вычислить предел функции?

4.4.9. Как в MATLAB вычислить односторонний предел функции, и какие операторы используются для задания направления, в котором переменная стремится к своему предельному значению?

4.4.10. Какой символ используется в MATLAB для обозначения бесконечности?

Лабораторная работа № 5

СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В MATLAB. ЧАСТЬ 2

5.1. Цель работы

Целью работы является изучение символьных операций с функциями, содержащими параметры.

5.2. Теоретические сведения

Параметром называется величина, числовое значение которой позволяют выделить определенную функцию из множества функций одного и того же вида. При решении задачи параметр отличается от переменной только тем, что его значение рассматривается как постоянная величина. Например, функция $y = ax + b$ при фиксированных значениях a и b представляет собой уравнение прямой линии относительно переменной x .

Для выполнения символьных операций с выражениями, содержащими параметры, необходимо переменные и параметры объявить символьными, после чего выражения можно преобразовывать с помощью различных операторов.

Оператор **expand** обеспечивает разложение выражения в виде суммы по степеням переменной, например, разложим выражение $(y + 2) \cdot (y + 3)$:

```
>> syms y
>> D=expand((y+2)*(y+3))
D =
y^2+5*y+6
```

Оператор **factor** выполняет преобразование выражения, имеющее вид сложного многочлена, в произведения более простых многочленов, например, разложим выражение $x^3 - 2x^2 - 3x + 10$:

```
>> syms s;
>> P=factor(s^3 - 2*s^2 - 3*s + 10)
P =
(s+2)*(s^2-4*s+5)
```

Оператор **simplify** позволяет упростить выражение, например, упростим выражение $(x^3 - 2x^2 - 3x + 10)/(x^2 + 5)$:

```
>> syms x;
>> H = simplify((x^3+2*x^2+5*x+10)/(x^2+5))
H =
x+2
```

Оператор **symsum** определяет суммы ряда, например, сумму ряда

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{n^2 + 5n + 6}$ можно определить с помощью следующих команд:

```
>> syms n
>> S=symsum(3/(n^2+5*n+6),n,0,inf)
```

S =
3/2

Оператор **taylor** выполняет разложение заданного выражения в ряд Тейлора в окрестности значения переменной $x = 0$, например, разложим в ряд Тейлора функцию $\cos(x)$:

```
>> syms x
>> taylor(cos(x))
ans = 1-1/2*x^2+1/24*x^4
```

Оператор **solve** позволяет решить алгебраическое или трансцендентное уравнение, например, найдём корни уравнения $s^2 + 6s + 9 = 0$:

```
>> syms s;
>> s = solve(s^2 + 6*s + 9)
s =
-3
-3
```

5.2. Порядок выполнения работы

В соответствии с индивидуальным вариантом, выданным преподавателем, выполнить задания, номера которых указаны в таблице 5.1. Содержание заданий представлено в таблицах 5.2 — 5.7.

Таблица 5.1 — Варианты заданий по лабораторной работе № 5

Вариант	Задания					
	Проинтегрировать функцию	Вычислить сумму ряда	Разложить выражение на множители	Разложить функцию в ряд Тейлора	Решить символьное уравнение	Упростить выражение
1	1	1, 15	1	1	1, 15	1
2	2	2, 16	2	2	2, 16	2
3	3	3, 17	3	3	3, 17	3
4	4	4, 18	4	4	4, 18	4
5	5	5, 19	5	5	5, 19	5
6	6	6, 20	6	6	6, 20	6
7	7	7, 21	7	7	7, 21	7
8	8	8, 22	8	8	8, 22	8
9	9	9, 23	9	9	9, 23	9
10	10	10, 24	10	10	10, 24	10
11	11	11, 25	11	11	11, 25	11
12	12	12, 26	12	12	12, 26	12
13	13	13, 27	12	13	13, 27	13
14	14	14, 28	14	14	14, 28	14

