

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

№1(29)
2025

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Севастопольский государственный университет»

Выходит 4 раза в год

ISSN 2658-4727

**АВТОМАТИЗАЦИЯ И
ИЗМЕРЕНИЯ В МАШИНО-
ПРИБОРОСТРОЕНИИ**
НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Севастополь, 2025

Главный редактор
Филипович О.В., к.т.н., доц.
(г. Севастополь)
Заместитель главного
редактора
Балакин А.И., к.т.н., доц.
(г. Севастополь)
Научный редактор
Бохонский А.И., д.т.н., проф.
(г. Севастополь)

Редакционная коллегия
Варганов М.В., д.т.н., проф.
(г. Москва)
Греков Н.А., д.т.н., проф.
(г. Севастополь)
Доронина Ю.В., д.т.н., доц.
(г. Севастополь)
Жмудь В.А., д.т.н., доц.,
(г. Новосибирск)
Краснодубец Л.А., д.т.н., проф.
(г. Севастополь)
Моисеев Д.В., д.т.н., доц.
(г. Севастополь)
Обжерин Ю.Е., д.т.н., проф.
(г. Севастополь)
Осипов К.Н., д.т.н., доц.
(г. Севастополь)
Песчанский А.И., д.т.н., проф.
(г. Севастополь)
Петрешин Д.И., д.т.н., проф.
(г. Брянск)
Прейс В.В., д.т.н., проф.
(г. Тула)
Щенятский А.В., д.т.н., проф.
(г. Севастополь)
Заморёнов М.В., к.т.н., доц
(г. Севастополь)
Майстришин М.М., к.т.н., доц.
(г. Севастополь)
Рапацкий Ю.Л., к.т.н., доц.
(г. Севастополь)

СОДЕРЖАНИЕ

АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ И ПРОИЗВОДСТВАМИ

- Бурлака В.В., Гулаков С.В., Головин А.Ю.** Разработка системы 4
беспроводной зарядки БПЛА с вертикальным взлетом/посадкой
Грушун А.И., Грушун Т.А., Осадченко А.Е. Обеспечение качества 21
системы автоматического управления промышленного робота

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ

- Бохонский А.И., Рыжков А.И., Корнеева Н.К.** Погрешность измерений 33
при определении энергоёмкости оптимального движения
Ольшанская И.В., Федоренко С.Н. Влияние различных видов простоев 41
на производительность двухфазной автоматизированной линии с
накопителем
Балакин А.И., Балакин И.А., Осипов К.Н. Имитационная модель 52
асинхронной автоматизированной линии с возвратом продукции на
повторное обслуживание на основе проведенных измерений
Песчанский А.И. Стационарные показатели ненадежной системы 63
М / G / N / 0 с учетом профилактики каналов в зависимости от времени
обслуживания заявок
Филипович О.В. Моделирование и оптимизация показателей селективной 76
сборки электрических цепей генераторов сигналов

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ

- Карлусов В.Ю., Кудрявченко И.В.** О влиянии инерционности 87
измерительного прибора на точность измерений
Юрков А.С., Селиванов И.А., Плетнев М.А. Оптимизация состава 96
твердого электролита на основе диоксида циркония для
высокотемпературных сенсоров кислорода
Осипов К.Н., Балакин А.И. К вопросу минимизации количества 110
многократных измерений

Подписной индекс научного журнала 85768 по интернет-каталогу «Пресса России».

Научный журнал входит в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук», утвержденный ВАК Минобрнауки РФ, по следующим научным специальностям:

- 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ производствами (технические науки);
2.2.8. Методы и приборы контроля и диагностики материалов, изделий, веществ и природной среды производствами (технические науки);
2.3.3 Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами (технические науки).
Учредитель и издатель: ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет» ул. Университетская, 33. Севастополь, 299053.

Editor-in-Chief

Filipovich O.V., candidate of technical sciences, docent (Sevastopol)

Deputy Editor-in-Chief

Balakin A.I., candidate of technical sciences, docent (Sevastopol)

Scientific Editor

Bokhonsky A.I., doctor of technical sciences, professor (Sevastopol)

Editorial Board

Vartanov M.V., doctor of technical sciences, professor (Moscow)

Grekov N.A., doctor of technical sciences, professor (Sevastopol)

Doronina Yu.V., doctor of technical sciences, docent (Sevastopol)

Zhmud V.A., doctor of technical sciences, docent (Novosibirsk)

Krasnodubets L.A., doctor of technical sciences, professor (Sevastopol)

Moiseev D.V., doctor of technical sciences, docent (Sevastopol)

Obzherin Yu.E., doctor of technical sciences, professor (Sevastopol)

Osipov K.N., doctor of technical sciences, docent (Sevastopol)

Peschanskiy A.I., doctor of technical sciences, professor (Sevastopol)

Petreshin D.I., doctor of technical sciences, professor (Bryansk)

Preis V.V., doctor of technical sciences, professor (Tula)

Schenyatsky A.V., doctor of technical sciences, professor (Sevastopol)

Zamoryonov M.V., candidate of technical sciences, docent (Sevastopol)

Maystrishin M.M., candidate of technical sciences, docent (Sevastopol)

Rapatsky Yu.L., candidate of technical sciences, docent (Sevastopol)

CONTENTS

AUTOMATION AND CONTROL OF PROCESSES AND PRODUCTIONS

- Burlaka V.V., Gulakov S.V., Golovin A.Yu.** VTOL UAV wireless charging system 4
- Grushun A.I., Grushun T.A., Osadchenko A.E.** Quality assurance of the automatic control system of an industrial robot 21

MATHEMATICAL MODELLING, NUMERICAL METHODS AND SOFTWARE PACKAGES

- Bokhonsky A.I., Ryzhkov A.I., Korneeva N.K.** Measurement error in determining the energy capacity of optimal movement 33
- Olshanskaya I.V., Fedorenko S.N.** Influence of different types of downtime on performance of two-phase automated line with storage 41
- Balakin A.I., Balakin I.A., Osipov K.N.** Simulation model of asynchronous automated line with production return for repeated service on the basis of conducted measurements 52
- Peschansky A.I.** Stationary indicators of an unreliable M / G / N / 0 system with channel maintenance taken into account depending on the application service time 63
- Filipovich O.V.** Modelling and optimisation of selective assembly indicators of electrical circuits of signal generators 76

MEASURING INSTRUMENTS AND METHODS

- Karlusov V.Yu., Kudryavchenko I.V.** On the influence of measuring device inertia on measurement accuracy 87
- Yurkov A.S., Selivanov I.A., Pletnev M.A.** Optimization of the composition of a solid electrolyte based on zirconium dioxide for high-temperature oxygen sensors 96
- Osipov K.N., Balakin A.I.** On the question of minimizing the number of multiple measurements 110

Subscription index of the scientific journal is 85768 according to the Internet catalogue "Press of Russia".

The scientific journal is included in the "List of peer-reviewed scientific editions, in which the main results of dissertations for the degree of Candidate of sciences, for the degree of Doctor of sciences should be published", approved by the Higher Attestation Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation, in the following scientific specialties:

1.2.2. Mathematical modeling, numerical methods and software packages

2.2.8. Methods and devices for monitoring and diagnostics of materials, products, substances and the natural environment

2.3.3. Automation and control of technological processes and productions

Founder and publisher: FSAEI HE «Sevastopol State University» ul. Universitetskaya, 33. Sevastopol, 299053.

© FSAEI HE «Sevastopol State University»

© Authors of the articles

**РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ БЕСПРОВОДНОЙ ЗАРЯДКИ БПЛА С
ВЕРТИКАЛЬНЫМ ВЗЛЕТОМ/ПОСАДКОЙ**

Бурлака В.В.¹, Гулаков С.В.², Головин А.Ю.³

VTOL UAV WIRELESS CHARGING SYSTEM

Burlaka V.V.¹, Gulakov S.V.², Golovin A.Yu.³

Аннотация. В работе предложена система беспроводной зарядки БПЛА с вертикальным взлетом/посадкой. Обоснована целесообразность применения таких систем в условиях удаленности от обитаемых (обслуживаемых) объектов либо в агрессивной среде, на территории, недоступной для обслуживающего персонала и в иных случаях. Выбраны схемные решения и конструкция устройств для беспроводной передачи электрической энергии от источника к потребителю. Проведены расчеты элементов систем.

Abstract. The paper proposes a wireless charging system for UAVs with vertical takeoff/landing (VTOL). The expediency of using such systems in conditions of remoteness from inhabited (serviced) objects or in an aggressive environment, in an area inaccessible to maintenance personnel and in other cases is justified. Circuit solutions and design of devices for wireless transmission of electrical energy from a source to a load are described. Calculations of the elements of the systems have been carried out.

Ключевые слова. Беспроводная зарядка АКБ, БПЛА, воздушный трансформатор, мостовой инвертор, схема замещения, векторные диаграммы, резонансная частота.

Keywords. Wireless battery charging, UAV, air-core transformer, bridge inverter, substitution circuit, phasor diagrams, resonant frequency.

Введение.

При использовании БПЛА на удалении от обитаемых (обслуживаемых) объектов либо в агрессивной среде, на территории, недоступной для обслуживающего персонала, наличие возможности автоматической зарядки его батарей позволит существенно улучшить функциональность и увеличить время работы БПЛА без вмешательства людей.

Автоматическая зарядка батарей БПЛА с вертикальным взлетом/посадкой (VTOL) в настоящее время может производиться несколькими способами: подключение зарядного разъема или механическая замена аккумуляторной батареи роботом; контактная зарядка при посадке на специальную площадку с расположенными на ней определенным образом электрическими контактами (наподобие технологии Open Dots); беспроводная передача энергии посредством оптического или радиочастотного (СВЧ) луча; беспроводная передача энергии на низких (десятки – сотни кГц) [1...8] или высоких (единицы МГц) частотах [9] с использованием воздушного трансформатора.

Из вышеперечисленных способов беспроводная зарядка с использованием воздушного трансформатора авторам представляется наиболее неприхотливой в эксплуатации. Она позволяет обеспечить герметичность электрических соединений, практически не чувствительна к загрязнению и влаге, не требует сложной механики и подвижных частей, допускает определенную погрешность при приземлении на передающую катушку. Кроме того, при продуманной конструкции, оптимизированной схеме и интеграции с полетным контроллером такая подсистема зарядки не слишком ухудшит аэродинамические и массогабаритные характеристики БПЛА.

Основное содержание.

Небольшие (с рамой 5...10 дюймов) БПЛА зачастую имеют на борту литий-полимерную батарею из 3...6 последовательно соединенных элементов емкостью до 8000 мА*ч. Заряд таких батарей, как правило, проводится током порядка 1С, т.е. примерно за час. Отсюда можно сформулировать требования к системе беспроводной зарядки: диаметр приемной катушки 200...300 мм; максимальный выходной ток 8...10 А; максимальное выходное напряжение 26,4 В (для 6S HV Li-Pol батарей с конечным напряжением заряда 4,4 В/элемент); активная балансировка напряжений элементов батареи; минимальная масса устанавливаемой на БПЛА части; минимальное влияние на аэродинамику БПЛА; простота установки и использования; низкая себестоимость.

При проектировании системы беспроводной зарядки следует также учитывать разброс параметров элементов силовой цепи и допустимый диапазон изменения коэффициента связи катушек воздушного трансформатора. При использовании катушек без ферромагнитных сердечников (для уменьшения массы и стоимости системы) в первом приближении можно считать, что коэффициент связи может изменяться в диапазоне 0,1...0,35.

Исходя из вышеизложенных условий, выбор схемного решения был остановлен на системе с последовательно-последовательной компенсацией

реактивного сопротивления воздушного трансформатора [10].

Передающая часть системы (Рис.1) состоит из мостового инвертора (VT1 – VT4), нагруженного на резонансный контур (C_{TX} , L_{TX}). В инверторе целесообразно применение MOSFET, имеющих минимальное сопротивление канала в открытом состоянии, чтобы снизить требования к теплоотводу и повысить КПД системы.

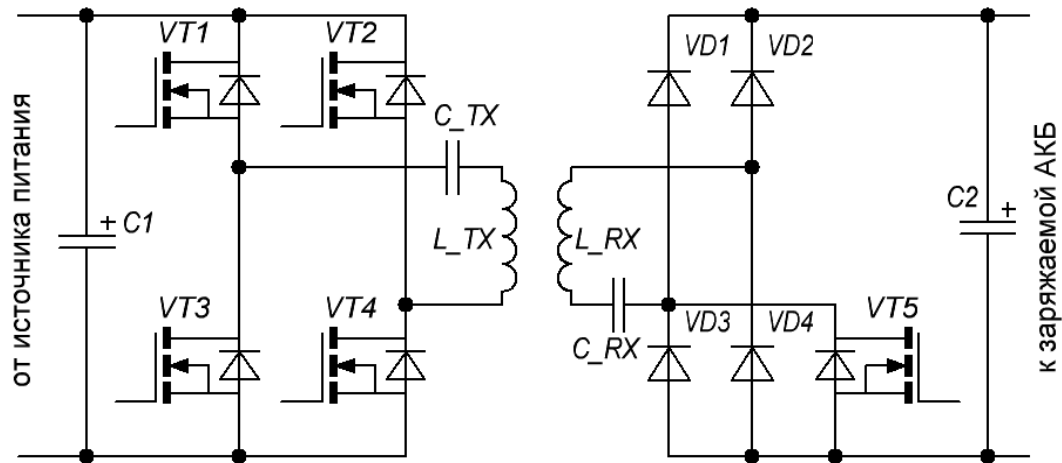


Рис.1 – Силовая часть системы беспроводной передачи энергии

Приемная часть системы (Рис.1) состоит из последовательного резонансного контура (L_{RX} , C_{RX}), нагруженного на мостовой выпрямитель (VD1 – VD4). Для снижения потерь мощности в последнем вместо диодов эффективно применение микросборок синхронного выпрямления (например, DK5V45R10, которые имеют в своем составе синхронный MOSFET с сопротивлением канала 10 мОм и контроллер управления его затвором). Падение напряжения на такой микросборке при токах до 10...15 А оказывается ниже, чем у диодов Шоттки с сопоставимыми параметрами.

Для анализа процессов, происходящих в силовой части схемы, воспользуемся схемой замещения (Рис.2).

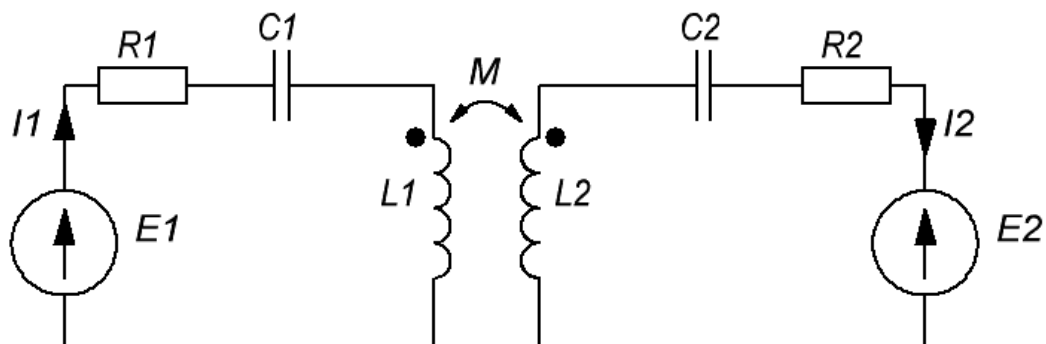


Рис.2 – Схема замещения силовой части системы беспроводной передачи энергии

Мостовой инвертор представлен источником ЭДС E_1 . Резистор R_1 имитирует эквивалентное выходное сопротивление инвертора и активное сопротивление элементов передающего контура (C_1 , L_1).

Приемная часть системы состоит из приемного контура L_2 , C_2 с эквивалентным активным сопротивлением R_2 .

Нагрузка – мостовой выпрямитель с подключенной аккумуляторной батареей – представлена в виде источника ЭДС E_2 . Здесь следует учесть, что фаза основной гармоники E_2 совпадает с фазой тока I_2 из-за действия моста. Часто при анализе подобных схем нагрузку представляют в виде резистора – это упрощает расчет, но недостаточно точно отражает реальное поведение системы. Резистор в схеме замещения можно использовать в случае, когда на приемной стороне имеется согласующий DC/DC преобразователь, обеспечивающий работу в оптимальном для резонансной цепи режиме. В рассматриваемом случае такой преобразователь отсутствует в целях снижения массы и стоимости системы.

Поскольку система работает на частотах, близких к резонансной, форма токов в катушках воздушного трансформатора близка к синусоидальной. По этой причине расчет режима работы схемы ведется по основной гармонике, пренебрегая высшими.

Для упрощения расчета воспользуемся методом «развязывания» магнитно-связанных цепей. Схема замещения примет вид, показанный на Рис.3.

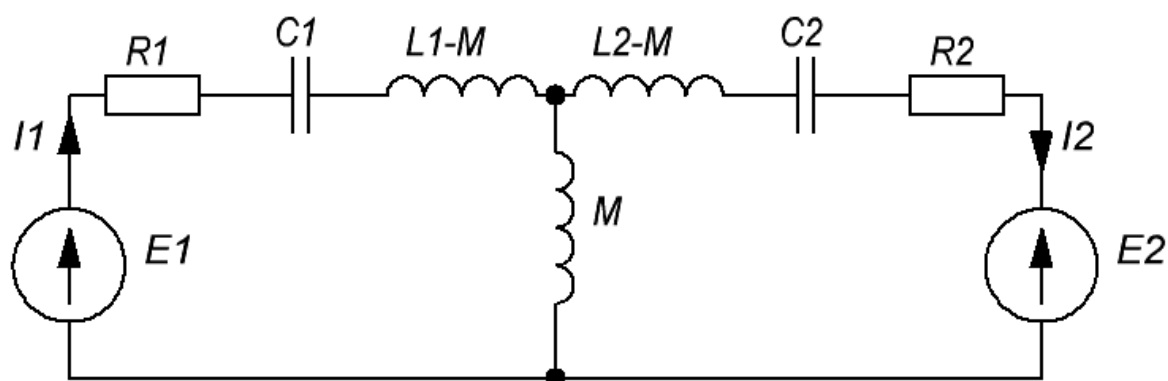


Рис.3 – Схема замещения с «развязанной» магнитной связью

Для обеспечения максимального КПД системы нужно, чтобы токи в катушках воздушного трансформатора были минимальными, поскольку большая часть потерь активной мощности приходится именно на их нагрев. Ток приемной катушки связан с выходным током выпрямителя и не может быть снижен без уменьшения выходного тока. Ток же передающей катушки зависит от многих условий – параметров элементов, частоты. При заданной активной мощности ток I_1 будет минимален в

случае, когда он совпадает по фазе с основной гармоникой ЭДС E_1 .

Выясним, при каких условиях это возможно.

Для упрощения выкладок представим схему с эквивалентными сопротивлениями, представленную на Рис.4.

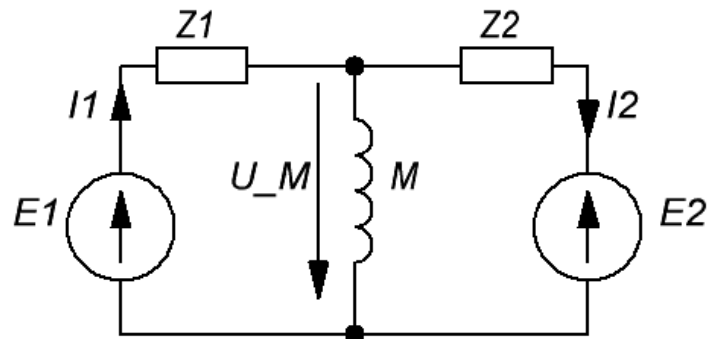


Рис.4 – Схема замещения с эквивалентными сопротивлениями

Здесь

$$Z_1 = R_1 + j\omega(L_1 - M) - j\frac{1}{\omega C_1} = R_1 + jX_1,$$

$$Z_2 = R_2 + j\omega(L_2 - M) - j\frac{1}{\omega C_2} = R_2 + jX_2.$$

Применив теорему об эквивалентном генераторе относительно E_2 , получаем схему, представленную на Рис.5.

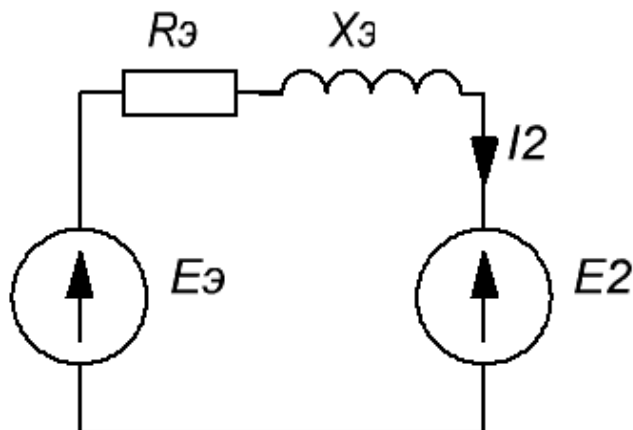


Рис.5 – Схема замещения с эквивалентным генератором

Здесь

$$R_э + jX_э = \frac{Z_1 \cdot jX_M}{Z_1 + jX_M} + Z_2,$$

$$E_э = \frac{E_1}{Z_1 + jX_M} \cdot jX_M.$$

Векторная диаграмма, учитывая, что фазы E_2 и I_2 совпадают, имеет вид, показанный на Рис.6.

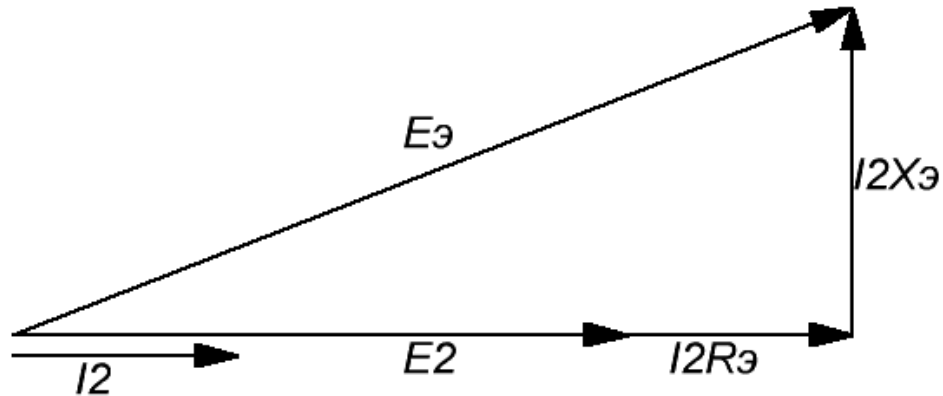


Рис.6 – Векторная диаграмма схемы с эквивалентным генератором

Получим величину тока I_2 , зная $E_э, R_э, E_2$ и $X_э$ и приняв начальные фазы I_2 и E_2 нулевыми.

Очевидно, что

$$E_э^2 = (E_2 + I_2 R_э)^2 + (I_2 X_э)^2.$$

Раскрыв квадрат суммы и перегруппировав слагаемые, получаем:

$$I_2^2 (R_э^2 + X_э^2) + 2E_2 I_2 R_э - E_э^2 + E_2^2 = 0.$$

Решение получившегося квадратного уравнения имеет вид:

$$I_{2(1,2)} = \frac{-E_2 R_э \pm \sqrt{E_2^2 R_э^2 + (R_э^2 + X_э^2)(E_э^2 - E_2^2)}}{R_э^2 + X_э^2}.$$

Анализ получившегося выражения показывает, что один из корней отрицателен. Поскольку отрицательный модуль I_2 означает отрицательную мощность нагрузки (E_2), чего быть не может из-за наличия диодного моста в приемной части, оставляем только положительный корень:

$$I_2 = \frac{-E_2 R_э + \sqrt{E_2^2 R_э^2 + (R_э^2 + X_э^2)(E_э^2 - E_2^2)}}{R_э^2 + X_э^2}.$$

Теперь, возвращаясь к схеме (Рис.4), можно определить остальные токи и напряжения:

$$\dot{U}_M = I_2 Z_2 + E_2;$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \frac{\dot{U}_M}{jX_M};$$

$$\dot{E}_1 = \dot{U}_M + \dot{I}_1 Z_1.$$

Полная мощность источника E_1 определяется как $S_1 = \dot{E}_1 \bar{I}_1$.

Определим в частотной области границы существования режима передачи мощности в нагрузку. Глядя на Рис.5, очевидно, что для этого должно выполняться неравенство $E_3 > E_2$.

На Рис.7 приведен график модуля E_3 в зависимости от частоты.

Здесь и далее приняты следующие параметры системы: $L_1 = L_2 = 17$ мкГн; $C_1 = 0,3$ мкФ; $C_2 = 0,33$ мкФ. Коэффициент связи принят равным $k = 0,3$. При этом взаимная индуктивность составляет $M = k\sqrt{L_1 L_2} = 5$ мкГн. Емкости C_1 и C_2 взяты несколько разными, чтобы имитировать неточное совпадение резонансных частот приемного и передающего контуров, неизбежное в практической реализации системы.

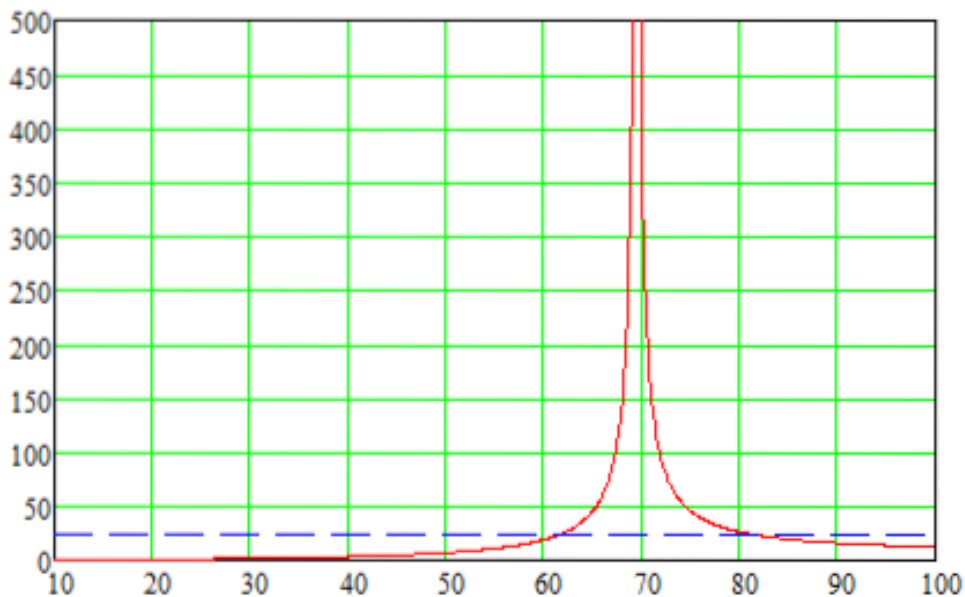


Рис.7 – Амплитудно-частотная характеристика источников ЭДС.
Сплошная кривая – E_3 , пунктирная – E_2 . По оси абсцисс – частота в кГц,
по оси ординат – ЭДС в В

E_3 имеет максимум на резонансной частоте передающего контура

$$\omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}.$$

Графики токов передающей и приемной катушек показаны на Рис.8. При этом расчет велся только для диапазона частот, в котором $E_3 > E_2$.

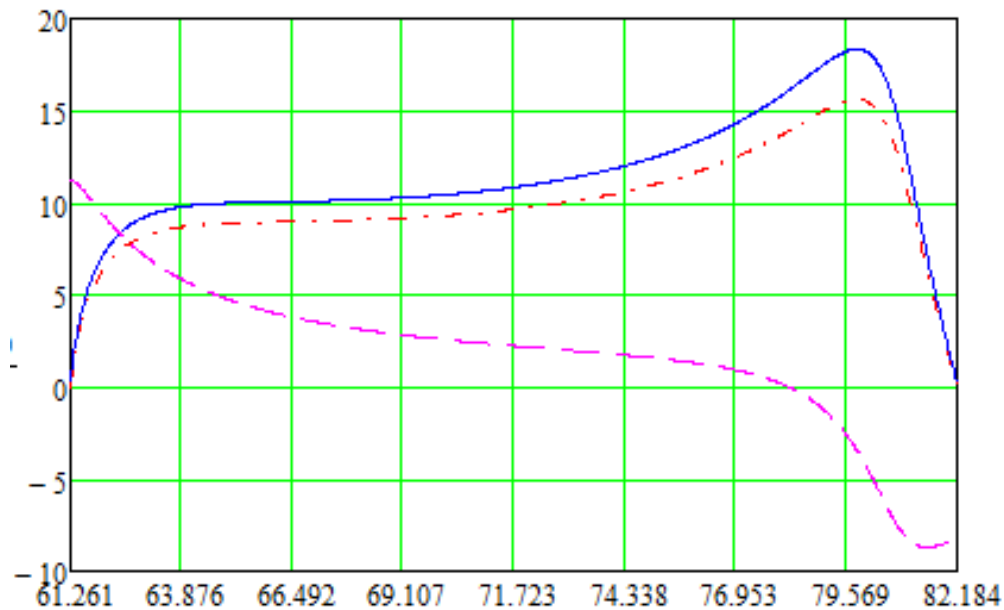


Рис.8 – Зависимости токов от частоты: сплошная кривая – активная компонента тока I_1 , штрихпунктирная кривая – ток I_2 , пунктирная линия – реактивная компонента тока I_1 . По оси абсцисс – частота в кГц, по оси ординат – ток в А

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что график величины реактивной компоненты тока I_1 в рабочем диапазоне частот переходит через нуль, т.е. ток передающей катушки чисто активный и отсутствуют дополнительные потери мощности в ее активном сопротивлении. Выясним, при каких условиях такой режим возможен.

Баланс реактивной мощности:

$$I_1^2 X_1 + I_2^2 X_2 + I_M^2 X_M = 0.$$

Здесь обращает на себя внимание то, что, поскольку $X_M > 0$, а квадраты модулей токов тоже всегда положительны, то выполнение баланса возможно только при условии, что одно или оба реактивных сопротивления X_1 и X_2 отрицательны.

На Рис.9 приведена векторная диаграмма напряжений и токов для случая $X_1 < 0, X_2 > 0$.

