

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МОРСКОЙ ИНСТИТУТ

Кафедра «Океанотехника и кораблестроение»

ВИБРАЦИЯ КОРАБЛЯ

Учебно-методическое пособие
к выполнению практических работ
студентами специальности
26.05.01 «Проектирование и постройка
кораблей, судов и объектов океанотехники»
всех форм обучения

Севастополь
СевГУ
2025

УДК 629.5.015.5(076.5)
ББК 39.42:22.213-5*я73
В41

Р е ц е н з е н т:

С.В. Василенко – канд. техн. наук, доцент кафедры ОиК

Составители: С.Р. Фадиль Аббас, Т.Л. Чемакина, М.Г. Балашов

В41 Вибрация корабля : учебно-методическое пособие к выполнению практических работ студентами специальности 26.05.01 «Проектирование и постройка кораблей, судов и объектов океанотехники» всех форм обучения / Севастопольский государственный университет, Морской институт, кафедра «Океанотехника и кораблестроение» ; сост.: С.Р. Фадиль Аббас, Т.Л. Чемакина, М.Г. Балашов. – Севастополь : СевГУ, 2025. – 39 с. – Текст : электронный.

Представлены методические указания и рекомендации, обеспечивающие самостоятельную работу студентов, изучающих учебную дисциплину «Вибрация корабля».

Предназначено для студентов очной и заочной форм обучения Севастопольского государственного университета, Морского института, специальности 26.05.01 Проектирование и постройка кораблей, судов и объектов океанотехники (специализация «Проектирование и постройка судов и объектов океанотехники»).

УДК 629.5.015.5(076.5)
ББК 39.42:22.213-5*я73

Рассмотрено и рекомендовано к изданию на заседании кафедры «Океанотехника и кораблестроения», протокол № 5 от 11 февраля 2025 г.

© Фадиль Аббас С.Р., Чемакина Т.Л.,
Балашов М.Г., сост., 2025
© ФГАОУ ВО «Севастопольский
государственный университет», 2025

СОДЕРЖАНИЕ

Практическая работа 1. Определение частоты колебаний первого тона по приближенным формулам	4
1.1 Теоретическая часть.....	4
1.2 Практическая часть	5
Практическая работа 2. Форма и частота колебаний первого, второго и третьего тона в первом приближении	6
2.1 Теоретическая часть.....	6
2.2 Практическая часть	9
Практическая работа 3. Ортогонализация формы колебаний с низшими тонами.....	14
3.1 Теоретическая часть.....	14
3.2 Практическая часть	15
Практическая работа 4. Уточнение формы колебаний и частоты по основному дифференциальному уравнению	16
4.1 Теоретическая часть.....	16
4.2 Практическая часть	18
Практическая работа 5. Учет вращения сечения корпуса и сдвига	19
5.1 Теоретическая часть.....	19
5.2 Практическая часть	21
Практическая работа 6. Нормирование вибрации	22
6.1 Теоретическая часть.....	22
6.2 Практическая часть	23
Библиографический список.....	24
Приложение А	25

Практическая работа 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ ПЕРВОГО ТОНА ПО ПРИБЛИЖЕННЫМ ФОРМУЛАМ

1.1 Теоретическая часть

Для самой грубой ориентировки в порядке частоты главных свободных колебаний основного тона (для вертикальных колебания корпуса первого тона) могут служить приближенные формулы Шлиппа и Тодда:

– формула Шлиппа:

$$N = C \cdot \sqrt{\frac{I_0}{D \cdot L^3}} \quad (1.1)$$

где N – число колебаний в минуту;

I_0 – момент инерции миделевого сечения корпуса, в м^4 ;

D – водоизмещение судна, т;

L – длина судна, м;

C – эмпирический коэффициент, величина которого изменяется в пределах:

от $3,2 \cdot 10^6$ – для судов с острым образованием корпуса,

до $2,4 \cdot 10^6$ – для судов с полным образованием корпуса.

Для некоторых типов судов:

у миноносцев $C=3140000$,

у больших трансатлантиков $C=3440000$,

у грузовых с полными очертаниями $C=2800000$.

– формула Тодда:

$$N = 94000 \cdot \sqrt{\frac{B \cdot H^3}{D \cdot L^3}} \quad (1.2)$$

где B, H – ширина и высота борта корпуса судна, м.

Приведенные эмпирические формулы, можно с достоверностью использовать лишь в том случае, если входящие в них численные коэффициенты будут в

каждом частном случае определены по имеющимся результатам детальных расчетов или испытаний вибрации для подходящего типа судна.

Ниже приведены ориентировочные числа колебаний в минуту (для основных вертикальных колебаний) судов разных типов:

Нормальные пассажирские быстроходные длиной около 260 м: 50...55;

Большие нормальные грузовики (в полном грузу): 60...75;

1.2 Практическая часть

По эмпирическим формулам Шликка (1.1) и Тодда (1.2), определить частоты главных свободных колебаний основного тона проектируемого судна.

Исходные данные:

Тип судна:

Длина, м:

Ширина, м:

Высота борта, м:

Водоизмещение, т:

Момент инерции в миделевом сечении корпуса судна, м⁴:

Практическая работа 2. ФОРМА И ЧАСТОТА КОЛЕБАНИЙ ПЕРВОГО, ВТОРОГО И ТРЕТЬЕГО ТОНА В ПЕРВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

2.1 Теоретическая часть

Определение частот колебаний производятся по методу Рэлея-Папковича. Идея метода определения собственных частот колебаний корпуса судна основывается на положении о том, что допустимо вместо точных форм колебаний пользоваться приближенными, поскольку погрешность при этом оказывается незначительной. Метод дает достаточно точные результаты для первых двух (трех) тонов. Для легких судов с новыми режимами движения роль касательных напряжений становится значительной, и третий тон по методу Рэлея оказывается недостаточным.

Функция формы в первом приближении. Вертикальные перемещения отдельных поперечных сечений корпуса при свободных колебаниях можно представить в виде бесконечного ряда по формам главных свободных колебаний

$$\omega(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} f_j(x) \varphi_j(t), \quad (2.1)$$

где первый множитель слагаемого ряда представляет собой форму j-го главного колебания, а второй – главную координату

$$\varphi_j(t) = A_j \cos(\lambda_j t + \alpha_j). \quad (2.2)$$

Каждое главное колебание

$$\omega_j(x, t) = A_j f_j \cos(\lambda_j t + \alpha_j) \quad (2.3)$$

может существовать независимо от остальных и должно удовлетворять основному дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) + m \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} = 0 \quad (2.4)$$

и четырьмя граничными условиями: отсутствие срезающих сил и изгибающих моментов в оконечностях судна.

Однако первоначально мы подчиним решение формулы (2.3) лишь условию

динамического равновесия: условию, чтобы совокупность всех вертикальных сил инерции находились в равновесии. Для этого необходимо, чтобы сумма их моментов относительно какой-нибудь точки должны быть равны нулю

$$\int_0^L m \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} dx = \int_0^L mx \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} dx = 0. \quad (2.5)$$

Поскольку двойное интегрирование нагрузки дает момент, второе условие может быть заменено

$$\int_0^L m \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} dx = \int_0^L \int_0^x m \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} dx^2 = 0. \quad (2.6)$$

Подставив (2.3) в (2.6), получим два уравнения

$$A_j \lambda_j^2 \cos(\lambda_j t + \alpha_j) \int_0^L m f_j(x) dx = 0;$$

$$A_j \lambda_j^2 \cos(\lambda_j t + \alpha_j) \int_0^L \int_0^x m f_j(x) dx^2 = 0.$$

Или сокращая на неравный нуль множитель,

$$\int_0^L m f_j(x) dx = 0; \quad (2.7)$$

$$\int_0^L \int_0^x m f_j(x) dx^2 = 0. \quad (2.8)$$

Функции форм вертикальных колебаний корпуса судна П.Ф. Папкович рекомендовал брать в виде сдвинутых и повернутых синусоид:

$$f_j(x) = \delta_j + \beta_j \left(\frac{x}{L} - \frac{1}{2} \right) + \sin \frac{j\pi x}{L}, \quad (2.9)$$

где δ_j, β_j – сдвиг и угол поворота оси синусоиды,

L – длина судна.

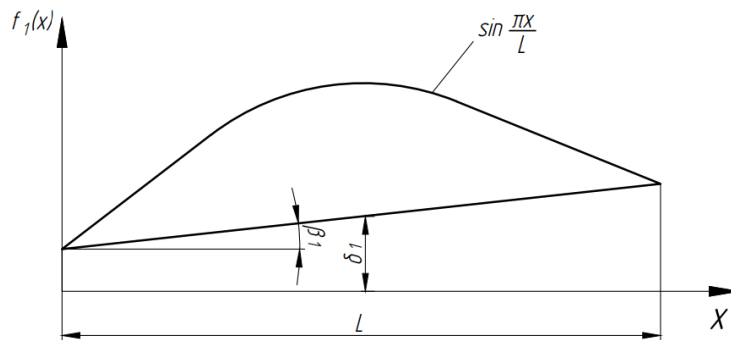


Рисунок 2.1 – Сдвинутая и повернутая полусинусоида

На рисунке 2.1 показана функция формы для $j=1$, т.е. для первого тона.

В книге Ю.А. Шиманского предложено брать форму колебаний в виде сдвинутой и повернутой формы колебаний призматической балки со свободными концами. Исследования показали, что каким бы из двух способов ни разыскивалась форма колебаний в первом приближении, значения ее во втором приближении получаются почти одинаковыми, вычисления же в методе Папковича несколько проще. Примем поэтому форму колебаний по уравнению (2.9).

Параметры δ_j и β_j находятся из условий динамического равновесия. Подставив (2.9) в (2.7) и (2.8) и переходя от интегралов к суммам, получим

$$\begin{cases} (\sum_{i=1}^{20} \overline{m}_i) \delta_j + \left[\sum_{i=1}^{20} \overline{m}_i \left(\frac{x_i}{L} - \frac{1}{2} \right) \right] \beta_j + \sum_{i=1}^{20} \overline{m}_i \sin \frac{j\pi x_i}{L} = 0; \\ (\sum_{i=1}^{20} \sum_{i=1}^i \overline{m}_i) \delta_j + \left[\sum_{i=1}^{20} \sum_{i=1}^i \overline{m}_i \left(\frac{x_i}{L} - \frac{1}{2} \right) \right] \beta_j + \sum_{i=1}^{20} \sum_{i=1}^i \overline{m}_i \sin \frac{j\pi x_i}{L} = 0. \end{cases} \quad (2.10)$$

В уравнениях (2.10) с целью избавиться от громоздких или очень малых чисел введены относительные массы

$$\overline{m}_i = \frac{m_i}{m_0}, \quad (2.11)$$

где m_0 – произвольная величина размерности интенсивности массы.

Точность результатов расчета как формы колебаний, так в дальнейшем и частоты оказывается достаточной, если корпус судна разбить на двадцать шпаций и на протяжении каждой шпации интенсивность массы судна с присоединенной водой m , а в дальнейшем и другие величины (например, момент инерции площади поперечного сечения) считать постоянными, как это показано на рисунке 2.2.