Таблица 5.2 — Задания по интегрированию функции, содержащей параметр

№ п/п	Интеграл	№ п/п	Интеграл
1	$\int \frac{x^3}{(x^4 + a^4)^2} dx$	8	$\int \frac{1}{a + b\cos(x) + c\sin(x)} dx$
2	$\int \frac{1}{x(x^4 + a^4)^2} dx$	9	$\int \frac{\arcsin(x)}{(ax + b)^2} dx$
3	$\int \frac{x}{ax^4 + bx^2 + c} dx$	10	$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{(x^2 - 1)(x^2 - a^2)}} dx$
4	$\int \frac{x^2}{(x^4 - a^4)^2} dx$	11	$\int \frac{a}{bx \cdot \ln(\ln x)} dx$
5	$\int \frac{1}{(x + b)\sqrt{a^2 - x^2}} dx$	12	$\int \frac{1 + a\sqrt{x}}{bx^2 + 2x} dx$
6	$\int \cos(ax)\sin(bx)\sin(cx) dx$	13	$\int (ax + \ln^3 x) dx$
7	$\int (bx^2 + \ln(ax)) dx$	14	$\int (e^{ax} - bx) dx$

Таблица 5.3 — Задания по вычислению суммы ряда

№ п/п	Ряд	№ п/п	Ряд
1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 12n - 5}$	15	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{24}{9n^2 - 12n - 5}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 6n - 8}$	16	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{9n^2 + 21n - 8}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{4n^2 + 8n + 3}$	17	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 28n - 45}$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 + 3n - 2}$	18	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 - 7n - 12}$
5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}$	19	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 14n - 48}$
6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{36n^2 - 24n - 5}$	20	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 84n - 13}$

Продолжение таблицы 5.3

№ п/п	Ряд	№ п/п	Ряд
7	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2 + 4n - 3}$	21	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 + 35n - 6}$
8	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{9n^2 + 3n - 20}$	22	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 42n - 40}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{16n^2 - 8n - 15}$	23	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 - 21n - 10}$
10	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{25n^2 + 5n - 6}$	24	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{4n^2 - 9}$
11	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 - 35n - 6}$	25	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}$
12	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{12}{36n^2 + 12n - 35}$	26	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{24}{49n^2 + 21n - 10}$
13	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 - 3n - 2}$	27	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{25n^2 - 5n - 6}$
14	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{16n^2 + 8n - 15}$	28	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 56n - 33}$

Таблица 5.4 — Задания по преобразованию выражение в произведение сомножителей

№ п/п	Выражение	№ п/п	Выражение
1	$x^3 + 6x^2 + 11x - 6$	8	$x^3 - 6x^2 + 21x - 52$
2	$x^3 - 9x^2 + 26x - 24$	9	$x^3 - 2x^2 - x + 2$
3	$x^3 + 2x^2 - x - 2$	10	$x^3 + 9x^2 + 26x + 24$
4	$x^3 + x^2 - 14x - 24$	11	$x^3 + 5x^2 - 2x - 24$
5	$a^2 - 2ab + b^2$	12	$x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$
6	$a^2 + 7a + 10$	13	$x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
7	$a^2 + 2ab + b^2$	14	$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

Таблица 5.5 — Задания по разложению функции в ряд Тейлора в окрестности точки $x = 0$

№ п/п	Функция	№ п/п	Функция
1	$\frac{9}{20 - x - x^2}$	8	$\frac{x^2}{\sqrt{4 - 5x}}$
2	$\ln(1 - x - 6x^2)$	9	$2x \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - x$
3	$\frac{\operatorname{sh} 2x}{x} - 2$	10	$1 + \frac{\operatorname{arctg} x}{x}$
4	$\frac{x}{\sqrt[3]{27 - 2x}}$	11	$\ln(1 + x - 6x^2)$
5	$(x - 1)\sin 5x$	12	$\frac{\operatorname{ch} 3x - 1}{x^2}$
6	$\frac{\operatorname{arcsin} x}{x} - 1$	13	$\frac{1}{\sqrt[4]{16 - 3x}}$
7	$\ln(1 - x - 12x^2)$	14	$(3 + e^{-x})^2$