Из векторной диаграммы следует, что

$$I_1^2 = I_2^2 + I_M^2 - 2I_2 I_M \cos(90 + \alpha) = I_2^2 + I_M^2 + 2I_2 I_M \sin(\alpha).$$

Но

$$\sin(\alpha) = \frac{X_2 I_2}{U_M} = \frac{X_2 I_2}{X_M I_M}.$$

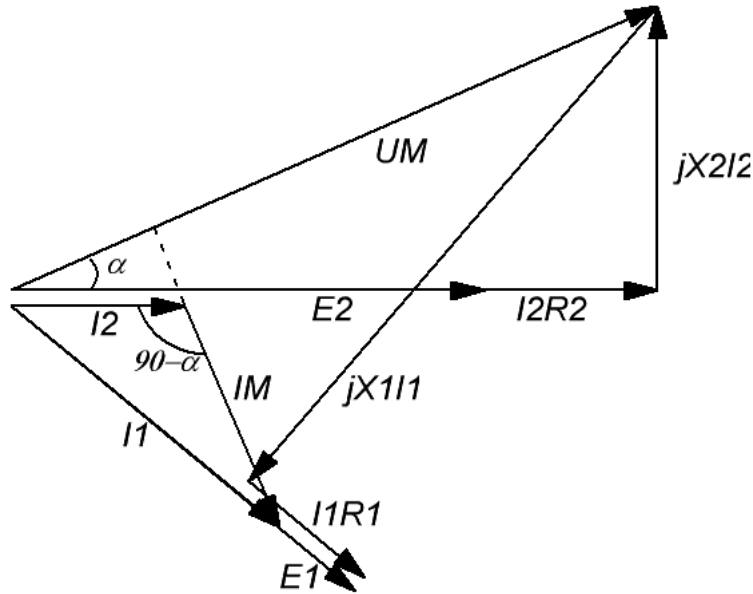


Рис.9 – Векторная диаграмма при синфазных E_1 и I_1 , случай $X_1 < 0, X_2 > 0$

Тогда имеем:

$$I_1^2 = I_2^2 + I_M^2 + 2I_2I_M \frac{I_2X_2}{I_MX_M} = I_2^2 + I_M^2 + 2I_2^2 \frac{X_2}{X_M} = I_M^2 + I_2^2 \left(1 + 2 \frac{X_2}{X_M} \right).$$

Выразим из последнего выражения I_M^2 :

$$I_M^2 = I_1^2 - I_2^2 \left(1 + 2 \frac{X_2}{X_M} \right).$$

И подставим в выражение баланса реактивной мощности:

$$I_1^2 X_1 + I_2^2 X_2 + I_1^2 X_M - I_2^2 X_M \left(1 + 2 \frac{X_2}{X_M} \right) = 0.$$

Сгруппировав слагаемые, получим

$$I_1^2 (X_1 + X_M) + I_2^2 (X_2 - X_M - 2X_2) = 0.$$

Отсюда

$$I_1^2 (X_1 + X_M) = I_2^2 (X_2 + X_M),$$

$$I_1^2 = I_2^2 \frac{X_2 + X_M}{X_1 + X_M}.$$

Запишем по 2-му закону Кирхгофа уравнения для квадратов модулей напряжений (см. векторную диаграмму):

$$\begin{aligned}(E_2 + I_2 R_2)^2 + I_2^2 X_2^2 &= U_M^2, \\ (E_1 - I_1 R_1)^2 + I_1^2 X_1^2 &= U_M^2.\end{aligned}$$

Исключив U_M , раскрыв скобки и подставив выражение для I_1 , получим:

$$E_2^2 + 2E_2 I_2 R_2 + I_2^2 R_2^2 + I_2^2 X_2^2 = E_1^2 - 2E_1 I_1 R_1 + I_1^2 R_1^2 + I_1^2 X_1^2.$$

Учитывая, что $I_1 = I_2 \sqrt{\frac{X_2 + X_M}{X_1 + X_M}}$, имеем:

$$\begin{aligned}E_2^2 - E_1^2 + 2E_2 I_2 R_2 + I_2^2 R_2^2 + I_2^2 X_2^2 + 2E_1 I_2 \sqrt{\frac{X_2 + X_M}{X_1 + X_M}} - I_2^2 \frac{X_2 + X_M}{X_1 + X_M} R_1^2 - \\ - I_2^2 \frac{X_2 + X_M}{X_1 + X_M} X_1^2 = 0.\end{aligned}$$

Полученное квадратное уравнение относительно I_2 перепишем в более привычном виде:

$$\begin{aligned}I_2^2 \left[R_2^2 + X_2^2 - \frac{X_2 + X_M}{X_1 + X_M} (R_1^2 + X_1^2) \right] + I_2 \left(2E_2 R_2 + 2E_1 R_1 \sqrt{\frac{X_2 + X_M}{X_1 + X_M}} \right) + \\ + E_2^2 - E_1^2 = 0.\end{aligned}$$

Решение относительно I_2 имеет вид:

$$\begin{aligned}I_2 = \frac{-E_2 R_2 - E_1 R_1 \sqrt{\frac{X_2 + X_M}{X_1 + X_M}}}{R_2^2 + X_2^2 - \frac{X_2 + X_M}{X_1 + X_M} (R_1^2 + X_1^2)} \pm \\ \pm \frac{\sqrt{\left(E_2 R_2 + E_1 R_1 \sqrt{\frac{X_2 + X_M}{X_1 + X_M}} \right)^2 - \left[R_2^2 + X_2^2 - \frac{X_2 + X_M}{X_1 + X_M} (R_1^2 + X_1^2) (E_2^2 - E_1^2) \right]}}{R_2^2 + X_2^2 - \frac{X_2 + X_M}{X_1 + X_M} (R_1^2 + X_1^2)}.\end{aligned}$$

Здесь следует учесть, что знак $(\pm)$ нужно выбирать, исходя из выполнения баланса активной мощности, который записывается так:

$$-E_1 I_1 + I_1^2 R_1 + E_2 I_2 + I_2^2 R_2 = 0.$$

Отрицательные значения I_2 также следует отбрасывать, поскольку из-за наличия выпрямительного моста в приемнике отрицательная активная мощность приемника невозможна.

На Рис.10 и Рис.11 приведены векторные диаграммы для случаев $X_1 < 0, x_2 < 0$ и $X_1 > 0, x_2 < 0$. Во всех случаях соблюдается синфазность E_1 и I_1 , а также E_2 и I_2 .

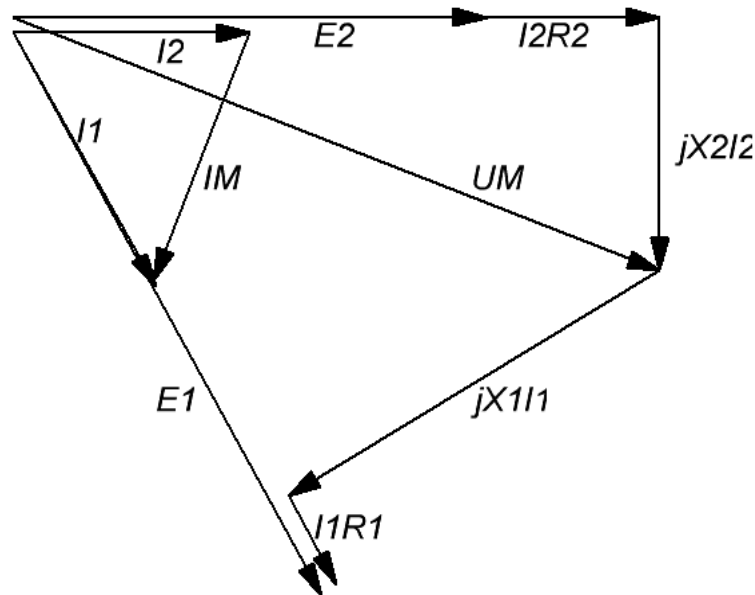


Рис.10 – Векторная диаграмма при синфазных E_1 и I_1 , случай $X_1 < 0, x_2 < 0$.

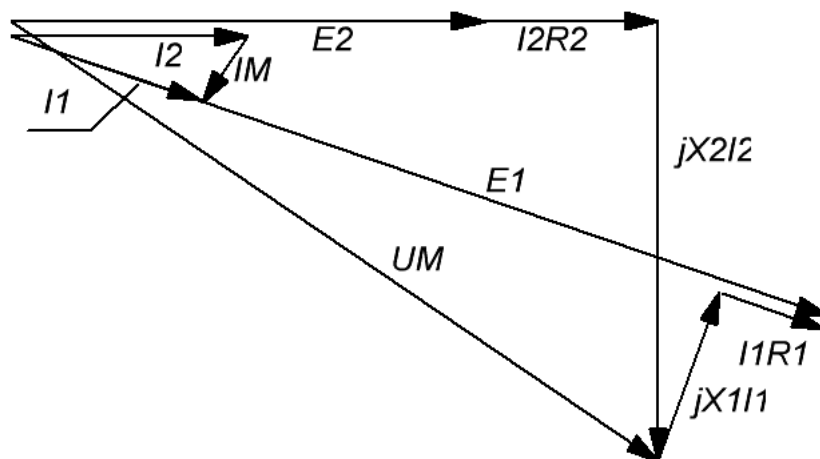


Рис.11 – Векторная диаграмма при синфазных E_1 и I_1 , случай $X_1 > 0, x_2 < 0$.

Из вышеизложенных рассуждений следует, что регулирование мощности, передаваемой в приемник системы беспроводной зарядки, при обеспечении минимальных токов в обмотках приемной и передающей

катушек возможно только за счет изменения напряжения питания преобразователя передатчика (т.е. изменения E_1). При регулировании мощности за счет изменения частоты будет иметь место появление реактивной компоненты выходного тока инвертора передатчика.

Выбор оптимального варианта регулирования (частотой либо напряжением) требует дополнительного технико-экономического анализа, так как реализация регулирования напряжением потребует установки дополнительного DC/DC преобразователя, обеспечивающего изменение напряжения питания силовой части генератора передатчика. В то же время использование регулирования частотой ведет к упрощению схемы передатчика, хотя и увеличивает потери энергии в передающей катушке и в силовых ключах передатчика (при работе с реактивной компонентой тока сложно обеспечить мягкое переключение).

Еще одним вариантом реализации управления мощностью является переключение емкости резонансного конденсатора передатчика (т.е. изменение X_1 в схеме замещения). Целесообразность такого подхода также требует технико-экономического анализа и оценки эффективности.

В экспериментальном образце рассматриваемой системы применено регулирование частотой при введенных в схему передатчика дополнительных цепях формирования траектории выключения силовых полевых транзисторов (реализован квазирезонансный режим работы). Это ограничило диапазон фазового сдвига выходного тока, при котором обеспечена работа с пониженными динамическими потерями, зато позволило получить приемлемые характеристики системы без существенного усложнения схемы аппаратной части.

Для реализации управления процессом заряда АКБ необходимо обеспечить канал связи между приемником и передатчиком системы беспроводной передачи энергии. В описываемой системе эта задача решена с помощью использования манипуляции эквивалентными параметрами приемника за счет переключения структуры выпрямителя. На Рис.12 приведена схема силовой части приемника.

В режиме заряда АКБ транзистор VT1 закрыт, работает мостовой выпрямитель VD1-VD4. Средний ток заряда составляет

$$I_{avg} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |I_{1m} \sin(\omega t)| d(\omega t) = \frac{2}{\pi} I_{1m}.$$

где I_{1m} – амплитуда тока в приемной катушке L1.

Система управления (СУ) контролирует напряжение АКБ, и, при достижении напряжения конца заряда, открывает VT1. При этом VD3 оказывается закороченным низким сопротивлением открытого VT1, а VD1

запирается напряжением АКБ. Выпрямитель (C1VD2VD4) при этом начинает работать в режиме удвоения напряжения. Средний ток заряда в этом случае снижается в 2 раза:

$$I_{avg2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} I_{1m} \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{\pi} I_{1m} = \frac{I_{avg}}{2}.$$

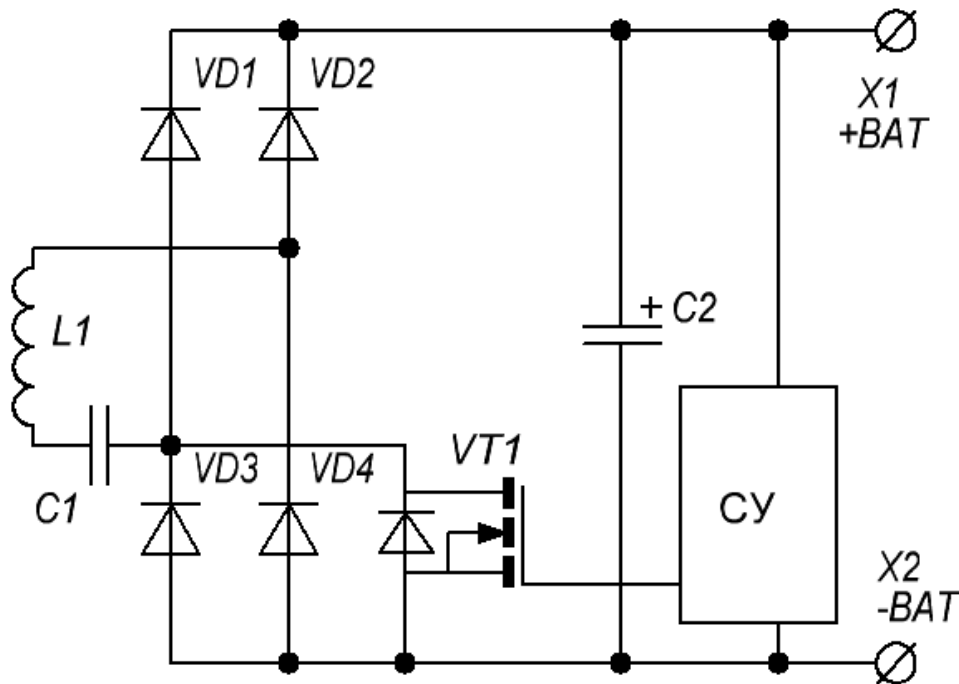


Рис.12 – Схема силовой части приемника системы беспроводной передачи энергии (СУ – система управления)

Кроме того, такое переключение означает двукратное уменьшение E_2 в схеме замещения (из-за удвоения напряжения). Это приводит к изменению параметров эквивалентной схемы замещения. За счет открытия/закрытия VT1 система управления обеспечивает модуляцию величины E_2 с использованием варианта дифференциального манчестерского кодирования – алгоритма ВМС (Biphase Mark Coding) для передачи двоичных данных. Микроконтроллер передатчика фиксирует скачкообразные изменения тока передающей катушки (как по амплитуде, так и по фазе, поскольку существуют режимы, при которых изменение E_2 не приводит к изменению величины тока I_1 , но изменяет его фазу) и производит декодирование посылок с данными. Таким образом осуществляется управление мощностью передатчика и его отключение по окончании заряда (после достижения напряжения конца заряда необходимо обеспечить «плавающий» заряд при постоянном напряжении и снижающемся токе, и только после сообщения АКБ максимального заряда производится передача команды на отключение передатчика).

Испытания описанной системы беспроводной зарядки в лабораторных условиях с катушками диаметром 300 мм, намотанными в 5 проводов диаметром 0,4 мм каждый (для уменьшения влияния скин-эффекта), напряжении питания передатчика 25 В (использовался лабораторный блок питания KWR103), напряжении на нагрузке 25 В (использовалась электронная нагрузка ET5410A+ в режиме Constant Voltage) и мощности передатчика до 250 Вт показали, что при расстоянии между плоскостями катушек до 50 мм КПД системы составляет не хуже 70 %; при снижении расстояния до 5 мм КПД возрастает до 85 %; при расстоянии 15 мм и межосевом смещении до 70 мм система сохраняет работоспособность с КПД выше 70 %. Возможна работа при межосевом смещении до 150 мм при включении в приемнике режима удвоения напряжения. Температура катушек при испытаниях не превышала 80 °С без принудительного охлаждения. Рабочая частота находилась в диапазоне 60 – 75 кГц. В силовой части передатчика применены MOSFET AOD2144, в приемнике – сборки синхронного выпрямления DK5V45R10, управление осуществлено с помощью однокристальных микроконтроллеров STM32F030F4P6.

Проведены испытания варианта системы беспроводной зарядки, установленной на квадрокоптер с 5-дюймовой рамой, оснащенный полетным контроллером SpeedyBee F405 V3 и АКБ емкостью 1,5 А·ч. Поскольку вышеописанная система является избыточной по мощности для такой АКБ, приемная часть выполнена облегченной: катушка прямоугольной формы 160×210 мм, намотана в 2 провода диаметром 0,4 мм, содержит 5 витков. На квадрокоптер установлены изготовленные методом 3D печати четыре стойки, на которых размещена приемная катушка. Расстояние между проводящей углепластиковой рамой квадрокоптера и катушкой составляет 50 мм, что значительно снижает паразитный отбор мощности на нагрев рамы. Фото экспериментального квадрокоптера с установленной приемной частью приведено на Рис.13.

Общая масса всего дополнительного оборудования, установленного на квадрокоптер, составляет порядка 50 г.

При испытаниях использован передатчик, описанный выше. При мощности 30 Вт КПД составляет около 70 %; при смещении центра приемной катушки относительно центра передающей на 120 мм КПД снижается до 55 %. Здесь следует отметить, что КПД несколько снижен из-за минимизации массы приемной катушки и снижения ее сечения (при токе заряда АКБ 1,5 А плотность тока в приемной катушке составляет более 6,6 А/мм²). Однако, по мнению авторов, такой подход оправдан, так как позволяет минимизировать дополнительное увеличение массы БПЛА при установке системы беспроводной зарядки.



Рис.13 – Квадрокоптер с установленной приемной частью системы беспроводной зарядки

Выводы.

Разработана система беспроводной зарядки БПЛА с вертикальным взлетом/посадкой, обеспечивающая надежную передачу электрической энергии от источника к системе зарядки АКБ, установленной на БПЛА. Приведена расчетная модель системы, учитывающая специфический характер нагрузки приемного контура – выпрямительный мост с АКБ. Показаны условия минимизации реактивной мощности передающего преобразователя, что позволяет снизить потери мощности в его силовых элементах. Предложен простой в схемотехнической реализации способ передачи данных от приемника к передатчику. Проведена экспериментальная проверка работоспособности предложенной системы с двумя вариантами исполнения приемной части с различными мощностями. Приведены энергетические и массогабаритные параметры разработанной системы.

Дальнейшим направлением работы является интеграция системы беспроводной зарядки с полетным контроллером БПЛА с целью обеспечения контроля напряжения АКБ, управления процессом зарядки путем обмена информацией с зарядной станцией, автоматического поиска и посадки на зарядную станцию. Решение этой задачи позволит приблизиться к созданию комплекса оборудования, обеспечивающего автономную работу БПЛА с автоматической зарядкой его АКБ. Это даст

возможность расширить спектр задач, для решения которых в настоящее время используются БПЛА.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках государственного задания FRRG-2023-0011.

Библиографический список

1. Costanzo A. Electromagnetic Energy Harvesting and Wireless Power Transmission: A Unified Approach / A. Costanzo, M. Dionigi, D. Masotti, M. Mongiardo, G. Monti, L. Tarricone, and R. Sorrentino // Proceedings of the IEEE, Nov. 2014. – vol. 102. – no. 11. – pp. 1692-1711.
2. Covic G. A. Inductive Power Transfer / G. A. Covic and J. T. Boys // Proceedings of the IEEE, June 2013. – vol. 101. – no. 6. – pp. 1276-1289.
3. Bosshard R. Comparative Evaluation of Control Methods for Inductive Power Transfer / R. Bosshard, U. Badstübner, J. W. Kolar, I. Stevanovic // Proceedings of the International Conference on Renewable Energy Research and Applications (ICRERA 2012), Nagasaki, Japan, November 11-14, 2012. DOI: 10.1109/ICRERA.2012.6477400.
4. Garnica J. Wireless Power Transmission: From Far Field to Near Field / J. Garnica, R. A. Chinga and J. Lin // Proceedings of the IEEE, June 2013. – vol. 101. – no. 6 – pp. 1321-1331.
5. Kurs A. Wireless Power Transfer via Strongly Coupled Magnetic Resonances / A. Kurs, A. Karalis, R. Moffatt, J. D. Joannopoulos, P. Fisher, and M. Soljacic // Science, June 2007. – vol. 317. – no. 5834. – pp. 83-86.
6. Wei X. A Critical Review of Wireless Power Transfer via Strongly Coupled Magnetic Resonances / X. Wei, Z. Wang, and H. Dai // Energies, July 2014. – vol. 7. – no. 7. – pp. 4316-4341.
7. Nambiar S.C. A simple wireless power transfer scheme for implanted devices / S.C. Nambiar, M. Manteghi // Radio Science Meeting (USNC-URSI NRSM), United States National Committee of URSI National, 2014.
8. Burlaka V.V. Analysis of Approaches to the Efficiency Improvement of Wireless Power Transmission Systems Using Low-Frequency Magnetic Fields / V.V. Burlaka, S.K. Podnebennaya, S.V. Gulakov // In proceedings of 2018 IEEE 38th International Conference on Electronics And Nanotechnology (ELNANO), Kyiv, 24-26 April, 2018. – Kyiv: Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, 2018. – pp.572-575. DOI: 10.1109/ELNANO.2018.8477481
9. Ho S. L. A Comparative Study Between Novel Witricity and Traditional Inductive Magnetic Coupling in Wireless Charging / S. L. Ho, J. Wang, W. N. Fu, and M. Sun // IEEE Transactions on Magnetics, May 2011. – vol. 47. – no. 5. – pp. 1522-1525.

10. Бурлака В.В. Система беспроводной передачи электрической энергии / В.В. Бурлака, С.В. Гулаков, А.Ю. Головин, Д.С. Мироненко // Известия ЮФУ. технические науки: журнал. – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ. – №5 (235), 2023. – С.174-182. DOI 10.18522/2311-3103-2023-5-174-182.

¹*Бурлака Владимир Владимирович, д-р техн. наук, доц., директор Научно-технического центра, vburlaka@rambler.ru, Россия, Мариуполь, ФГБОУ ВО «Приязовский государственный технический университет»*

²*Гулаков Сергей Владимирович, д-р техн. наук, проф., ведущий научный сотрудник, gulakov.s.v@yandex.ru, Россия, Мариуполь, ФГБОУ ВО «Приязовский государственный технический университет»*

³*Головин Андрей Юрьевич, младший научный сотрудник, a.golovin@tms-2022.ru, Россия, Мариуполь, ФГБОУ ВО «Приязовский государственный технический университет»*

Burlaka Vladimir Vladimirovich, Doctor of Technical Sciences, Docent, Head of Department, vburlaka@rambler.ru, Russia, Mariupol, Pryazovskyi State Technical University

Gulakov Sergey Vladimirovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Leading Researcher, gulakov.s.v@yandex.ru, Russia, Mariupol, Pryazovskyi State Technical University

Golovin Andrey Yurievich, Research Assistant, a.golovin@tms-2022.ru, Russia, Mariupol, Pryazovskyi State Technical University

ОБЕСПЕЧЕНИЕ КАЧЕСТВА СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОМЫШЛЕННОГО РОБОТА

Грушун А.И.¹, Грушун Т.А.², Осадченко А.Е.³

QUALITY ASSURANCE OF THE AUTOMATIC CONTROL SYSTEM OF AN INDUSTRIAL ROBOT

Grushun A.I.¹, Grushun T.A.², Osadchenko A.E.³

Аннотация. Рассматривается алгебраический метод построения областей с гарантированным показателем качества систем автоматического управления (САУ) промышленных роботов. Классическое решение такой задачи на ЭВМ требует многократного построения и анализа кривых переходного процесса. Предлагается определять показатели качества САУ без непосредственного построения кривой переходного процесса по положительным вещественным корням специальным образом построенных алгебраических уравнений. Вычисление положительных вещественных корней, в отличие от вычисления комплексных корней, не представляет сложности.

Abstract. An algebraic method for constructing regions with a guaranteed quality indicator of automatic control systems (ACS) of industrial robots is considered. The classical solution of such a problem on a computer requires multiple construction and analysis of transient process curves. It is proposed to determine the quality indicators of ACS without directly constructing a transient process curve using positive real roots of specially constructed algebraic equations. Calculating positive real roots, unlike calculating complex roots, is not difficult.

Ключевые слова. Промышленный робот, линейная система автоматического управления, перерегулирование, область устойчивости, область качества, положительные вещественные корни.

Keywords. Industrial robot, linear automatic control system, overregulated, stability area, quality area, positive real roots.

Постановка проблемы.

При настройке или синтезе регулятора САУ промышленного робота, когда требуется определить влияние каких-либо варьируемых параметров на устойчивость, строят область устойчивости системы в пространстве этих варьируемых параметров [1,6,12]. В дальнейшем, внутри полученной области, строят подобласть качества с требуемыми (гарантированными) характеристиками, к которым относится и прямой показатель качества –

перерегулирование, характеризующий колебательные свойства САУ. Система, которая является устойчивой, на практике может быть непригодной для решения конкретных задач автоматического управления, если ее колебательные свойства не удовлетворяют требованиям этих задач [1,6,7,11,12]. Исследование и настройка параметров регулятора САУ промышленного робота, обеспечивающих необходимое качество процессов управления, требует многократного построения и графического анализа кривых переходного процесса [1,6,7,12]. Для построения переходных характеристик, как правило, применяются методы численного интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений [7]. Эти методы для САУ, имеющих высокий порядок и сложную структуру, могут столкнуться с существенной проблемой выбора шага и времени интегрирования.

Целью статьи является разработка компьютерно-ориентированного метода построения областей с гарантированными колебательными свойствами САУ промышленного робота на основе свойств вещественной частотной характеристики (ВЧХ) замкнутой системы [1,6,7] по действительным нулям специальных многочленов.

Приведенный в статье метод относится к приближенным методам анализа САУ, поэтому применяется при первичной оценке качества процессов управления. Наибольший интерес здесь представляют САУ, у которых перерегулирование гарантированно не должно превышать 18%. Такое перерегулирование является удовлетворительным практически для любых реальных робототехнических САУ. В этом случае оценка качества производится точно.

Следует отметить, что такой алгебраический подход к решению задач автоматического управления может быть применим для построения областей устойчивости и качества САУ [9], анализа косвенных показателей качества [2], анализа периодических режимов в нелинейных системах [3] и абсолютной устойчивости нелинейных САУ [4].

Построение областей с гарантированным показателем качества на основе применения положительных вещественных решений специальных алгебраических уравнений.

Будем исследовать САУ электропривода (ЭП) промышленного робота [5,8,10], структурная схема которого изображена на Рис.1 [8].

На Рис.1: $W_1(s)=k_p/(T_p s+1)$ – передаточная функция регулятора положения; $W_2(s)$ – передаточная функция ПИ-регулятора; $W_3(s)$ – передаточная функция тиристорного преобразователя; $W_4(s)$, $W_5(s)$, $W_7(s)$ – передаточные функции двигателя постоянного тока; $W_6(s)$ – передаточная функция механической передачи; $W_8(s)$ – передаточная функция измерителя скорости; $W_9(s)$ – передаточная функция измерителя угла; φ_n –

угол поворота звена робота; φ_{ex} – заданный угол поворота звена робота [8].

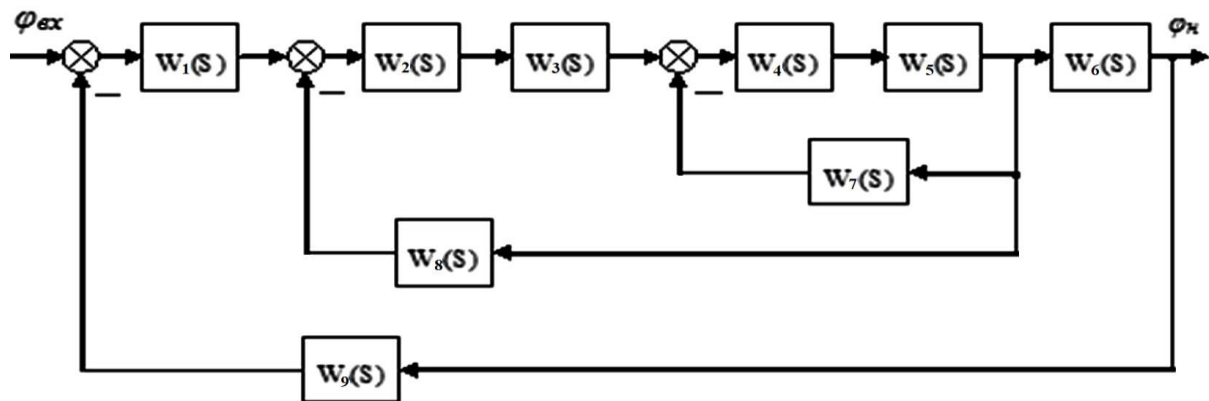


Рис.1 – Структурная схема электропривода промышленного робота

Рассмотрим построение области изменения параметра k_p настройки регулятора положения САУ ЭП промышленного робота [8], внутри которой перерегулирование гарантированно не будет превышать заданного значения.

Преобразовав структурную схему (Рис.1), можно записать передаточную функцию замкнутой системы в виде:

$$W(s) = \frac{r(s) + k_p m(s)}{c(s) + k_p b(s)}, \quad (1)$$

где $r(s)$, $m(s)$, $c(s)$, $b(s)$ – полиномы с вещественными коэффициентами.

На первом этапе с помощью метода, основанного на D-разбиении и описанного в [9], выполним построение интервалов устойчивости в пространстве параметра k_p для характеристического полинома $A(s) = c(s) + k_p b(s)$ передаточной функции (1).

На втором этапе внутри полученных интервалов устойчивости строим подобласти (интервалы) гарантированного перерегулирования по параметру k_p .

Известно, что по ВЧХ замкнутой устойчивой САУ, можно определять ее прямые показатели качества, не прибегая к непосредственному построению кривой переходного процесса [1,6,7]. Для этого существует два способа оценки качества: 1) по виду ВЧХ [1,6,7] и 2) по номограммам В.В. Солодовникова [1,6,7].

Рассмотрим, как по виду ВЧХ, без непосредственного ее построения, определить перерегулирование при некотором фиксированном значении параметра k_p из интервала устойчивости, полученного на первом этапе.

Подставив это значение в передаточную функцию (1), можно записать ее следующим образом:

$$W(s) = \frac{B(s)}{A(s)}, \quad (2)$$

где

$$B(s) = \sum_{i=0}^m b_{m-i} s^i, A(s) = \sum_{i=0}^n a_{n-i} s^i, m < n.$$

Переходный процесс в системе выражается через ВЧХ замкнутой системы $P(\omega)$ по формуле [6]:

$$x(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} P(\omega) \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega.$$

Очевидно, что различным ВЧХ будут соответствовать различные переходные процессы.

Типовая ВЧХ замкнутой САУ ЭП промышленного робота имеет вид, изображенный на Рис.2.

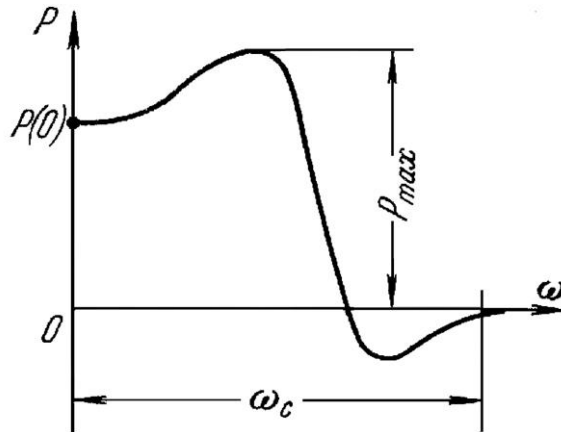


Рис.2 – Типовая вещественная частотная характеристика замкнутой САУ

Влиянием на качество переходного процесса части ВЧХ в интервале частот $\omega_c < \omega < \infty$ (Рис.2) можно пренебречь [1].