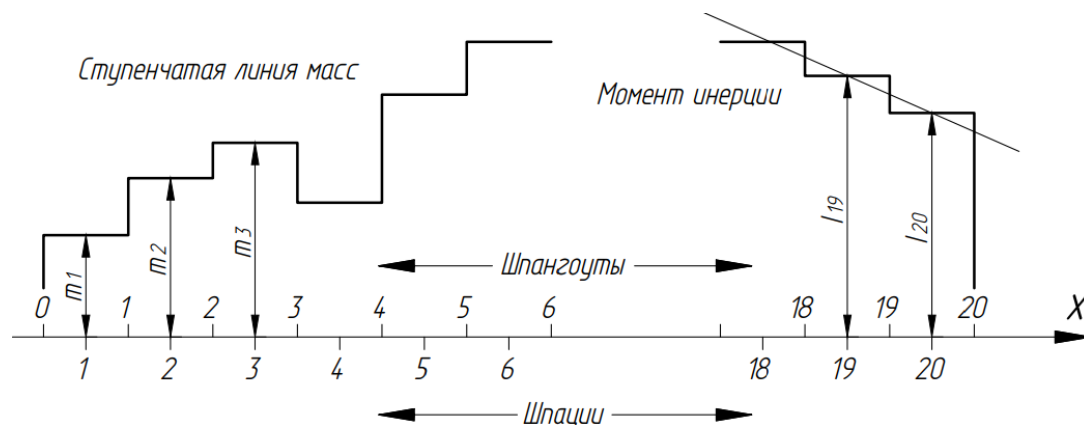


Рисунок 2.2 – К методу Рэлея - Папковича

2.2 Практическая часть

1) Учет присоединенной воды

– В расчетах общей вибрации можно рекомендовать метод Локвуд-Тейлора, который дает для первого тона вертикальных колебаний очень хорошее совпадение расчетных данных с экспериментальными.

По Локвуд-Тейлору масса присоединенной воды, отнесенная к единице длины судна, равна

$$\Delta m = k \frac{\rho F y}{d},$$

где ρ – плотность воды, т/м³;

F – площадь погруженной части шпангоута в рассматриваемом сечении, м²;

y – ордината ватерлинии в том же сечении, м;

d – осадка судна на том же шпангоуте, м;

k – безразмерный коэффициент зависит от отношения длины судна L к его ширине B и от тона колебаний.

Локвуд-Тейлор приводит таблицу коэффициентов k для первого и второго тонов в зависимости от отношения длины судна к его ширине $L:B$. Зависимость от этого отношения носит линейный характер, и для первого тона табличные значения с достаточной точностью могут быть выражены формулой

$$k = 0,40 + 0,040 \frac{L}{B}.$$

Поэтому присоединенная масса воды для **первого тона**:

$$\Delta m_i = \left(0,40 + 0,040 \frac{L}{B} \right) \frac{\rho F_i y_i}{d}.$$

Подобной же зависимостью можно пользоваться и для высших тонов, если принять, следуя А.А. Курдюмову, что масса уменьшается с уменьшением расстояния между узлами соответствующих форм колебаний, а эти расстояния принять такими же, как у призматической балки со свободными концами.

Так присоединенная масса воды для **второго тона**:

$$\Delta m_i = \left(0,40 + 0,028 \frac{L}{B}\right) \frac{\rho F_i y_i}{d},$$

Присоединенная масса воды для **третьего тона**:

$$\Delta m_i = \left(0,40 + 0,020 \frac{L}{B}\right) \frac{\rho F_i y_i}{d},$$

– Суммарная масса корпуса m и присоединенной воды Δm , отнесенная к единице длины судна, равна

$$m_i = m_i + \Delta m_i.$$

2) Составление коэффициентов уравнения

– Относительная интенсивность массы $\bar{m}_i$ определяется по формуле (2.11), принять в расчетах $m_0=10$ т/м.

Коэффициент ζ_i определить по формуле

$$\zeta_i = \frac{x_i}{L} - \frac{1}{2},$$

где L – длина судна, м;

x_i – определяется для соответствующих шпаций:

Для шпации 0-1: $x_1=L/40$, для шпации 1-2: $x_2=L(3/40)$ и т.д.

– Произведение: $\bar{m}_i \cdot \zeta_i$.

– Синусы для середин соответствующих шпаций определяются по формуле

$$\sin \frac{j\pi x_i}{L},$$

где $j=1, 2, 3$ – для первого, второго и третьего тона соответственно.

– Произведение:

$$\bar{m}_i \sin \frac{j\pi x_i}{L}.$$

3) После определения сумм: m_i , $\bar{m}_i \cdot \zeta_i$ и $\bar{m}_i \cdot \sin((j\pi x_i)/L)$, производится поправка на полу сумму крайних слагаемых и находятся из уравнения (2.10) сдвиг и угол поворота оси синусоиды: δ_j и β_j .

4) Вычисление функции форм вертикальных колебаний

- Определяется произведение: $\beta_j \cdot \zeta_i$.
- Функции форм вертикальных колебаний f_i определяется по формуле

$$f_j = \delta_j + \beta_j \zeta_i + \sin \frac{j\pi x_i}{L},$$

- Производится проверка произведением: $\bar{m}_i \cdot f_i$.

Сумма не должна превышать 3...5% от максимального числа произведения $\bar{m}_i \cdot f_i$.

5) Определение частоты тона вертикальных колебаний

Определив приближенную функцию формы колебаний, т.е. найдя параметры δ_j и β_j в выражении (2.9), можно по общей формуле найти обобщенную жесткость, обобщенную массу и квадрат частоты собственных колебаний:

$$\lambda_j^2 = \frac{N_j}{M_j} = \frac{\int_0^L EI [f_j(x)]^2 dx}{\int_0^L m [f_j'(x)]^2 dx}.$$

Найдя вторую производную

$$f_j''(x) = -\frac{j^2 \pi^2}{L^2} \sin \frac{j\pi x}{L}$$

и переходя от интегралов к суммам, получим

$$N_j = \frac{j^4 \pi^4 EI_0 \Delta L}{L^4} \sum_{i=1}^{20} \frac{I_i}{I_0} \sin^2 \frac{j\pi x_i}{L}; \quad (2.12)$$

$$M_j = m_0 \Delta L \sum_{i=1}^{20} \bar{m}_i [f_j(x_i)]^2; \quad (2.13)$$

$$\lambda_j = \sqrt{\frac{N_j}{M_j}}. \quad (2.14)$$

В формулу (2.12) аналогично относительной массе введен относительный момент инерции площади поперечного сечения I_i/I_0 . В расчете принять $I_0=1 \text{ м}^4$.

Входящие в формулах (2.12) и (2.13):

$$\frac{I_i}{I_0} \sin^2 \frac{j\pi x_i}{L};$$

$$\bar{m}_i [f_j(x_i)]^2;$$

Определяются для каждого сечения, после чего определяются их суммы.

Число (кол/мин) и период (сек) колебаний соответственно, можно определить по формулам

$$n_j = \frac{30}{\pi} \cdot \lambda_j; \quad (2.15)$$

$$T_j = \frac{2\pi}{\lambda_j}. \quad (2.16)$$

Модули упругости:

$$E = 1,96 \cdot 10^8 \text{ кН/м}^2 [2 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2];$$

$$G = 7,55 \cdot 10^7 \text{ кН/м}^2 [7,7 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2].$$

Квадрат среднего радиуса инерции определяется по формуле, м²:

$$\rho_0^2 = \frac{D^2}{12}.$$

Для проектируемого судна определить форму и частоты колебаний первых трех тонов по методу Рэля - Папковича, расчет привести в табличной форме для двадцати сечений.

Пример расчета вибрации корпуса судна представлен в приложении А.

Таблица 2.1 – Исходные данные проектируемого судна

Характеристика				Обозначение	Значение
Длина между перпендикулярами, м				L_{nn}	
Ширина по КВЛ, м				$B_{КВЛ}$	
Осадка по КВЛ, м				$d_{КВЛ}$	
Высота борта до ВП на миделе, м				D	
Полное водоизмещение, т				Δ	
Квадрат среднего радиуса инерции, м ²				ρ_0^2	
Средняя площадь поперечного сечения корпуса, воспринимающего срез, м ²				F_0	
№ шпаций	Ординаты ГВЛ y_i , м	Осадки d_i , м	Площади шпангоутов, F_i , м ²	Момент инерции площади сечения, I_i , м ⁴	Интенсивность массы судна m_i , т/м
0-1					
1-2					
2-3					
3-4					

4-5					
5-6					
6-7					
7-8					
8-9					
9-10					
10-11					
11-12					
12-13					
13-14					
14-15					
15-16					
16-17					
17-18					
18-19					
19-20					

Практическая работа 3. ОРТОГОНАЛИЗАЦИЯ ФОРМЫ КОЛЕБАНИЙ С НИЗШИМИ ТОНАМИ

3.1 Теоретическая часть

В приближенном методе Рэлея - Папковича форма колебаний первого тона принимается за основную, и все высшие формы ортогонализируются с низшими: форма второго тона с первой, третья – с формой первого и второго и т.д.

Необходимо, чтобы формы колебаний удовлетворяли условиям ортогональности:

$$\begin{cases} \int_0^L m f_j(x) f_k(x) dx = 0 \text{ при } j \neq k; \\ \int_0^L E I f_j''(x) f_k''(x) dx = 0 \text{ при } j \neq k. \end{cases} \quad (3.1)$$

При этом считается возможным ограничиться лишь первым из условий (3.1), т.е. с ортогонализацией только по кинетической энергии. Таким образом, для функции формы j -го тона должны выполняться условия

$$\int_0^L m f_j(x) f_k(x) dx = 0 \quad (3.2)$$

для всех k , меньших j , т.е. для $k=1, 2, \dots, j-1$.

Уточненную (ортогонализованную) функцию формы колебаний j -го тона будем искать в виде

$$f_j(x) = \bar{f}_j(x) - \eta_1 f_1(x) - \eta_2 f_2(x) - \dots - \eta_{j-1} f_{j-1}(x), \quad (3.3)$$

где $\bar{f}_j(x)$ – уточненная функция формы j -го тона, найденная в первом приближении в виде сдвинутой и повернутой синусоиды (2.9);

$f_1(x), f_2(x), \dots, f_{j-1}(x)$ – уточняющие функции формы всех низших по отношению к j -му тонов, которые предполагаются найденными ранее и прошедшими (кроме 1-го тона) ортогонализацию и уточнение по основному дифференциальному уравнению.

Подставляя (3.3) в систему уравнений (3.2):

$$\int m(\bar{f}_j - \eta_1 f_1 - \eta_2 f_2 - \dots - \eta_{j-1} f_{j-1}) f_1 dx = 0;$$

$$\int m(\bar{f}_j - \eta_1 f_1 - \eta_2 f_2 - \dots - \eta_{j-1} f_{j-1}) f_2 dx = 0;$$

.....

$$\int m(\bar{f}_j - \eta_1 f_1 - \eta_2 f_2 - \dots - \eta_{j-1} f_{j-1}) f_{j-1} dx = 0$$

и учитывая, что все низшие формы уже ортогонализованы друг с другом, получим

$$\eta_1 = \frac{\int m \bar{f}_j f_1 dx}{\int m f_1^2 dx}; \eta_2 = \frac{\int m \bar{f}_j f_2 dx}{\int m f_2^2 dx}; \dots; \eta_{(j-1)} = \frac{\int m \bar{f}_j f_{(j-1)} dx}{\int m f_{(j-1)}^2 dx}. \quad (3.4)$$

От интегралов, входящих в формулы (3.4), нетрудно перейти к их приближенным значениям в виде сумм

$$\eta_1 = \frac{\sum_{i=1}^{20} \bar{m}_i \bar{f}_j(x_i) f_1(x_i)}{\sum_{i=1}^{20} \bar{m}_i f_1^2(x_i)}; \eta_2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} \bar{m}_i \bar{f}_j(x_i) f_2(x_i)}{\sum_{i=1}^{20} \bar{m}_i f_2^2(x_i)}; \dots \quad (3.5)$$

Следует указать на одно осложнение, которое возникает при использовании формул (3.5).