Таблица 5.6 — Задания по решению уравнения

№ п/п	Уравнение	№ п/п	Уравнение
1	$\frac{x^2 + 1}{x - 4} - \frac{x^2 - 1}{x + 3} = 23$	15	$3x^3 - 8x^2 + 2x + 2 = 0$
2	$\frac{x^2 + x - 5}{x} + \frac{3x}{x^2 + x - 5} + 4 = 0$	16	$x^4 - 4x^3 - 19x^2 - 26x = -1$
3	$x^4 - \frac{50}{2x^4 - 7} = 14$	17	$x^2 + x + x^{-1} + x^{-2} = 4$
4	$\frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{12}$	18	$x^4 - 8x^3 - 10x^2 - 40x = -4$
5	$\frac{x-3}{x-1} + \frac{x+3}{x+1} = \frac{x+6}{x+2} + \frac{x-6}{x-2}$	19	$8x^4 + x^3 + 64x + 8 = 0$
6	$\frac{1}{x^3 + 2} - \frac{1}{x^3 + 3} = \frac{1}{12}$	20	$(x+3)^3 - (x+1)^3 = 56$
7	$\frac{x-2}{x-1} + \frac{x+2}{x+1} = \frac{x-4}{x-3} + \frac{x+4}{x+3} - \frac{28}{15}$	21	$4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$

Продолжение таблицы 5.6

№ п/п	Уравнение	№ п/п	Уравнение
8	$\frac{x+2}{x+1} + \frac{x+6}{x+3} + \frac{x+10}{x+5} = 6$	22	$2x^3 + 35x - 12 = 0$
9	$3\left(x + \frac{1}{x^2}\right) - 7\left(x + \frac{1}{x}\right) = 0$	23	$x^2\sqrt{x+1} = 1$
10	$\frac{4}{x^2+4} + \frac{5}{x^2+5} = 2$	24	$\sqrt{5+\sqrt[3]{x}} + \sqrt{5-\sqrt[3]{x}} = \sqrt[3]{x}$
11	$\frac{7(x-2)(x-3)(x-4)}{(2x-7)(x+2)(x-6)} = -2$	25	$x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 10x = 1$
12	$\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = 2,9$	26	$x^4 + 5x^2 + 6x = 20$
13	$\frac{21}{x^2-4x+10} - x^2 + 4x = 6$	27	$(x+1)(x^2+2) + (x+2)(x^2+1) = 2$
14	$\left(\frac{x^2+6}{x^2-4}\right)^2 = \left(\frac{5x}{4-x^2}\right)^2$	28	$10x^3 - 3x^2 - 2x + 0,5 = 0$

Таблица 5.7 — Задания по упрощению выражений

№ п/п	Выражение
1	$\frac{3a^2 + 2ax - x^2}{(3x+a)(a+x)} - 2 + 10\frac{ax - 3x^2}{a^2 - 9x^2}$
2	$\left(\frac{\frac{x}{2}+1}{x^3-1} + \frac{1}{2-2x} + \frac{1}{x^2+x+1}\right) \frac{x^3+x^2+x}{x-1}$
3	$\frac{\frac{x^2}{x+y} - \frac{x^3}{x^2+2xy+y^2}}{\left(\frac{x}{x+y} - \frac{x^2}{x^2-y^2}\right)}$
4	$\left[\left(\frac{m-1}{m+1}\right)^{-2} + 3\right] + \left[\left(\frac{m+1}{m-1}\right)^{-2} + 3\right] + \frac{1+m^{-2}}{1-m^{-3}} - 2m(m-1)^{-1}$