Выделены несколько свойств ВЧХ, позволяющих оценить показатели качества САУ [1,6]. Одно из этих свойств выражает зависимость максимума перерегулирования $\sigma_{\max}$ от пика ВЧХ в виде формулы:

$$\sigma_{\max} < \frac{1.18P_{\max} - P(0)}{P(0)} 100\%, \quad (3)$$

где $P_{\max}$ – максимальное значение ВЧХ, $P(0)$ – значение ВЧХ на частоте $\omega=0$. Другое свойство говорит о том, что если ВЧХ является положительной невозрастающей непрерывной функцией, то есть не имеет экстремумов, то перерегулирование в САУ не будет превышать 18% [1, 6].

Отрицательный экстремум $P_{\min}$ ВЧХ (Рис.2) влияет в основном на

перерегулирование, добавляя к нему величину $\Delta \leq 30|P_{\min}|$. Если $|P_{\min}| < 0.2P(0)$, то влиянием отрицательной части ВЧХ можно пренебречь [1]. ВЧХ могут иметь и более сложную форму, что не свойственно ВЧХ САУ ЭП промышленных роботов.

Определим значения $P_{\max}$ и $P_{\min}$ алгебраическим способом, то есть не строя ВЧХ. Заменив в (2) оператор s на мнимую переменную $j\omega$, получим частотную передаточную функцию:

$$W(j\omega) = \frac{R_u(\omega)}{Z(\omega)} + j \frac{R_v(\omega)}{Z(\omega)}, \quad (4)$$

где $R_u(\omega)$, $R_v(\omega)$, $Z(\omega)$ – полиномы с вещественными коэффициентами.

По действительной части (4) строится ВЧХ $P(\omega)$ замкнутой САУ ЭП промышленного робота.

Для вычисления частот ее пиков достаточно решить уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{dP(\omega)}{d\omega} &= 0 \Leftrightarrow \\ \frac{R'_u Z(\omega) - R_u(\omega) Z'(\omega)}{Z^2(\omega)} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Решение уравнения (5) сводится к решению двух уравнений:

$$R'_u Z(\omega) - R_u(\omega) Z'(\omega) = 0 \quad (6)$$

и

$$Z^2(\omega) = 0. \quad (7)$$

Определяем положительные вещественные корни этих уравнений. Из полученных положительных вещественных корней уравнения (6) удаляем корни, совпадающие с корнями уравнения (7), если таковые имеются. Оставшиеся корни (6) заносим в специальное множество M . Множество M будет содержать частоты ω , на которых ВЧХ имеет пики.

Если ВЧХ является положительной невозрастающей функцией, то перерегулирование в такой САУ не будет превышать 18% [1,6] и множество M должно быть пустым.

Если множество $M = \{\omega_1\}$, то необходимо проверить выполнение условия:

$$P(\omega_1) < 0. \quad (8)$$

В случае его выполнения принимаем $P_{\max} = P(0)$, а $P_{\min} = P(\omega_1)$. При этом, если $|P_{\min}| < 0.2P(0)$, то перерегулирование не превысит 18%, иначе оно не будет превышать значения $\sigma = 18 + \Delta$, где $\Delta = 10|P_{\min}|$.

В случае невыполнения условия (8) принимаем $P_{\max}=P(\omega_1)$, а перерегулирование определяем по формуле (3).

Если множество $M=\{\omega_1, \omega_2, \dots\}$, $\omega_1 < \omega_2 < \dots$, то необходимо проверить выполнение условия:

$$P(\omega_1) > 0. \quad (9)$$

В случае его выполнения принимаем $P_{\max}=P(\omega_1)$, $P_{\min}=P(\omega_2)$, а перерегулирование определяем по формуле (3). При этом, если $|P_{\min}| \geq 0.2P(0)$, то перерегулирование увеличиваем на величину $\Delta=10|P_{\min}|$. Пики ВЧХ на частотах, отличных от ω_1 и ω_2 , не учитываются, так как практически не оказывают влияния на прямые показатели качества переходного процесса [1].

В случае невыполнения условия (9) принимаем $P_{\max}=P(0)$, $P_{\min}=P(\omega_1)$. При этом, если $|P_{\min}| < 0.2P(0)$, то перерегулирование не будет превышать 18%, иначе оно не будет превышать значения $\sigma=18+\Delta$, где $\Delta=10|P_{\min}|$.

Покажем на примере реализацию описанного метода при нескольких значениях коэффициента передачи регулятора положения k_p . Передаточная функция замкнутой САУ (1) ЭП промышленного робота тогда будет иметь вид [8]:

$$W(s) = \frac{k_p(2.8s + 140)}{0.000000042s^6 + 0.00006545s^5 + 0.026894s^4 + 3.55572s^3 + 112.406s^2 + (686 + k_p 2.8)s + k_p 140} \quad (10)$$

Переходный процесс в этой системе, при условии, что значение коэффициента передачи регулятора положения $k_p=10$, изображен на Рис.3.

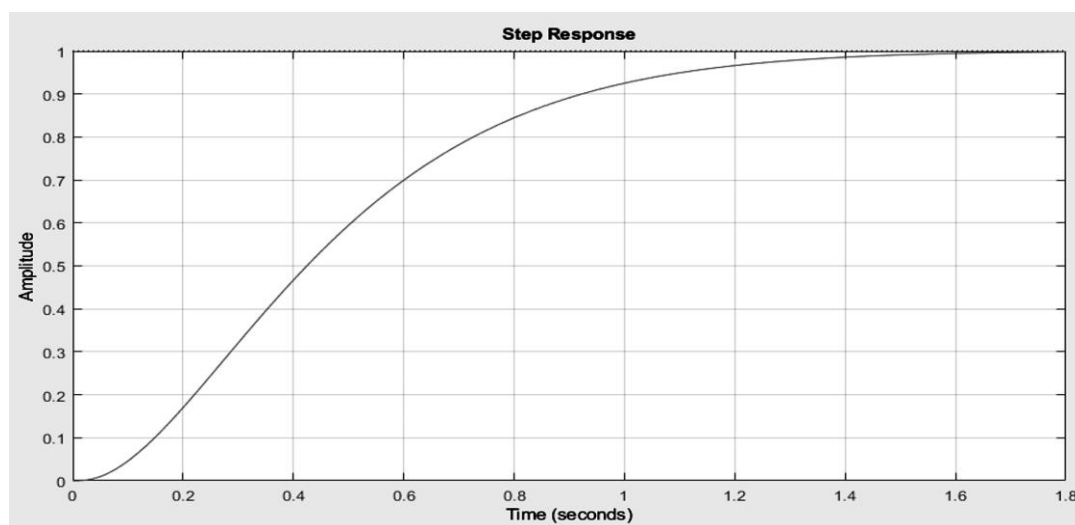


Рис.3 – Переходный процесс в САУ электропривода промышленного робота при значении параметра $k_p=10$

По Рис.3 видно, что перерегулирование $\sigma=0\%$.

Построим ВЧХ для исследуемой системы с передаточной функцией (10) при значении $k_p=10$ (Рис.4).

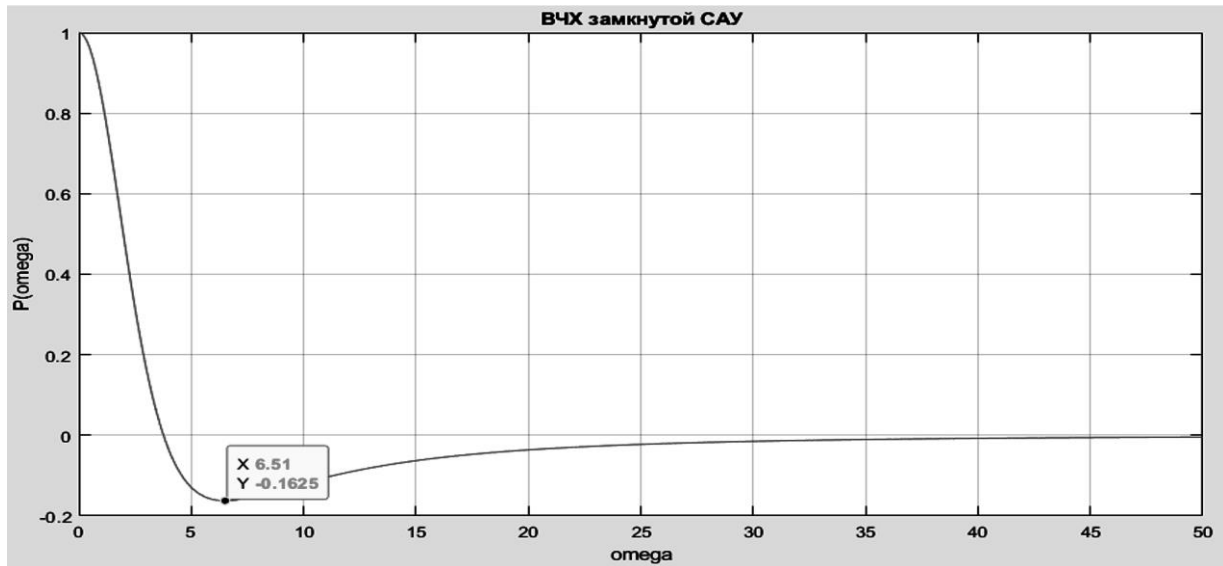


Рис.4 – ВЧХ САУ электропривода промышленного робота при значении параметра $k_p=10$

По Рис.4 видно, что $P_{\max}=P(0)=1$, а $P_{\min}=P(6.51)=-0.1625$. При этом, $|P_{\min}|<0.2P(0)$ и, согласно свойствам ВЧХ (ситуация, когда множество $M=\{\omega_1\}$), перерегулирование в САУ не должно превышать 18%, что подтверждено графиком переходного процесса (Рис.3).

Теперь решим задачу с помощью рассмотренного алгебраического метода. Заменив в (10) при $k_p=10$ оператор s на мнимую переменную $j\omega$ и проведя на ЭВМ необходимые математические операции, получим частотную передаточную функцию САУ и уравнения (6), (7).

Частотная передаточная функция системы имеет вид:

$$W(j\omega) = \frac{-0.0000588\omega^6 - 61.90856\omega^4 - 137376.4\omega^2 + 1960000}{1.764 \cdot 10^{-15}\omega^{12} + 2.0246 \cdot 10^{-9}\omega^{10} + 2.672856 \cdot 10^{-4}\omega^8 + 6.690396\omega^6 + 7632.8439\omega^4 + 195059.2\omega^2 + 1960000} + j \frac{-0.000001176\omega^7 + 0.661402\omega^5 + 1830.64\omega^3 - 960400\omega}{1.764 \cdot 10^{-15}\omega^{12} + 2.0246 \cdot 10^{-9}\omega^{10} + 2.672856 \cdot 10^{-4}\omega^8 + 6.690396\omega^6 + 7632.8439\omega^4 + 195059.2\omega^2 + 1960000} \quad (11)$$

Уравнение (6) для исследуемой САУ имеет вид:

$$\begin{aligned}
& 0.0000000000000000006223392000000001351083062\omega^{17} + \\
& +0.000000000001349841047520000272637293\omega^{15} + \\
& +0.0000007858989432050401474099299\omega^{13} + \\
& +0.06841408816768285161558083\omega^{11} + \\
& +1047.760628105206706095487\omega^9 + \\
& +3672173.037034826353192329\omega^7 + \\
& +1994313812.537245035171509\omega^5 - \\
& -60326859098.23999786376953\omega^3 - \\
& -1303147552000.0\omega = 0.
\end{aligned} \tag{12}$$

Уравнение (7) для исследуемой САУ имеет вид:

$$\begin{aligned}
& (0.000000000000000176399999999999870437339\omega^{12} + \\
& +0.000000002024606500000000643381279\omega^{10} + \\
& +0.0002672855919999999924248357\omega^8 + \\
& +6.69039579039999843246278\omega^6 + \\
& +7632.843875999999909254257\omega^4 + \\
& +195059.2000000000116415322\omega^2 + 1960000.0) \times \\
& \times (0.000000000000000176399999999999870437339\omega^{12} + \\
& +0.000000002024606500000000643381279\omega^{10} + \\
& +0.0002672855919999999924248357\omega^8 + \\
& +6.69039579039999843246278\omega^6 + \\
& +7632.843875999999909254257\omega^4 + \\
& +195059.2000000000116415322\omega^2 + 1960000.0) = 0.
\end{aligned} \tag{13}$$

Определяем положительные вещественные корни этих уравнений. Уравнение (12) имеет один положительный вещественный корень $\omega_1 = 6.5069957\text{с}^{-1}$. Уравнение (13) положительных вещественных корней не имеет. Подставив полученный корень ω_1 в действительную часть (11) получаем значение $P(\omega_1) = P_{\min} = -0.1625309$, что полностью подтверждается графиком ВЧХ на Рис.4. Следовательно, перерегулирование в САУ не должно превышать 18%.

Построим переходный процесс в системе при условии, что значение коэффициента передачи регулятора положения $k_p = 60$. График переходного процесса изображен на Рис.5.

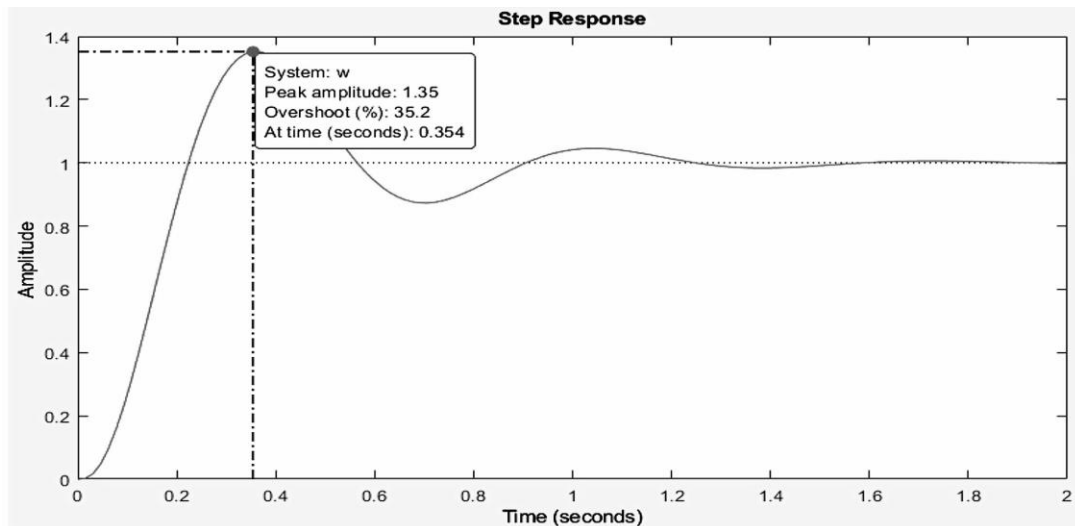


Рис.5 – Переходный процесс в САУ электропривода промышленного робота при значении параметра $k_p = 60$

По Рис.5 видно, что перерегулирование $\sigma=35.2\%$.

Построим ВЧХ для исследуемой системы с передаточной функцией (10) при значении $k_p=60$ (Рис.6).

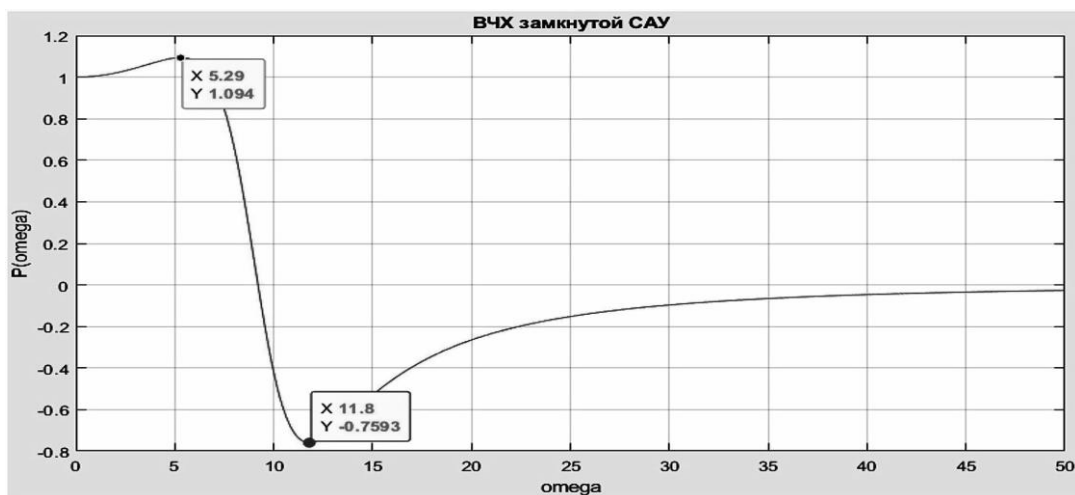


Рис.6 – ВЧХ САУ электропривода промышленного робота при значении параметра $k_p=60$

По Рис.6 видно, что $P_{\max}=P(5.29)=1.094$, а $P_{\min}=P(11.8)=-0.7593$ и перерегулирование определяется по формуле (3) (ситуация, когда множество $M=\{\omega_1, \omega_2, \dots\}$). Подставив значение $P_{\max}$ в формулу (3), получаем максимально возможное в системе перерегулирование $\sigma_{\max}=29\%$. При этом, $|P_{\min}|>0.2P(0)$ и, согласно свойствам ВЧХ, перерегулирование, полученное по формуле (3) увеличиваем на величину $\Delta=10|P_{\min}|=7.6\%$, то есть $\sigma_{\max}=36.6\%$. Очевидно, что перерегулирование, полученное по графику переходного процесса (Рис.5), не превышает максимально возможного.

Теперь решим задачу с помощью рассмотренного алгебраического

метода. Для значения $k_p=60$ получаем частотную передаточную функцию САУ и уравнения, соответствующие уравнениям (6) и (7). Определяем положительные вещественные корни этих уравнений. Уравнение, соответствующее уравнению (6), имеет два положительных вещественных корня $\omega_1=5.2875306\text{с}^{-1}$ и $\omega_2=11.8066383\text{с}^{-1}$. Уравнение, соответствующее уравнению (7), положительных вещественных корней не имеет. Подставив корни ω_1 и ω_2 в действительную часть частотной передаточной функции САУ, для $k_p=60$ получаем значения $P(\omega_1)=P_{\max}=1.0936393$ и $P(\omega_2)=P_{\min}=-0.7597830$, что полностью подтверждается графиком ВЧХ на Рис.6. Следовательно, максимально возможное перерегулирование в САУ определяется по формуле (3), с учетом поправки Δ .

Для построения на ЭВМ в пространстве варьируемого параметра k_p регулятора положения ЭП промышленного робота интервалов с перерегулированием, не превышающим заданного значения $\sigma_{\max}$, был разработан алгоритм:

1. Задаем границы интервала поиска k_{pl} и k_{pk} , соответствующие левой и правой границам интервала устойчивости; значение перерегулирования $\sigma_{\max}$, превышать которое недопустимо по условиям работы САУ; шаг поиска h .

2. Определим значения границ D_{rv} интервалов с гарантированным перерегулированием, где индекс r задает порядковый номер интервала, а v – признак начала ($v=1$) или конца ($v=2$) интервала.

Задаем $k_p=k_{pl}$ и определяем параметры передаточной функции (2) по выражению (1). Проверяем содержимое множества M и выполнение условий (8) и (9) по рассмотренной методике, определяем максимально возможное в САУ значение σ . Если оно не удовлетворяет условию $\sigma \leq \sigma_{\max}$, то задаем $p_1=1$, иначе задаем $p_1=0$. Для первого интервала ($r=1$) и его левой границы ($v=1$) выполняем проверку: если $p_1=0$, то $D_{rv}=k_p$ и $v=2$.

3. Задаем новое значение $k_p = k_p + h$.

Выполняем проверку: если $k_p > k_{pk} + h/2$, процесс определения интервалов с гарантированным перерегулированием САУ на данном интервале устойчивости завершается. При этом, если $p_1=0$ и $p_2=0$, то $v=2$ и $D_{rv} = k_p - h$.

4. Определяем параметры передаточной функции (2) по выражению (1) при текущем значении k_p . Проверяем содержимое множества M и выполнение условий (8) и (9) по рассмотренной методике, определяем максимально возможное в САУ значение σ . Если оно не удовлетворяет условию $\sigma \leq \sigma_{\max}$, то задаем $p_2=1$, иначе задаем $p_2=0$.

Проверяем выполнение условий:

- а) если $p_1=1$ и $p_2=0$, то переходим к пункту 6;
- б) если $p_1=0$, а $p_2=1$, то переходим к пункту 5;
- в) если ($p_1=1$ и $p_2=1$) или ($p_1=0$ и $p_2=0$), то переходим к пункту 3.

5. Задаем $D_{rv} = k_p - h$; $v=1$, $p_1=p_2$, $r=r+1$ и переходим к пункту 3.

6. Задаем $D_{rv} = k_p$; $v=2$, $p_1=p_2$ и переходим к пункту 3.

Выводы.

В статье рассмотрена научно-техническая задача разработки компьютерного метода параметрического исследования качества САУ промышленных роботов. Разработка метода основана на общем подходе, заключающемся в построении и анализе множеств вещественных положительных корней специальных алгебраических уравнений. В отличие от комплексных, вещественные корни определяются вычислительными методами с высоким быстродействием и надежностью даже для уравнений высоких, вплоть до сорокового, порядков.

Применение предлагаемого метода позволяет:

- полностью формализовать алгоритм решения задачи;
- гарантировать результат;
- повысить сложность моделей исследуемых САУ промышленных роботов.

На базе рассмотренного метода разрабатывается программное обеспечение для оценки качества управления промышленным роботом при реализации различных форм движения исполнительных органов.

Библиографический список

1. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического регулирования / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – СПб.: Изд-во Профессия, 2003. – 752 с.
2. Грушун А.И. Машинно-ориентированный метод определения полосы пропускания линейных стационарных систем автоматического управления / А.И. Грушун // Вестник СевГТУ: сб. науч. тр. – Севастополь: изд-во СевГТУ, 1996. – Вып. 2. – С.65 – 68.
3. Грушун А.И. Анализ на ЭВМ автоколебаний в нелинейных системах автоматического управления на основе метода гармонического баланса / А.И. Грушун, Т.А. Грушун // Автоматизация процессов и управление: сб. науч. тр. – Севастополь: изд-во СевНТУ, 2014. – Вып. 146. – С.223–226.
4. Грушун А.И. Анализ на ЭВМ абсолютной устойчивости нелинейных систем управления на основе метода В.М. Попова / А.И. Грушун, Т.А. Грушун // Информационные технологии и управление: сб. науч. тр. – Севастополь: изд-во СевГУ, 2015. – Вып. 1. – С.119 – 125.
5. Егоров И.Н. Системы управления электроприводов технологических роботов и манипуляторов / И.Н. Егоров, В.П. Умнов. – Владимир: изд-во ВлГУ, 2022. – 314 с.
6. Иващенко Н.Н. Автоматическое регулирование / Н.Н. Иващенко. – М.: Машиностроение, 1978. – 736 с.
7. Ким, Д. П. Теория автоматического управления. Линейные системы / Д. П. Ким. – М. : изд-во Юрайт, 2024. – 311 с.

8. Макаров И.М. Робототехника и гибкие автоматизированные производства. Приводы робототехнических систем / И.М. Макаров, С.В. Пантюшин, В.М. Назаретов, О.А. Тягунов. – М.: Высш. шк., 1986. – 175 с.
9. Пряшников Ф.Д. Проблема применения репрезентативных множеств в задачах построения областей устойчивости и качества динамических систем управления / Ф.Д. Пряшников, А.И. Грушун, Т.А. Грушун // Динамические системы. – К.: Лыбидь, 1994. – №13 – С.16 – 20.
10. Сафонов Ю.М. Электроприводы промышленных роботов / Ю.М. Сафонов. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 175 с.
11. Тимохин Н.Д. Алгоритм параметрического анализа на ЭВМ колебательности электропривода промышленного робота / Н.Д. Тимохин // Интеллектуальные системы, управление и мехатроника – 2020. – Севастополь: Изд-во СевГУ, 2020. – С.81 – 85.
12. Farid Golnaraghi, Benjamin C. Kuo Automatic control systems. – Hoboken: Wiley, 2010. – 1090 p.

¹*Грушун Андрей Иванович, канд. техн. наук, доц., доцент, a.gran69@mail.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

²*Грушун Татьяна Александровна, канд. техн. наук, доц., доцент, gai_gta@mail.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

³*Осадченко Александр Евгеньевич, канд. техн. наук, доцент, aeosadchenko@rambler.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

Grushun Andrey Ivanovich, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor, a.gran69@mail.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Grushun Tatiana Alexandrovna, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor, gai_gta@mail.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Osadchenko Alexander Evgenievich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, aeosadchenko@rambler.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

**ПОГРЕШНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ
ЭНЕРГОЕМКОСТИ ОПТИМАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ**

Бохонский А.И.¹, Рыжков А.И.², Корнеева Н.К.³

**MEASUREMENT ERROR IN DETERMINING THE ENERGY
CAPACITY OF OPTIMAL MOVEMENT**

Bokhonsky A.I.¹, Ryzhkov A.I.², Korneeva N.K.³

Аннотация. При конструировании оптимальных управлений (от заданного полинома переносного ускорения через уравнение Эйлера восстановление функционала-критерия) выявлены важные особенности: тенденция экономии энергии с ростом степени задаваемого полинома и возможность достижения абсолютного покоя в конечном состоянии при перемещении упругого объекта за определяемое из моментных соотношений время движения. Возможность достижения абсолютного покоя при быстром поступательном и вращательном движениях была подтверждена экспериментально. Для проверки тенденции снижения энергии важна оценка влияния погрешностей измерений на конечный результат. Предложена методика – по измерению кинематических параметров относительного движения упругого объекта определение переносных ускорения и скорости (решение обратной задачи динамики).

Abstract. During constructing optimal controls (from a given polynomial of translational acceleration through the Euler equation, restoration of the functional criterion) important features were revealed: a tendency to save energy with an increase in the degree of the given polynomial and the possibility of achieving absolute rest in the final state when moving an elastic object for a time of motion determined from moment relations. The possibility of achieving absolute rest during rapid translational and rotational motions was confirmed experimentally. To check the tendency to reduce energy, it is important to assess the effect of measurement errors on the final result. A technique is proposed - by measuring the kinematic parameters of the relative motion of an elastic object, determining the translational acceleration and velocity (solving the inverse problem of dynamics).

Ключевые слова. Конструирование управления, разгон-торможение, относительное движение, погрешность параметров, погрешность вычисления энергии.

Keywords. Control design, acceleration-braking, relative motion, parameter error, energy calculation error.

Введение.

Современные управляемые системы требуют высокой точности и энергоэффективности, что решается путем совершенствования элементов механических систем [1...5] и их числового управления [6...8]. Управление движением упругих объектов, таких как роботизированные механизмы и транспортные системы, связано с необходимостью минимизации энергозатрат [9,10] и учётом погрешностей измерений, которые напрямую влияют на качество управления.

В работах [11...15] приведены универсальные аналитические зависимости для переносного ускорения, скорости и перемещения, полученные в результате аналитических и численных экспериментов и обобщение результатов. Например, в случае степени $n=1$ конструируемого полинома следует известное классическое управление.

Цель исследований заключается в разработке и последующей экспериментальной проверке методики для оптимизации управления движением упругого объекта, позволяющей достичь абсолютного покоя в конечном состоянии и снизить энергозатраты, а также в оценке влияния измерительных погрешностей на точность результатов.

Для степени $n = 3$ полинома выражения для управления, скорости и перемещения принимают вид:

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{10L}{T^2} \left(\frac{T-2t}{T} \right)^3, \quad v(t) = \frac{5L}{4T} \left(1 - \left(\frac{T-2t}{T} \right)^4 \right), \\ s(t) &= \frac{L}{8T} \left[\left(\frac{T-2t}{T} \right)^4 (T-2t) + 10t + T \right], \end{aligned} \quad (1)$$

В относительном движении упругого объекта с одной степенью свободы в случае переносного ускорения (1) и без учета сопротивления дифференциальное уравнение движения имеет вид

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + k^2 x = -u(t), \quad (2)$$

где k – частота собственных колебаний.

Решение уравнения (2) при движении из состояния относительного покоя ($x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$) имеет вид:

$$x(t) = \frac{-10L}{k^5 T^5} \left[\begin{aligned} &(48k - 6k^2 T^2)t + 12k^3 T \cdot t^2 - 8k^2 t^3 + 6\sin(kt) \cdot k^2 T^2 - \\ &- 48\sin(kt) - \cos(kt) - \cos(kt) \cdot k^3 T^3 + 24\cos(kt) \cdot kT + \\ &+ k^3 T^3 - 24kT \end{aligned} \right].$$

Пример. Исходные данные: $L = 1\text{ м}$, $k = \pi\text{ с}^{-1}$; Моментные соотношения представляют собой систему трансцендентных уравнений, из которой общие корни – время T для достижения покоя. Графическое решение показано на Рис.1: во временном интервале уравнения имеют два корня.

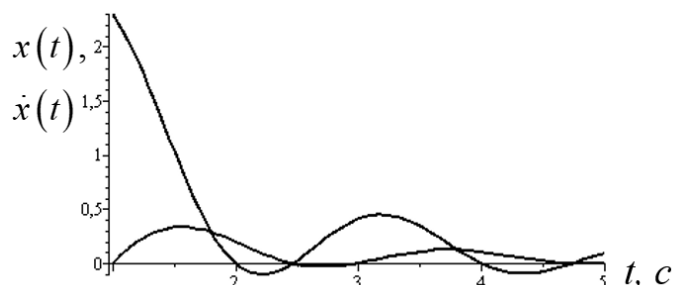


Рис.1 – Графическое определение корней системы трансцендентных уравнений

Второй корень в интервале $4,736 \leq T \leq 4,739$ уточнен графически (Рис.2).

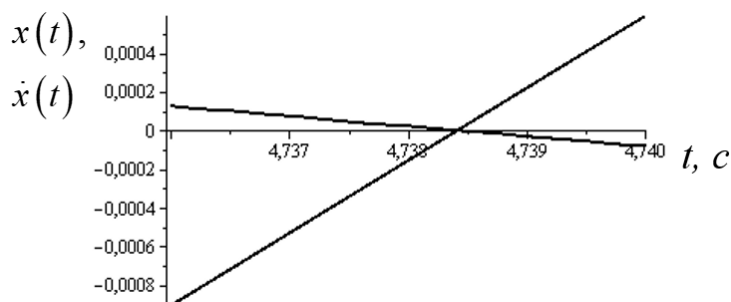


Рис.2 – Уточнение значений второго корня

С достаточной для практики точностью примем $T = 4,7385\text{ с}$. График относительного движения изображен на Рис.3.