Неясно, что следует принимать в ней в качестве m ; величина эта различна для разных тонов, так как для них по-разному учитываются присоединенные массы воды. К сожалению, неясность эта не может быть уравновешена полностью, потому что она вытекает из допущений, заложенных в методе расчета.

Независимое рассмотрение главных колебаний судна – только приближенный подход к задаче, так как при наличии забортной воды главные колебания в уравнениях Лагранжа, строго говоря, не разделяются.

Приходится брать интенсивность масс m как среднее значение интенсивностей m_j и m_k из расчета колебаний j -го и k -го тонов, т.е.

$$m_{jk} = \frac{1}{2} (m_j + m_k). \quad (3.6)$$

В книге А.А. Курдюмова «Вибрация корабля» (1953 г.) рекомендуется вычислять:

$$m_{jk} = \sqrt{m_j \cdot m_k} \quad (3.7)$$

Для первых пяти тонов обе рекомендации практически совпадают.

3.2 Практическая часть

Для функции формы второго тона произвести ортогонализацию с первым тоном (предварительно уточненный первый тон по основному дифференциальному уравнению (практическая работа 4)).

Для функции формы третьего тона произвести ортогонализацию со вторым и первым тоном при условии, что функция второго тона после ортогонализации прошла уточнение по основному дифференциальному уравнению, а для функции первого тона произведено уточнение по дифференциальному уравнению.

Пример расчета вибрации корпуса судна представлен в приложении А.

Практическая работа 4. УТОЧНЕНИЕ ФОРМЫ КОЛЕБАНИЙ И ЧАСТОТЫ ПО ОСНОВНОМУ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМУ УРАВНЕНИЮ

4.1 Теоретическая часть

Получаемая из условий динамического равновесия форма колебаний удовлетворяет граничным условиям по изгибающему моменту ($f_j(x)=0$ при $x=0$ и $x=L$), но, не удовлетворяет основному дифференциальному уравнению и граничным условиям по срезающей силе.

Для того чтобы уточнить форму колебаний, подставим (2.3) в дифференциальное уравнение (2.4)

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} [E I A_j f_j''(x) \cos(\lambda_j t + \alpha_j)] - m A_j f_j(x) \lambda_j^2 \cos(\lambda_j t + \alpha_j) = 0$$

и сократим полученное уравнение на неравный нулю множитель, $A_j \cos(\lambda_j t + \alpha_j)$

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[E I \frac{d^2 f}{dx^2} \right] = m \lambda^2 f. \quad (4.1)$$

Уточнение значений $f(x)$ можно получить, если в правой части считать эту функцию $f(x)$ известной из предыдущего приближения – например, если взяв ее для первого тона по формуле (2.9), а для высших тонов с учетом ортогонализации – по формуле (3.3).

Произведя первое интегрирование, получим

$$\frac{d}{dx} [E I f''] = m_0 \lambda^2 \Delta L \left[\frac{1}{\Delta L} \int_0^x \bar{m} f dx \right] + A.$$

Для того чтобы функция $f(x)$ удовлетворяла граничным условиям по срезающей силе при $x=0$, необходимо, чтобы $A=0$. При этом будет удовлетворено условие по срезающей силе и на другом конце судна $x=L$, в силу того что $f(x)$ удовлетворяет условию (2.7).

Вторичное интегрирование уравнения (4.1) дает

$$f'' = \frac{m_0 \lambda^2 \Delta L^2}{E I_0} \left[\frac{1}{\Delta L^2} \frac{I_0}{I} \int_0^x \int_0^x \bar{m} f dx^2 \right] + B.$$

Чтобы функция $f(x)$ удовлетворяла граничному условию по моменту при $x=0$, надо, чтобы $B=0$. При этом будет удовлетворено граничное условие по моменту и на другом конце пр $x=L$, так как $f(x)$ удовлетворяет условию (2.8).

Два последующих интегрирования дают

$$f' = \frac{m_0 \lambda^2 \Delta L^3}{E I_0} \left[\frac{1}{\Delta L^3} \int_0^x \frac{I_0}{I} \int_0^x \int_0^x \bar{m} f dx^3 + C \right];$$

$$f = \frac{m_0 \lambda^2 \Delta L^4}{EI_0} \left[\frac{1}{\Delta L^4} \int_0^x \int_0^x \frac{I_0}{I} \int_0^x \int_0^x \bar{m} f dx^4 + C \left(\frac{x}{\Delta L} - \frac{L}{2\Delta L} \right) \right];$$

Шпация ΔL введена с целью сделать выражения в квадратных скобках безразмерными.

Обозначим также расстояние от миделя до середины рассматриваемого отсека, выраженное в шпациях, через $\bar{\zeta}_i$

$$\bar{\zeta}_i = \frac{L}{\Delta L} \left(\frac{x_i}{L} - \frac{1}{2} \right). \quad (4.2)$$

Заменяя в выражениях для f , f' и f'' интегралы суммами, получим:

$$f'' = \frac{m_0 \lambda^2 \Delta L^2}{EI_0} \left[\frac{I_0}{I_i} \sum_{i=1}^i \sum_{i=1}^i \bar{m}_i f_i \right]; \quad (4.3)$$

$$f'_i = \frac{m_0 \lambda^2 \Delta L^3}{EI_0} \left[C + \sum_{i=1}^i \frac{I_0}{I_i} \sum_{i=1}^i \sum_{i=1}^i \bar{m}_i f_i \right]; \quad (4.4)$$

$$f_i = \frac{m_0 \lambda^2 \Delta L^4}{EI_0} \left[D + C \bar{\zeta}_i + \sum_{i=1}^i \sum_{i=1}^i \frac{I_0}{I_i} \sum_{i=1}^i \sum_{i=1}^i \bar{m}_i f_i \right]; \quad (4.5)$$

или

$$f_i = p_1 \left[D + C \bar{\zeta}_i + \sum_{i=1}^i \sum_{i=1}^i \frac{I_0}{I_i} \sum_{i=1}^i \sum_{i=1}^i \bar{m}_i f_i \right]; \quad (4.6)$$

если ввести обозначение

$$p_1 = \frac{m_0 \lambda^2 \Delta L^4}{EI_0}.$$

Постоянные C и D можно найти, подчинив разыскиваемую функцию условиям динамического равновесия

$$\int_0^L m f dx = \int_0^L \int_0^x m f dx^2 = 0.$$

Заменяя, как и ранее интегралы суммами, получим два алгебраических уравнения для определения неизвестных C и D

$$\begin{cases} (\sum_{i=1}^{20} \bar{m}_i \bar{\zeta}_i) C + (\sum_{i=1}^{20} \bar{m}_i) D + \sum_{i=1}^{20} \bar{m}_i \sum_{i=1}^i \sum_{i=1}^i \frac{I_0}{I_i} \sum_{i=1}^i \sum_{i=1}^i \bar{m}_i f_i = 0; \\ (\sum_{i=1}^{20} \sum_{i=1}^i \bar{m}_i \bar{\zeta}_i) C + (\sum_{i=1}^{20} \sum_{i=1}^i \bar{m}_i) D + \sum_{i=1}^{20} \sum_{i=1}^i \bar{m}_i \sum_{i=1}^i \sum_{i=1}^i \frac{I_0}{I_i} \sum_{i=1}^i \sum_{i=1}^i \bar{m}_i f_i = 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

или

$$\begin{cases} aC + bD + g = 0; \\ a_1C + b_1D + g_1 = 0. \end{cases} \quad (4.8)$$

Решив систему (4.7) и найдя C и D , можно вычислить по формуле (4.6) уточненные значения функции формы.

Одновременно с уточнением функции формы оказывается уточненной и кривизна f , необходимая для вычисления обобщенной жесткости

$$N^* = \int_0^L EI[f''(x)]^2 dx = \sum EI_i[f''(x_i)]^2 \Delta L. \quad (4.9)$$

Подставив в последнее выражение значение кривизны (4.3), получим

$$N^* = \sum EI_i \frac{m_0^2 \lambda^4 \Delta L^5}{E^2 I_0^2} \left[\frac{I_0^2}{I_i^2} (\sum \bar{m}_i f_i)^2 \right] = \frac{m_0^2 \lambda^4 \Delta L^5}{EI_0} \sum \frac{I_0}{I_i} (\sum \bar{m}_i f_i)^2$$

или

$$\begin{cases} N^*_j = p_2 \sum_{i=1}^{20} \frac{I_0}{I_i} \left[\sum_{i=1}^i \sum_{i=1}^i \bar{m}_i f_i(x) \right]^2, \\ p_2 = \frac{m_0^2 \lambda^4 \Delta L^5}{EI_0}. \end{cases} \quad (4.10)$$

Помимо обобщенной жесткости нужна еще обобщенная масса

$$M^*_j = \int_0^L m[f_j(x)]^2 dx \quad (4.11)$$

или

$$M^*_j = m_0 \Delta L \sum_{i=1}^{20} \bar{m}_i [f_j(x_i)]^2. \quad (4.12)$$

Уточненная по основному дифференциальному уравнению частота

$$\lambda^* = \sqrt{\frac{N^*}{M^*}}. \quad (4.13)$$

4.2 Практическая часть

Для функции формы первого тона произвести уточнение по основному дифференциальному уравнению, а для функции второго тона уточнение по уравнению произвести после ортогонализации.

Пример расчета вибрации корпуса судна представлен в приложении А.

Практическая работа 5. УЧЕТ ВРАЩЕНИЯ СЕЧЕНИЯ КОРПУСА И СДВИГА

5.1 Теоретическая часть

Выражение для обобщенной массы (4.11) было получено при учете в кинетической энергии только поперечных перемещений элементов корпуса, пренебрегая энергией вращения этих элементов. В выражении обобщенной жесткости учитывались лишь деформации изгиба, вызванные нормальными напряжениями, а деформации, обусловленные сдвигом, т.е. касательными напряжениями, не учитывались. Если учесть дополнительную энергию вращения, то кинетическая энергия будет больше

$$K = \frac{1}{2} \int_0^L m \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L m \rho_{\text{ин}}^2 \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial t \partial x} \right)^2 dx,$$

где $m \rho_{\text{ин}}^2 dx$ – момент инерции элемента корпуса относительно поперечной горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести этого элемента;

m – погонная масса корпуса;

$\rho_{\text{ин}}$ – радиус инерции;

$\partial^2 \omega / \partial t \partial x$ – угловая скорость.