Продолжение таблицы 5.7

№ п/п	Выражение
5	$\left(\frac{xy^{-1} - yx^{-1}}{x + y}\right)^{-1} + \left(\frac{x - x^{-1}y^2}{1 - yx^{-1}} + \frac{x^2y^{-1} + y}{xy^{-1} - 1}\right)$
6	$\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + 2\frac{1}{a+b}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\right) + (a^2 + b^2 + 2ab)\frac{1}{ab}$
7	$81a^{0,75}x^{0,7}3^{-5}a^{\frac{1}{4}}xa^{1,5}\sqrt{9x^{0,6}}$
8	$\left(\frac{1 - \frac{1+ab}{1+\sqrt[3]{ab}}}{\sqrt{ab}(1-\sqrt[3]{ab}) - \frac{(1-ab)(\sqrt[3]{ab}-1)}{1+\sqrt{ab}}}\right)^3 - ab$
9	$\frac{1 + \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x + \operatorname{tg} x}$
10	$\frac{1-b}{(1-\sqrt{b})^2}\sqrt{b} - 2\frac{\sqrt{b}}{1-\sqrt{b}} + \sqrt{b}$
11	$\frac{1 + \left(a + \frac{1}{a-1}\right)^{-1}}{1 - \left(a + \frac{1}{a-1}\right)^{-1}} \left(1 - \frac{1 - a^2 - \left(\frac{1}{a-1}\right)^2}{2a\frac{1}{a-1}}\right)$
12	$\left(a^2b^{-\frac{3}{2}} - a^2b^{-\frac{3}{2}}(a^2 + b^2) + b^{\frac{1}{2}}\right)b^{\frac{1}{3}}a^{-\frac{4}{3}}$
13	$\frac{x^4 - 8x^2 - 9}{(x^2 + 1)(x + 3)(x^2 - 9)}$
14	$\cos^5 x + \sin^4 x + 2\cos^2 x - 2\sin^2 x - \cos 2x$

5.4. Вопросы для самоконтроля

5.4.1. С помощью каких операторов можно в MATLAB вычислить неопределённый интеграл от функции, содержащей параметр?

5.4.2. Какой оператор используется в MATLAB для вычисления суммы ряда в символьном виде?

5.4.3. С помощью какого оператора можно в MATLAB преобразовать в общем виде сложный многочлен, в произведение более простых многочленов?

5.4.4. Как можно в MATLAB разложить в общем виде заданную функцию в ряд Тейлора?

5.4.5. С помощью какого оператора можно в MATLAB найти корни алгебраического и трансцендентного уравнения?

5.4.6. С помощью каких операторов можно в MATLAB упростить в общем виде математическое выражение?

Лабораторная РАБОТА № 6

ПРОГРАММИРОВАНИЕ В MATLAB

6.1. Цель работы

Целью работы является изучение средств программирования в MATLAB.

6.2. Создания М-файлов

Недостатком программ, создаваемых непосредственно в окне **Command Window**, является невозможность изменить команды или исправить ошибки после нажатия клавиши **Enter**. Свободными от указанного недостатка являются программы в виде М-файла.

Для создания программы в виде М-файла необходимо в основном окне MATLAB (рис. 1.1) в меню **File** выбрать команду **M-File** по пути **File — New — M-File**, либо кликнуть пиктограмму в виде белой странички с загнутым уголком, которая расположена под пиктограммой меню **File**. В результате, открывается окно **Editor** (рис. 6.1), в которое вводится текст программы.

Для введения текстового комментария, поясняющего, например, выполняемую команду, следует в любую строку программы ввести символ **%**, а затем требуемый текст. На рис. 6.1 показана программа, в первую строку которой введён комментарий **program1**, используемый в качестве имени программы.