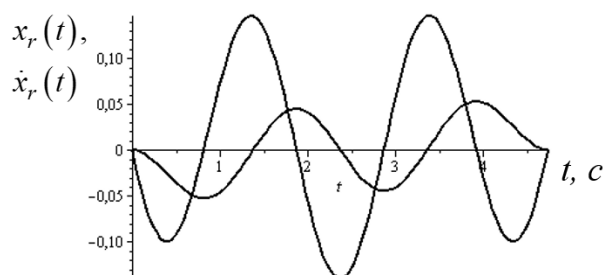


Рис.3 – Графики относительного движения

В момент времени $T = 4,7385\text{ с}$ наступает относительный покой, а в сочетании с переносным покоем – абсолютный покой.

Пусть, например, при анализе измерений получена погрешность для относительного перемещения, которую можно представить так:

$$x_1(t) = x(t) + 0,05 \cdot x(t).$$

График, отражающий отклонение измеренного перемещения от теоретического, изображен на Рис.4.

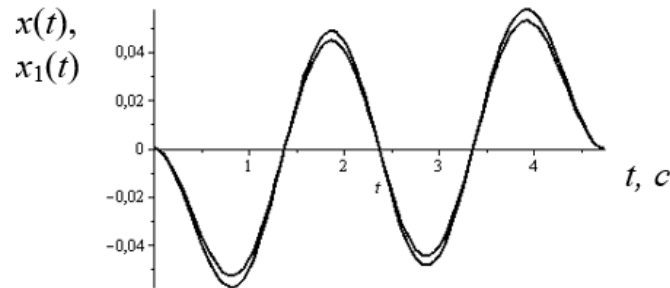


Рис.4 – Графики $x(t)$ и $x_1(t)$

Управление, которое могло вызвать такую погрешность перемещения, находится согласно обратной задаче динамики:

$$u_1(t) = \frac{d^2 x_1}{dt^2} + k^2 x_1.$$

Отклонение теоретического и экспериментального управлений отражено на Рис.5.

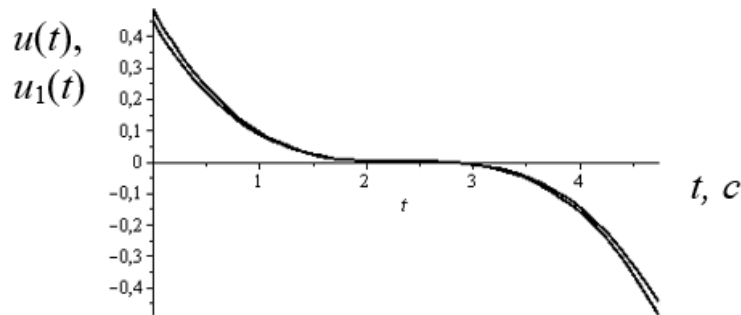


Рис.5 – Графики $u(t)$ и $u_1(t)$

При исходном теоретическом управлении затрачиваемая на достижение цели движение энергия (при $m = 1$ кг) равна

$$A = 2m \int_0^{T/2} u \cdot v \, dt = 0,0696 \text{ Дж.}$$

При экспериментальном определении энергии

$$A_1 = 2m \int_0^{T/2} u_1 \cdot v_1 \, dt = 0,07672 \text{ Дж.}$$

$$\text{Т.е. погрешность } \Delta A = \frac{A_1 - A}{A_1} \cdot 100\% = 9,3\%.$$

Важно отметить, что цель движения достигается, т.е. погрешность $x_1(t) \approx 0,05\%$.

Заключение.

Приблизительная оценена энергоемкость оптимально управляемого движения объекта с учетом возникающей погрешности управления (переносного ускорения). Подтверждена возможность экспериментальной проверки снижения энергоемкости управляемого движения с ростом степени полинома ускорения.

В статье [16] в разделе «Реверсионное конструирование управлений», к сожалению, допущены опечатки (в аналитических выражениях – для ускорения, перемещения и скорости), которые должны быть:

$$U(0) + U(T) = 0;$$

$$S(t) = \frac{Lt^2}{T^5} (5T^3 - 10T^2t + 10Tt^2 - 4t^3);$$

$$V(t) = \frac{10Lt}{T^5} (T - t)(T^2 - 2Tt + 2t^2).$$

По этому поводу авторы статьи [16] приносят свои извинения.

Библиографический список

1. Пелупесси Д.С. Снижение энергозатрат с помощью использования шагового рекуперативного привода / Д.С. Пелупесси, К.В. Петровская, М.В. Жавнер // Неделя науки СПбПУ: Материалы научного форума с международным участием. Институт металлургии, машиностроения и транспорта, Санкт-Петербург, 30 ноября – 05 2015 года / М.С. Кокорин (отв. ред.). Том Часть 1. – Санкт-Петербург: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», 2015. – С. 69-71.
2. Таржанов И.В. Возможности снижения энергозатрат приводов робота на этапе проектирования / И.В. Таржанов // Российский технологический журнал. – 2017. – Т. 5, № 1(15). – С. 23-28.
3. Афонин В.Л. Повышение точности промышленных роботов путем применения двухдвигательных следящих электроприводов / В.Л. Афонин, В.В. Слепцов, А.Е. Аблаева, С.С. Кананадзе // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2024. – № 2. – С. 66-72.

4. Арчибасов А.С. Анализ существующих приводов роботов и предложение по их улучшению / А.С. Арчибасов, А.Ю. Попов, Е.В. Васильев // ИТ. Наука. креатив. Материалы I Международного форума: в 5-ти томах. Том 1. Автоматизация, мехатроника, информационные технологии, Омск, 14–16 мая 2024 года. – Москва: Общество с ограниченной ответственностью "Издательско-книготорговый центр "Колос-с", 2024. – С. 102-106.
5. Ромащенко Н.А. Метод повышения точности волнового редуктора электромеханического робота / Н.А. Ромащенко // Международная научно-техническая конференция молодых ученых БГТУ им. В.Г. Шухова, посвященная 300-летию Российской академии наук : национальная конференция с международным участием, Белгород, 18–20 мая 2022 года. Том Часть 20. – Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, 2022. – С. 245-250.
6. Власов А.С. Применение фильтра кальмана для повышения точности управления мобильным роботом / А.С. Власов, С.А. Тарковалин // Современные концепции развития науки : Сборник статей Международной научно-практической конференции, Казань, 20 августа 2016 года / Ответственный редактор: Сукиасян Асатур Альбертович. Том Часть 1. – Казань: Общество с ограниченной ответственностью "Аэтерна", 2016. – С. 13-15.
7. Самойлов Л.К. Максимальные динамические погрешности фильтров Лежандра в системах контроля и управления / Л.К. Самойлов, Д.Ю. Денисенко, А.Е. Титов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2024. – № 2(238). – С. 164-175.
8. Барышников С.О. Повышение точности выполнения технологических операций в судоремонте промышленным роботом / С.О. Барышников, С.А. Куликов // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. – 2010. – № 3(106). – С. 201-205.
9. Norsahperi N.M.H. An improved optimal integral sliding mode control for uncertain robotic manipulators with reduced tracking error, chattering, and energy consumption / N.M.H. Norsahperi, K.A. Danapalasingam // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2020. – № 142. — P.106747. — URL: <https://doi.org/10.1016/j.seta.2024.104083> (дата обращения: 15.08.2024).
10. Zeng X. An optimal energy consumption calculation method of hybrid electric vehicles with frequency distribution characteristics of driving conditions / X. Zeng, J. Li, C. Duan, и др. // Sustainable Energy Technologies and Assessments. Sustainable Energy Technologies and

- Assessments. – 2024. – № 42. — P.104083. — URL: <https://doi.org/10.1016/j.seta.2024.104083> (дата обращения: 10.12.2024).
11. Бохонский А.И. Механика управляемого движения объектов / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, Т.В. Мозолевская. – М.: ИНФРА-М, 2021. – 170 с.
12. Бохонский А.И. Оценка энергоемкости минимального принуждения целенаправленного движения объекта / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, А.И. Рыжков // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – Орел: ОГУ им. И.С. Тургенева, 2022. – № 1 (351). – С. 15 – 20.
13. Бохонский А.И. Алгоритм конструирования оптимального движения упругого объекта / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, Т.В. Мозолевская, А.И. Рыжков // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – Орел: ОГУ им. И.С. Тургенева, 2021. – № 4 (348). – С. 33 – 38.
14. Бохонский А.И. Экспериментальная проверка оптимального управления переносным движением деформируемых объектов / А.И. Бохонский, М.М. Майстришин, Э.О. Балаканов, И.В. Гусаков // Оптимизация производственных процессов. – Севастополь: СевНТУ, 2010. – № 12. – С. 66 – 72.
15. Бохонский А.И. Экспериментальная проверка оптимального вращения упругого стержня / А.И. Бохонский, М.М. Майстришин, А.И. Рыжков // Автоматизация и измерения в машиноприборостроении. – Севастополь: Изд-во СГУ, 2020. – № 2 (10). – С. 3 – 16.
16. Бохонский А.И. Снижение энергоемкости управляемого движения объекта / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, Л.Е. Карташов, М.М. Майстришин // Автоматизация и измерения в машиноприборостроении. – Севастополь: ФГАОУ ВО «СевГУ». – 2024. - №4 (28). – С. 41 – 47.

¹*Бохонский Александр Иванович, д-р техн. наук, проф., профессор, bohon.alex@mail.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

²*Рыжков Александр Игоревич, канд. техн. наук, доцент, ryzhkov2206@mail.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

³*Корнеева Надежда Константиновна, старший преподаватель, nkkorneeva@mail.sevsu.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

*Bokhonsky Alexander Ivanovich, Doctor of Technical Sciences, Professor,
Professor, bohon.alex@mail.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University*

*Ryzhkov Aleksandr Igorevich, Candidate of Technical Sciences, Associate
Professor, ryzhkov2206@mail.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State
University*

*Korneeva Nadezhda Konstantinovna, Senior Lecturer,
nkkorneeva@mail.sevsu.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University*

ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ ПРОСТОЕВ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ ДВУХФАЗНОЙ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ЛИНИИ С НАКОПИТЕЛЕМ

Ольшанская И.В.¹, Федоренко С.Н.²

INFLUENCE OF DIFFERENT TYPES OF DOWNTIME ON PERFORMANCE OF TWO-PHASE AUTOMATED LINE WITH STORAGE

Olshanskaya I.V.¹, Fedorenko S.N.²

Аннотация. *Исследуется функционирование двухфазной автоматизированной линии с накопителем. Получены формулы для стационарных характеристик системы: средней стационарной наработки на отказ, стационарного времени восстановления, стационарного коэффициента использования. Проведен анализ влияния различных видов простоев на производительность системы. Определена производительность линии при различном времени обработки выпускающего устройства.*

Abstract. *The functioning of a two-phase automated line with a storage device is investigated. Formulas for the stationary characteristics of the system are obtained: average stationary time between failures, stationary recovery time, stationary utilization factor. An analysis of the influence of various types of downtime on the system performance is carried out. The performance of the line is determined at different processing times of the output device.*

Ключевые слова. *Двухфазная система, промежуточный накопитель, стационарный коэффициент использования, производительность, виды простоев.*

Keywords. *Two-phase system, intermediate storage, steady-state utilization rate, productivity, types of downtime*

Введение.

Постоянным явлением, сопутствующим функционированию дискретных автоматизированных производственных систем [1...3], являются возникающие в процессе их функционирования простои. Учет причин простоев, включая переналадки, является одним из основных факторов, позволяющих повысить производительность. Так как ни один вид простоев в процессе эксплуатации действующих систем не может быть

полностью исключен, то исследования должны показывать, на какую величину можно реально сократить те или иные простои (по инструменту, оборудованию, организационным причинам, переналадке и др.) и как это повлияет на характеристики надежности и производительность системы [2,4,5].

Основной текст.

Рассмотрим порядок функционирования системы. На вход ее первой производственной ячейки (ПЯ) A_1 производительностью c_1 на каждом отрезке времени Δt поступает столько единиц продукции $N_1(\Delta t)$, сколько она может обработать за это время при безотказной работе, т. е. $N_1(\Delta t) = c_1 \Delta t$. После обработки на первой ПЯ продукция поступает на вторую ПЯ A_2 , $N_2(\Delta t) = c_2 \Delta t$. Время безотказной работы $A_i, i = \overline{1,2}$ является случайной величиной (СВ) α_i с функцией распределения (ФР) $F_i(x) = P\{\alpha_i \leq x\}$. ПЯ A_i , простаивает в силу простоя k -го вида с вероятностью $p_{ik} > 0$, $\sum_{i=1}^{n_j} p_{ik} = 1$. Если ПЯ A_i не используется вследствие простоя i -го вида, то время простоя A_i СВ β_i^k с ФР $G_i^{(k)}(x) = P\{\beta_i^k \leq x\}$. СВ α_i, β_i^k предполагаются независимыми, имеющими конечные математические ожидания. У ФР $F_i(x), G_i^{(k)}(x)$ существуют плотности $f_i(x), g_i^{(k)}(x)$.

Емкость накопителя H , который предполагается абсолютно надежным, выражается в единицах времени, которое понадобится ПЯ A_2 для полного освобождения накопителя; максимальная емкость накопителя равна $h \geq 0$. При простое ПЯ A_2 и заполненном накопителе ПЯ A_1 отключается, а при простое A_1 и пустом накопителе отключается ПЯ A_2 . В случае различной производительности и работоспособном состоянии обоих ПЯ быстродействующая ПЯ может работать, не используя полностью свою производительность, если накопитель заполнен полностью при $c_1 > c_2$ и, если пуст, при $c_1 < c_2$. Вся система считается работоспособной в данный момент времени, если она выдает продукцию на выходе ПЯ A_2 .

Таким образом, на выходе ПЯ A_1 имеет место отдельный резерв времени, который может пополняться либо за счет запаса по быстродействию ПЯ A_1 , либо за счет простоя ПЯ A_2 . Описанную систему будем называть реальной.

Предположим, что ПЯ A_1 и A_2 имеют не возрастающую производительность ($c_1 \geq c_2$).

При моделировании систем различного назначения широко применяются полумарковские процессы [6...10], которые используются в данной статье.

Для описания функционирования реальной системы введем следующее пространство полумарковских состояний: $E = \{i\bar{d}\bar{x}z : i = \overline{1,2}, \bar{d} = (d_1, d_2), \bar{x} = (x_1, x_2)\}$, где i – номер устройства A_i , изменившего свое значение последним; элемент d_j вектора $\bar{d}$ фиксирует состояние устройства A_j : работоспособное ($d_j = 0$), простоя ($d_j = 1$), отключения ($d_j^k = 2^k$), где k – вид отказа. Значением элемента x_j вектора $\bar{x}$ является время, прошедшее с момента изменения состояния устройства A_j , $x_j = 0$. Значение z определяет величину резерва времени в накопителе H , $0 \leq z \leq h$.

Для приближенного вычисления стационарных характеристик системы используют метод, основанный на формулах [6]:

$$T_+ \approx \frac{(\rho, \bar{m}_1)}{(\rho, P^{(r)} \bar{I}_0)}, \quad T_- \approx \frac{(\rho, P^{(r)} \bar{m}_0)}{(\rho, P^{(r)} \bar{I}_0)}, \quad (1)$$

где оператор P определяется равенством

$$[Pf](x) = \int_X f(y) P(x, dy),$$

а средние времена $m(x)$ пребывания в состояниях

$$\bar{m}_1(x) = \begin{cases} m(x), & x \in E_+, \\ 0, & x \in E_-, \end{cases} \quad \bar{m}_0(x) = \begin{cases} m(x), & x \in E_-, \\ 0, & x \in E_+, \end{cases}$$

$$\bar{I}_0(x) = \begin{cases} 0, & x \in E_+, \\ 1, & x \in E_-, \end{cases} \quad (\rho, f) = \int_E f(x) \rho(dx).$$

Здесь $P^{(r)}$ – r -я степень оператора P ; r – число шагов, за которое реальная система может перейти во множество отказовых состояний E_- из работоспособных E_+ , входящих в эргодический класс опорной системы.

Выберем опорную систему S_0 . Предположим, что у ПЯ A_1 быстрое восстановление, т.е. время простоя β_i^k зависит от малого положительного параметра ε таким образом, что

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} M \beta_i^{(k, \varepsilon)} = 0, \quad (2)$$

а у выходной ПЯ A_2 времена безотказной работы и простоя фиксированы. Это приводит к тому, что опорной системой S_0 является система, у которой в ПЯ A_1 простои мгновенные, а накопитель полностью заполнен.

Определим вероятности переходов вложенной цепи Маркова (ВЦМ) опорной системы:

$$\begin{aligned} P_{1000x_2h}^{1100y_2h} &= \frac{f_1(y_2 - x_2) \bar{F}_2(y_2)}{\bar{F}_2(x_2)}, & y_2 > x_2; \\ P_{1000x_2h}^{22^k1y_10h} &= \frac{f_2(y_1 + x_2) \bar{F}_1(y_1) p_{1k}}{\bar{F}_2(x_2)}, & y_1 > 0; \\ P_{200x_10h}^{22^k1y_10h} &= \frac{f_2(y_1 - x_1) \bar{F}_1(y_1) p_{1k}}{\bar{F}_1(x_1)}, & y_1 > x_1; \\ P_{200x_10h}^{1100y_2h} &= \frac{f_1(y_2 + x_1) \bar{F}_2(y_2)}{\bar{F}_1(x_1)}, & y_1 > 0; \\ P_{1100x_2h}^{1100x_2h} &= P_{221x_10h}^{200x_10h} = 1. \end{aligned}$$

Плотность стационарного распределения ВЦМ опорной системы имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \rho(1000x_2h) &= \rho(1100x_2h) = \rho_0 \bar{F}_2(x_2), \\ \rho(200x_10h) &= \rho(22^k1x_10h) = \rho_0 \bar{F}_1(x_1), \end{aligned}$$

константа ρ_0 находится в явном виде из условия нормировки.

Для реальной системы с указанным выше критерием отказа системы подмножества работоспособных E_+ и отказовых состояний E_- имеют вид:

$$\begin{aligned} E_+ &= \{1000x_2z, 1100x_2z, 200x_10z, 210x_10z\}, \\ E_- &= \{1010x_2z, 1110x_2z, 112^k0x_20, 12^k1x_1x_2h, 201x_10z, \\ &\quad 211x_10z, 212^kx_1x_20, 22^k1x_10h\}. \end{aligned}$$

Найдем выражение, входящее в формулы (1). Учитывая, что $\sum_{k=1}^{n_1} p_{ik} = 1$ получаем:

$$\begin{aligned}
\int_{E_+} P(z, E_-) \rho(dz) &= \int_0^\infty \rho(1000x_2h) P(1000x_2h, E_-) dx_2 + \\
&+ \int_0^\infty \rho(1100x_2h) P(1100x_2h, E_-) dx_2 + \\
&+ \int_0^\infty \rho(200x_10h) P(200x_10h, E_-) dx_1 = \rho_0 \left[\int_0^\infty \bar{F}_1(y_1) \bar{F}_2(y_1) dy_1 + \right. \\
&+ \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k, \varepsilon)}(h) \int_h^\infty \bar{F}_2(x_2) dx_2 + \int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k, \varepsilon)}(y_1) dy_1 \int_0^\infty f_2(x_2 + y_1) dx_2 + \\
&+ \left. \int_0^\infty \bar{F}_1(y_1) dy_1 \int_0^{y_1} f_2(y_1 - x_1) dx_1 \right] = \\
&= \rho_0 [M\alpha_1 + \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k, \varepsilon)}(h) \int_h^\infty \bar{F}_2(x_2) dx_2 + \int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k, \varepsilon)}(y_1) \bar{F}_2(y_1) dy_1].
\end{aligned}$$

Определим средние времена пребывания $m(z)$ реальной системы в эргодических состояниях:

$$\begin{aligned}
\theta_{1000x_2h} &= a_1 \wedge [a_2 - x_2]^+; \quad m(1000x_2h) = \frac{\int_0^\infty \bar{F}_1(t) \bar{F}_2(x_2 + t) dt}{\bar{F}_2(x_2)}; \\
\theta_{11^k00x_2h} &= \beta_1^{(k, \varepsilon)} \wedge [a_2 - x_2]^+ \wedge h; \\
\sum_{k=1}^n m(11^k00x_2h) &= \frac{\int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_k \bar{G}_1^{(k, \varepsilon)}(t) \bar{F}_2(x_2 + t) dt}{\bar{F}_2(x_2)}; \\
\theta_{200x_10h} &= a_2 \wedge [a_1 - x_1]^+; \quad m(200x_10h) = \frac{\int_0^\infty \bar{F}_2(t) \bar{F}_1(x_1 + t) dt}{\bar{F}_1(x_1)},
\end{aligned}$$

где $\wedge$ – знак минимума СВ.

Следовательно,

$$\begin{aligned}
\int_{E_-} m(z) \rho(dz) &= \rho_0 \left[\int_0^x dx_2 \int_0^x \bar{F}_1(t) \bar{F}_2(x_2 + t) dt + \right. \\
&+ \left. \int_0^x dx_2 \int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_k \bar{G}_1^{(k, \varepsilon)}(t) \bar{F}_2(x_2 + t) dt + \int_0^x dx_2 \int_0^x \bar{F}_2(t) \bar{F}_1(x_1 + t) dt \right] = \\
&= \rho_0 [Ma_1 Ma_2 + \int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_k \bar{G}_1^{(k, \varepsilon)}(t) \int_0^\infty \bar{F}_2(x_2 + t) dx_2].
\end{aligned}$$

Таким образом, средняя стационарная наработка на отказ $T_+^{(h)}$ рассматриваемой реальной системы приближенно вычисляется по формуле:

$$T_+^{(h)} \approx \frac{Ma_1Ma_2 + \int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_k \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(t) \int_0^\infty \bar{F}_2(x_2 + t) dx_2}{Ma_1 + \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(h) \int_h^\infty \bar{F}_2(x_2) dx_2 + \int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(y_1) \bar{F}_2(y_1) dy_1}.$$

В силу условия (2) можно записать следующее:

$$\begin{aligned} \int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(y_1) \bar{F}_2(y_1) dy_1 &= \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(y_1) \bar{F}_2(y_1) dy_1 = \\ &= \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} M(\beta_1^{(k,\varepsilon)} \wedge a_2 \wedge h) \approx \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} M(\beta_1^{(k,\varepsilon)} \wedge h), \\ \int_0^h \sum_{k=1}^n p_k \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(t) dt \int_t^\infty \bar{F}_2(x_2) dx_2 &= \int_0^h \bar{F}_2(x_2) dx_2 \int_0^{x_2} \sum_{k=1}^n p_k \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(t) dt + \\ &+ \int_h^\infty \bar{F}_2(x_2) dx_2 \int_0^h \sum_{k=1}^n p_k \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(t) dt = Ma_2 \int_0^h \sum_{k=1}^n p_k \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(t) dt. \end{aligned}$$

Поэтому наряду с формулой можно использовать выражение для средней стационарной наработки на отказ $T_+^{(h)}$:

$$T_+^{(h)} \approx \frac{Ma_1Ma_2 + \int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_k \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(t) dt}{Ma_1 + \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(h) \int_h^\infty \bar{F}_2(x_2) dx_2 + \int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(y_1) dy_1}.$$

Учитывая (2), имеем:

$$T_+^{(h)} \approx \frac{Ma_1Ma_2}{Ma_1 + \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(h) \int_h^\infty \bar{F}_2(x_2) dx_2}.$$

Перейдем к нахождению среднего стационарного времени восстановления $T_-^{(h)}$, используя формулу (1). Знаменатель определен уже выше, определим числитель:

$$\begin{aligned} \int_E \rho(dx) \int_{E_+} m(y) P(z, dy) &= \rho_0 \left[\sum_{k=1}^{n_2} p_{2k} M \beta_2^{(k)} \int_0^\infty dx_2 \int_0^\infty f_2(y_1 + x_2) \bar{F}_1(y_1) dy_1 + \right. \\ &+ \left. \int_0^\infty \bar{F}_2(x_2 + h) dx_2 \int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_k \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(t + h) dh + \int_0^\infty dx_2 \int_0^\infty f_2(x_2 + y_1) dy_1 + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_0^\infty \sum_{k=1}^{n_2} p_{2k} \bar{G}_2^{(k)}(t) \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(y_1 + t) dt + \\
& + \sum_{k=1}^{n_2} p_{2k} M \beta_2^{(k)} \int_0^\infty dx_1 \int_{x_1}^\infty f_2(y_1 - x_1) \bar{F}_1(y_1) dy_1] = \\
& = \rho_0 \left[\sum_{k=1}^{n_2} p_{2k} M \beta_2^{(k)} M a_1 + \int_h^\infty \bar{F}_2(x_2) dx_2 \int_h^\infty \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(t) dt + \right. \\
& \left. + \int_0^h \bar{F}_2(y_1) dy_1 \int_0^\infty \sum_{k=1}^{n_2} p_{2k} \bar{G}_2^{(k)}(t) \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(y_1 + t) dt \right].
\end{aligned}$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned}
& \int_0^h \bar{F}_2(y_1) dy_1 \int_0^\infty \sum_{k=1}^{n_2} p_{2k} \bar{G}_2^{(k)}(t) \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(y_1 + t) dt = \\
& = \int_0^\infty \sum_{k=1}^{n_2} p_{2k} \bar{G}_2^{(k)}(t) \int_0^h \bar{F}_2(y_1) \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(y_1 + t) dy_1 \approx \\
& \approx \int_0^\infty \sum_{k=1}^{n_2} p_{2k} \bar{G}_2^{(k)}(t) \int_0^h \bar{F}_2(y_1) \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(y_1) dy_1 \approx \\
& \approx \int_0^\infty \sum_{k=1}^{n_2} p_{2k} \bar{G}_2^{(k)}(t) \int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(y_1) dy_1,
\end{aligned}$$

получаем

$$\begin{aligned}
T_-^{(h)} \approx & [M a_1 \sum_{k=1}^{n_2} p_{2k} M \beta_2^{(k)} + \int_h^\infty \bar{F}_2(x_2) dx_2 \int_h^\infty \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(t) dt + \\
& + \sum_{k=1}^{n_2} p_{2k} M \beta_2^{(k)} \int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(y_1) dy_1] / [M a_1 + \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(h) \int_h^\infty \bar{F}_2(x_2) dx_2 + \\
& + \int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(y_1) \bar{F}_2(y_1) dy_1].
\end{aligned}$$

Учитывая (2), находим:

$$T_-^{(h)} \approx \frac{M a_1 \sum_{k=1}^{n_2} p_{2k} M \beta_2^{(k)} + \int_h^\infty \bar{F}_2(x_2) dx_2 \int_h^\infty \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(t) dt}{M a_1 + \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(h) \int_h^\infty \bar{F}_2(t) dt}$$

Используя полученные формулы, определим стационарный коэффициент использования реальной системы:

$$K_{IC}^{(h)} \approx [Ma_1 Ma_2 + Ma_2 \int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(t) dt] / [Ma_1 Ma_2 + Ma_1 \sum_{k=1}^{n_2} p_{2k} M \beta_2^{(k)} + \\ + Ma_2 \int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(t) dt + \sum_{k=1}^{n_2} p_{2k} M \beta_2^{(k)} \int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(t) dt + \\ + \int_h^\infty \bar{F}_2(x) dx \int_h^\infty \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(t) dt],$$

а также

$$K_{IC}^{(h)} \approx [Ma_1 Ma_2] / [Ma_1 Ma_2 + Ma_1 \sum_{k=1}^{n_2} p_{2k} M \beta_2^{(k)} + \int_h^\infty \bar{F}_2(x) dx \int_h^\infty \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(t) dt].$$

Коэффициент технического использования с учетом только лишь собственных простоев равен:

$$K_{IC}^{(h)} \approx [Ma_1 Ma_2] / [Ma_1 Ma_2 + Ma_1 \sum_{k=1}^{n_2} p_{2k} M \beta_{2(c)}^{(k)} + \int_h^\infty \bar{F}_2(x) dx \int_h^\infty \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_{1(c)}^{(k,\varepsilon)}(t) dt].$$

Принимая во внимание стационарный коэффициент использования, можно определить производительность $\Pi(h)$ двухфазной системы с накопителем как $\Pi^{(h)} = K_{IC}^{(h)} c_2$, где c_2 – производительность выпускного устройства A_2 .

В таблицах 1 и 2 приведены исходные данные для отказов каждой ячейки двухфазной системы, а также расчетные значения типов производительности (фактическая и цикловая производительности) при различном времени обработки выпускного устройства. Расчеты показали,

что влияния сомножителей вида $\int_0^h \sum_{k=1}^{n_1} p_{1k} \bar{G}_1^{(k,\varepsilon)}(t) dt$ на результаты

вычислений приводят к незначительным погрешностям, которые лежат в пределах 0...0,5%. В таблицах Т – период рабочего цикла, K_{TH} – коэффициент технического использования, K_3 – коэффициент загрузки.

Таблица 1 – Расчет производительности для двухфазной линии при различном времени безотказной работы устройства A_2

Исходные данные 1		
Причина простоев	ПЯ A_1 $Ma_1 = 150_{мин}$	ПЯ A_2 $Ma_2 = 250_{мин}$
По инструменту	$p_{11} = 0,13, M \beta_{11} = 10,136$ (Распределение Вейбулла	$p_{21} = 0,2, M \beta_{21} = 11,8$ (Экспоненциальное

	$\theta = 1, \beta = 0,294)$		распределение $a = 0,06)$			
По оборудованию	$p_{12} = 0,5, M \beta_{12} = 12$ (Распределение Эрланга $n = 3, a = 1/6)$		$p_{22} = 0,58, M \beta_{22} = 12,5$ (Распределение Эрланга $n = 4, a = 0,2)$			
По организационным причинам	$p_{13} = 0,37, M \beta_{13} = 17$ (Гамма распределение $a = 1, \beta = 17)$		$p_{23} = 0,22, M \beta_{23} = 20$ (Гамма распределение $a = 2, \beta = 44)$			
Результаты 1 расчета производительности						
h	$K_{ис}$	$\frac{P_{\phi}}{Ma = 1}$	$P_{ц} = \frac{P_{\phi}}{K_{ис}}$	$T = \frac{1}{P_{ц}}$	$K_{ти}$	$K_3 = \frac{K_{ис}}{K_{ти}}$
0	0,859	0,813	0,946	1,057	0,904	0,950
0,2	0,860	0,814	0,946	1,057	0,905	0,949
0,4	0,861	0,815	0,946	1,057	0,905	0,950
0,6	0,862	0,816	0,947	1,056	0,906	0,950
0,8	0,863	0,817	0,947	1,056	0,907	0,951
1	0,864	0,818	0,947	1,056	0,907	0,951
1,2	0,865	0,819	0,947	1,056	0,908	0,951
1,4	0,865	0,820	0,948	1,055	0,908	0,952
1,6	0,866	0,820	0,947	1,056	0,909	0,952

Таблица 2 – Расчет производительности для двухфазной линии при различном времени безотказной работы устройства A_2

Исходные данные 2						
Причина простоев		ПЯ A_1 $Ma_1 = 150_{мин}$		ПЯ A_2 $Ma_2 = 150_{мин}$		
По инструменту		$p_{11} = 0,13, M \beta_{11} = 10,136$		$p_{21} = 0,2, M \beta_{21} = 11,8$		
По оборудованию		$p_{12} = 0,5, M \beta_{12} = 12$		$p_{22} = 0,58, M \beta_{22} = 12,5$		
По организационным причинам		$p_{13} = 0,37, M \beta_{13} = 17$		$p_{23} = 0,22, M \beta_{23} = 20$		
Результаты 2 расчета производительности						
h	$K_{ис}$	$\frac{P_{\phi}}{Ma=1}$	$P_{ц} = \frac{P_{\phi}}{K_{ис}}$	$T = \frac{1}{P_{ц}}$	$K_{ти}$	$K_3 = \frac{K_{ис}}{K_{ти}}$
0	0,845	0,772	0,913	1,094	0,899	0,940
0,2	0,846	0,773	0,913	1,094	0,899	0,940
0,4	0,847	0,774	0,913	1,094	0,900	0,940

0,6	0,848	0,775	0,913	1,094	0,900	0,941
0,8	0,849	0,776	0,914	1,094	0,901	0,941
1	0,850	0,777	0,914	1,093	0,902	0,941
1,2	0,851	0,778	0,914	1,093	0,902	0,942
1,4	0,851	0,779	0,915	1,092	0,903	0,942
1,6	0,852	0,780	0,915	1,092	0,904	0,942

Заключение.