Подставляя в последнее выражение ряд (2.1) и учитывая условия ортогональности, получим

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \dot{\phi}_j^2 \left[\int_0^L m f_i^2 dx + \int_0^L m \rho_{\text{ин}}^2 (f'_j)^2 dx \right]$$

или

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} M^{**}_j \dot{\phi}_j^2,$$

где обобщенная масса с учетом инерции вращения сечений равна

$$M^{**}_j = \int_0^L m [f_j(x)]^2 dx + \int_0^L m \rho_{\text{ин}}^2 [f'_j(x)]^2 dx$$

Дополнительная обобщенная масса, учитывающая инерцию вращения, невелика по сравнению с основной и составляет обычно не более 3...5% от нее. Поэтому удобно учесть ее поправочным коэффициентом

$$M^{**}_j = M^*_j (1 + k_{\text{вр}}), \quad (5.1)$$

где M^*_j – обобщенная масса судна с присоединенной водой j -го тона без учета инерции вращения:

$$M^*_j = \int_0^L m f_j^2 dx;$$

$k_{\text{вр}}$ – поправочный коэффициент:

$$k_{\text{вр}} = \frac{\int_0^L m \rho_{\text{ин}}^2 [f'_{ij}(x)]^2 dx}{\int_0^L m [f_{ij}(x)]^2 dx}.$$

Учитывая, что поправочный коэффициент невелик, можно $m \rho_{\text{ин}}^2$ заменить их средним значением $m_0 \rho_0^2$, после чего, переходя от интегралов к суммам, окончательно получим

$$k_{\text{вр}} = \frac{m_0 \rho_0^2 \Delta L \sum_{i=1}^{20} [f'_{ij}(x_i)]^2}{M^*_{ij}}. \quad (5.2)$$

Значения производных, которые суммируются в числителе, определяются формулой (4.4)

$$f'_i(x_i) = p_3 \left[C + \sum_{i=1}^i \frac{I_0}{I_i} \sum_{i=1}^i \sum_{i=1}^i \bar{m}_i f_i(x_i) \right], \quad (5.3)$$

где

$$p_3 = \frac{m_0 \lambda^2 \Delta L^3}{EI_0}.$$

Учет дополнительных деформаций от сдвига увеличивает податливость корпуса, т.е. несколько понижает обобщенную жесткость

$$N^{**}_{ij} = \frac{N^*_{ij}}{1 + k_{\text{сдв}}}, \quad (5.4)$$

где

$$k_{\text{сдв}} = \frac{\int_0^L EI [f''_{ij}(x)]^2 dx}{\int_0^L GF_{\text{пр}} [f'_{ij}(x)]^2 dx} = \frac{N^*_{ij}}{\int_0^L GF_{\text{пр}} [f'_{ij}(x)]^2 dx}$$

или, если приведенную площадь поперечного сечения корпуса, воспринимающую сдвиг $F_{\text{пр}}$, заменить ее средним значением F_0

$$k_{\text{сдв}} = \frac{N^*_{ij}}{GF_0 \Delta L \sum_{i=1}^{20} [f'_{ij}(x_i)]^2}. \quad (5.5)$$

Подставив в формулу (4.13)

$$\lambda^{**}_{ij} = \sqrt{\frac{N^*_{ij}}{M^*_{ij}(1+k_{\text{вр}})(1+k_{\text{сдв}})}}.$$

Поскольку поправочные коэффициенты не превышают нескольких процентов, произведением их можно пренебречь

$$\lambda^{**}_{ij} = \frac{\lambda^*_{ij}}{\sqrt{1+k_{\text{вр}}+k_{\text{сдв}}}}. \quad (5.6)$$

5.2 Практическая часть

Произвести уточнение частот первого и второго тона по уточненным функциям соответствующих тонов. (Уточнение функций форм произведено по практической работе 3 и 4).

Пример расчета вибрации корпуса судна представлен в приложении А.

Практическая работа 6. НОРМИРОВАНИЕ ВИБРАЦИИ

6.1 Теоретическая часть

Вибрация может характеризоваться четырьмя величинами: амплитудой перемещений a , амплитудой скорости v , амплитудой ускорения j и круговой частотой ω или связанными с частотой величинами (число колебаний в минуту или секунду, период колебаний). Поскольку указанные четыре характеристики связаны двумя зависимостями

$$v = a\omega \text{ и } j = a\omega^2$$

можно нормировать любые две из них.

В итоге измерений вибрации на судах различных типов и анализа повреждений и неудобств, причиной которой явилась вибрация, было решено лимитировать амплитуды перемещений и амплитуды ускорений, назначив для них независимые друг от друга предельные значения:

$$a \leq 1 \dots 1,5 \text{ мм}; j \leq 1000 \dots 1500 \frac{\text{мм}}{\text{с}^2}.$$

Анализ различных случаев вибрации и вредных последствий на ряде судов (в основном речных и озерных) показывает, что амплитуда перемещений не должна превышать значения

$$a = \frac{2}{1 + \left(\frac{n}{5}\right)^2} = \frac{2}{1 + \left(\frac{N}{300}\right)^2}, \quad (6.1)$$

где a – предельно допустимая амплитуда колебаний, мм;

n – число колебаний в секунду, т.е. частота в герцах;

N – число колебаний в минуту.

Указанному требованию должны удовлетворять колебания любого направления палуб, бортов, днища, переборок, любых перекрытий, ребер жесткости и других связей корпуса, кроме судовых пластин.

Для сравнительной оценки вибрации в служебных помещениях, в которых установлена радионавигационная аппаратура, и в жилых помещениях может быть принято следующее значение допустимых амплитуд

$$a = \frac{1,3}{1 + \left(\frac{n}{5}\right)^2} = \frac{1,3}{1 + \left(\frac{N}{300}\right)^2} \text{ мм}. \quad (6.2)$$

Для пластин допустимая вибрация определяется возникающими в них напряжениями. Полагая, что дополнительные динамические переменные напряжения не должны превышать 400 кгс/см^2 [$\sim 40 \text{ Н/мм}^2$], поскольку в пластинах имеются и другие напряжения, можно следующим путем установить наибольшую допустимую

амплитуду колебаний пластины.

Полоска пластины, вырезанная из ее середины параллельно меньшей стороне опорного контура, колеблется как жестко заделанная балка по уравнению.

$$\omega(x, t) = a \frac{f\left(\frac{x}{b}\right)}{f(0,5)} \sin \lambda t = \frac{a}{f(0,5)} \left[\sin \mu \frac{x}{b} - \cos \mu \frac{x}{a} + e^{-\mu \frac{x}{b}} - \delta \left(ch \mu \frac{x}{b} - \cos \mu \frac{x}{b} \right) \right] \sin \lambda t$$

где a – прогиб в середине пролета $(x/b)=0,5$;

b – меньшая сторона опорного контура пластины.

Дважды дифференцируя это выражение можно получить изгибающий момент

$$M_{\text{изг}} = EI \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = \frac{aEI \sin \lambda t}{f(0,5)} \frac{\mu^2}{b^2} \left[-\sin \mu \frac{x}{b} + \cos \mu \frac{x}{b} + e^{-\mu \frac{x}{b}} - \delta \left(ch \mu \frac{x}{b} - \cos \mu \frac{x}{b} \right) \right].$$

Максимальное его значение для первого тона при $\sin \lambda t=1$, $\mu=4,73$ и $f(0,5)=1,6164$ равно

$$M_{\text{макс}} = \frac{aEI}{1,6164} \frac{4,73^2}{b^2} [2,03] = \frac{28aEI}{b^2}.$$

Напряжения при этом моменте найдем по формуле

$$\sigma = \frac{M_{\text{макс}}}{W} = \frac{28aEh}{2b^2}.$$

При указанном выше напряжении $E=2,2 \cdot 10^6$ кгс/см² [$\sim 2,2 \cdot 10^5$ Н/мм²] получим

$$a = 0,13 \cdot 10^{-4} \frac{b^2}{h}.$$

где h – толщина пластины, мм;

b – меньшая сторона опорного контура пластины.

Последнему выражению удобно придать форму

$$a = 0,13 \cdot \left(\frac{b}{100h} \right)^2 h. \quad (6.3)$$

Речной Регистр РСФСР считает необходимым допускать несколько меньшие амплитуды

$$a = 0,125 \cdot \left(\frac{b}{100h} \right)^2 h. \quad (6.4)$$

6.2 Практическая часть

По формулам (6.1) и (6.2) определить амплитуду перемещений для первых трех тонов свободных колебаний проектируемого судна.

Приведенные требования в теоретическом разделе должны быть дополнительно согласованы с требованиями Правил РМРС, части VII «Механические установки», главы 9 – Вибрация механизмов и оборудования. Технические нормы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Правила классификации и постройки морских судов. Часть VII. Механические установки / Российский морской регистр судоходства. – СПб. : Российский морской регистр судоходства, 2024. – 106 с. - Текст : непосредственный.
2. Давыдов, В. В. Динамические расчеты прочности судовых конструкций : учеб. для вузов по спец. "Судостроение и судоремонт" / В. В. Давыдов, Н. В. Маттес. - Л. : Судостроение, 1974. - 336 с. : ил. - Текст : непосредственный.
3. Шиманский, Ю. А. Динамический расчет судовых конструкций / Ю. А. Шиманский ; ред. В. И. Першин. - Л. : Судпромгиз, 1963. - 444 с. : ил. - 1.72 р. - Текст : непосредственный.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица А.1 – Исходные данные проектируемого судна

Характеристика				Обозначение	Значение
Длина между перпендикулярами, м				L_{np}	37,2
Ширина по КВЛ, м				$B_{КВЛ}$	7,4
Осадка по КВЛ, м				$d_{КВЛ}$	1,8
Высота борта до ВП на миделе, м				D	3
Полное водоизмещение, т				Δ	300
Квадрат среднего радиуса инерции, м ²				ρ^2_0	0,75
Средняя площадь поперечного сечения корпуса, воспринимающего срез, м ²				F_0	0,13
№ шпанций	Ординаты ГВЛ y_i , м	Осадки d_i , м	Площади шпангоутов, F_i , м ²	Момент инерции, I_i , м ⁴	Интенсивность массы m_i , т/м
0-1	0,60	1,80	0,67	0,120	3,03
1-2	1,35	1,80	2,37	0,168	4,13
2-3	2,17	1,80	4,45	0,170	3,89
3-4	2,82	1,80	6,65	0,177	6,15
4-5	3,20	1,80	8,50	0,195	7,20
5-6	3,42	1,80	10,00	0,210	8,00
6-7	3,60	1,80	11,00	0,220	10,00
7-8	3,64	1,80	11,80	0,230	13,00
8-9	3,70	1,80	12,00	0,236	16,00
9-10	3,70	1,80	12,00	0,236	10,00
10-11	3,70	1,80	12,00	0,236	10,00
11-12	3,70	1,80	12,00	0,236	17,00
12-13	3,70	1,80	11,90	0,232	16,00
13-14	3,70	1,80	11,40	0,225	8,00
14-15	3,52	1,80	10,40	0,215	6,00
15-16	3,30	1,80	9,30	0,207	4,50
16-17	2,92	1,80	7,15	0,200	4,08
17-18	2,39	1,80	4,65	0,136	3,32
18-19	1,72	1,80	2,36	0,075	6,24
19-20	0,80	1,80	0,70	0,042	4,58