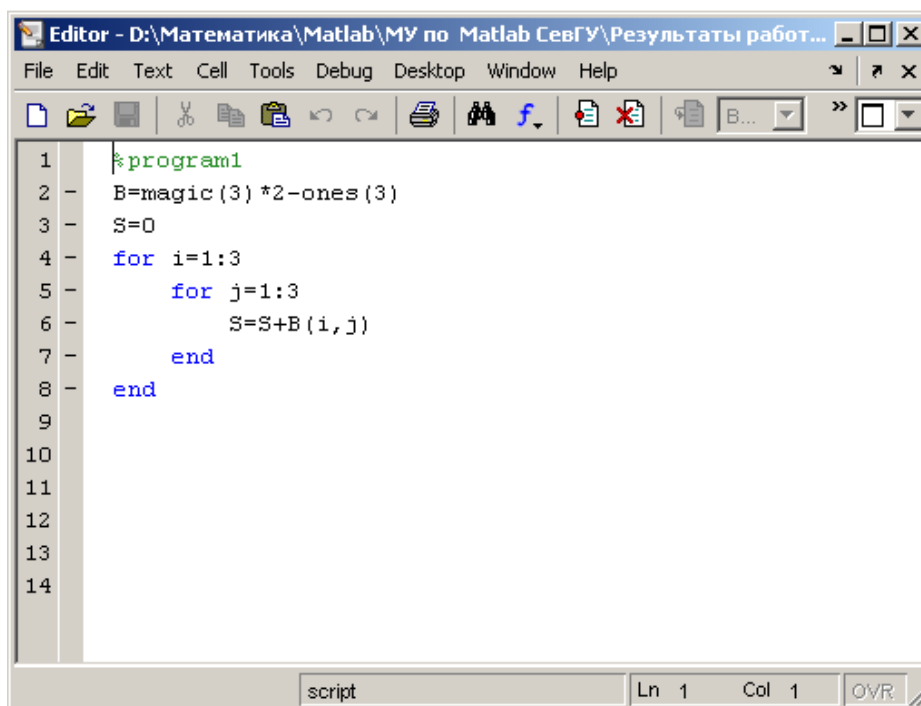


Рис. 6.1 – Окно **Editor** для создания М-файлов

Для сохранения М-файла необходимо в окне **Editor** (рис 6.1) в меню **File** выбрать команду **Save as**. В открывшемся затем окне **Save file as** выбрать команду **Save**. По умолчанию М-файл с расширением **m** будет иметь имя **Untitled** (безымянный) и сохранён в каталоге **Work**, встроенном в MATLAB. Чтобы присвоить М-файлу другое имя и выбрать другой каталог сохранения, необхо-

можно указать их в окне **Save file as**. После сохранения М-файл готов для выполнения записанной в нём программы.

Различают два вида М-файлов: М-файл-программа и М-файл-функция.

М-файл-программа, называемая также сценарием (**script**), представляет собой самостоятельную программу. Для запуска такой программы достаточно в окне **Editor** (рис 6.1) открыть меню **Debug** и выбрать команду **Run** (выполнить), после чего результат вычислений отображаются в окне **Command Window**. При этом переменные, используемые в программе, сохраняются в окне **Workspace**. При обнаружении в программе ошибки MATLAB выводит в окне **Command Window** сообщение с указанием номера строки, в которой допущена ошибка, и характера ошибки. В этом случае следует в окне **Editor** исправить ошибку, сохранить исправленный М-файл и повторить запуск программы. Текст М-файла допускает неограниченное число исправлений. Перед очередным выполнением программы целесообразно очистить командное окно.

Файл-функция представляет собой программу вычисления функции, которая отсутствует в библиотеке MATLAB. Значения переменных такой функции задаются внешними командами. Программа вычисления функции начинается с ключевого слова **function**, например:

```
function y=F1(x,d)
y=d^3*cot(x).*sqrt(sin(x)*4-cos(x)^4)
end
```

где **y** — имя выходной переменной; **F1** — имя, которое необходимо присвоить файлу-функции при его сохранении; **x**, **d** — входные переменные.