Решена задача расчета производительности и стационарных характеристик надежности двухфазной автоматизированной линии с накопителем и различными видами простоев производственных ячеек.

Библиографический список

1. MacGregor Smith. J. Handbook of Stochastic Models and Analysis of Manufacturing System Operations / J. MacGregor Smith., B. Tan. – New York: Springer, 2013. – 373 p.
2. Beichelt F. Reliability and Maintenance – Networks and Systems. / F. Beichelt, P. Tittmann. – Boca Raton, London, New York: Chapman & Hall, CRC Press, 2012. – 344 p.
3. Zhang X. Stochastic models for performance analysis of multistate flexible manufacturing cells / X. Zhang, Y. Li, Y. Ran, G. Zhang // Journal of Manufacturing Systems. – 2020. – Vol. 55. – P. 94-108.
4. Bowling S.R. Markovian approach to determining optimum process target levels for a multi-stage serial production system / S.R. Bowling, M.T. Khasawneh, S. Kaewkuekool, B.R. Cho // European Journal of Operational Research. – 2004. – Vol. 159. – Iss.3. – P. 636-650.
5. Ushakov I.A. Probabilistic Reliability Models. – Wiley-Blackwell, 2012. – 248 p.
6. Королук В.С. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем / В.С. Королук, А.Ф. Турбин. – К.: Наук. думка, 1982. – 235 с.
7. Копп В.Я. Стохастические модели автоматизированных производственных систем с временным резервированием / В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин, А.И. Песчанский. – Севастополь: Изд-во СевГТУ, 2000. – 284 с.
8. Grabski F. Semi-Markov Processes: Applications in System Reliability and Maintenance / F. Garbski. – Gdynia, Poland, Elsevier Science, 2014. – 270 p.
9. Papadopoulos C.T. A classification and review of timed Markov models of manufacturing systems / C.T. Papadopoulos, J. Li, M.E.J. O'Kelly // Computers & Industrial Engineering. – 2019. – Vol. 128. – P. 219-244.
10. Obzherin Y.E. Semi-markov model and phase-merging scheme of a multi-component system with the group instantly replenished time reserve /

Y.E. Obzherin, S.M. Sidorov // International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering. – 2019. – Vol. 26, N. 3., Art, no. 1950014.

¹*Ольшанская Ирина Владимировна, канд. техн. наук, доц., доцент, ivolshanskaya@mail.sevsu.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

²*Федоренко Сергей Николаевич, старший преподаватель, snfedorenko@mail.sevsu.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

Olshanskaya Irina Vladimirovna, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor, ivolshanskaya@mail.sevsu.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Fedorenko Sergey Nikolaevich, Senior Lecturer, snfedorenko@mail.sevsu.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

**ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ АСИНХРОННОЙ
АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ЛИНИИ С ВОЗВРАТОМ
ПРОДУКЦИИ НА ПОВТОРНОЕ ОБСЛУЖИВАНИЕ НА ОСНОВЕ
ПРОВЕДЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ**

Балакин А.И.¹, Балакин И.А.², Осипов К.Н.³

**SIMULATION MODEL OF ASYNCHRONOUS AUTOMATED LINE
WITH PRODUCTION RETURN FOR REPEATED SERVICE ON
THE BASIS OF CONDUCTED MEASUREMENTS**

Balakin A.I.¹, Balakin I.A.², Osipov K.N.³

***Аннотация.** Рассмотрена структура асинхронной автоматизированной линии с повторным обслуживанием, предложена имитационная модель. Приведен листинг программы на языке GPSS. Описан алгоритм работы программы. Выполнено моделирование и проведен анализ его результатов, показавший возможности увеличения производительности гибкой автоматизированной линии при использовании повторного обслуживания.*

***Abstract.** The structure of asynchronous automated line with repeated maintenance is considered, simulation model is proposed. The listing of the programme in GPSS language is given. The algorithm of the programme operation is described. The simulation is performed and the analysis of its results is carried out, showing the possibility of increasing the productivity of a flexible automated line when using repeated maintenance.*

***Ключевые слова.** Асинхронная автоматизированная линия, имитационное моделирование, повторное обслуживание, производительность.*

***Keywords.** Asynchronous automated line, simulation modelling, repeated maintenance, productivity.*

При проектировании различных производственных систем особое внимание уделяется их производительности. Данный параметр является одним из основных показателей функционирования таких систем, позволяющий оценить экономическую целесообразность их создания. Кроме того, при проектировании промышленных систем необходимо учитывать параметры надежности функционирования отдельных элементов, из которых состоит система. Одним из способов, позволяющих прогнозировать производительность создаваемых промышленных систем, является математическое моделирование процессов их функционирования.

Построение математической модели позволяет оценить требуемые параметры без необходимости создания реальных устройств. Использование имитационного моделирования позволяет с достаточной точностью описать проектируемую систему [1...3].

В настоящее время при производстве изделий партиями часто используются автоматизированные линии. Существуют различные структуры линий. Наиболее распространенными являются синхронные линии, в которых детали передаются с одного технологического устройства на другое непосредственно и асинхронные, имеющие в своей структуре накопители.

Одним из способов повышения количества годных изделий на выходе автоматизированных устройств является возврат продукции на повторное обслуживание в случае обнаружения исправимого брака. Вопросы моделирования автоматизированных линий, в том числе с возвратом продукции на повторное обслуживание, рассмотрены в [4...13]. При этом остается ряд вопросов, связанных с анализом функционирования автоматизированных линий при возврате продукции на повторное обслуживание по результатам контроля, когда возврат изделия осуществляется только с последнего технологического устройства при этом возврат возможен как на него же, так и на два предыдущих устройства. Например, при контроле оптических деталей по результатам измерений возможна передача на операции полировки, шлифования или предварительную обработку для исправления брака, что позволяет на выходе автоматизированной линии получать годные детали.

Цель работы – построение имитационной модели и анализ функционирования асинхронной автоматизированной линии с возвратом продукции на повторное обслуживание по результатам выполнения контрольной операции.

Рассмотрим асинхронную автоматизированную линию (ААЛ) с возвратом продукции на повторное обслуживание (ААЛПО), структурная схема которой изображена на Рис.1. На структурной схеме приняты следующие обозначения: ТЯ1, ТЯ2, ТЯ3, ТЯ4 – основные технологические ячейки для производства продукции, Н2, Н3, Н4 – накопители, расположенные между технологическими ячейками, служащие для хранения изделий между операциями, КСУ – контрольно-сортировочное устройство, предназначено для контроля соответствия продукции на выходе последней ячейки и передачи продукции для повторного обслуживания на ТЯ1, ТЯ3, ТЯ4 или на выход линии.

Постановка задачи: по известным функциям распределения времени обслуживания продукции на технологических ячейках и контрольно-сортировочном устройстве необходимо определить производительность

ААЛПО, с учетом показателей надежности технологического оборудования, входящего в состав линии. Предполагается, что известна вероятность брака на выходе последней ячейки, которая зависит от его вида. Таким образом известны следующие вероятности: p_1 – вероятность брака, которую можно исправить на ТЯ4; p_2 – вероятность брака, которую можно исправить на ТЯ3; p_3 – вероятность брака, которую можно исправить на ТЯ2, p – вероятность получения на выходе линии годной продукции. Причем $p_1 + p_2 + p_3 = 1 - p$.

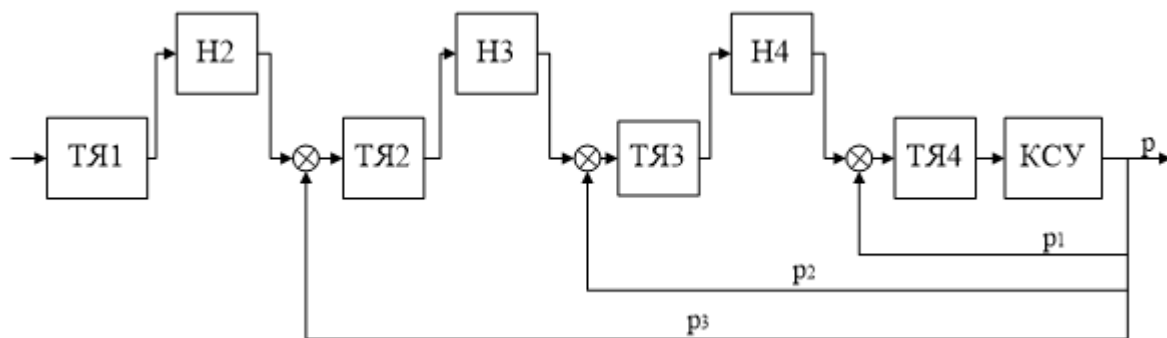


Рис.1 – Структурная схема ААЛ с возвратом продукции на повторное обслуживание

При построении модели ААЛПО предположим, что параметры потоков отказов и восстановлений распределены по экспоненциальному закону, времена обслуживания на ТЯ и КСУ задаются средними значениями. Также были приняты следующие допущения:

- продукция непрерывно подается на вход линии, а с выхода постоянно убирается;
- продукция, поступающая на повторное обслуживание, имеет приоритет по сравнению с заявками, поступающими с накопителей.

Имитационная модель ААЛПО состоит из следующих сегментов:

- 1) сегмент 1 описывает обслуживание продукции при ее прохождении по линии в соответствии с технологическим процессом;
- 2) сегменты 2, 3, 4, 5 описывают процесс отказов и восстановлений ТЯ;
- 3) сегменты 6, 7, 8 описывают процесс отказов и восстановлений накопителей;
- 4) сегмент 9 описывает процесс отказов и восстановлений КСУ.

Блок-диаграмма GPSS первого сегмента показана на Рис.2.

Текст программы, описывающий структурную схему ААЛПО, представленную на Рис.1, приведен ниже. В виду громоздкости сегменты с 2 по 9 не приводятся.

```

*****
; параметры отказов и восстановлений технологического оборудования
*****
t_otk_o EQU 0.005 ; интенсивность среднее время наработки
на отказ (распределение экспоненциальное) основного оборудования
t_vost_o EQU 20 ; среднее время восстановления основного
оборудования
t_ot_k EQU 0.005 ; среднее время наработки на отказ
(распределение экспоненциальное) контрольного оборудования
t_vost_k EQU 50 ; среднее время восстановления
контрольного оборудования
*****
STOR2 STORAGE 30 ; ёмкость накопителя 2
STOR3 STORAGE 30 ; ёмкость накопителя 3
STOR4 STORAGE 30 ; ёмкость накопителя 4
STOR31 STORAGE 1000 ; ёмкость фиктивного накопителя для
бракованных деталей на ТЯ3
STOR21 STORAGE 1000 ; ёмкость фиктивного накопителя для
бракованных деталей на ТЯ2
STOR41 STORAGE 1000 ; ёмкость фиктивного накопителя для
бракованных деталей на ТЯ4
STORKSA STORAGE 1000 ; ёмкость фиктивного накопителя для
бракованных деталей на КА
ngen EQU 3 ; номер генератора
t_ob EQU 2/60 ; время обслуживания ТЯ
ver_br1 EQU 0.1 ; вероятность брака на устройствах
ver_br2 EQU 0.05 ; вероятность брака на устройствах
ver_br3 EQU 0.05 ; вероятность брака на устройствах
t_iz EQU 0.2/60 ; время измерения
*****
* Model Segment 1
*****
GENERATE ,,,1
Lab1 GATE NU REFASC1 ; проверка исправности ТЯ1
SEIZE ASC1 ; занять ТЯ1
ADVANCE t_ob ; обслуживание заявки
GATE NU REFNAK2 ; проверка исправности накопителя 2
GATE SNF STOR2 ; проверка заполненности накопителя 2
RELEASE ASC1 ; освободить ТЯ1
SPLIT 1,Lab1
ENTER STOR2 ; занять накопитель 2
GATE NU REFASC2 ; проверка исправности ТЯ2
GATE NU ASC2 ; проверка незанятости ТЯ2
GATE NU REFNAK2 ; проверка исправности накопителя 2
GATE SNF STOR21 ; проверка заполненности фиктивного накопителя 21
LEAVE STOR2 ; освободить накопитель 2
TRANSFER ,Ob_21 ; передача транзакта на обслуживание на ТЯ2
Brak2 ENTER STOR21 ; занять фиктивный накопитель 21
GATE NU REFASC2 ; проверка исправности ТЯ2
GATE NU ASC2 ; проверка незанятости ТЯ2
LEAVE STOR21 ; освободить накопитель фиктивный накопитель
21
TRANSFER ,Ob_21 ; передача транзакта на обслуживание на ТЯ2
Ob_21 SEIZE ASC2 ; занять ТЯ2
ADVANCE t_ob ; обслуживание заявки
GATE NU REFNAK3 ; проверка исправности накопителя 3
GATE SNF STOR3 ; проверка заполненности накопителя 3
RELEASE ASC2 ; освобождение ТЯ2

```

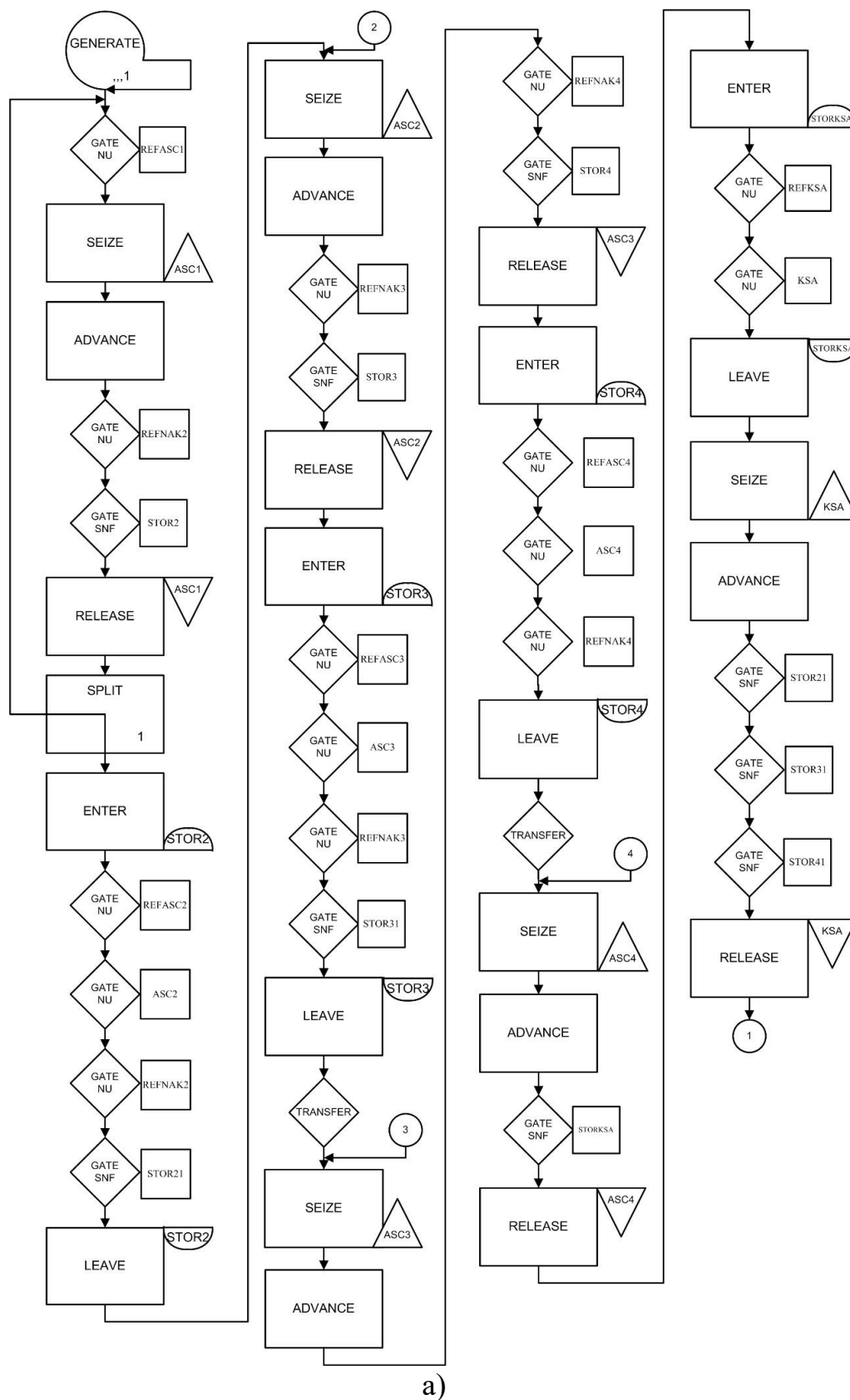
```

ENTER      STOR3           ; занять накопитель 3
GATE NU    REFASC3         ; проверка исправности ТЯ3
GATE NU    ASC3            ; проверка незанятости ТЯ3
GATE NU    REFNAK3         ; проверка исправности накопителя 3
GATE SNF   STOR31 ; проверка заполненности фиктивного накопителя 31
LEAVE      STOR3           ; освободить накопитель 3
TRANSFER   ,Ob_31         ; передача транзакта на обслуживание на ТЯ3
Brak3 ENTER STOR31         ; занять фиктивный накопитель 31
GATE NU    REFASC3         ; проверка исправности ТЯ3
GATE NU    ASC3            ; проверка незанятости ТЯ3
LEAVE      STOR31         ; освободить накопитель фиктивный накопитель
31
TRANSFER   ,Ob_31         ; передача транзакта на обслуживание на ТЯ3
Ob_31 SEIZE ASC3           ; занять ТЯ3
ADVANCE    t_ob           ; обслуживание заявки
GATE NU    REFNAK4         ; проверка исправности накопителя 4
GATE SNF   STOR4          ; проверка заполненности накопителя 4
RELEASE    ASC3            ; освобождение ТЯ3
ENTER      STOR4           ; занять накопитель 4
GATE NU    REFASC4         ; проверка исправности ТЯ4
GATE NU    ASC4            ; проверка незанятости ТЯ4
GATE NU    REFNAK4         ; проверка исправности накопителя 4
LEAVE      STOR4           ; освободить накопитель 4
TRANSFER   ,Ob_41         ; передача транзакта на обслуживание на ТЯ4
Brak4 ENTER STOR41         ; занять фиктивный накопитель 41
GATE NU    REFASC4         ; проверка исправности ТЯ4
GATE NU    ASC4            ; проверка незанятости ТЯ4
LEAVE      STOR41         ; освободить накопитель фиктивный накопитель
41
TRANSFER   ,Ob_41         ; передача транзакта на обслуживание на ТЯ4
Ob_41 SEIZE ASC4           ; занять ТЯ4
ADVANCE    t_ob           ; обслуживание заявки (полировка)
GATE SNF   STORKSA ; проверка заполненности фиктивного накопителя КСА
RELEASE    ASC4            ; освобождение ТЯ4
ENTER      STORKSA         ; занять фиктивный накопитель КСА
GATE NU    REFKSA          ; проверка исправности КСА
GATE NU    KSA             ; проверка незанятости КСА
LEAVE      STORKSA ; освободить накопитель фиктивный накопитель КСА
SEIZE      KSA             ; занять КСА
ADVANCE    t_iz           ; обслуживание заявки на КСА
GATE SNF   STOR21 ; проверка заполненности фиктивного накопителя 21
GATE SNF   STOR31 ; проверка заполненности фиктивного накопителя 31
GATE SNF   STOR41 ; проверка заполненности фиктивного накопителя 41
RELEASE    KSA             ; освобождение КСА
TRANSFER   ver_br1,,Brak4
TRANSFER   ver_br2,,Brak3
TRANSFER   ver_br3,,Brak2
SAVEVALUE  ALLPART+,1      ; счётчик заявок
SAVEVALUE  pwline,(10000/AC1)
TERMINATE  1
START 10000

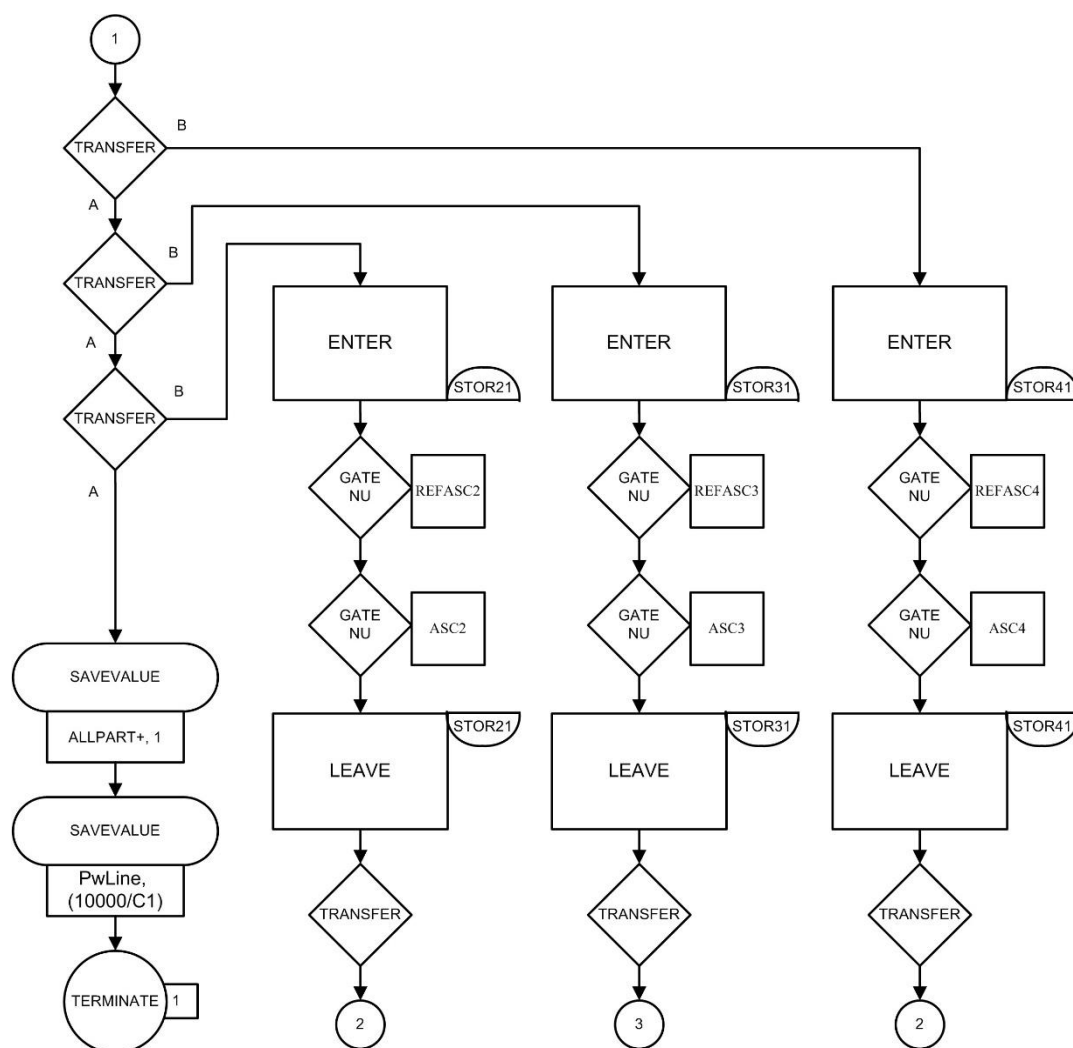
```

Каждой единице продукции, поступающей на вход ААЛПО при имитационном моделировании, соответствует транзакт. Первый транзакт моделируется блоком GENERATE; последующие получаем путем расщепления с помощью блока SPLIT. Моделирование технологических ячеек и контрольно-сортировочного устройства осуществляется путем

занятия и освобождения транзактом (блок SIEZE и блок RELEASE), соответствующего элемента типа «устройство».



a)



б)

Рис.2 – Блок-схема сегмента 1

Технологические ячейки в предложенной имитационной модели обозначаются ASC_i , накопители NAK_i , а КСУ – КСА. Для имитации времени обслуживания используются блоки ADVANCE, обеспечивающие задержку транзакта на заданное время. Накопители моделируются таким объектом, как “многоканальное устройство” (блок ENTER имитирует поступление транзактов в накопитель, а блок LEAVE – освобождение одного из каналов). Накопители имеют имена $STOR_i$. В модели предполагается проверка возможности продвижения транзакта перед каждым входом в блоки SIEZE, RELEASE, ENTER, LEAVE. Вход в блок SIEZE возможен, если i -е устройство свободно, исправно и в предыдущем накопителе есть транзакты. Освобождение i -го устройства (RELEASE) возможно, если оно работоспособно и следующий накопитель не полон. Вход в блок ENTER возможен, если i -й накопитель не полон и $i - 1$ -я ТЯ работоспособна. Освобождение i -го накопителя возможно при наличии в нем транзактов, когда ячейка $i+1$ исправна и свободна.

Все логические условия (занятость накопителей, технологических устройств и состояния ключей) проверяются при помощи блоков GATE.

Для организации повторного обслуживания в случае обнаружения брака используется блок TRANSFER, который позволяет передавать транзакт с определенной вероятностью в другой блок модели.

В сегментах со 2 по 9 моделируются потоки отказов и восстановлений следующих технологических устройств: ячеек, накопителей и контрольно-сортировочного устройства. Устройства, имитирующие отказы всех единиц оборудования, работают параллельно. Каждому отказу оборудования соответствует в модели транзакт. Транзакт поступает на вход «фиктивного» устройства, имитирующего отказавшее устройство, в соответствии с заданным законом и параметрами генерации (указанный закон соответствует функции распределения времени наработки на отказ соответствующего устройства с требуемыми параметрами). Восстановление оборудования моделируется задержкой транзакта на отрезок времени, длительность которого описывается требуемым законом распределения с заданными параметрами.

Для обеспечения возможности передачи единицы продукции на ТЯ для повторного обслуживания используются «фиктивные» накопители, что дает возможность закончить обработку заявки на соответствующей ТЯ.

Для оценки производительности ААЛПО проводился многофакторный машинный эксперимент [14]. В качестве факторов принимаются: математическое ожидание времени обслуживания ТЯ (x_1), математическое ожидание времени измерения КСУ (x_2), вероятность получения годных изделий на выходе ТЯ (x_3), среднее время наработки на отказ ТЯ (x_4), среднее время восстановления ТЯ (x_5), среднее время наработки на отказ КСУ (x_6), среднее время восстановления КСУ (x_7).

На выходе модели определялась производительность ААЛПО $y=f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)$. Уровни варьирования факторов выбирались следующие:

$$\tilde{x}_1 = [2; 4; 9] \text{ мин.} \quad \tilde{x}_2 = [0,05; 0,1; 0,5] \text{ мин.}$$
$$\tilde{x}_3 = [0,9; 0,95; 0,97], \quad \tilde{x}_4 = [10; 100; 200] \text{ ч.}, \quad \tilde{x}_5 = [0,1; 0,6; 1] \text{ ч.},$$
$$\tilde{x}_6 = [10; 100; 200] \text{ ч.}, \quad \tilde{x}_7 = [0,1; 0,6; 1] \text{ ч.}$$

Каждый эксперимент повторялся $n=10$ раз. Для этого в GPSS было задействовано соответствующее количество генераторов случайных чисел. Таким образом каждой точки факторного пространства соответствует 10 значений отклика y . Оценка среднего значения функции отклика проводилась по методике, приведенной в [15]. Вследствие громоздкости таблицы полученных результатов, вызванной количеством варьируемых факторов, в данной статье она не приводится. На Рис.3 приведена зависимость увеличения производительности при изменении математического ожидания времени обслуживания ТЯ, при неизменных

остальных параметрах.

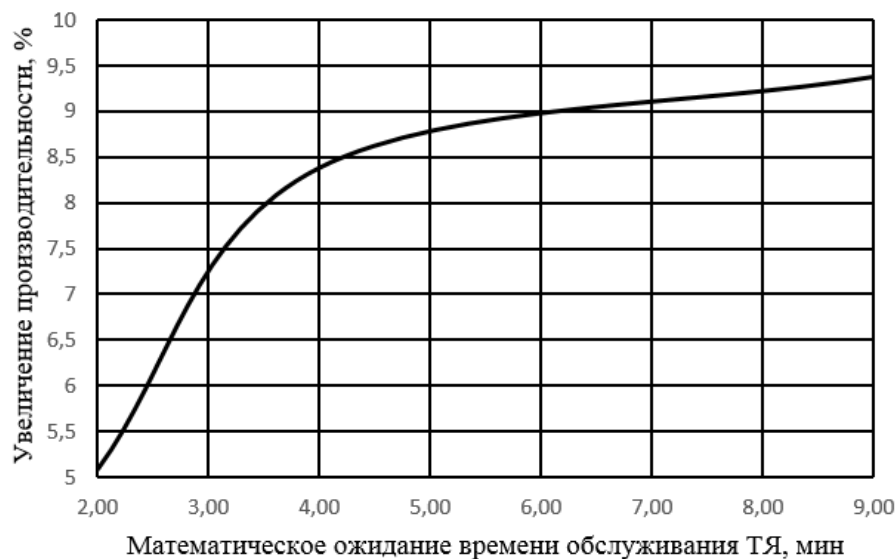


Рис.3 – Зависимость увеличения производительности ААЛПО от математического ожидания времени обслуживания на ТЯ

Выводы.

Проведенный анализ результатов показал, что применение рассматриваемых систем в производстве позволит повысить количество годных изделий на их выходе в единицу времени. В зависимости от параметров функционирования технических подсистем, входящих в состав автоматизированных линий, увеличение производительности менялось в пределах от 0,5 до 9,487%.