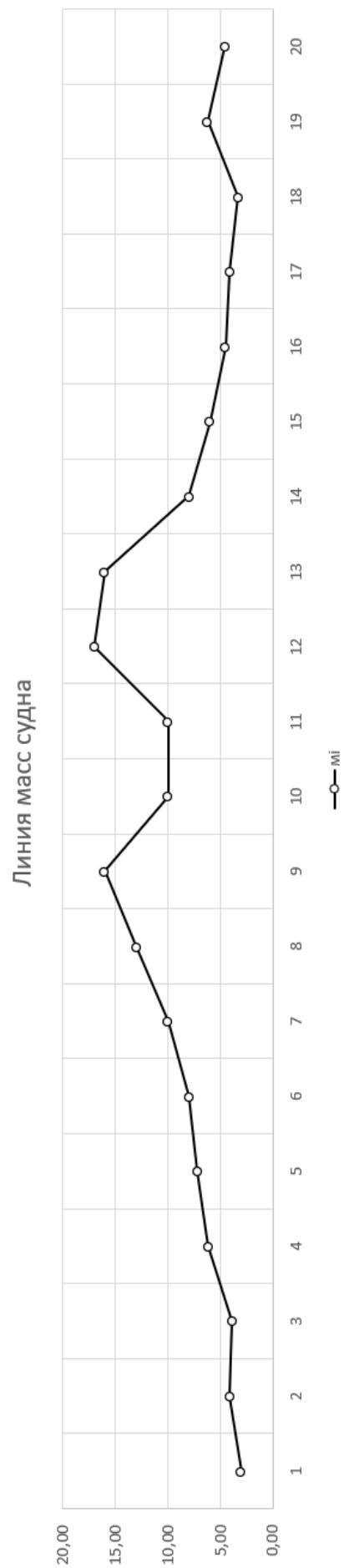


Рисунок А.1 – Линия масс судна

Таблица А.1 – Форма первого тона в первом приближении

Форма и частота колебаний первого тона в первом приближении																									
№ шапаний		Учет присоединенной воды						Составление коэффициентов уравнений										Вычисление f_i		Проверка f_i		Определение λ			
$y_0, м$	$d_0, м$	$F_0, м^2$	$\Delta m, т/м$	$m_0, т/м$	$\bar{m}_i$	$\Sigma \bar{m}_i$	ζ_i	$\bar{m}_i \zeta_i$	$\Sigma \bar{m}_i \zeta_i$	$\sin(j\pi x/L)$	$\bar{m}_i(13)$	$\Sigma \bar{m}_i(13)$	$\beta_i \zeta_i$	f_i	$\bar{m}_i f_i$	$\Sigma \bar{m}_i f_i$	I/I_0	$I/I_0(13^*)$	$m, \ddot{x}_i$						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22				
							0		0			0					0								
1	0,600	1,800	0,670	0,134	3,030	3,164	0,316	0,316	-0,475	-0,150	-0,150	0,0784	0,025	0,025	-0,025	-0,743	-0,235	-0,235	0,120	0,001	0,175				
2	1,350	1,800	2,370	1,068	4,130	5,198	0,520	0,836	-0,425	-0,221	-0,371	0,2333	0,121	0,146	-0,023	-0,585	-0,304	-0,539	0,168	0,009	0,178				
3	2,170	1,800	4,450	3,225	3,890	7,115	0,711	1,548	-0,375	-0,267	-0,638	0,3825	0,272	0,418	-0,020	-0,433	-0,308	-0,848	0,170	0,025	0,134				
4	2,820	1,800	6,650	6,262	6,150	12,412	1,241	2,789	-0,325	-0,403	-1,041	0,5223	0,648	1,066	-0,017	-0,291	-0,361	-1,209	0,177	0,048	0,105				
5	3,200	1,800	8,500	9,083	7,200	16,283	1,628	4,417	-0,275	-0,448	-1,489	0,6492	1,057	2,124	-0,015	-0,161	-0,263	-1,472	0,195	0,082	0,042				
6	3,420	1,800	10,000	11,421	8,000	19,421	1,942	6,359	-0,225	-0,437	-1,926	0,7601	1,476	3,600	-0,012	-0,048	-0,093	-1,564	0,210	0,121	0,004				
7	3,600	1,800	11,000	13,224	10,000	23,224	2,322	8,682	-0,175	-0,406	-2,333	0,8524	1,980	5,579	-0,009	0,047	0,109	-1,455	0,220	0,160	0,005				
8	3,640	1,800	11,800	14,343	13,000	27,343	2,734	11,416	-0,125	-0,342	-2,674	0,9237	2,526	8,105	-0,007	0,121	0,331	-1,124	0,230	0,196	0,040				
9	3,700	1,800	12,000	14,827	16,000	30,827	3,083	14,499	-0,075	-0,231	-2,906	0,9722	2,997	11,102	-0,004	0,172	0,531	-0,593	0,236	0,223	0,091				
10	3,700	1,800	12,000	14,827	10,000	24,827	2,483	16,981	-0,025	-0,062	-2,968	0,9969	2,475	13,577	-0,001	0,200	0,495	-0,098	0,236	0,235	0,099				
11	3,700	1,800	12,000	14,827	10,000	24,827	2,483	19,464	0,025	0,062	-2,906	0,9970	2,475	16,052	0,001	0,202	0,502	0,405	0,236	0,235	0,102				
12	3,700	1,800	12,000	14,827	17,000	31,827	3,183	22,647	0,075	0,239	-2,667	0,9726	3,095	19,147	0,004	0,181	0,575	0,979	0,236	0,223	0,104				
13	3,700	1,800	11,900	14,703	16,000	30,703	3,070	25,717	0,125	0,384	-2,283	0,9743	2,838	21,985	0,007	0,135	0,414	1,393	0,232	0,198	0,056				
14	3,700	1,800	11,400	14,085	8,000	22,085	2,209	27,926	0,175	0,386	-1,897	0,8532	1,884	23,869	0,009	0,066	0,147	1,540	0,225	0,164	0,010				
15	3,520	1,800	10,400	12,225	6,000	18,225	1,822	29,748	0,225	0,410	-1,487	0,7612	1,387	25,257	0,012	-0,023	-0,042	1,498	0,215	0,125	0,001				
16	3,300	1,800	9,300	10,248	4,500	14,748	1,475	31,223	0,275	0,406	-1,081	0,6504	0,959	26,216	0,015	-0,131	-0,193	1,305	0,207	0,088	0,025				
17	2,920	1,800	7,150	6,972	4,080	11,052	1,105	32,328	0,325	0,359	-0,722	0,5236	0,579	26,794	0,017	-0,255	-0,282	1,023	0,200	0,055	0,072				
18	2,390	1,800	4,650	3,711	3,320	7,031	0,703	33,031	0,375	0,264	-0,458	0,3840	0,270	27,064	0,020	-0,392	-0,276	0,747	0,136	0,020	0,108				
19	1,720	1,800	2,360	1,356	6,240	7,596	0,760	33,791	0,425	0,323	-0,135	0,2349	0,178	27,243	0,023	-0,539	-0,409	0,338	0,075	0,004	0,220				
20	0,800	1,800	0,700	0,187	4,580	4,767	0,477	34,267	0,475	0,226	0,091	0,0800	0,038	27,281	0,025	-0,691	-0,329	0,009	0,042	0,000	0,227				
Σ			161,300	181,554	161,120	342,674	34,267	357,985		0,091	-30,040		27,281	286,650			0,009	0,102		2,211	1,799				
Система линейных алгебраических уравнений																									
34,267	δ_i	+	0,091	β_i	+	27,281	=	0	δ_i	-0,796	Обобщенная жесткость											Число колебаний			
357,985	δ_i	-	-30,040	β_i	+	286,650	=	0	β_i	0,053	Обобщенная масса											Период колебаний			
											Обобщенная частота											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса											Частота колебаний			
											Обобщенная масса														

Таблица А.2 – Форма второго тона в первом приближении

Формы и частоты колебаний второго тона в первом приближении																						
№ шпаций	Учет присоединенной воды					Составление коэффициентов уравнений									Вычисления f_i		Проверка f_i		Определение λ			
	$Y, м$	$d, м$	$F, м^2$	$\Delta m, т/м$	$m, т/м$	$\bar{m}$	$\Sigma \bar{m}$	ζ	$\bar{m}\zeta$	$\Sigma \bar{m}\zeta$	$\sin(j\pi x/L)$	$\bar{m}(13)$	$\Sigma \bar{m}(13)$	β_i	f_i	$\bar{m}f_i$	$\Sigma \bar{m}f_i$	L/I_0	$L/I_0(13^2)$	$m\dot{f}_i$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
1	0,600	1,800	0,670	0,121	3,030	3,151	0,315	0	-0,475	-0,150	0	0,1564	0,049	0,049	-1,366	-1,220	-0,384	0				
2	1,350	1,800	2,370	0,961	4,130	5,091	0,509	0,315	-0,425	-0,216	-0,366	0,4538	0,231	0,280	-1,222	-0,779	-0,397	-0,781	0,120	0,003	0,469	
3	2,170	1,800	4,450	2,901	3,890	6,791	0,679	1,503	-0,375	-0,255	-0,621	0,7068	0,480	0,760	-1,078	-0,382	-0,260	-1,041	0,168	0,035	0,309	
4	2,820	1,800	6,650	5,634	6,150	11,784	1,178	2,682	-0,325	-0,383	-1,004	0,8908	1,050	1,810	-0,934	-0,055	-0,064	-1,105	0,170	0,085	0,099	
5	3,200	1,800	8,500	8,171	7,200	15,371	1,537	4,219	-0,275	-0,423	-1,426	0,9876	1,518	3,328	-0,791	0,186	0,286	-0,819	0,177	0,140	0,004	
6	3,420	1,800	10,000	10,274	8,000	18,274	1,827	6,046	-0,225	-0,411	-1,838	0,9878	1,805	5,133	-0,647	0,330	0,603	-0,216	0,190	0,053		
7	3,600	1,800	11,000	11,897	10,000	21,897	2,190	8,236	-0,175	-0,383	-2,221	0,8915	1,952	7,085	-0,503	0,377	0,826	0,610	0,205	0,199		
8	3,640	1,800	11,800	12,904	13,000	25,904	2,590	10,826	-0,125	-0,324	-2,545	0,7080	1,834	8,919	-0,359	0,338	0,874	1,484	0,220	0,312		
9	3,700	1,800	12,000	13,339	16,000	29,339	2,934	13,760	-0,075	-0,220	-2,765	0,4552	1,335	10,255	-0,216	0,229	0,671	2,155	0,236	0,049	0,153	
10	3,700	1,800	12,000	13,339	10,000	23,339	2,334	16,094	-0,025	-0,058	-2,823	0,1579	0,369	10,623	-0,072	0,075	0,175	2,330	0,236	0,006	0,013	
11	3,700	1,800	12,000	13,339	10,000	23,339	2,334	18,428	0,025	0,058	-2,765	-0,1548	-0,361	10,262	0,072	-0,094	-0,219	2,111	0,236	0,006	0,021	
12	3,700	1,800	12,000	13,339	17,000	30,339	3,034	21,462	0,075	0,228	-2,537	-0,4524	-1,372	8,889	0,216	-0,248	-0,752	1,359	0,236	0,048	0,186	
13	3,700	1,800	11,900	13,228	16,000	29,228	2,923	24,385	0,125	0,365	-2,172	-0,7057	-2,063	6,827	0,359	-0,357	-1,044	0,315	0,232	0,116	0,373	
14	3,700	1,800	11,400	12,672	8,000	20,672	2,067	26,452	0,175	0,362	-1,810	-0,8900	-1,840	4,987	0,503	-0,398	-0,823	-0,507	0,225	0,178	0,327	
15	3,520	1,800	10,400	10,998	6,000	16,998	1,700	28,151	0,225	0,382	-1,427	-0,9873	-1,678	3,309	0,647	-0,351	-0,597	-1,105	0,215	0,210	0,210	
16	3,300	1,800	9,300	9,220	4,500	13,720	1,372	29,523	0,275	0,377	-1,050	-0,9881	-1,356	1,953	0,791	-0,208	-0,286	-1,391	0,207	0,202	0,060	
17	2,920	1,800	7,150	6,272	4,080	10,352	1,035	30,559	0,325	0,336	-0,714	-0,8922	-0,924	1,030	0,934	0,031	0,032	-1,359	0,200	0,159	0,001	
18	2,390	1,800	4,650	3,339	3,320	6,659	0,666	31,225	0,375	0,250	-0,464	-0,7091	-0,472	0,557	1,078	0,358	0,238	-1,120	0,136	0,068	0,085	
19	1,720	1,800	2,360	1,219	6,240	7,459	0,746	31,970	0,425	0,317	-0,147	-0,4566	-0,341	0,217	1,222	0,754	0,563	-0,558	0,075	0,016	0,424	
20	0,800	1,800	0,700	0,168	4,580	4,748	0,475	32,445	0,475	0,226	0,079	-0,1595	-0,076	0,141	1,366	1,195	0,567	0,010	0,042	0,001	0,678	
Σ			161,300	163,333	161,120	324,453	32,445	339,105		0,079	-28,764		0,141	86,415			0,010	-0,012		2,007	4,272	
Система линейных алгебраических уравнений															Обобщенная жесткость		Число колебаний					
32,445	δ_1	+	0,079	β_1	+	0,141	=	0	δ_1	-0,011			N_1	594145,821	кН/м	n_1	826,141	кол/мин				
339,105	δ_1	-	-28,764	β_1	+	86,415	=	0	β_1	2,875			Обобщенная масса		Период колебаний							
													M_1	79,463	т	T_1	0,073	сек				
Решение СЛАУ в Mathcad															Частота колебаний							
															λ_1	86,469	с ⁻¹					