После сохранения М-файла-функции в каталоге **work**, встроенном в MATLAB, оператор **F1** можно использовать в вычислениях наравне с другими операторами MATLAB. Например, вычислим в окне **Command Window** значение функции **F1(x,d)** при $x=0,1$ и $d=0,2$:

```
>> y1=F1(0.1,0.2)
y1 =
    0 + 0.0608i
```

6.3. Операторы условного перехода и операторы цикла

Операторы условного перехода используются для разветвления вычислительного процесса. При достижении программой такого оператора осуществляется проверка заданного условия с целью определения направления дальнейших вычислений.

Наиболее простым является условный переход с использованием оператора **if** (если):

```
if <условие перехода>
<команды>
end
```

где **end** — команда, указывающая на окончание действия условного оператора.

Если условие перехода верно, то выполняются команды, введенные между операторами **if** и **end**, а если условие не верно, то происходит переход к выполнению команд, введенных после команды **end**.

Для организации только одного разветвления программы используют оператор **else**. Для организации одного и более разветвлений используется оператор **elseif** столько раз, каково число этих разветвлений.

Для выполнения повторяющихся (циклических) математических вычислений с фиксированным числом повторений используются операторы цикла — арифметический **for** и условный **while**.

Команда для выполнения цикла с оператором **for** записывается в виде:
for <счётчик циклов> <операторы> <end>.

Программа с использованием оператора **for** выполняются до тех пор, пока не произойдёт переполнение счётчика циклов.

Например, сумма элементов побочной диагонали матрицы **magic(5)** может быть вычислена с помощью программы, содержащей оператор цикла **for**,

```
M=magic(5);
s=0;
for i=1:5
    s=s+M(i,6-i);
end
```

s

Результат вычислений получим в окне **Command Window**:

S =

65

Выражение **i=1:5** представляет собой счётчиком циклов, в котором в качестве переменной используется номер строки **i** матрицы. С учётом этого номера составлено выражение для суммы элементов побочной диагонали, которые при изменении **i** от 1 до 5 будут иметь индексы: 1,5; 2,4; 3,3; 4,2; 5,1.

Команда для выполнения цикла с оператором **while** записывается в виде:
while <логическое условие> <операторы> <end>

Циклическая программа с оператором **while** выполняются до тех пор, пока выполняется заданное логическое условие.

Для создания в окне **Command Window** комментариев, поясняющих полученные результаты, используется оператор **disp**, после которого комментарий вводится в скобках и одинарных кавычках.

В качестве примера далее приведена программа, которая преобразует главную и побочную диагонали матрицы **magic(5)** в диагональные матрицы.

```
disp('Матрица magic размером 5x5')
M=magic(5)
i=1; %объявление начального значения счётчика цикла
while i<=5 %объявление условия, налагаемого на переменную i
    for j=5:-1:1 % объявление счётчика цикла переменной j
        glav(i)=M(i,i); %преобразование главной диагонали в вектор
        poboch(i)=M(i,j); %преобразование побочной диагонали в вектор
        i=i+1;
    end
end
disp('Диагональная матрица, полученная из вектора glav')
```

```
A=diag(glav)
```

```
disp('Диагональная матрица, полученная из вектора roboch')
```

```
B=diag(roboch)
```

В данной программе в счётчиках цикла в качестве переменных используются номер строки **i**, и номер столбца **j** преобразуемой матрицы

Результаты выполнения программы приведены в таблице 6.1.

Таблица 6.1 — Результаты выполнения программы

Матрица magic размером 5x5	Диагональная матрица, полученная из вектора glav	Диагональная матрица, полученная из вектора roboch
M =	A =	B =
17 24 1 8 15	17 0 0 0 0	15 0 0 0 0
23 5 7 14 16	0 5 0 0 0	0 14 0 0 0
4 6 13 20 22	0 0 13 0 0	0 0 13 0 0
10 12 19 21 3	0 0 0 21 0	0 0 0 12 0
11 18 25 2 9	0 0 0 0 9	0 0 0 0 11