Библиографический список

1. Шрайбер Т.Дж. Моделирование на GPSS: Пер. с англ. / Т.Дж. Шрайбер. – М.: Машиностроение, 1980. – 592 с.
2. Исследование адекватности GPSS World и AnyLogic при моделировании дискретно-событийных процессов: Монография. СПб.: ВАС, 2011. – 404 с.
3. Боев В. Д. Концептуальное проектирование систем в AnyLogic и GPSS World : учебное пособие / В. Д. Боев. – 2-е изд. – Москва : ИНТУИТ, 2016. – 542 с.
4. Меткин Н. П. Технологическая подготовка гибких автоматизированных сборочно-монтажных производств в машиностроении / Н.П. Меткин, М. С. Лапин, В. И. Гольц – Л.: Машиностроение, 1986 – 192 с.
5. Моделирование автоматизированных линий [Текст] / В.Я. Копп. – Севастополь : [б. и.], 2006. – 237 с.

6. Моделирование автоматизированных производственных систем [Текст] / В.Я. Копп ; М-во образования и науки, Молодежи и спорта Украины, Севастопольский нац. технический ун-т. – Севастополь : СевНТУ. – 2012. — 700 с.
7. Балакин А.И. Анализ функционирования автоматизированной линии с возвратом продукции на повторное обслуживание, на основе имитационного моделирования / А.И. Балакин, В.Я. Копп, Н.А. Балакина // Автоматизация и измерения в машино- приборостроении. – 2018. – № 2 (2). – С. 34-41.
8. Балакин А.И. Имитационное моделирование автоматизированной линии с возвратом продукции на повторное обслуживание с исправлением брака на специальных технологических ячейках / А.И. Балакин, В.Я. Копп, Н.А. Балакина // Автоматизация и измерения в машино- приборостроении. – 2019. – № 4 (8). – С. 72-80.
9. Балакин А. И. Анализ функционирования производственного модуля с возвратом продукции на повторное обслуживание, на основе имитационного моделирования / А.И. Балакин, Н.А. Балакина, Н.А. Волошина // Автоматизация и измерения в машино- приборостроении. – 2021. – № 1(13). – С. 62-70.
10. Балакин А.И. Построение полумарковской модели автоматизированного участка с возвратом продукции / В.Я. Копп, О.В. Филипович, А.М. Кукушкин // Системні технології. Изд-во Національної металургійної академії України. – Дніпропетровськ. – 2009. – Вип. 5(64). – С. 101–111.
11. Копп В.Я. Модель гибкой синхронной линии с рефлекторным управлением и обратными связями / В.Я. Копп, Л.Е. Карташов, А.И. Балакин // Оптимизация производственных процессов: Сб.науч.тр. – Севастополь: Изд-во СевНТУ. – 2009. – Вып.11. – С. 141-145.
12. Балакин А.И. Имитационное моделирование асинхронной автоматизированной линии с возвратом продукции на повторное обслуживание по результатам измерений / А.И. Балакин, В.Я. Копп, Н.А. Балакина // Наука и Бизнес: пути развития. – 2022. – № 7(133). – С. 31-37.
13. Балакин А. И. Анализ функционирования автоматизированной линии с возвратом продукции на повторное обслуживание по результатам контроля, на основе имитационного моделирования / А.И. Балакин, Н.А. Балакина, Н.Ю. Мирзоян // Автоматизация и измерения в машино- приборостроении. – 2022. – № 1(17). – С. 35-47.
14. Кринецкий И.И. Основы научных исследований: Учебное пособие для вузов. – Киев. – Одесса: Вища школа, Головное изд-во, 1981. – 208 с.

15. Митропольский А.К. Статистическое исчисление /
А.К. Митропольский. – Ленинград, 1953. – т. 3. – 200 с.

¹*Балакин Алексей Игоревич, канд. техн. наук, доц., доцент, AIBalakin@sevsu.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

²*Балакин Игорь Алексеевич, студент, ibalakin72@gmail.com, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

³*Осипов Константин Николаевич, д-р техн. наук, доц., доцент, knosipov@mail.sevsu.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

Balakin Alexey Igorevich, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor, AIBalakin@sevsu.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Balakin Igor Alexeyevich, Student, ibalakin72@gmail.com, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Osipov Konstantin Nikolaevich, Doctor of Technical Sciences, Docent, Associate Professor, knosipov@mail.sevsu.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

**СТАЦИОНАРНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ НЕНАДЕЖНОЙ СИСТЕМЫ
M/G/N/0 С УЧЕТОМ ПРОФИЛАКТИКИ КАНАЛОВ В
ЗАВИСИМОСТИ ОТ ВРЕМЕНИ ОБСЛУЖИВАНИЯ ЗАЯВОК**

Песчанский А.И.¹

**STATIONARY INDICATORS OF AN UNRELIABLE M/G/N/0
SYSTEM WITH CHANNEL MAINTENANCE TAKEN INTO
ACCOUNT DEPENDING ON THE APPLICATION SERVICE TIME**

Peschansky A.I.¹

Аннотация. Построена полумарковская модель функционирования ненадежной восстанавливаемой многоканальной системы обслуживания с потерями и учетом технического обслуживания ее каналов. Решение о проведении технического обслуживания каналов принимают в моменты превышения временами обслуживания заявок заранее установленных лимитов. Входящий в систему поток заявок предполагается простейшим, все остальные случайные величины, описывающие эволюцию системы, имеют распределения общего вида. Найдены стационарные показатели системы: финальные вероятности состояний; среднее число каналов, занятых обслуживанием заявок, аварийным восстановлением и техническим обслуживанием; средние стационарные доход и затраты. Определен момент времени, начиная с которого система начинает приносить прибыль в стационарном режиме.

Abstract. We construct a semi-Markov model of the functioning of an unreliable recoverable multichannel service system with losses and taking into account its channel technical maintenance. The decision to carry out technical maintenance of channels is made at the moment requests service times exceed pre-established limits. The request flow entering the system is assumed to be the simplest; all other random variables describing the system evolution have general distributions. The following stationary indicators of the system were found: final state probabilities; the channel average number occupied with request servicing, emergency recovery and technical maintenance; average stationary income and costs. The point in time has been determined, starting from which the system begins to generate profit in a stationary mode.

Ключевые слова. Ненадежная многоканальная система обслуживания, техническое обслуживание каналов, стационарные вероятности состояний, средние стационарные доход и затраты.

Keywords. Unreliable multichannel service system, channel maintenance, stationary state probabilities, average stationary income and costs.

Введение.

Одной из актуальных задач систем массового обслуживания является повышение надежности и экономической эффективности систем с ненадежными каналами обслуживания. Исследованиям в этой области посвящена многочисленная литература, обзор которой можно найти, например, в [1...4]. Одним из факторов повышения показателей функционирования таких систем является техническое обслуживание (ТО) ее каналов. Возможны различные стратегии проведения профилактических мероприятий. Одной из стратегий является назначение предельно допустимой продолжительности времени обслуживания заявок. В данной работе обобщается модель [5] ненадежной многоканальной системы с потерями в предположении, что решение о проведении ТО каналов принимается в моменты, когда длительности времен обслуживания заявок превышают заранее заданные предельные значения.

Постановка задачи.

В ненадежную восстанавливаемую неоднородную N – компонентную систему обслуживания с потерями поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ . Время $\alpha_k, k = \overline{1, N}$ обслуживания заявки k -м каналом имеет произвольную функцию распределения (ФР) $F_k(t) = P\{\alpha_k \leq t\}$. Отказы каналов могут происходить только в моменты обслуживания заявок, при этом обслуживание прекращается и заявки теряются. Длительность промежутка времени с момента начала обслуживания заявки до отказа канала – случайная величина (СВ) $\gamma_k, k = \overline{1, N}$ с ФР $\Phi_k(t)$. Отказы каналов обнаруживаются мгновенно и сразу начинается их аварийное восстановление, которое длится случайное время $\sigma_k^a, k = \overline{1, N}$ с ФР $\Psi_k^a(t)$.

Перед началом эксплуатации системы для каждого канала назначается предельно допустимое время $\tau_k, k = \overline{1, N}$ обслуживания заявки. При достижении временем этого значения обслуживание заявки прерывается, она теряется и незамедлительно начинается ТО канала, которое длится случайное время $\sigma_k^{\text{то}}, k = \overline{1, N}$ с ФР $\Psi_k^{\text{то}}(t)$.

Предполагается, что все СВ, описывающие систему, независимы, имеют конечные математические ожидания $E\alpha_k, E\gamma_k, E\sigma_k^a, E\sigma_k^{\text{то}}$, конечные дисперсии и плотности распределений $f_k(t), \phi_k(t), \psi_k^a(t), \psi_k^{\text{то}}(t)$ соответственно.

Цель работы – построить математическую модель функционирования описанной системы обслуживания с учетом проведения ТО ее каналов; найти стационарные надежные и

экономические показатели системы; оценить влияние сроков проведения ТО на эти показатели.

Полумарковская модель системы.

Для построения математической модели системы используем аппарат теории полумарковских процессов с дискретно-непрерывным множеством состояний [6,7]. Полумарковский процесс (ПМП) $S(t)$ определим с помощью процесса марковского восстановления $\{S_n, \Theta_n; n \geq 0\}$, где $\{S_n; n \geq 0\}$ – вложенная цепь Маркова (ВЦМ), Θ_n – времена пребывания полумарковского процесса в состояниях.

Определим фазовое пространство состояний системы. Начнем с описания физических состояний ее элементов. Каждый канал может находиться в следующих состояниях:

- 0 – канал в работоспособном состоянии ожидает заявку;
- 1 – канал занят обслуживанием;
- 2 – канал восстанавливается после отказа;
- 3 – проводится ТО канала.

Тогда физические состояния всей системы описываются N – мерным вектором $\bar{d} = (d_1, \dots, d_N)$, k -я компонента которого указывает на физическое состояние k -го канала, $d_k = \overline{0, 3}$; $k = \overline{1, N}$.

Для того чтобы в моменты изменений своих физических состояний система обладала марковским свойством, расширим фазовое пространство состояний добавлением непрерывных составляющих. Кроме этого, перед вектором $\bar{d}$ укажем номер i канала, который изменил свое физическое состояние последним. В результате фазовое пространство состояний будет иметь вид $E = \{i\bar{d}\bar{x}\bar{z}\bar{u}\bar{v}, i = \overline{1, N}\}$. Опишем содержательный смысл непрерывных составляющих состояний.

Координаты вектора $\bar{x} = (x_1, \dots, x_N)$, $0 \leq x_k < \tau_k$ указывают на время, прошедшее с момента начала обслуживания заявки соответствующим каналом. Очевидно, что $x_k = 0$, если $d_k = 0, 2, 3$. Кроме того, $x_i = 0$ в момент принятия к обслуживанию заявки i -м каналом.

Если $d_k = 1$, то соответствующая ненулевая координата вектора $\bar{z} = (z_1, \dots, z_N)$, $z_k \geq 0$ указывает на оставшееся время до отказа k -го канала, для остальных физических состояний каналов соответствующие компоненты равны 0.

Ненулевые компоненты вектора $\bar{u} = (u_1, \dots, u_N)$, $u_k \geq 0$ – суть оставшиеся времена до восстановления соответствующих каналов в момент изменения физического состояния i -го канала. Очевидно, что $u_k > 0$, если $d_k = 2$, $k \neq i$ и $u_k = 0$ для $d_k = 0, 1, 3$; $k = i$.

Ненулевые компоненты вектора $\bar{v} = (v_1, \dots, v_N)$, $v_k \geq 0$ – суть оставшиеся времена до окончания ТО соответствующих каналов в момент изменения физического состояния i -го канала. Очевидно, что $v_k > 0$, если $d_k = 3$, $k \neq i$ и $v_k = 0$ для $d_k = 0, 1, 2$; $k = i$.

Далее определим времена пребывания системы в состояниях. Для этого нам понадобится СВ $[\alpha_k - x_k]_+$ – остаточное время обслуживания заявки k -м каналом при условии, что время обслуживания превысило величину x_k . Эта СВ имеет ФР $P\{[\alpha_k - x_k]_+ \leq t\} = \frac{F(x_k + t) - F(x_k)}{\bar{F}(x_k)}$ и плотность распределения $\frac{f(x_k + t)}{\bar{F}(x_k)}$. В случае $x_k = 0$ будем полагать, что $[\alpha_k]_+$ есть α_k .

Для вектора $i\bar{d}\bar{x}\bar{z}\bar{u}\bar{v}$ введем обозначения:

$$\omega = \left(\bigwedge_{u_k > 0} u_k \right) \wedge \left(\bigwedge_{z_k > 0} z_k \right) \wedge \left(\bigwedge_{v_k > 0} v_k \right) \wedge \left(\bigwedge_{x_k > 0} (\tau_k - x_k) \right) -$$

значение минимума положительных компонент вектора $i\bar{d}\bar{x}\bar{z}\bar{u}\bar{v}$; $\wedge$ – знак минимума;

$\Omega_d^0, \Omega_d^1, \Omega_d^2, \Omega_d^3$ – совокупности номеров вектора $\bar{d}$, равных 0, 1, 2, 3 соответственно;

$|\bar{d}|$ – число нулевых компонент вектора $\bar{d}$ (число элементов множества Ω_d^0), т.е. число свободных работоспособных каналов в системе.

С учетом введенных обозначений времена пребывания системы в состоянии $i\bar{d}\bar{x}\bar{z}\bar{u}\bar{v}$ в случае $|\bar{d}| \neq 0$ определяется соотношениями

$$\Theta_{i\bar{d}\bar{x}\bar{z}\bar{u}\bar{v}} = \begin{cases} \beta \wedge \gamma_i \wedge \tau_i \wedge \bigwedge_{k \in \Omega_d^1} [\alpha_k - x_k]_+ \wedge \omega, & d_i = 1, \\ \beta \wedge \sigma_i^a \wedge \bigwedge_{k \in \Omega_d^1} [\alpha_k - x_k]_+ \wedge \omega, & d_i = 2, \\ \beta \wedge \bigwedge_{k \in \Omega_d^1} [\alpha_k - x_k]_+ \wedge \omega, & d_i = 0, \\ \beta \wedge \sigma_i^{\text{то}} \wedge \bigwedge_{k \in \Omega_d^1} [\alpha_k - x_k]_+ \wedge \omega, & d_i = 3. \end{cases} \quad (1)$$

Если какие-либо из подмножеств Ω_d^m ($m=0, 1, 2, 3$) пустое, то соответствующая составляющая в формуле (1) отсутствует. Например, в случае $\Omega_d^0 = \emptyset$, т.е. $|\bar{d}| = 0$, в (1) будет отсутствовать СВ β .

События переходов ВЦМ определяются реализацией минимума случайных величин из соотношений (1). Для примера выпишем переходные вероятности из состояния $\overline{id'xzuv}$ в случае $d_i = 1$. События переходов из этого состояния определяются реализацией минимума величин $\beta \wedge \gamma_i \wedge \alpha_i \wedge \tau_i \wedge \bigwedge_{\substack{k \in \Omega_d^1 \\ k \neq i}} [\alpha_k - x_k]_+ \wedge \omega$.

Если $\Theta_{\overline{id'xzuv}} = \alpha_i$, то система переходит в состояние $\overline{id'x'z'u'v'}$ с плотностью вероятности

$$p\{ \overline{id'xzuv} \rightarrow \overline{id'x'z'u'v'} \} = e^{-\lambda y} \overline{\Phi}_i(y) f_i(y) \prod_{\substack{k \in \Omega_d^1 \\ k \neq i}} \frac{\overline{F}_k(x_k + y)}{\overline{F}_k(x_k)},$$

где $\overline{\Phi}_i(y) = 1 - \Phi_i(y)$, $\overline{F}_k(y) = 1 - F_k(y)$, $d'_i = 0$, $d'_k = d_k$, $k \neq i$, $y < \omega \wedge \tau_i$;

$$\begin{aligned} x'_k &= \begin{cases} x_k + y, & k \in \Omega_d^1, k \neq i, \\ 0, & k \notin \Omega_d^1, k = i, \end{cases} & z'_k &= \begin{cases} z_k - y, & k \in \Omega_d^1, k \neq i, \\ 0, & k \notin \Omega_d^1, k = i, \end{cases} \\ u'_k &= \begin{cases} u_k - y, & k \in \Omega_d^2, \\ 0, & k \notin \Omega_d^2, \end{cases} & v'_k &= \begin{cases} v_k - y, & k \in \Omega_d^3, \\ 0, & k \notin \Omega_d^3. \end{cases} \end{aligned}$$

Если $\Theta_{\overline{id'xzuv}} = \gamma_i$, то

$$p\{ \overline{id'xzuv} \rightarrow \overline{id'x'z'u'v'} \} = e^{-\lambda y} \phi_i(y) \overline{F}_i(y) \prod_{\substack{k \in \Omega_d^1 \\ k \neq i}} \frac{\overline{F}_k(x_k + y)}{\overline{F}_k(x_k)},$$

где $d'_i = 2$, $d'_k = d_k$, $k \neq i$, $y < \omega \wedge \tau_i$;

$$\begin{aligned} x'_k &= \begin{cases} x_k + y, & k \in \Omega_d^1, k \neq i, \\ 0, & k \notin \Omega_d^1, k = i, \end{cases} & z'_k &= \begin{cases} z_k - y, & k \in \Omega_d^1, k \neq i, \\ 0, & k \notin \Omega_d^1, k = i, \end{cases} \\ u'_k &= \begin{cases} u_k - y, & k \in \Omega_d^2, \\ 0, & k \notin \Omega_d^2, \end{cases} & v'_k &= \begin{cases} v_k - y, & k \in \Omega_d^3, \\ 0, & k \notin \Omega_d^3. \end{cases} \end{aligned}$$

В случае $\Theta_{\overline{id'xzuv}} = \beta$ имеем

$$p\{ \overline{id'xzuv} \rightarrow \overline{jd'x'z'u'v'} \} = \frac{\lambda}{|d|} e^{-\lambda y} \phi_i(y + z_i) \overline{F}_i(y) \prod_{\substack{k \in \Omega_d^1 \\ k \neq i}} \frac{\overline{F}_k(x_k + y)}{\overline{F}_k(x_k)},$$

где $j \in \Omega_d^0$, $d'_j = 1$, $d'_k = d_k$, $k \neq j$, $y < \omega \wedge \tau_i$, $z_i > 0$;

$$x'_k = \begin{cases} x_k + y, & k \in \Omega_d^1, \\ 0, & k \notin \Omega_d^1, \end{cases} \quad z'_k = \begin{cases} z_k - y, & k \in \Omega_d^1, k \neq i, \\ z_i, & k = i, \\ 0, & k \notin \Omega_d^1, \end{cases}$$

$$u'_k = \begin{cases} u_k - y, & k \in \Omega_d^2, \\ 0, & k \notin \Omega_d^2, \end{cases} \quad v'_k = \begin{cases} v_k - y, & k \in \Omega_d^3, \\ 0, & k \notin \Omega_d^3. \end{cases}$$

Плотности вероятностей переходов в оставшиеся состояния выписываются аналогично. Заметим, если какое-либо из подмножеств Ω_d^m ($m = 0, 1, 2, 3$) пустое, то в выражении для плотности вероятности перехода соответствующий множитель будет отсутствовать.

Финальные вероятности состояний.

Если фазовое пространство состояний E представимо в виде объединения непересекающихся подмножеств $E = \bigcup_{i=1}^n E_i$, то, как известно [6...8], в случае существования единственного стационарного распределения ВЦМ $\{S_n, n \geq 0\}$ финальные вероятности p_i^* пребывания системы в подмножествах состояний определяются соотношениями

$$p_i^* = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{S(t) \in E_i / S(0) = x\} = \int_{E_i} m(x) \rho(dx) \left(\int_E m(x) \rho(dx) \right)^{-1}, i = \overline{1, n},$$

где $m(x)$ – среднее время пребывания системы в состоянии $x \in E$, $\rho(\cdot)$ – стационарное распределение вложенной цепи Маркова.

Стационарное распределение ВЦМ находится из системы уравнений

$$\rho(B) = \int_E \rho(dx) P(x, B),$$

где $P(x, B)$ – вероятность перехода из состояния x во множество состояний B [6,7]. Выписывая систему уравнений (2) для рассматриваемой модели, непосредственной подстановкой можно убедиться, что искомое стационарное распределение определяется выражениями

$$\rho(\overline{idxzuv}) = \begin{cases} \rho_0 \frac{|\overline{d}|!}{\lambda^{|\overline{d}|}} \prod_{\substack{k \in \Omega_d^1 \\ k \neq i}} \overline{F}_k(x_k) \phi_k(x_k + z_k) \prod_{k \in \Omega_d^2} P_k^a \overline{\Psi}_k^a(u_k) \prod_{k \in \Omega_d^3} P_k^{\text{to}} \overline{\Psi}_k^{\text{to}}(v_k), & d_i = 1, \\ \rho_0 \frac{(|\overline{d}|-1)!}{\lambda^{|\overline{d}|-1}} \prod_{k \in \Omega_d^1} \overline{F}_k(x_k) \phi_k(x_k + z_k) \prod_{k \in \Omega_d^2} P_k^a \overline{\Psi}_k^a(u_k) \prod_{k \in \Omega_d^3} P_k^{\text{to}} \overline{\Psi}_k^{\text{to}}(v_k), & d_i = 0, \\ \rho_0 \frac{|\overline{d}|!}{\lambda^{|\overline{d}|}} \prod_{k \in \Omega_d^1} \overline{F}_k(x_k) \phi_k(x_k + z_k) P_i^a \prod_{\substack{k \in \Omega_d^2 \\ k \neq i}} P_k^a \overline{\Psi}_k^a(u_k) \prod_{k \in \Omega_d^3} P_k^{\text{to}} \overline{\Psi}_k^{\text{to}}(v_k), & d_i = 2, \\ \rho_0 \frac{|\overline{d}|!}{\lambda^{|\overline{d}|}} \prod_{k \in \Omega_d^1} \overline{F}_k(x_k) \phi_k(x_k + z_k) P_i^p \prod_{k \in \Omega_d^2} P_k^a \overline{\Psi}_k^a(u_k) \prod_{\substack{k \in \Omega_d^3 \\ k \neq i}} P_k^{\text{to}} \overline{\Psi}_k^{\text{to}}(v_k), & d_i = 3, \end{cases} \quad (2)$$

$$i = \overline{1, N};$$

где

$$P_k^a = P(\gamma_k < \alpha_k \wedge \tau_k) = \int_0^{\tau_k} \overline{F}_k(x) \phi_k(x) dx,$$

$$P_k^{\text{to}} = P(\tau_k < \alpha_k \wedge \gamma_k) = \overline{F}_k(\tau_k) \overline{\Phi}_k(\tau_k), \quad \rho_0 = \text{const}.$$

Теперь можем найти стационарные вероятности пребывания рассматриваемой системы обслуживания в различных физических состояниях. Обозначим D множество всех физических векторов $\overline{d}$, описывающих состояния, а D^* – некоторое его подмножество. Пусть $E_{D^*} = \{ \overline{idxzuv}, i = \overline{1, N}, \overline{d} \in D^* \}$ – подмножество фазовых состояний системы, дискретная составляющая $\overline{d}$ которых принадлежит D^* . Найдем выражение для $\int_{E_{D^*}} m(x) \rho(dx) = \sum_{\overline{d} \in D^*} \int_{E_{\overline{d}}} m(x) \rho(dx)$, где $E_{\overline{d}}$ подмножество фазовых состояний E с фиксированным вектором состояний $\overline{d}$.

При нахождении выражения для $\int_{E_{\overline{d}}} m(x) \rho(dx)$ учтем, что средние времена $E[\Theta_{\overline{idxzuv}}]$ пребывания системы в состояниях $\overline{idxzuv}$ определяется соотношениями

$$E[\Theta_{i\bar{d}xzuv}] = \begin{cases} \int_0^{\omega \wedge \tau_i} e^{-\lambda t} \bar{F}_i(t) \bar{\Phi}_i(t) \prod_{\substack{k \in \Omega_d^1 \\ k \neq i}} \frac{\bar{F}_k(x_k + t)}{\bar{F}_k(x_k)} dt, & i \in \Omega_d^1, \\ \int_0^{\omega} e^{-\lambda t} \bar{\Psi}_i^a(t) \prod_{k \in \Omega_d^1} \frac{\bar{F}_k(x_k + t)}{\bar{F}_k(x_k)} dt, & i \in \Omega_d^2, \\ \int_0^{\omega} e^{-\lambda t} \bar{\Psi}_i^p(t) \prod_{k \in \Omega_d^1} \frac{\bar{F}_k(x_k + t)}{\bar{F}_k(x_k)} dt, & i \in \Omega_d^3, \\ \int_0^{\omega} e^{-\lambda t} \prod_{k \in \Omega_d^1} \frac{\bar{F}_k(x_k + t)}{\bar{F}_k(x_k)} dt, & i \in \Omega_d^0. \end{cases} \quad (3)$$

Заметим, что в случае, когда какое-либо из подмножеств Ω_d^m ($m=0,1,2,3$) – пустое, соответствующее выражение под знаком интеграла в (3) отсутствует.

В результате преобразований, учитывая вид стационарного распределения ВЦМ (2) и соотношения (3), получим

$$\int_{E_{\bar{d}}} m(x) \rho(dx) = \rho_0 \frac{|\bar{d}|!}{\lambda^{|\bar{d}|}} \prod_{k \in \Omega_d^1} T_k^{(1)} \prod_{k \in \Omega_d^2} T_k^{(2)} \prod_{k \in \Omega_d^3} T_k^{(3)},$$

где

$$\begin{aligned} T_k^{(1)} &= E(\alpha_k \wedge \gamma_k \wedge \tau_k) = \int_0^{\tau_k} \bar{F}_k(t) \bar{\Phi}_k(t) dt, \\ T_k^{(2)} &= E\sigma_k^a P(\gamma_k < \alpha_k \wedge \tau_k) = E\sigma_k^a \int_0^{\tau_k} \bar{F}_k(x) \phi_k(x) dx, \\ T_k^{(3)} &= E\sigma_k^{\text{to}} P(\tau_k < \alpha_k \wedge \gamma_k) = E\sigma_k^{\text{to}} \bar{F}_k(\tau_k) \bar{\Phi}_k(\tau_k). \end{aligned}$$

Таким образом, финальная вероятность $p^*(D^*)$ состояний, дискретная составляющая которых принадлежит подмножеству физических состояний D^* , определяется соотношением

$$p^*(D^*) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{S(t) \in E_{D^*}\} = \frac{\sum_{\bar{d} \in D^*} \frac{|\bar{d}|!}{\lambda^{|\bar{d}|}} \prod_{k \in \Omega_d^1} T_k^{(1)} \prod_{k \in \Omega_d^2} T_k^{(2)} \prod_{k \in \Omega_d^3} T_k^{(3)}}{\sum_{\bar{d} \in D} \frac{|\bar{d}|!}{\lambda^{|\bar{d}|}} \prod_{k \in \Omega_d^1} T_k^{(1)} \prod_{k \in \Omega_d^2} T_k^{(2)} \prod_{k \in \Omega_d^3} T_k^{(3)}}. \quad (4)$$

В результате преобразований сумм произведения средних формулу (4) можно записать в виде

$$p^*(D^*) = \frac{\sum_{\bar{d} \in D^*} \frac{|\bar{d}|!}{\lambda^{|\bar{d}|}} \prod_{k \in \Omega_d^1} T_k^{(1)} \prod_{k \in \Omega_d^2} T_k^{(2)} \prod_{k \in \Omega_d^3} T_k^{(3)}}{\sum_{n=0}^N \frac{(N-n)!}{\lambda^{N-n}} \sum_{\{s_1, \dots, s_n\}} \prod_{i=1}^n (T_{s_i}^{(1)} + T_{s_i}^{(2)} + T_{s_i}^{(3)})}, \quad (5)$$

где $\{s_1, \dots, s_n\}$ — некоторое сочетание из $\{1, 2, \dots, N\}$ по n .

В частности, пусть n число занятых каналов в системе, тогда число свободных работоспособных каналов равно $|\bar{d}| = N - n$. Обозначим D_n^* множество векторов, число ненулевых компонент которых равно n . Из формулы (5) вытекает, что финальная вероятность того, что число занятых каналов в системе равно n , имеет вид

$$p_n^* = P(D_n^*) = \frac{\frac{(N-n)!}{\lambda^{N-n}} \sum_{\{s_1, \dots, s_n\}} \prod_{i=1}^n (T_{s_i}^{(1)} + T_{s_i}^{(2)} + T_{s_i}^{(3)})}{\sum_{n=0}^N \frac{(N-n)!}{\lambda^{N-n}} \sum_{\{s_1, \dots, s_n\}} \prod_{i=1}^n (T_{s_i}^{(1)} + T_{s_i}^{(2)} + T_{s_i}^{(3)})}, \quad n = \overline{0, N}. \quad (6)$$

Для однородной системы обслуживания, в которой все каналы описываются одинаковыми случайными величинами, равенства (6) принимают вид формул Эрланга

$$p_n^* = \frac{\Lambda^n}{n!} p_0^*, \quad p_0^* = \left[\sum_{n=0}^N \Lambda^n / n! \right]^{-1}, \quad (7)$$

где

$$\Lambda = \lambda [T^{(1)} + T^{(2)} + T^{(3)}], \quad T^{(1)} = E(\alpha \wedge \gamma \wedge \tau) = \int_0^\tau \overline{F}(x) \overline{\Phi}(x) dx,$$

$$T^{(2)} = P^a E \sigma^a = E \sigma^a \int_0^{\tau} \overline{F}(x) \phi(x) dx, \quad T^{(3)} = P^{to} E \sigma^{to} = E \sigma^{to} \overline{F}(\tau) \Phi(\tau).$$

В частном случае, для абсолютно надежной однородной системы ($T^{(1)} = E\alpha$, $T^{(2)} = 0$, $T^{(3)} = 0$), соотношения (7) совпадают известными результатами для системы $M/G/N/0$ [8], а в случае ненадежной системы и отсутствии профилактики каналов – с соответствующими результатами [5].

Рассмотрим состояния системы, в которых уточняется причина занятости n , $n = \overline{1, N}$, каналов. Пусть D_{klm}^* – подмножество физических состояний, когда в системе k работоспособных каналов обслуживают заявки, l каналов восстанавливаются после отказа, в m каналах проводится ТО, т.е. $m = n - k - l$. В случае однородной системы финальная вероятность пребывания системы в таком состоянии определяется выражением

$$p_{klm}^* = \frac{[\lambda T^{(1)}]^k}{k!} \frac{[\lambda T^{(2)}]^l}{l!} \frac{[\lambda T^{(3)}]^{n-k-l}}{(n-k-l)!} p_0^*. \quad (8)$$

Очевидно, что

$$\sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^{n-k} p_{klm}^* = p_n^*.$$

Среднее число занятых каналов в стационарном режиме.