Формы собственных колебаний первого, второго и третьего тона

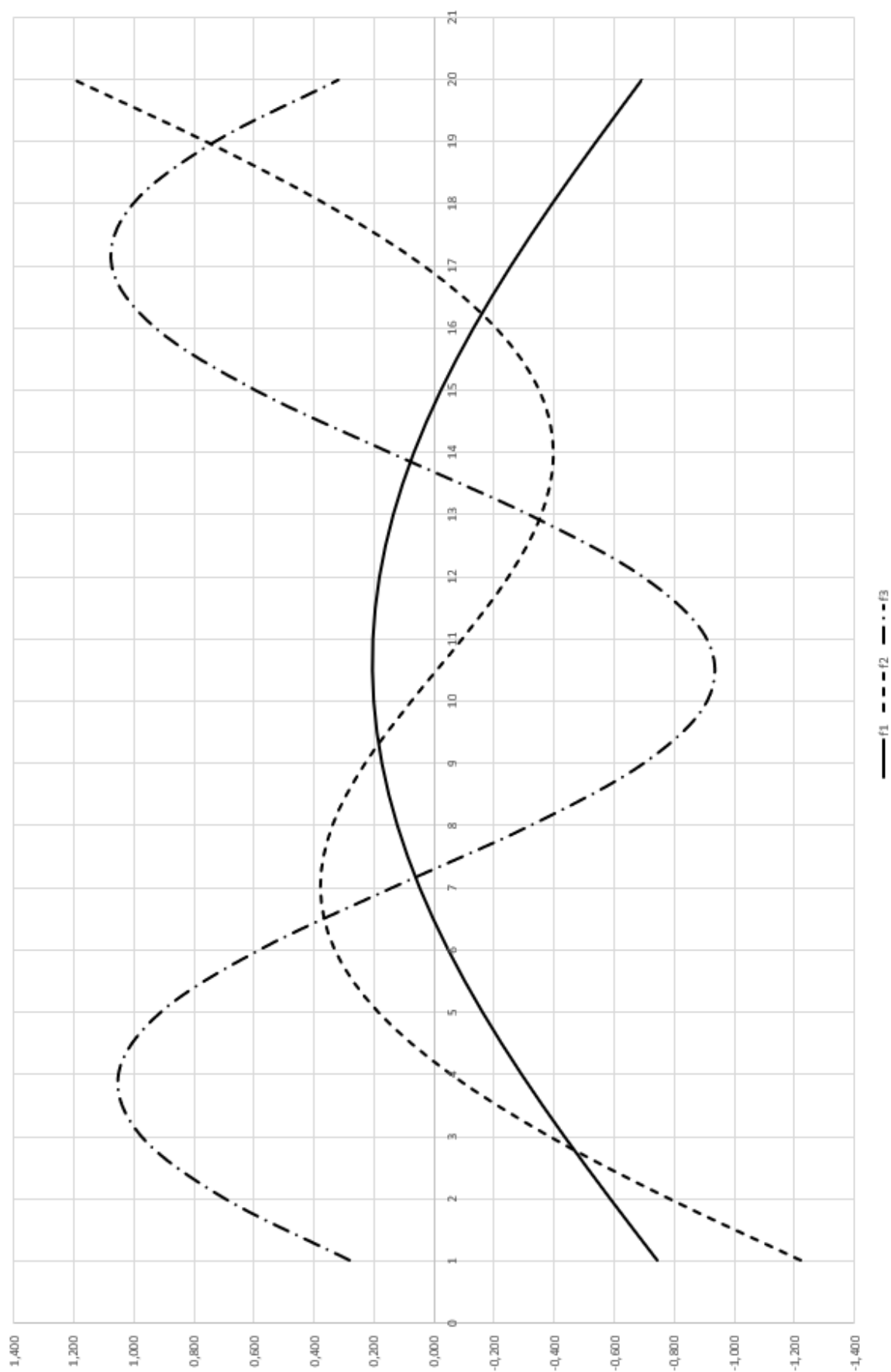


Рисунок А.2 – Формы колебаний первого, второго и третьего тона в первом приближении

Таблица А.4 – Уточненная функция первого тона по дифференциальному уравнению

Уточнение функции. Формы свободных колебаний первого тона на основном дифференциальном уравнении

Исходные данные

№	ξ	$\bar{m}$	f_i	$1/I_0$	$\Sigma \bar{m}_i$	$\bar{m}_i \xi_i$	$\Sigma \bar{m}_i \xi_i$	$\bar{m}_i f_i$	$\Sigma \bar{m}_i f_i$	$\Sigma \bar{m}_i f_i^2$	$I_1/I_0 \Sigma \bar{m}_i f_i$	$I_2/I_0 \Sigma \bar{m}_i f_i^2$
штабный	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	-9,500	0,316	-0,743	0,120	0,316	-3,006	-3,006	-0,235	-0,118	-0,059	-0,490	-0,490
2	-8,500	0,520	-0,585	0,168	0,836	-7,425	-4,419	-0,539	-0,387	-0,311	-1,852	-0,576
3	-7,500	0,711	-0,433	0,170	1,548	-5,336	-12,761	-0,508	-0,848	-0,693	-7,349	-0,485
4	-6,500	1,241	-0,291	0,177	2,789	-8,068	-20,829	-0,361	-1,209	-1,028	-9,673	-1,266
5	-5,500	1,628	-0,161	0,195	4,417	-8,956	-29,784	-0,263	-1,472	-1,340	-14,833	-3,017
6	-4,500	1,942	-0,048	0,210	6,359	-8,739	-38,524	-0,093	-1,518	-1,518	-20,597	-49,086
7	-3,500	2,322	0,047	0,220	8,682	-8,128	-46,652	0,109	-1,455	-1,510	-6,594	-5,839
8	-2,500	2,734	0,121	0,230	11,416	-6,836	-53,488	0,331	-1,124	-1,290	-7,883	-7,239
9	-1,500	3,083	0,172	0,236	14,499	-4,624	-58,112	0,531	-0,593	-0,859	-8,742	-8,313
10	-0,500	2,483	0,200	0,236	16,981	-1,241	-59,353	0,495	-0,098	-0,345	-9,087	-8,915
11	0,500	2,483	0,202	0,236	19,464	1,241	-58,112	0,502	0,403	0,153	-8,934	-9,011
12	1,500	3,183	0,181	0,236	22,647	4,774	-53,338	0,575	0,979	0,692	-8,242	-8,588
13	2,500	3,070	0,135	0,232	25,717	7,676	-45,662	0,414	1,393	1,186	-7,056	-7,649
14	3,500	2,209	0,066	0,225	27,926	7,730	-37,932	0,147	1,540	1,467	-5,589	-6,333
15	4,500	1,822	-0,023	0,215	29,748	8,201	-29,731	-0,042	1,498	1,519	-4,070	-4,830
16	5,500	1,475	-0,131	0,207	31,223	8,112	-21,619	-0,193	1,305	1,402	-2,668	-3,369
17	6,500	1,105	-0,255	0,200	32,328	7,184	-14,456	-0,282	1,023	1,164	-1,504	-2,086
18	7,500	0,703	-0,392	0,136	33,031	5,273	-9,162	-0,276	0,747	0,885	-0,619	-1,062
19	8,500	0,760	-0,539	0,075	33,791	6,436	-2,706	-0,409	0,338	0,543	-0,076	-0,348
20	9,500	0,477	-0,691	0,042	34,267	4,529	1,823	-0,529	0,009	0,174	0,097	0,011
Σ		34,267			357,985	1,823	-600,806				2,447,317	

Система линейных алгебраических уравнений

1,823	C_1	+	34,267	D_1	+	-28894,522	=	0	C_1	188,859	N_1	41587,113
-600,806	C_1	-	357,985	D_1	+	-184794,768	=	0	D_1	833,170	Обобщенная жесткость	
										Обобщенная масса		
										M_1	34,87	τ
										Частота колебаний		
										λ_1	34,974	c ⁻¹
										p_1	0,000747	
										p_2	16,993	кН/м
										p_3	0,000402	м ⁻¹

Решение СЛАУ в Mathcad

$C_1=0$

$D=0$

G_{min}

$1,823 \cdot C_1 + 34,267 \cdot D + -28894,522 = 0$

$-600,806 \cdot C_1 + 357,985 \cdot D + -184794,768 = 0$

$Find(C, D) = \begin{pmatrix} 188,859 \\ 833,17 \end{pmatrix}$

Число колебаний

N_1	ν_1	329,946	кол/мин
Период колебаний			
T_1	0,182	сек	

Таблица А.6 – Уточненная функция формы второго тона по дифференциальному уравнению

[illegible]

Таблица А.7 – Ортогонализация форм колебаний третьего тона с формой второго и первого