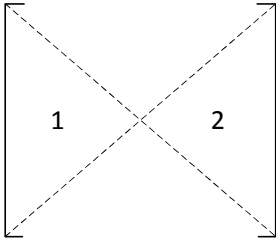
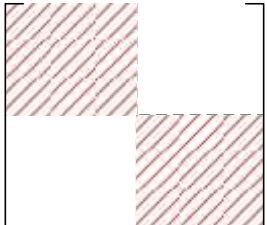
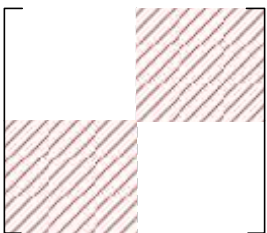
6.4. Порядок выполнения работы

В соответствии вариантом, выданным преподавателем, выполнить задания, номера которых указаны в таблице 6.2, Содержание заданий представлено в таблице 6.3. Решение каждого задания должно быть выполнено путём составления программы в виде М-файла. При этом не менее чем в одной из программ должны использоваться либо операторы условного перехода **if**, **else** и **elseif**, либо операторы цикла **for** и **while**, либо и те и другие операторы.

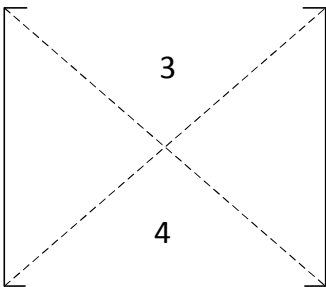
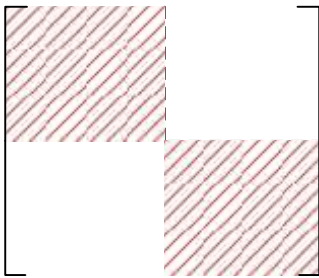
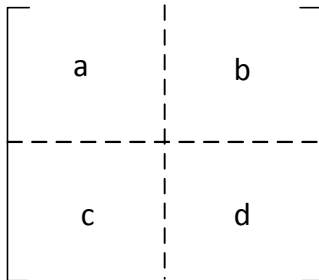
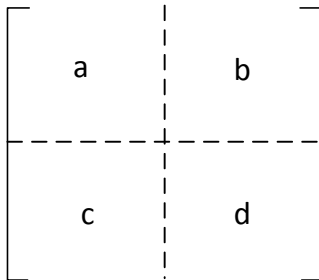
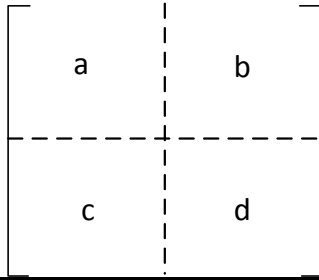
Таблица 6.2 — Номера вариантов и заданий по лабораторной работе № 5

Номер варианта	Номера заданий
1	1, 8, 6
2	2, 9, 7
3	3, 10, 8
4	4, 11, 9
5	5, 12, 10
6	6, 13, 11
7	7, 14, 12
8	8, 15, 13
9	9, 16, 8
10	10, 1, 14
11	11, 2, 15
12	12, 3, 16
13	13, 4, 2
14	14, 5, 6

Таблица 6.3 — Номера заданий и их содержание

№ п/п	Задание
1	В матрице Magic размером 11x11 заполнить нулями центральную часть размером 5x5.
2	В матрице Magic размером 13x13 заполнить левую часть единицами, а правую часть двойками. 
3	В матрице Magic размером 16x16 найти сумму элементов заштрихованных областей 
4	В матрице Magic размером 17x17 найти сумму элементов главной и побочной диагоналей
5	В матрице Magic размером 15x15 поменять местами левый и правый столбцы.
6	В матрице Magic размером 13x13 поменять местами элементы главной и побочной диагоналей.
7	В матрице Magic размером 18x18 найти произведение элементов заштрихованной области 
8	В матрице Magic размером 15x15 отобразить все элементы матрицы симметрично относительно главной диагонали.
9	В матрице Magic размером 21x21 поменять местами верхнюю и нижнюю строки.
10	В матрице Magic размером 10x10 заполнить единицами левую нижнюю четверть.
11	Создать матрицу размером 11x11, в которой численное значение каждого элемента a_{ij} определяется по формуле $i^2 + j$, где i — номер строки, j — номер столбца, соответствующих расположению элемента.