Начнем с определения среднего значения числа каналов, занятых обслуживанием заявок. Учитывая финальные вероятности состояний (8), получим

$$\begin{aligned} \overline{N}_{\text{обс}} &= \sum_{n=0}^N \sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^{n-k} k \frac{[\lambda T^{(1)}]^k}{k!} \frac{[\lambda T^{(2)}]^l}{l!} \frac{[\lambda T^{(3)}]^{n-k-l}}{(n-k-l)!} p_0^* = \\ &= \lambda T^{(1)} \sum_{n=1}^N \sum_{l=0}^{n-1} \frac{[\lambda T^{(2)}]^l}{l!} \frac{[\lambda T^{(1)} + \lambda T^{(3)}]^{n-k-l}}{(n-k-l)!} p_0^* = \\ &= \lambda T^{(1)} \sum_{n=1}^N \frac{[\lambda T^{(1)} + \lambda T^{(2)} + \lambda T^{(3)}]^{n-1}}{(n-1)!} p_0^* = \lambda T^{(1)} \sum_{n=1}^N \frac{\Lambda^{n-1}}{(n-1)!} p_0^* = \\ &= \lambda T^{(1)} (1 - p_N^*). \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, $\bar{N}_{\text{обс}} = \lambda T^{(1)} Q_N$, где $Q_N = 1 - p_N^*$ — относительная пропускная способность системы. Аналогично устанавливается среднее число каналов системы, в которых проводится аварийное восстановление: $\bar{N}_{\text{вос}} = \lambda T^{(2)} Q_N$, и среднее число каналов, в которых проводится ТО: $\bar{N}_{\text{то}} = \lambda T^{(3)} Q_N$. Всего среднее число занятых каналов равно $\bar{N}_{\text{зан}} = \Lambda Q_N$.

Стационарные экономические показатели системы.

Предположим, что обслуживание одной заявки приносит средний доход c_d ; создание одного обслуживающего канала требует средних издержек c_k , его эксплуатация в единицу времени — средних издержек c_3 , средние издержки на восстановление и ТО в единицу времени составляют c_a и $c_{\text{то}}$ соответственно.

Обозначим $S_N(t)$ и $C_N(t)$ — соответственно средний доход и средние издержки системы за время t в стационарном режиме, тогда функция прибыли $R_N(t) = S_N(t) - C_N(t)$ [9]. С учетом экономических показателей и найденных стационарных характеристик средний доход $S_N(t)$ и средние издержки $C_N(t)$ рассматриваемой системы определяются выражениями

$$\begin{aligned} S_N(t) &= c_d \lambda Q_N P(\alpha < \gamma \wedge \tau) t, \\ C_N(t) &= c_k N + c_3 \bar{N}_{\text{обс}} t + c_a \bar{N}_{\text{вос}} t + c_{\text{то}} \bar{N}_{\text{то}} t, \end{aligned} \quad (10)$$

или

$$C_N(t) = c_k N + c_3 \lambda T^{(1)} Q_N t + c_a \lambda T^{(2)} Q_N t + c_{\text{то}} \lambda T^{(3)} Q_N t, \quad (11)$$

где $Q_N = 1 - p_N^*$ — относительная пропускная способность системы, $p_N^* = \frac{\Lambda^N}{N!} p_0^*$ — вероятность отказа заявкам в обслуживании. Таким образом, за время t прибыль $R_N(t)$ составит

$$R_N(t) = \lambda Q_N (c_d P(\alpha < \gamma \wedge \tau) - c_3 T^{(1)} - c_a T^{(2)} - c_{\text{то}} T^{(3)}) t - c_k N. \quad (12)$$

Отсюда можем определить момент времени t_N , начиная с которого система начнет приносить прибыль

$$t_N = \frac{c_k N}{\lambda Q_N (c_d P(\alpha < \gamma \wedge \tau) - c_3 T^{(1)} - c_a T^{(2)} - c_{\text{то}} T^{(3)})}.$$

Заметим, что найденные стационарные характеристики (7)-(12) явно зависят от сроков проведения ТО каналов, что позволяет оценить влияние

предельно допустимого времени обслуживания заявок на эти характеристики.

Пример.

В четырехкомпонентную однородную систему обслуживания поступает простейший поток заявок с интенсивностью $\lambda = 20 \text{ ч}^{-1}$. Времена обслуживания заявок и безотказной работы каналов с момента обслуживания заявок распределены по закону Вейбулла-Гнеденко со средними значениями $E\alpha = 0,15 \text{ ч}$ и $E\gamma = 1,641 \text{ ч}$ соответственно. Среднее время восстановления каждого канала после отказа $E\sigma^a = 1,5 \text{ ч}$. Средняя продолжительность ТО канала $E\sigma^{\text{то}} = 0,4 \text{ ч}$. Полученные в результате вычислений по приведенным выше формулам стационарные показатели системы в случае предельно допустимых времен обслуживания заявок $\tau = 0,5 \text{ ч}$, $\tau = 1,5 \text{ ч}$ и $\tau = 2,5 \text{ ч}$ размещены в Таблице 1.

Таблица 1 – Стационарные показатели системы

$\tau, \text{ ч}$	$Q_4 = 1 - p_4^*$	$\bar{N}_{\text{обс}}$	$\bar{N}_{\text{вос}}$	$\bar{N}_{\text{то}}$	$\bar{N}_{\text{зан}}$
0,5	0,714	1,680	0,647	0,350	2,678
1,5	0,695	1,886	0,836	0,016	2,738
2,5	0,693	1,894	0,849	0,01	0,745

Пусть обслуживание одной заявки приносит средний доход $c_d = 6 \text{ ден. ед.}$; создание одного обслуживающего канала требует средних издержек $c_k = 2000 \text{ ден. ед.}$, его эксплуатация в единицу времени – средних издержек $c_s = 5 \text{ ден. ед.}$, средние издержки на восстановление и ТО в единицу времени составляют $c_a = 7 \text{ ден. ед.}$ и $c_{\text{то}} = 0,5 \text{ ден. ед.}$ соответственно. Тогда в стационарном режиме система начнет приносить прибыль в зависимости от предельно допустимого времени обслуживания заявок соответственно в моменты времени $t_4 = 123,582 \text{ ч}$, $t_4 = 123,876 \text{ ч}$ и $t_4 = 124,290 \text{ ч}$.

Заключение.

С помощью аппарата теории полумарковских процессов с общим фазовым пространством состояний построена математическая модель функционирования многоканальной системы обслуживания с ненадежными обслуживающими каналами и учетом проведения их профилактики в зависимости от времени обслуживания заявок. Получены эффективные формулы для вычисления стационарных вероятностей пребывания системы в различных физических состояниях, средние числа

каналов, занятых обслуживанием заявок, восстанавливаемых каналов после отказов и каналов, в которых проводятся профилактические работы. Полученные в работе результаты являются обобщением уже известных и позволяют оценить влияние сроков проведения ТО каналов на средний доход, средние издержки и на момент времени, начиная с которого система начнет приносить прибыль в стационарном режиме.

Библиографический список

1. Гнеденко Б.В. Введение в теорию массового обслуживания / Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. – М.: ЛКИ, 2012. – 400 с.
2. Бочаров П.П. Теория массового обслуживания / П.П. Бочаров, А.В. Печинкин. – М.: Изд-во РУДН, 1995. – 529 с.
3. Марьянович Т.П. Обобщение формул Эрланга на случай, когда приборы могут выходить из строя и восстанавливаться / Т.П. Марьянович // Укр. матем. журн. – 1960. – Т. 12. – №3. – С. 279-286.
4. Якушев Ю.Ф. Об одной задаче обслуживания потока вызовов ненадежными приборами / Ю.Ф. Якушев // Проблемы передачи информации. – 1969. – Т. 5. – №4. – С. 84-88.
5. Песчанский А.И. Стационарные характеристики ненадежной восстанавливаемой системы обслуживания $M/G/N/0$ / А.И. Песчанский // Автоматизация и измерения в машино-приборостроении. – 2018. – №1(1). – С.40-50.
6. Королюк В.С. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем / В.С. Королюк, А.Ф. Турбин. – Киев: Наук. думка, 1982. – 236 с.
7. Корлат А.Н. Полумарковские модели восстанавливаемых систем и систем массового обслуживания / А.Н. Корлат, В.Н. Кузнецов, М.И. Новиков, А.Ф. Турбин. – Кишинев: Штиинца, 1991. – 209 с.
8. Копп В.Я. Стохастические модели автоматизированных производственных систем с временным резервированием/ В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин, А.И. Песчанский. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2000. – 286 с.
9. Лабскер Л.Г., Бабешко Л.О. Теория массового обслуживания в экономической сфере: учеб. пособие для вузов. – М.: Банки и биржи; ЮНИТИ, 1998. – 319 с.

¹*Песчанский Алексей Иванович, д-р техн. наук, проф., профессор, peschansky_sntu@mail.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

*Peschansky Aleksey Ivanovich, Doctor of Technical Sciences, Professor,
Professor, peschansky_sntu@mail.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State
University*

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СЕЛЕКТИВНОЙ СБОРКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ГЕНЕРАТОРОВ СИГНАЛОВ

Филипович О.В.¹

MODELLING AND OPTIMISATION OF SELECTIVE ASSEMBLY INDICATORS OF ELECTRICAL CIRCUITS OF SIGNAL GENERATORS

Filipovich O.V.¹

Аннотация. Рассмотрена возможность применения метода селективной сборки элементов внешних RC-генераторов сигналов, обеспечивающего заданную точность тактовых частот. Использован метод линеаризации известной нелинейной зависимости между входными и выходным параметрами. Для принятых исходных данных поставлена и решена задача оптимального выбора пределов допускаемой погрешности измерения, обеспечивающих требуемую минимальную долю бракованных сборочных комплектов.

Abstract. The possibility of application of the method of selective assembly of elements of external RC-signal generators providing the given accuracy of cycle frequencies is considered. The method of linearisation of known nonlinear dependence between input and output parameters is used. For the accepted initial data, the problem of optimal choice of limits of tolerable error of measurement, providing the required minimum portion of defective assembly sets was defined and solved.

Ключевые слова. Селективная сборка, электрическая цепь, генератор сигналов, нелинейная зависимость, оптимизация.

Keywords. Selective assembly, electrical circuit, signal generator, nonlinear dependence, optimisation.

Введение.

Электрические цепи, составленные из резисторов и конденсаторов, имеют широкое применение в вычислительной и импульсной технике, а именно, для генерирования, формирования, преобразования и фильтрации сигналов [1]. В качестве примера рассмотрим внешние RC-генераторы, применяемые в микроконтроллерных схемах в случаях, если требуется установить нестандартную тактовую частоту, обеспечить её плавное

регулирование, произвести частотную или фазовую модуляцию. Они отличаются невысокой стабильностью, что связано с низкой добротностью RC -цепей, сильной зависимостью от температуры и напряжения питания. На Рис.1 показаны две наиболее простых схемы тактирования микроконтроллеров внешними RC -генераторами [2].

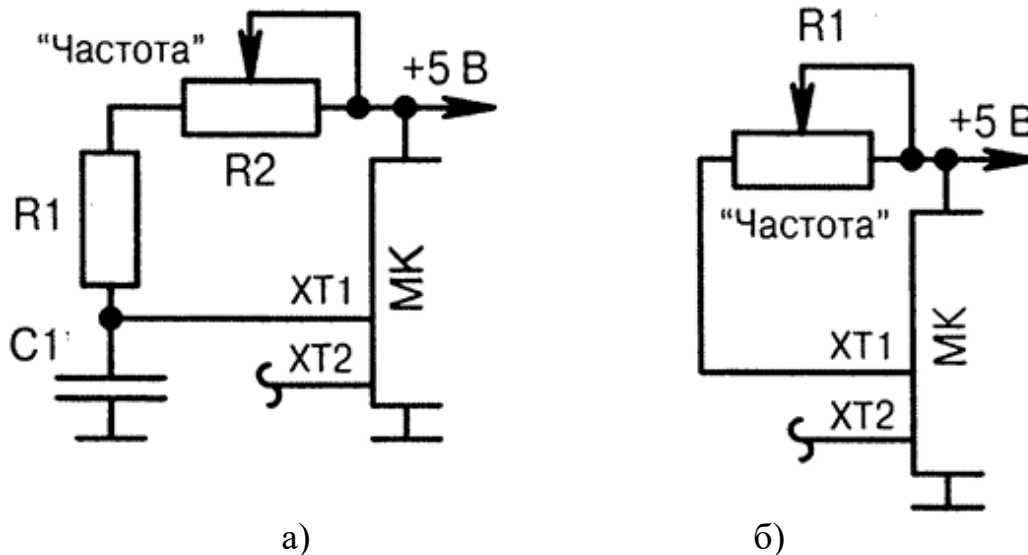


Рис.1 – Схемы тактирования микроконтроллеров внешними RC -генераторами [2]

1. RC -генератор с плавным регулированием частоты. Рекомендуемые сопротивления и емкости указываются в спецификации контроллера. Резистор $R1$ служит для ограничения максимальной частоты, вместо двух резисторов может быть установлен один. Емкость конденсатора должна быть больше 20 пФ, чтобы исключить влияние паразитной емкости монтажа.

2. Конденсатор, входящий в RC -генератор, располагается внутри корпуса микросхемы и подключается конфигурационными битами. Резистор $R1$ может быть как переменным, так и постоянным.

Внешние RC -генераторы контроллеров имеют частоты, вычисляемые по формуле

$$f_z = \frac{b}{RC}, \quad (1)$$

где b – постоянная, определяемая схемотехническим решением; R – сопротивление резистора, Ом; C – емкость конденсатора, Ф.

Целью данной работы является разработка модели сборки элементов генераторов, частоты которых определяются нелинейной

зависимостью (1) и оптимизацией одного из показателей сборочного процесса.

Математическая модель.

Одним из существенных факторов стабилизации частоты является точность параметров, входящих в формулу (1), которую при $b=1$, можно переписать в виде

$$y = \frac{1}{x_1 x_2}, \quad (2)$$

где $x_1 = R$, $x_2 = C$.

Для моделирования и последующей оптимизации показателей сборочного процесса примем следующее:

1. номинальные значения входных параметров $x_{1n} = 24 \pm 1\%$ Ом;
 $x_{2n} = 0,01 \pm 1\%$ мкФ;

2. выходной параметр $y(x_1, x_2) = 4,17 \pm 0,25\%$ МГц.

Относительная точность $\alpha_y = \frac{\Delta y}{y_n}$ составляет 0,005. Это значительно меньше аналогичных величин $\alpha_i = 0,02$, поэтому для обеспечения заданной точности выходного параметра будет применяться селективная сборка [3...5]. Произведем линеаризацию исходной зависимости (2), представив ее в виде

$$y = \xi_0 + \xi_1 x_1 + \xi_2 x_2. \quad (3)$$

Коэффициенты в (3) определим, используя метод, предложенный в [6] (таблица 1).

Таблица 1 – Значения коэффициентов в (3)

Коэффициенты	ξ_0	ξ_1	ξ_2
При использовании рядов Тейлора	$1,2500 \cdot 10^7$	$-17,3611 \cdot 10^4$	$-4,1666 \cdot 10^{14}$
При использовании метода наименьших квадратов(МНК)	$1,2501 \cdot 10^7$	$-17,3628 \cdot 10^4$	$-4,1671 \cdot 10^{14}$

Графики зависимостей исходной (поверхности темного цвета) и аппроксимирующей (плоскости) функций от своих аргументов показаны на Рис.2, где в качестве пределов построения взяты десятикратные (Рис.2,а) и пятидесятикратные (Рис.2,б) значения исходных предельных отклонений параметров от своих номинальных значений (для улучшения визуализации).

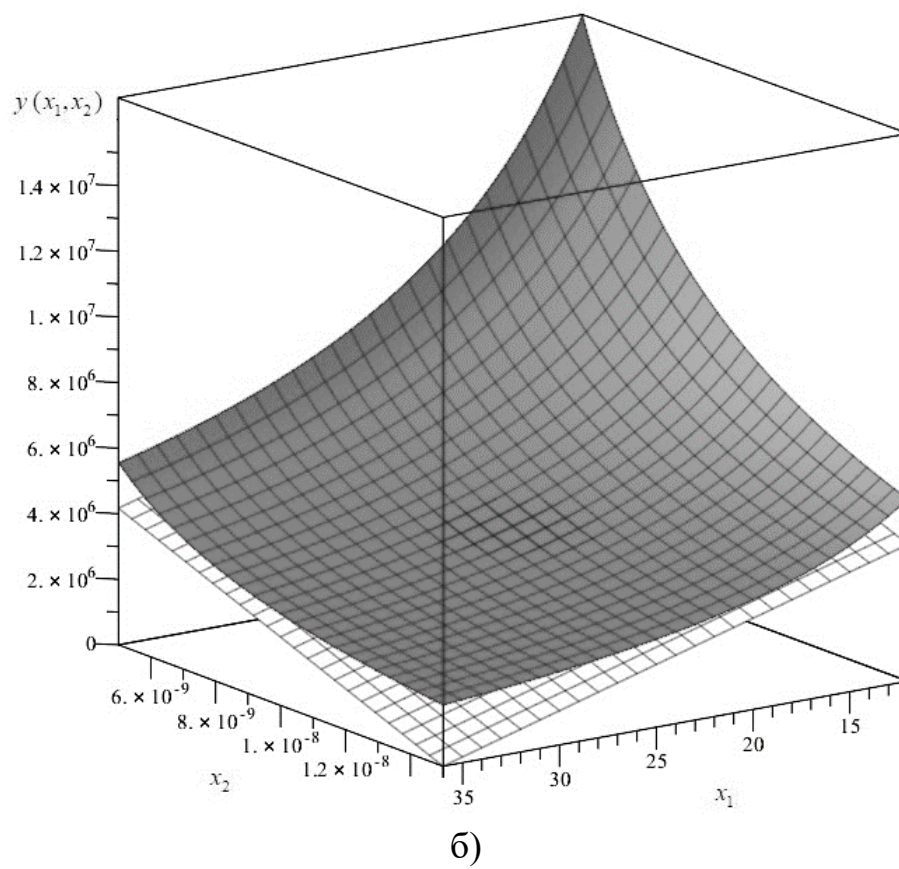
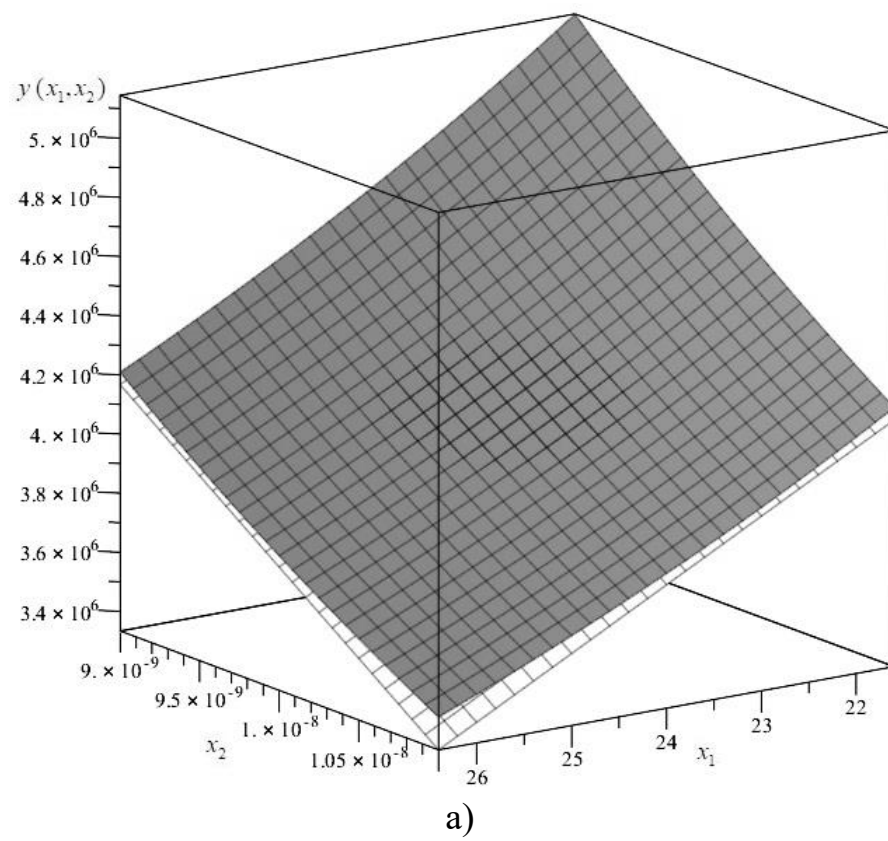


Рис.2 – Графики зависимостей $y(x_1, x_2)$

Средняя ошибка аппроксимации в пределах расширенных допусков входных параметров, определенная при наложении идентичной по шагу и пределам сетки, составляет

- 283,35 Гц ($6,8 \times 10^{-3} \%$ от номинального значения) при аппроксимации рядами Тейлора;
- 171,31 Гц ($4,1 \times 10^{-3} \%$ от номинального значения) при аппроксимации МНК.

В качестве варианта аппроксимации по данному критерию выбираем многомерный МНК [7...9]. Учитывая, что коэффициенты при аргументах функции в (3) отрицательны, можно записать

$$\begin{aligned} y_{\max} &= \xi_0 + \xi_1 x_{1\min} + \xi_2 x_{2\min}, \\ y_{\min} &= \xi_0 + \xi_1 x_{1\max} + \xi_2 x_{2\max}. \end{aligned}$$

Тогда величина допуска равна

$$T_y = -\xi_1 T x_1 - \xi_2 T x_2,$$

или при замене расширенных допусков $T x_i$ входных параметров элементов допусками селективных групп $T x_i^{(k_i)}$ ($i = \overline{1, 2}$)

$$T_y = -\xi_1 T x_1^{(k_1)} - \xi_2 T x_2^{(k_2)},$$

Для нумерации групп используем схему, показанную на Рис.3 [3,10,11].

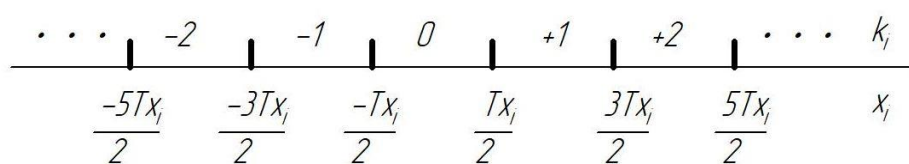


Рис.3 – Схема расположения и нумерация интервалов групповых допусков

Уравнение комплектования в номерах селективных групп k_i , составленное согласно данной схеме, имеет вид

$$k_1 + k_2 = 0 \text{ или } k_1 = -k_2.$$

Для определения величин групповых допусков используется способ одинаковой относительной точности параметров x_i :

$$\alpha_m = \frac{T_y}{\sum_{i=1}^2 \operatorname{sgn}(\xi_i) \xi_i x_{in}}.$$

Подставив в это выражение исходные данные и значения коэффициентов, получим $\alpha_m = 0,0025$, откуда $Tx_1^{(k_1)} = 0,06$ Ом, $Tx_2^{(k_2)} = 0,025$ нФ. Вычислив таким образом групповые допуски, можно определить границы селективных групп (таблица 2), где в скобках указана нумерация согласно приведенной на Рис.3. Схема расположения интервалов допусков и образования сборочных комплектов (СК) при нумерации групп, принятой в [5], и элементарном правиле комплектования, показана на Рис.4.

Таблица 2 – Значения границ селективных групп (в единицах измерения x_i)

Элемент	Границы групп k_i						
	2 (–3)	3 (–2)	4 (–1)	5 (0)	6 (+1)	7 (+2)	8 (+3)
1	–0,15	–0,09	–0,03	+0,03	+0,03	+0,09	+0,15
	–0,21	–0,15	–0,09	–0,03	+0,09	+0,15	+0,21
2	$-6,25 \times 10^{-11}$	$-3,75 \times 10^{-11}$	$-1,25 \times 10^{-11}$	$+1,25 \times 10^{-11}$	$+1,25 \times 10^{-11}$	$+3,75 \times 10^{-11}$	$+6,25 \times 10^{-11}$
	$-8,75 \times 10^{-11}$	$-6,25 \times 10^{-11}$	$-3,75 \times 10^{-11}$	$-1,25 \times 10^{-11}$	$+3,75 \times 10^{-11}$	$+6,25 \times 10^{-11}$	$+8,75 \times 10^{-11}$

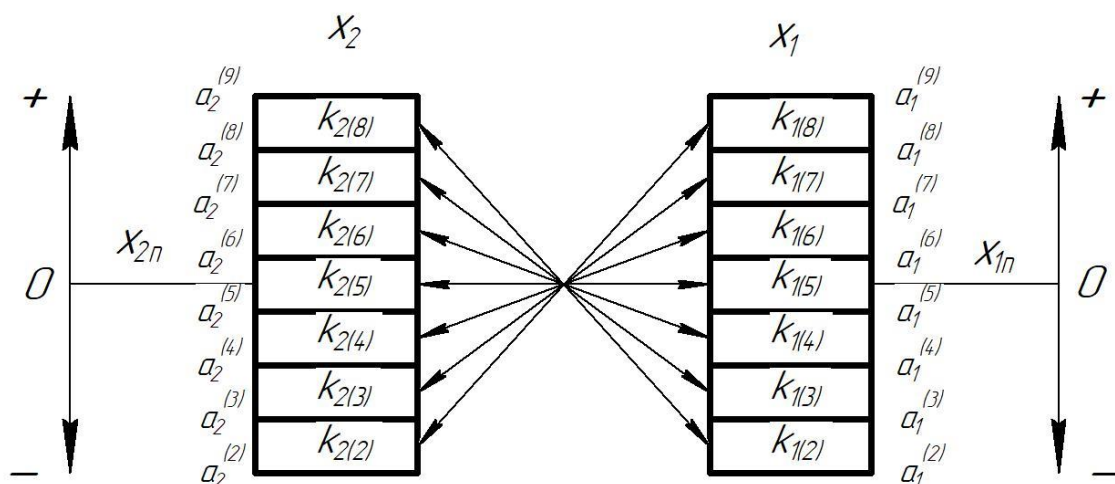


Рис.4 – Схема расположения интервалов допусков и образования СК (k_i – номера селективных групп)

При принятом правиле имеем $k=7$ типов СК. Полагаем, что распределения $f_{1i}(x_i)$ параметров элементов в партиях равных объемов $Q_1=Q_2$ являются нормальными с параметрами $m_{x1}=24,024$ Ом, $\sigma_{x1}=7,74 \cdot 10^{-2}$ Ом, $m_{x2}=10,01 \cdot 10^{-3}$ мкФ, $\sigma_{x2}=3,45 \cdot 10^{-5}$ мкФ. Вероятности попадания элементов в селективные группы, вычисленные с использованием выражения

$$I_i^{(k_i)} = \int_{X_i^{(k_i)}} f_{1i}(x_i) dx_i, \quad i = \overline{1,2},$$

при $k_i = \overline{1,9}$ сведены в таблицу 3.

Таблица 3 – Вероятности попадания в селективные группы

Элемент	Номер группы k_i (см. Рис.4)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,002	0,011	0,058	0,172	0,288	0,272	0,145	0,044	0,008
2	0,011	0,052	0,149	0,259	0,272	0,173	0,066	0,015	0,003

Общее число СК всех типов $I_{СК} = 0,961$.

Постановка и решение задачи оптимизации.

Процесс сортировки сопровождается ошибками, связанными с наличием погрешностей измерения δ_i . Считаем, что

– систематические погрешности измерения отсутствуют или скомпенсированы, модель наблюдения является аддитивной [12], а СВ x_i и δ_i – независимы;

– случайные составляющие δ_i погрешностей измерения имеют нормальные распределения $f_{2i}(\delta_i)$ с нулевыми математическими ожиданиями и среднеквадратическими отклонениями, определяемыми по формуле

$$\sigma_{\delta i} = \frac{\Delta_{lim i}}{c_{\Delta i}},$$

в зависимости от пределов допускаемых погрешностей измерения $\Delta_{lim i}$, коэффициентов $c_{\Delta i}$ и $c_{x i}$.

Первый коэффициент определяет среднеквадратические отклонения относительно $\Delta_{lim i}$, второй – предельные значения погрешностей

измерения относительно групповых допусков $\left(\Delta_{\lim i} = \frac{1}{c_{xi}} T x_i^{(k_i)} \right)$. Оба

коэффициента связаны с качеством измерительного процесса, т.е. свойством, обуславливающих получение результатов измерений с требуемыми точностными характеристиками [13,14]. Очевидно, что чем они больше, тем больше вероятности безошибочной сортировки и образования годных сборочных комплектов. Однако, их увеличение однозначно будет сказываться на дополнительных расходах, связанных с приобретением и эксплуатацией более точных и сложных средств измерительной техники.

Задачу выбора оптимального по точности средства измерения можно поставить следующим образом. При заданном диапазоне значений доли СК, являющихся бракованными вследствие ошибочной сортировки

$$\frac{I_{СК} - P_0}{I_{СК}} \times 100\%,$$

определить пределы допускаемых погрешностей измерения. Общие принципы построения математических моделей, позволяющих вычислять долю исходного числа элементов, образующих годные СК (P_0), приведены в работах [15...18].

Данную задачу будем решать при фиксированных значениях $c_{\Delta i}$. Например, согласно ГОСТ 8.051, случайная погрешность измерения δ_i принимается равной $2\sigma_i$, таким образом возьмем $c_{\Delta i} = 2$ ($i = \overline{1,2}$), т.е. $\sigma_{\delta i} = \Delta_{\lim i} / 2$. Предельно допустимая погрешность – это максимально возможное отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины. Она является основной характеристикой процесса измерения, определяющей его точность и пригодность для решения метрологических задач [19]. На практике $\Delta_{\lim}$ принимается на (50...90)% меньшей величины допуска (в данном случае – группового), таким образом, $c_{xi} = \overline{2,10}$. Результаты вычисления вероятности P_0 и доли бракованных СК графически представлены на Рис.5,6.