Ортогонализация формы колебаний третьего тона с формой второго и первого тона													Ортогонализация				
№ шпалей	Исходные данные				$\bar{f}_i$	f_{k1}	f_{k2}	$\bar{m}$	$\bar{m}f_{k1}$	$\bar{m}f_{k2}$	$\bar{m}f_{k1}^2$	$\bar{m}f_{k2}^2$					
	$\bar{m}_i$	$\bar{m}_{k1}$	$\bar{m}_{k2}$	$\bar{m}_{ik}$									$\eta_1 f_{k1}$	$\eta_1 f_{k2}$	f_i	$m f_{k1}$	$m f_{k2}$
1	2	3	4		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	0,314	0,315	0,316		0,282	-1,237	-0,718	0,315	-0,110	-0,064	0,482	0,162	0,133	1,711	-1,563	0,609	0,354
2	0,502	0,509	0,520		0,699	-0,849	-0,577	0,510	-0,303	-0,206	0,368	0,170	0,091	1,377	-0,769	0,333	0,226
3	0,658	0,679	0,711		0,976	-0,479	-0,439	0,683	-0,319	-0,292	0,157	0,131	0,051	1,046	-0,122	0,040	0,036
4	1,136	1,178	1,241		1,051	-0,147	-0,304	1,185	-0,182	-0,379	0,025	0,110	0,016	0,725	0,310	-0,054	-0,112
5	1,476	1,537	1,628		0,909	0,124	-0,177	1,547	0,174	-0,248	0,024	0,048	-0,013	0,421	0,501	0,096	-0,137
6	1,751	1,827	1,942		0,581	0,309	-0,060	1,840	0,331	-0,065	0,176	0,007	-0,033	0,144	0,470	0,268	-0,052
7	2,101	2,190	2,322		0,139	0,398	0,040	2,204	0,122	0,012	0,348	0,004	-0,043	-0,096	0,278	0,243	0,025
8	2,494	2,590	2,734		-0,320	0,385	0,121	2,606	-0,322	-0,101	0,387	0,038	-0,041	-0,290	0,011	0,011	0,003
9	2,835	2,934	3,083		-0,697	0,285	0,179	2,950	-0,587	-0,369	0,240	0,095	-0,031	-0,427	-0,239	-0,201	-0,126
10	2,235	2,334	2,483		-0,908	0,123	0,211	2,350	-0,263	-0,450	0,036	0,105	-0,013	-0,503	-0,391	-0,113	-0,194
11	2,235	2,334	2,483		-0,907	-0,065	0,215	2,350	0,139	-0,458	0,010	0,109	0,007	-0,513	-0,402	0,062	-0,203
12	2,935	3,034	3,183		-0,695	-0,239	0,191	3,050	0,507	-0,404	0,175	0,111	0,026	-0,455	-0,265	0,194	-0,154
13	2,824	2,923	3,070		-0,316	-0,361	0,140	2,939	0,335	-0,130	0,383	0,057	0,039	-0,333	-0,022	0,023	-0,009
14	1,973	2,067	2,209		0,146	-0,403	0,064	2,083	-0,123	0,020	0,338	0,009	0,043	-0,153	0,257	-0,215	0,034
15	1,618	1,700	1,822		0,592	-0,350	-0,032	1,713	-0,355	-0,032	0,210	0,002	0,038	0,076	0,479	-0,287	-0,026
16	1,303	1,372	1,475		0,925	-0,204	-0,145	1,383	-0,261	-0,185	0,057	0,029	0,022	0,345	0,558	-0,157	-0,112
17	0,989	1,035	1,105		1,073	0,024	-0,270	1,043	0,027	-0,302	0,001	0,076	-0,003	0,644	0,432	0,011	-0,122
18	0,641	0,666	0,703		1,004	0,316	-0,403	0,670	0,212	-0,271	0,067	0,109	-0,034	0,962	0,076	0,016	-0,020
19	0,737	0,746	0,760		0,733	0,656	-0,543	0,747	0,359	-0,297	0,322	0,220	-0,070	1,294	-0,491	-0,241	0,199
20	0,474	0,475	0,477		0,320	1,027	-0,685	0,475	0,156	-0,104	0,501	0,223	-0,110	1,633	-1,204	-0,587	0,392
Σ									-0,462	-4,327	4,306	1,815				0,049	0,002
η_1	-0,107	η_2	-2,384														

Уточненная форма свободных колебаний первого и второго тона по основному дифференциальному уравнению

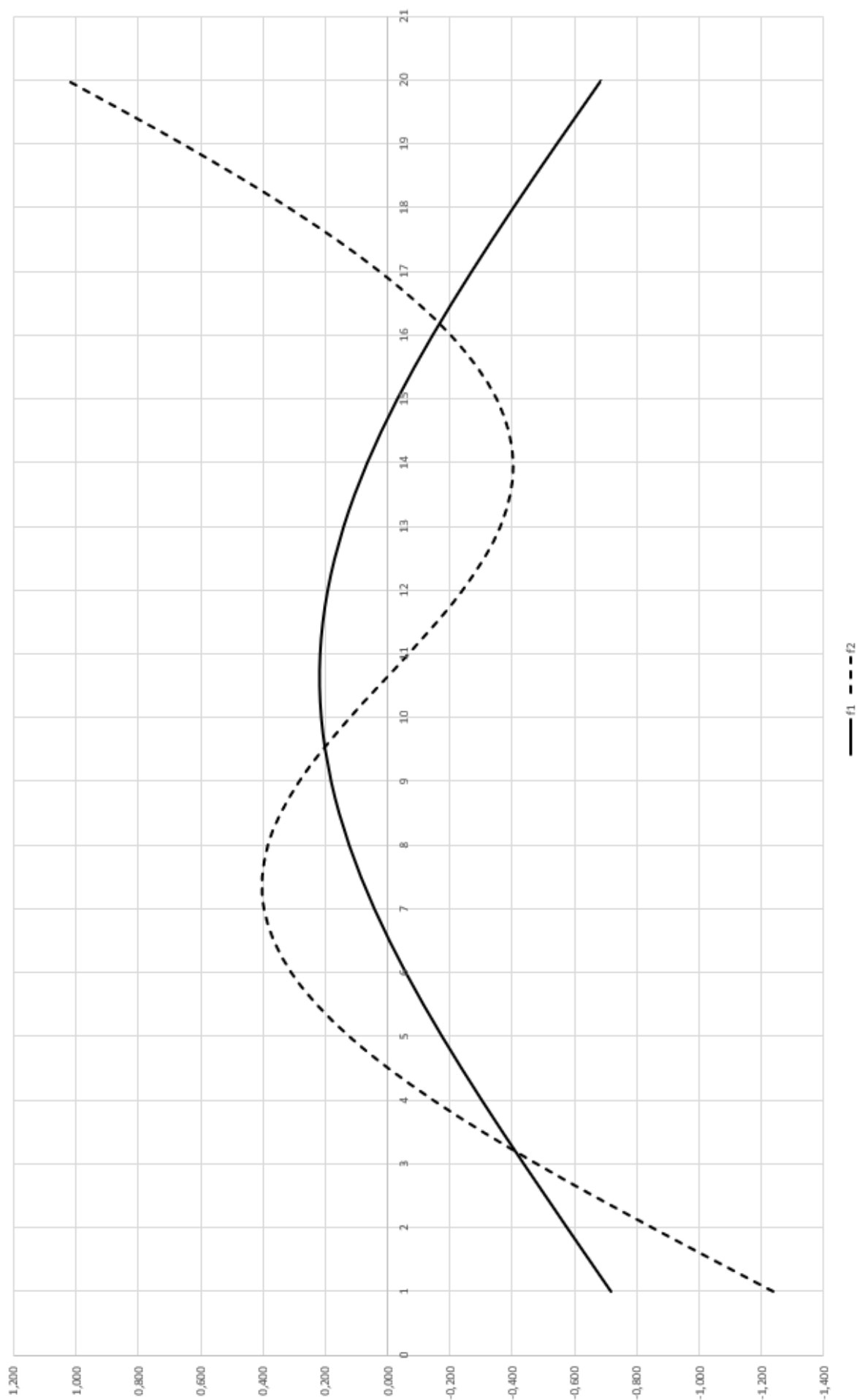


Рисунок А.3 – Уточненные формы колебаний первого и второго тона по дифференциальному уравнению

Ортогонализация форм собственных колебаний второго и третьего тонов

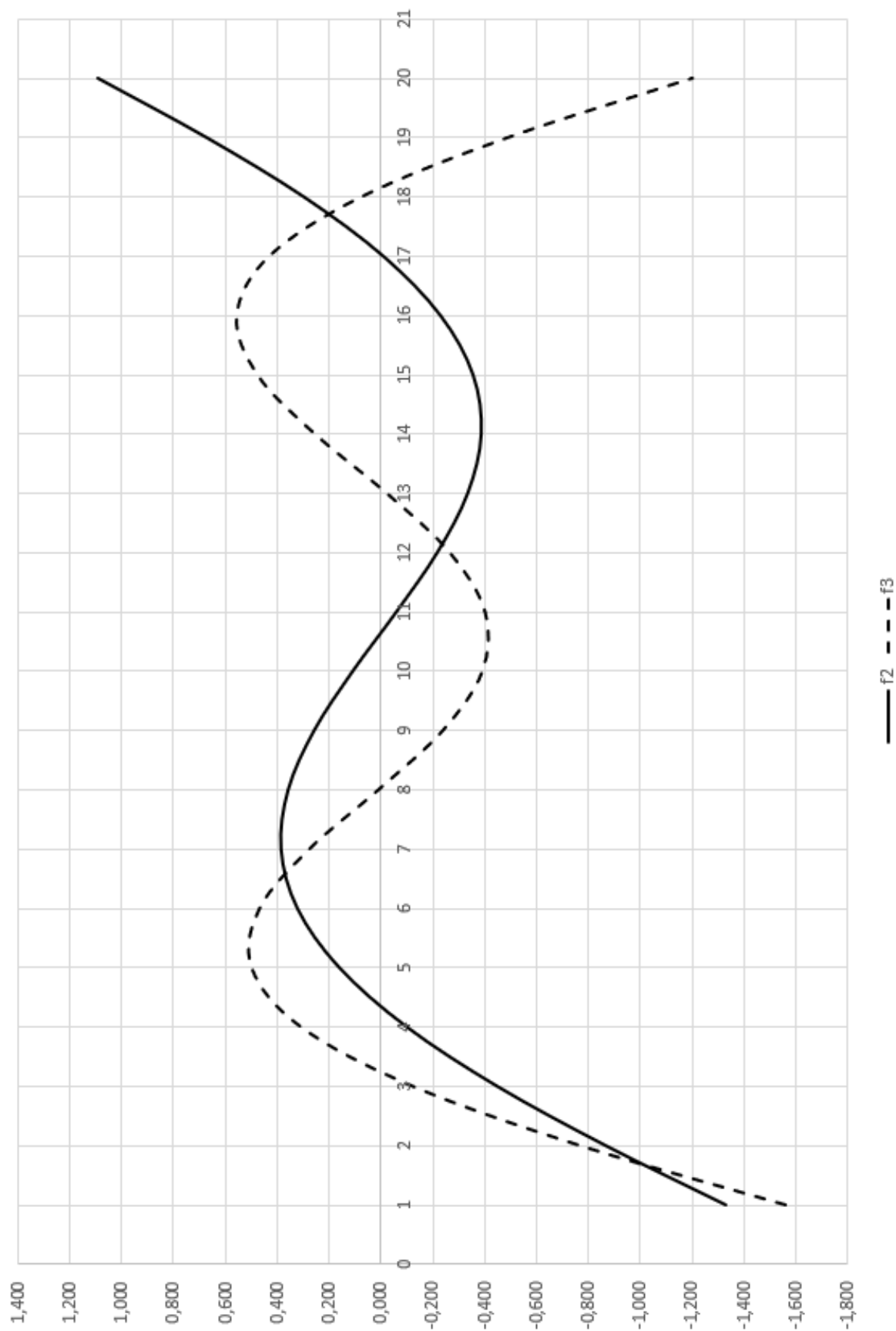


Рисунок А.3 – Уточненные формы колебаний первого и второго тона по дифференциальному уравнению

Таблица А.8 – Частота первого и второго тона по уточненной форме колебаний с поправкой на вращение и сдвиг