Продолжение таблицы 6.3

12	В матрице Magic размером 11x11 заполнить тройками верхнюю часть, а нижнюю часть – четверками. 
13	В матрице Magic размером 14x14 в выделенных областях найти минимальный элемент. 
14	В матрице Magic размером 12x12 переместить по часовой стрелке области a, b, c, d. 
15	Для матрицы Magic размером 14x14 вычислить $\mathbf{a}^2 * \mathbf{b} + \mathbf{c}^{-1} * \mathbf{d}$. 
16	В матрице Magic размером 16x16 поменять местами область a на область d и область c на область b. 

6.4. Вопросы для самоконтроля

6.4.1. Каковы преимущества программ, создаваемых в MATLAB в виде М-файла, по сравнению с программами, создаваемыми в командном окне?

6.4.2. В каком окне MATLAB создается программа в виде М-файла, и как вызвать появление этого окна на экране монитора?

6.4.3. Какова структура программы в виде М-файла-скрипт?

6.4.4. Какова структура программы в виде М-файла-функции?

6.4.5. Чем отличается программы в виде М-файла-скрипт, от программы в виде М-файла-функции?

6.4.6. Как в MATLAB сохранить программу в виде М-файла, а затем запустить её к исполнению?

6.4.7. В каком окне MATLAB выводятся результаты выполнения программы в виде М-файла?

6.4.8. Какие операторы используются в MATLAB для записи команд организации программных циклов, и что входит в состав таких команд?

6.4.9. Что представляет собой программный счётчик циклов, и чем отличаются друг от друга арифметический от условного циклы?

6.4.10. Какой оператор используется в программах MATLAB для организации только одного условного перехода?

6.4.11. Какой оператор используется в программах MATLAB для организации одного и более условных переходов?

6.4.12. Какие величины используют в качестве переменных в счётчиках циклов в программах MATLAB, предназначенных для преобразования матриц?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Половко, А. М. MATLAB для студентов / А. М. Половко, П.Н. Бутусов. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005 — 320 с.
2. Мироновский, Л. А. Введение в MATLAB: учебное пособие. / Л. А. Мироновский, Петрова К. Ю. — СПб.: ГУАП. СПб., 2005. — 122 с.
3. Ануфриев, И. Е. MATLAB 7. / И. Е. Ануфриев, А. Б. Смирнов, Е. Н. Смирнова. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005. — 1104 с.
4. Потемкин, В. Г. MATLAB 6: среда проектирования инженерных приложений / В. Г. Потёмкин. — М.: Диалог-МИФИ, 2003. — 448 с.
5. Оформление текстовых работ: методические указания / СевГУ; сост. В. Г. Слёзкин, П. П. Ермолов. — Севастополь: СевГУ, 2015. — 19 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А**Образец титульного листа**

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»
Институт радиоэлектроники и интеллектуальных технических систем

Кафедра «Радиоэлектроника и телекоммуникации»

Лабораторной работе № ____

«_____»

(название лабораторной работы)

по дисциплине

“Автоматизация математических вычислений”

Вариант № ____

Выполнил студент гр. _____

(фамилия, инициалы)

Отметка о защите _____

Преподаватель _____
(фамилия, инициалы)

Севастополь

20__

Учебное издание

**АВТОМАТИЗАЦИЯ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛЕНИЙ.
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Учебно-методическое пособие

Составители: **Щекатури**н Андрей Алексеевич,
Слёзкин Виталий Геннадьевич, **Васин** Евгений Евгеньевич

В авторской редакции

Изд. № 136/2025. Объем 3,75 п. л. Усл. печ. л. 3,49. Уч.-изд. л. 3,675.
Издательский центр ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»