Частота первого тона по уточненной форме колебаний с учетом поправок сечения и сдвига										Частота второго тона по уточненной форме колебаний с учетом поправок сечения и сдвига									
№ шпалы	Исходные данные			Коэффициенты для M^* , $K_{\text{кр}}$, $K_{\text{сдв}}$			Обобщенная жесткость			№ шпалы	Исходные данные			Коэффициенты для M^* , $K_{\text{кр}}$, $K_{\text{сдв}}$			Обобщенная жесткость		
	по отс.	$\bar{m}_i$	$\bar{f}_i$	$\bar{m}_i f_i^2$	$C+(2)$	$(C+(2))^2$	N_1^{**}	M_1^{**}	λ_1^{**}		по отс.	$\bar{m}_i$	$\bar{f}_i$	$\bar{m}_i f_i^2$	$C+(2)$	$(C+(2))^2$	N_2^{**}	M_2^{**}	λ_2^{**}
1	2	3	4	5	6	7				1	2	3	4	5	6	7			
1	-0,245	0,316	-0,718	0,163	188,614	35575,309				1	-0,437	0,315	-1,237	0,482	85,913	7381,097			
2	-1,415	0,520	-0,577	0,173	187,444	35135,079				2	-2,450	0,509	-0,849	0,367	83,900	7039,244			
3	-4,845	0,711	-0,439	0,137	184,014	33861,062				3	-8,016	0,679	-0,479	0,156	78,334	6136,182			
4	-12,186	1,241	-0,304	0,115	176,673	31213,462				4	-19,002	1,178	-0,147	0,025	67,348	4535,747			
5	-24,448	1,628	-0,177	0,051	164,411	27030,833				5	-35,412	1,537	0,124	0,023	50,938	2594,695			
6	-42,173	1,942	-0,060	0,007	146,686	21516,783				6	-55,844	1,827	0,309	0,175	30,506	930,611			
7	-65,742	2,322	0,040	0,004	123,117	15157,810				7	-78,271	2,190	0,398	0,346	8,079	65,267			
8	-94,749	2,734	0,121	0,040	94,110	8856,713				8	-99,713	2,590	0,385	0,385	-13,363	178,560			
9	-128,097	3,083	0,179	0,099	60,762	3692,027				9	-116,845	2,934	0,285	0,239	-30,495	929,927			
10	-164,596	2,483	0,211	0,111	24,263	588,696				10	-126,948	2,334	0,123	0,035	-40,598	1648,188			
11	-202,574	2,483	0,215	0,115	-13,715	188,096				11	-128,271	2,334	-0,065	0,010	-41,921	1757,391			
12	-239,860	3,183	0,191	0,116	-51,001	2601,079				12	-120,595	3,034	-0,239	0,174	-34,245	1172,724			
13	-274,540	3,070	0,140	0,060	-85,681	7341,282				13	-105,430	2,923	-0,361	0,381	-19,080	364,036			
14	-305,076	2,209	0,064	0,009	-116,217	13506,352				14	-85,544	2,067	-0,403	0,335	0,806	0,650			
15	-330,358	1,822	-0,032	0,002	-141,499	20021,962				15	-64,149	1,700	-0,350	0,208	22,201	492,898			
16	-349,728	1,475	-0,145	0,031	-160,869	25878,813				16	-44,341	1,372	-0,204	0,057	42,009	1764,765			
17	-363,082	1,105	-0,270	0,081	-174,223	30353,577				17	-28,577	1,035	0,024	0,001	57,773	3337,741			
18	-372,200	0,703	-0,403	0,114	-183,341	33614,099				18	-16,449	0,666	0,316	0,066	69,901	4886,131			
19	-378,421	0,760	-0,543	0,224	-189,562	35933,652				19	-7,259	0,746	0,656	0,321	79,091	6255,354			
20	-380,611	0,477	-0,685	0,224	-191,752	36768,988				20	-3,034	0,475	1,027	0,500	83,316	6941,509			
Σ				1,875		418835,675				Σ				4,287		58412,718			

Таблица А.9 – Сводная таблица результатов расчета общей вибрации корпуса судна по методу Рэля - Папковича

Расчет общей вибрации корпуса проектируемого судна по методу Рэля-Папковича для первого, второго и третьего тона											
№ шпаций	m _i , т/м	Первый тон			Второй тон				Третий тон		
		$\bar{m}_1$	f ₁ в первом прибл.	f ₁ уточ. по диф. уравн.	$\bar{m}_2$	f ₂ в первом прибл.	f ₂ ортогона лиз.	f ₂ уточ. по диф. уравн.	$\bar{m}_3$	f ₃ в первом прибл.	f ₃ ортогонал из.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	3,030	0,316	-0,743	-0,718	0,315	-1,220	-1,331	-1,237	0,314	0,282	-1,563
2	4,130	0,520	-0,585	-0,577	0,509	-0,779	-0,868	-0,849	0,502	0,699	-0,769
3	3,890	0,711	-0,433	-0,439	0,679	-0,382	-0,450	-0,479	0,658	0,976	-0,122
4	6,150	1,241	-0,291	-0,304	1,178	-0,055	-0,101	-0,147	1,136	1,051	0,310
5	7,200	1,628	-0,161	-0,177	1,537	0,186	0,159	0,124	1,476	0,909	0,501
6	8,000	1,942	-0,048	-0,060	1,827	0,330	0,321	0,309	1,751	0,581	0,470
7	10,000	2,322	0,047	0,040	2,190	0,377	0,384	0,398	2,101	0,139	0,278
8	13,000	2,734	0,121	0,121	2,590	0,338	0,356	0,385	2,494	-0,320	0,011
9	16,000	3,083	0,172	0,179	2,934	0,229	0,256	0,285	2,835	-0,697	-0,239
10	10,000	2,483	0,200	0,211	2,334	0,075	0,107	0,123	2,235	-0,908	-0,391
11	10,000	2,483	0,202	0,215	2,334	-0,094	-0,061	-0,065	2,235	-0,907	-0,402
12	17,000	3,183	0,181	0,191	3,034	-0,248	-0,218	-0,239	2,935	-0,695	-0,265
13	16,000	3,070	0,135	0,140	2,923	-0,357	-0,336	-0,361	2,824	-0,316	-0,022
14	8,000	2,209	0,066	0,064	2,067	-0,398	-0,388	-0,403	1,973	0,146	0,257
15	6,000	1,822	-0,023	-0,032	1,700	-0,351	-0,356	-0,350	1,618	0,592	0,479
16	4,500	1,475	-0,131	-0,145	1,372	-0,208	-0,231	-0,204	1,303	0,925	0,558
17	4,080	1,105	-0,255	-0,270	1,035	0,031	-0,010	0,024	0,989	1,073	0,432
18	3,320	0,703	-0,392	-0,403	0,666	0,358	0,296	0,316	0,641	1,004	0,076
19	6,240	0,760	-0,539	-0,543	0,746	0,754	0,671	0,656	0,737	0,733	-0,491
20	4,580	0,477	-0,691	-0,685	0,475	1,195	1,090	1,027	0,474	0,320	-1,204
Наименование хар-ки		Первый тон			Второй тон				Третий тон		
Обобщенная жесткость, кН/м		N ₁	40924,438	N ₁ [*]	41587,113	N ₂	594145,821	N ₂ [*]	585718,478	N ₃	2915634,807
Обобщенная масса, т		M ₁	33,458	M ₁ [*]	34,870	M ₂	79,463	M ₂ [*]	79,746	M ₃	278,332
Частота, с ⁻¹		λ ₁	34,974	λ ₁ [*]	34,534	λ ₂	86,469	λ ₂ [*]	85,702	λ ₃	102,349
Поправка на вращение		-	-	k _{вр1}	0,022	-	-	k _{вр2}	0,050	-	-
Поправка на сдвиг		-	-	k _{сдв1}	0,034	-	-	k _{сдв2}	0,091	-	-
Исправленная частота, с ⁻¹		-	-	λ ₁ ^{**}	33,614	-	-	λ ₂ ^{**}	80,239	-	-

Формы свободных колебаний первого, второго и третьего тона

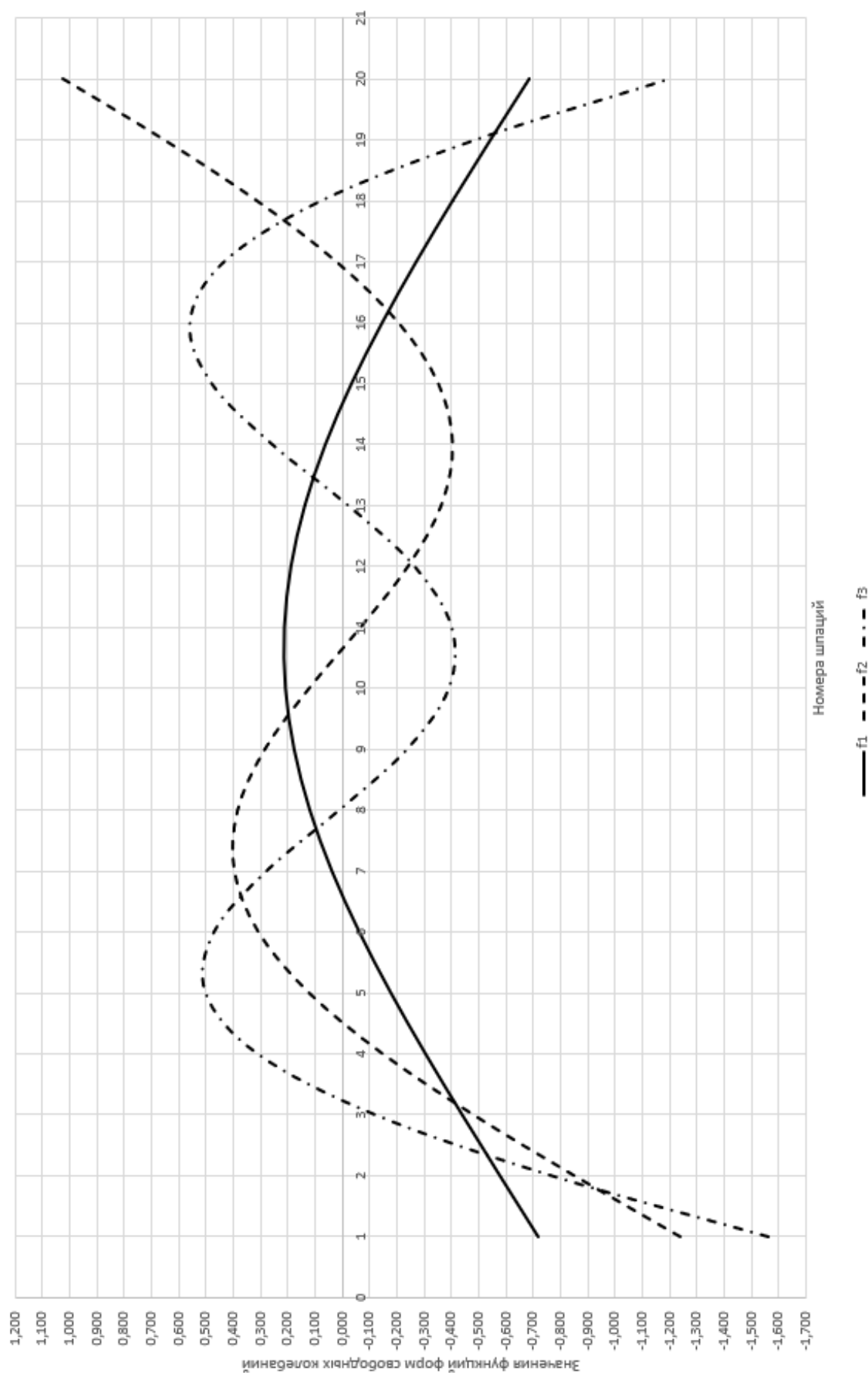


Рисунок А.3 – Формы колебаний первого, второго и третьего тона проектируемого судна

У ч е б н о е и з д а н и е

ВИБРАЦИЯ КОРАБЛЯ

Учебно-методическое пособие

Составители: **Фадиль Аббас** Сулейман Ремахович,
Чемакина Тамара Львовна, **Балашов** Михаил Георгиевич

В авторской редакции

Изд. № 141/2025. Объем 2,5 п. л. Усл. печ. л. 2,32. Уч.-изд. л. 2,45.
Издательский центр ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»