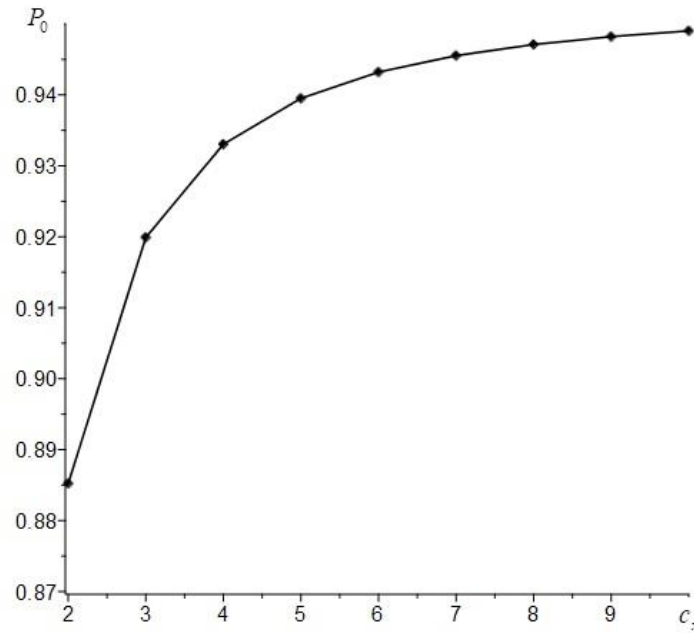


Рис.5 – График зависимости P_0 от c_{xi} ($c_{x1} = c_{x2} = c_x$)

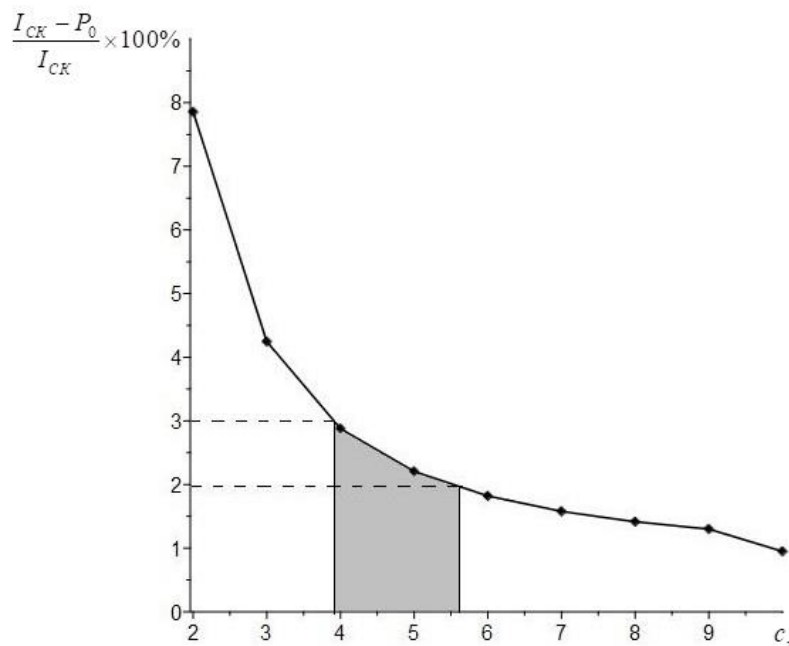


Рис.6 – График зависимости доли бракованных СК от c_{xi} ($c_{x1} = c_{x2} = c_x$)

Заключение.

Данные, представленные на графиках, наглядно показывают влияние погрешности измерения на результаты этапа сортировки, и, как следствие, образование бракованных СК. Кривая, показанная на Рис.6, позволяет установить пределы допускаемой погрешности в зависимости от заданного процента брака на выходе технологического процесса. Например, при вероятностях образования брака, лежащего в диапазоне (2...3)%, пределы

допускаемых погрешностей измерения Δ_{limi} должны принадлежать интервалу $(0,18...0,26)Tx_i^{(k_i)}$ (серая зона). Зная Δ_{limi} и их соотношения с инструментальными погрешностями, возможно осуществить выбор средств измерительной техники, дополнительно учитывая метрологические факторы и экономические ограничения.

Библиографический список

1. Хоровиц П. Искусство схемотехники: Пер. с англ. - Изд. 2-е. / П. Хоровиц, У. Хилл. – М.: Изд-во БИНОМ, 2014. – 704 с.
2. Рюмик С.М. 1000 и одна микроконтроллерная схема. Вып.1 / С.М. Рюмик. – М.: Додэка-XXI, 2010. – 356 с.
3. Бонч-Осмоловский М.А. Селективная сборка / М.А. Бонч-Осмоловский. – М.: Машиностроение, 1974. – 144с.
4. Буловский П.И. Автоматизация селективной сборки приборов / П.И. Буловский, Г.В. Крылов, В.А. Лопухин. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1978. – 232с.
5. Катковник В.Я. Основы теории селективной сборки / В.Я. Катковник, А.И. Савченко. – Л.: Политехника, 1991. – 303 с.
6. Филипович О.В. Двухэлементная селективная сборка с нелинейными моделями «вход-выход» с использованием аппроксимации / О.В. Филипович // Интеллектуальные системы в производстве. – 2024. – Т. 22, № 2. – С. 80-86. – DOI 10.22213/2410-9304-2024-2-80-86. – EDN EQZNZM.
7. Домбровский В.В. Эконометрика: учебник / В.В. Домбровский; Федерал. агентство по образованию. - М.: Новый учебник, 2004. - 342 с.
8. Сошникова Л.А. Многомерный статистический анализ в экономике / Л.А. Сошникова, В.Н. Тамашевич, Г. Уебе, М. Шефер. – Москва: ООО «Издательство «Юнити-Дана», 1999. – 598 с.
9. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений / Ю.В. Линник. – М.: Физматгиз, 1962. – 349 с.
10. Филипович О.В. Модель селективной сборки двух элементов с зависимостью выходного параметра в виде частного входных / О.В. Филипович // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2024. – Т. 12, № 1(44). – С. 30. – DOI 10.26102/2310-6018/2024.44.1.027. – EDN NRIWYN.
11. Филипович О.В. Решение задачи селективной сборки двух элементов с мультипликативной моделью "вход-выход" с использованием аппроксимации / О.В. Филипович, В.О. Филипович // Автоматизация и измерения в машино- приборостроении. – 2023. – № 1(21). – С. 61-69. – EDN WAMQHW.

12. Новицкий П.В. Оценка погрешностей результатов измерений /П.В. Новицкий, И.А. Зограф. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 304 с.
13. Пазушкина О.В. Основы метрологии, стандартизации, сертификации и контроля качества: учебное пособие / О.В. Пазушкина. –Ульяновск: УлГТУ, 2015. – 148 с.
14. Селиванов М.Н. Качество измерений: метрологическая справочная книга / М.Н. Селиванов, А.Э. Фридман, Ж.Ф. Кудряшова. – Л.: Лениздат, 1987. – 295с.
15. Филипович О.В. Модель процесса одновариантной однопараметрической селективной сборки двух элементов с учетом погрешностей измерения при их сортировке / О.В. Филипович // Автоматизация и измерения в машино- приборостроении. – 2023. – №3(23). – С. 93-101. – EDN TLIXMR.
16. Филипович О.В. Определение количества комплектов при селективной сборке двух элементов с учетом влияния погрешности измерения / О.В. Филипович, Г.В. Невар, Н.А. Волошина, В.О. Филипович // Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2023. – № 3. – С. 105-109. – DOI 10.36652/0202-3350-2023-24-3-105-109. – EDN JMKQCS.
17. Filipovich O. Method for taking into account measurement errors when sorting elements into selective groups /O. Filipovich, G. Nevar, N. Balakina, etc. // International Russian Automation Conference (RusAutoCon 2023): Advances in Automation V, 2024. – PP. 174-182. – DOI: 10.1007/978-3-031-51127-1_17.
18. Филипович О.В. Влияние погрешностей измерения на показатели однопараметрической многовариантной селективной сборки двух элементов / О.В. Филипович // Современные технологии сборки: Материалы VIII Международного научно-технического семинара, Москва, 19–20 октября 2023 года. – Москва: Московский Политех, 2023. – С. 149-154. – EDN VTMUTS.
19. Бурдун Г.Д. Основы метрологии. Учебное пособие для вузов. Издание третье, переработанное / Г.Д. Бурдун, Б.Н. Марков. – М.: Изд-во стандартов, 1985. – 256 с.

¹*Филипович Олег Викторович, канд. техн. наук, доц., доцент, ophisl@yandex.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

Filipovich Oleg Viktorovich, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor, ophisl@yandex.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

**О ВЛИЯНИИ ИНЕРЦИОННОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО
ПРИБОРА НА ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ**

Карлусов В.Ю.¹, Кудрявченко И.В.²

**ON THE INFLUENCE OF MEASURING DEVICE INERTIA ON
MEASUREMENT ACCURACY**

Karlusov V.Yu.¹, Kudryavchenko I.V.²

Аннотация. В статье исследуется влияние инерционности прибора, моделируемого апериодическим звеном 1-го порядка, на динамическую погрешность измерения. Погрешность оценивается для случайных процессов, которые отличаются хаотичностью своих реализаций. Исследование проводилось на примере процессов, описываемых экспоненциальной и колоколообразной корреляционными функциями. Выведены формулы для расчёта относительной среднеквадратической динамической погрешности для этих пограничных случаев.

Abstract. The article studies the effect of the inertia of a device modeled by the first-order aperiodic link on the dynamic measurement error. The error is estimated for random processes that are characterized by the chaotic nature of their implementations. The study was conducted using the example of processes described by exponential and bell-shaped correlation functions. Formulas for calculating the relative root-mean-square (RMS) dynamic error for these boundary cases were derived.

Ключевые слова. Точность измерения, средний квадрат ошибки, динамическая составляющая погрешности.

Keywords. Measurement accuracy, mean square of error, dynamic component of error.

Постановка задачи.

Пусть измерительный прибор обладает свойством линейности. В этом случае связь измеряемого процесса и выходного сигнала прибора определяется интегралом свёртки [1]:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau, \quad (1)$$

где $h(\tau)$ – аппаратная функция прибора, $x(t)$ – измеряемый случайный процесс, $y(t)$ – результат измерения.

Выражение

$$h(\tau) = \begin{cases} h(\tau), & 0 \leq \tau < \infty, \\ 0, & \tau < 0, \end{cases} \quad (2)$$

описывает условие физической реализуемости прибора совместно с условием нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) d\tau = 1. \quad (3)$$

Комплексные выполнения (2) и (3) означают, что если на вход прибора подан постоянный сигнал, то и сигнал на выходе будет постоянен.

Из рассмотрения (1) следует, что полное совпадение результата измерения $y(t)$ и измеряемого процесса $x(t)$ возможно лишь в частном случае, когда $h(\tau) = \delta(\tau)$ – функции Кронекера. В реальности процессы $x(t)$ и $y(t)$ будут отличаться на величину погрешности измерения.

Оценим эту погрешность с позиции наличия инерционности (запаздывания) измерительного прибора для различных моделей измеряемого процесса.

Метод решения.

Пусть измеряемый процесс $x(t)$ является случайным стационарным эргодическим. Допустим также, что аппаратная функция $h(\tau)$ имеет комплексную частотную характеристику, определяемую известным преобразованием Фурье

$$\tilde{h}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \exp\{-j\omega\tau\} d\tau,$$

а процесс $x(t)$ – энергетический спектр, вычисляемый с помощью преобразования Хинчина-Винера:

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} B(\tau) \exp\{-j\omega\tau\} d\tau,$$

где $B(\tau)$ – автокорреляционная функция $x(t)$. В этом случае, автокорреляционная функция результата измерения $y(t)$ на выходе прибора представима зависимостью

$$B_y(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B(\tau - \tau_2 + \tau_1) h(\tau_1) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2,$$

а его энергетический спектр

$$S_y(\omega) = |\tilde{h}(\omega)|^2 S(\omega). \quad (4)$$

Отличие $|\tilde{h}(\omega)|^2$ от единицы непосредственно приводит к отличию спектральных характеристик $x(t)$ и $y(t)$. Их взаимная корреляционная функция будет определяться интегралом

$$B_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\tau) h(\tau) d\tau,$$

а взаимный спектр мощности

$$S_{xy}(\omega) = \tilde{h}(\omega) S(\omega). \quad (5)$$

Подстановка (4) и (5) в формулу коэффициента когерентности [1],

$$\gamma_{xy}^2(\omega) = \frac{|S_{xy}(\omega)|^2}{S(\omega) S_y(\omega)}$$

даёт значение ± 1 по всему диапазону частот. Это означает, что процессы $x(t)$ и $y(t)$ в отсутствие внутренних шумов прибора тождественны в информационном смысле.

С.В. Доценко показал [2], что при наличии внутренних шумов в измерительном приборе, коэффициент когерентности примет вид

$$\gamma_{xy}^2(\omega) = \frac{|\tilde{h}_0(\omega)|^2 \cdot S(\omega)}{|\tilde{h}_0(\omega)|^2 \cdot S(\omega) + S_{\xi}(\omega)},$$

где $\tilde{h}_0(\omega)$ – относится к частотной характеристике нешумящей части прибора, а $S_{\xi}(\omega)$ – спектральная плотность паразитного шума. Полная же среднеквадратическая погрешность складывается, согласно [2], из динамической погрешности нешумящего прибора ε_D^2 и погрешности ε_{ξ}^2 , определяемой внутренним шумом прибора

$$\varepsilon^2 = \varepsilon_D^2 + \varepsilon_{\xi}^2,$$

где ε_{ξ}^2 определяется зависимостью

$$\varepsilon_{\xi}^2 = 2 \int_0^{\infty} |\tilde{h}_1(\omega)|^2 S_{\xi}(\omega) d\omega,$$

в которой $\tilde{h}_1(\omega)$ – часть аппаратной функции измерительного прибора после точки приложения шума, в предположении, что $\tilde{h}(\omega) = \tilde{h}_0(\omega)\tilde{h}_1(\omega)$.

Найдём средний квадрат погрешности измерения ε_D^2 , как квадрат отличия процессов $x(t)$ и $y(t)$ путём усреднения по ансамблям отдельных реализаций, поскольку допущение об эргодичности $x(t)$ позволяет это осуществить:

$$\varepsilon_D^2 = \langle [y(t) - x(t)]^2 \rangle,$$

где угловые скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают операцию осреднения. Результаты осреднения по ансамблю реализации случайных стационарных эргодических процессов представимы выражением:

$$\varepsilon_D^2 = B_y(0) - 2B_{xy}(0) + B(0). \quad (6)$$

В (6) обозначены значения в точке нуль соответствующих корреляционных и автокорреляционных функций. Указанные значения есть дисперсии соответствующих процессов:

$$\left. \begin{aligned} B(0) &= \sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega, & a) \\ B_y(0) &= \sigma_y^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) |\tilde{h}(\omega)|^2 d\omega, & б) \\ B_{xy}(0) &= \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \tilde{h}(\omega) d\omega, & в) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

В частотную область (6) отображается как

$$\varepsilon_D^2 = 2 \int_0^{\infty} S(\omega) \left\{ [1 - \operatorname{Re} \tilde{h}(\omega)]^2 + [\operatorname{Im} \tilde{h}(\omega)]^2 \right\} d\omega. \quad (8)$$

Полагая описание инерционной составляющей, согласно принятых в теории автоматического управления подходов, в виде апериодического звена 1-го порядка [3]

$$h(\tau) = \frac{1}{\tau_I} \exp \left\{ -\frac{\tau}{\tau_I} \right\}, \tau \geq 0, \tilde{h}(\omega) = \frac{1}{1 + j\tau_I \omega},$$

где τ_I – постоянная времени, приведём (8) к виду:

$$\frac{\varepsilon_D^2}{\sigma^2} = \frac{2}{\sigma^2} \int_0^\infty \frac{S(\omega)(\tau_I \omega)^2}{1 + (\tau_I \omega)^2} d\omega. \quad (9)$$

Будем использовать, в дальнейшем, выражения (7) – (9) для вывода расчётных формул при вычислении динамической погрешности прибора.

Модели случайных сигналов для проведения вычислительных экспериментов.

Мерой хаотичности (гладкости) случайных процессов служит дифференцируемость в нуле их корреляционных функций [2]. В этой связи примером крайне хаотичного процесса является процесс с экспоненциальной корреляционной функцией, имеющей описание

$$B(\tau) = \sigma^2 \exp\left\{-\frac{|\tau|}{\tau_x}\right\}, \quad S(\omega) = \frac{\sigma^2 \tau_x}{\pi} \cdot \frac{1}{1 + (\tau_x \omega)^2}, \quad (10)$$

где τ_x – характерный временной масштаб, а примером гладкого процесса – процесс с колоколообразной корреляционной функцией:

$$B(\tau) = \sigma^2 \exp\left\{-\frac{\pi}{4} \left(\frac{\tau}{\tau_x}\right)^2\right\}, \quad S(\omega) = \frac{\sigma^2 \tau_x}{\pi} \cdot \exp\left\{-\frac{\pi}{4} (\tau_x \omega)^2\right\}. \quad (11)$$

Подстановка (10) в (9) даёт выражение

$$\frac{\varepsilon_D^2}{\sigma^2} = \frac{2\tau_x}{\pi} \int_0^\infty \frac{(\tau_I \omega)^2 d\omega}{[1 + (\tau_x \omega)^2][1 + (\tau_I \omega)^2]},$$

из которого, выполнив замену переменных вида $\tau_I \omega = x$, $d\omega = dx/\tau_I$, получим

$$\frac{\varepsilon_D^2}{\sigma^2} = \frac{2}{\pi} \frac{\tau_x}{\tau_I} \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{\left[1 + \left(\frac{\tau_x}{\tau_I}\right)^2 x^2\right][1 + x^2]}.$$

В [4] за № 3.264.2 есть аналогичный определённый интеграл:

$$\int_0^\infty \frac{x^{\mu-1} dx}{[\beta + x^2][\gamma + x^2]} = \frac{\pi}{2} \frac{\gamma^{\frac{\mu-1}{2}} - \beta^{\frac{\mu-1}{2}}}{\beta - \gamma} \operatorname{cosec} \frac{\mu\pi}{2}, \quad \arg\beta < \pi, \arg\gamma < \pi, 0 < \operatorname{Re}\mu < 4.$$

Полагая $\beta = (\tau_I/\tau_x)^2$, $\gamma = 1$, $\mu = 3$, придём к окончательному выражению

$$\frac{\varepsilon_D^2}{\sigma^2} = \frac{\frac{\tau_I}{\tau_x}}{\frac{\tau_I}{\tau_x} + 1} = \frac{1}{1 + \frac{\tau_x}{\tau_I}}. \quad (12)$$

Для вывода расчётных выражений процесса с колоколообразной корреляционной функцией (11), воспользуемся (6) и (7). Согласно (9, а)

$$\sigma_y^2 = \frac{2\sigma\tau_x}{\pi} \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{1}{\pi}(\tau_I\omega)^2\right\} \frac{1}{1+(\tau_I\omega)^2} d\omega.$$

В [4] за № 3.466 есть интеграл-аналог вида

$$\int_0^\infty \frac{\exp\{-\mu^2 x^2\} dx}{x^2 + \beta^2} = \frac{\pi}{2\beta} \operatorname{erfc}\{\beta\mu\} \exp\{\beta^2 \mu^2\}.$$

Полагая $x = \omega$, $\mu^2 = \tau_x^2/\pi$ и $\beta = 1/\tau_I$, получим

$$\sigma_y^2 = \sigma^2 \frac{\tau_x}{\tau_I} \operatorname{erfc}\left\{\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\tau_x}{\tau_I}\right\} \exp\left\{\frac{1}{\pi} \left(\frac{\tau_x}{\tau_I}\right)^2\right\}. \quad (13)$$

Вычисление B_{xy} выполним во временной области

$$B_{xy}(\tau) = \frac{\sigma^2}{\tau_I} \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{\pi}{4} \left(\frac{t-\tau}{\tau_x}\right)^2\right\} \exp\left\{-\frac{\tau}{\tau_I}\right\} dt.$$

Последнее выражение путём алгебраических преобразований приведём к виду

$$B_{xy}(\tau) = \frac{\sigma^2}{\tau_I} \int_0^\infty \exp\left\{-\left(\frac{\pi}{4\tau_x^2} \cdot t^2 + \frac{2\tau_x^2 - \pi\tau_I\tau}{2\tau_x^2 \cdot \tau_I} \cdot t + \frac{\pi\tau^2}{4\tau_x^2}\right)^2\right\} dt.$$

В справочнике [5] за № 1.3.3.7 следует неопределённый интеграл:

$$\int \exp\{-(ax^2 + bx + c)\} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left\{\frac{b-4ac}{4a}\right\} \operatorname{erf}\left\{x\sqrt{a} - \frac{b}{2\sqrt{a}}\right\}.$$

Сравнение показывает, что

$$a = \frac{\pi}{4\tau_x^2}, b = \frac{2\tau_x^2 - \pi\tau_I\tau}{2\tau_x^2 \cdot \tau_I}, c = \frac{\pi\tau^2}{4\tau_x^2}.$$

Отсюда искомый интеграл, описывающий взаимную корреляционную функцию на выходе инерционного прибора, есть

$$B_{xy}(\tau) = \sigma^2 \frac{\tau_x}{\tau_I} \exp\left\{-\frac{\pi}{4}\left(\frac{\tau}{\tau_x}\right)^2\right\} \exp\left\{\frac{2\tau_x^2 - \pi\tau_I\tau}{2\pi\tau_x \cdot \tau_I}\right\} \operatorname{erfc}\left\{\frac{2\tau_x^2 - \pi\tau_I\tau}{4\sqrt{\pi}\tau_I\tau_x}\right\},$$

что, в свою очередь, даёт

$$B_{xy}(0) = \sigma^2 \frac{\tau_x}{\tau_I} \exp\left\{\frac{\tau_x}{\pi\tau_I}\right\} \operatorname{erfc}\left\{\frac{\tau_x}{2\sqrt{\pi}\tau_I}\right\}. \quad (14)$$

Подстановка (13) и (14) в (6) приводит последнее выражение к виду

$$\frac{\varepsilon_D^2}{\sigma^2} = \frac{\tau_x}{\tau_I} \left[\exp\left\{\frac{1}{\pi}\left(\frac{\tau_x}{\tau_I}\right)^2\right\} \operatorname{erfc}\left\{\frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{\tau_x}{\tau_I}\right\} - 2 \exp\left\{\frac{1}{\pi}\frac{\tau_x}{\tau_I}\right\} \operatorname{erfc}\left\{\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\frac{\tau_x}{\tau_I}\right\} \right] + 1. \quad (15)$$

Введём обозначение $\alpha = \tau_x / \tau_I$ как отношение характерного временного масштаба измеряемого процесса к величине запаздывания измерительного прибора. Получим расчётные версии формул (12) и (15), позволяющие проводить вычисления в относительных единицах:

$$\frac{\varepsilon_D^2}{\sigma^2} = \frac{1}{1 + \alpha}, \quad (16)$$

$$\frac{\varepsilon_D^2}{\sigma^2} = \alpha \left[\exp\left\{\frac{1}{\pi}\alpha^2\right\} \operatorname{erfc}\left\{\frac{1}{\sqrt{\pi}}\alpha\right\} - 2 \exp\left\{\frac{1}{\pi}\alpha\right\} \operatorname{erfc}\left\{\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\alpha\right\} \right] + 1. \quad (17)$$

Результаты вычислительных экспериментов.

Поведение среднего квадрата динамической погрешности измерений для случая, когда измеряемый процесс описывается моделью (10), можно пояснить, не прибегая к расчётам с использованием (16). Асимптотический анализ последнего выражения показывает, что, при $\alpha \rightarrow \infty$, значение погрешности стремится к нулю. С учётом определения α , этот результат согласуется со здравым смыслом. Чем больше характерный масштаб процесса τ_x по сравнению τ_I , тем менее проявляется эффект запаздывания.

Иллюстрации к расчётам по формулам (16) и (17) приводятся на Рис.1.

Выводы.

1. Если отношение $\alpha^{-1} = \tau_I / \tau_x$ отлично от нуля, то неизбежно появится погрешность измерения, которая с ростом α^{-1} будет неуклонно возрастать. Эта погрешность изначально обусловлена разрушением

статистических связей процесса, проявляющегося при выходе за пределы интервала корреляции τ_x .

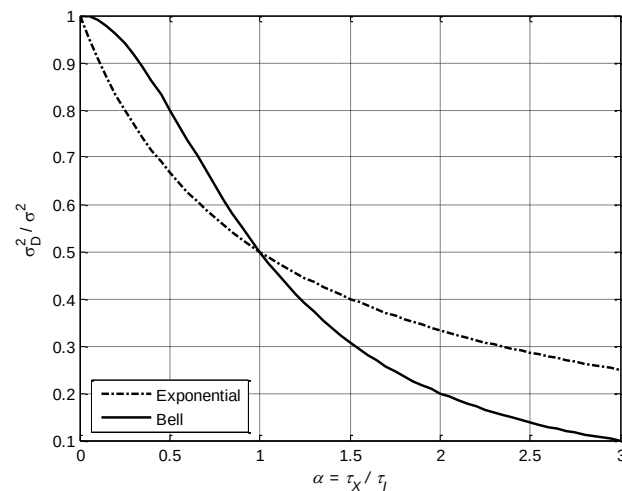


Рис.1 – Зависимости среднеквадратической ошибки от отношения характерного масштаба процесса и постоянной времени прибора

На Рис.1 видно, что на границе интервала корреляции τ_x величина среднего квадрата динамической погрешности измерения достигает 0,5, а с ростом запаздывания τ_l устремляется к 1.

2. Величина α при $\tau_l < \tau_x$ (Рис.1, позиции $\alpha > 1$) для недифференцируемого процесса больше, нежели для дифференцируемого процесса. Это объясняется тем, что апериодическое звено 1-го порядка, моделирующее запаздывание в ходе измерений, обладает фильтрующими свойствами для области низких частот измеряемого процесса.

У процесса, описываемого (10), реализации обладают большей хаотичностью, нежели у процесса (11). Поэтому для (10) характерно наличие высокочастотных составляющих, которые в ходе проведения измерений подавляются. Отсюда следует, что измерение процессов типа (10) требуется проводить с обеспечением минимальных значений τ_l .

3. На этапе проектирования, при закладке требований к инерционности прибора следует учитывать статистическую структуру обрабатываемого процесса. Поскольку дифференцируемые процессы менее критичны к инерционности, то к специализированному измерительному прибору, при наличии априорной информации о характере случайного процесса, можно принимать мягкие требования, что отразится на экономической составляющей.

Библиографический список

1. Бендат Дж. Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат, А. Пирсол. – М.: Мир, 1989. – 540 с.

2. Доценко С.В. Случайные процессы в гидрофизических измерениях / С.В. Доценко. – Л.: Гидрометеиздат, 1983. – 238 с.
3. Пугачёв В.С. Теория случайных функций и её применение в задачах автоматического управления / В.С. Пугачёв. – М.: Физматгиз, 1960. – 884 с.
4. Градштейн И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. – М.: ГИФМЛ, 1963. – 1100 с.
5. Пудников А.П. Интегралы и ряды: Элементарные функции / А.П. Пудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. – М.: Наука, 1981. – 798 с.

¹*Карлусов Вадим Юрьевич, канд. техн. наук, доц., доцент, kvyu_2015@mail.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

²*Кудрявченко Иван Владимирович, канд. техн. наук, доц., доцент, IVKudryavchenko@sevsu.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

Karlusov Vadim Yur'evich, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor, kvyu_2015@mail.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Kudryavchenko Ivan Vladimirovich, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor, IVKudryavchenko@sevsu.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

ОПТИМИЗАЦИЯ СОСТАВА ТВЕРДОГО ЭЛЕКТРОЛИТА НА ОСНОВЕ ДИОКСИДА ЦИРКОНИЯ ДЛЯ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СЕНСОРОВ КИСЛОРОДА

Юрков А.С.¹, Селиванов И.А.², Плетнев М.А.³

OPTIMIZATION OF THE COMPOSITION OF A SOLID ELECTROLYTE BASED ON ZIRCONIUM DIOXIDE FOR HIGH- TEMPERATURE OXYGEN SENSORS

Yurkov A.S.¹, Selivanov I.A.², Pletnev M.A.³

Аннотация. Проводится комплексное исследование свойств оксида циркония, стабилизированного оксидом иттрия, как материала для высокотемпературных керамических датчиков концентрации кислорода. Рассматривается стабилизация диоксида циркония, которая необходима для предотвращения фазовых переходов из тетрагональной в моноклинную фазу, вызывающих хрупкость и разрушение материала. Описаны принципы работы таких сенсоров на основе электрохимического эффекта, который возникает при взаимодействии кислорода с платиновыми электродами, нанесенными на внутреннюю и внешнюю поверхность керамического элемента. Особое внимание уделено проблемам долговечности и надежности сенсоров в условиях высоких температур (около 700°C), что требует стабилизации материала с содержанием оксида иттрия до 10%. Также в работе представлены методики изготовления и нанесения пористого платинового покрытия, влияющего на чувствительность и долговечность датчиков, и проведен анализ стабильности их работы в течение длительного времени. Полученные результаты могут быть использованы для создания надежных отечественных аналогов кислородных датчиков, применяемых в различных промышленных отраслях, таких как энергетика, химическая и металлургическая промышленность.

Abstract. A comprehensive study of the properties of zirconium oxide stabilized with yttrium oxide as a material for high-temperature ceramic oxygen concentration sensors is being conducted. The stabilization of zirconium dioxide is considered, which is necessary to prevent phase transitions from the tetragonal to the monoclinic phase, causing fragility and destruction of the material. The principles of operation of such sensors based on the electrochemical effect that occurs when oxygen interacts with platinum electrodes applied to the inner and outer surfaces of a ceramic element are described. Special attention is paid to the problems of durability and reliability of sensors at high temperatures (about 700 °C), which requires stabilization of the material with a content of yttrium oxide up to 10%. The paper also presents methods for manufacturing and applying a porous platinum coating that affects the sensitivity and durability of

sensors, and analyzes the stability of their operation over a long time. The results obtained can be used to create reliable domestic analogues of oxygen sensors used in various industrial sectors, such as energy, chemical and metallurgical industries.

Ключевые слова. Диоксид циркония, электролит, высокотемпературный керамический датчик, электропроводность, подвижность ионов кислорода, электрохимический концентрационный элемент.

Keywords. Zirconium dioxide, electrolyte, high-temperature ceramic sensor, electrical conductivity, mobility of oxygen ions, electrochemical concentration element.

Введение.

Сжигание топлива является одним из основных процессов, которые используются для получения энергии в различных отраслях промышленности, транспорта и бытового хозяйства. Однако, несмотря на его широкое применение, применение углеродсодержащих топлив также является одной из основных причин загрязнения воздуха и негативного воздействия на окружающую среду. Экологический контроль процессов горения становится все более важным, поскольку необходимо уменьшить выбросы вредных веществ, таких как углекислый газ (CO_2), оксиды азота (NO_x) и твердые частицы, которые наносят серьезный ущерб природным экосистемам и здоровью людей.

Оптимизация параметров горения, таких как температура, скорость подачи топлива и расход воздуха, является одним из способов снижения загрязнения окружающей среды. Это может быть достигнуто путем использования современных систем автоматического управления процессами горения и контроля, которые позволяют непрерывно отслеживать и регулировать эти параметры в режиме реального времени [1].

В текущей политической и экономической ситуации в России наблюдается рост объема промышленного производства, что ведет к увеличению потребления энергии [2].

Правительством РФ ведется программа по контролю и мониторингу выбросов парниковых газов, экологический мониторинг – законодательные требования к предприятиям первой категории [3]. Реализация экологической повестки требует оснащение энергетических объектов эффективными, доступными и надежно работающими сенсорами состава отходящих газов. Наиболее востребованными решениями в отрасли являются приборы зарубежных изготовителей, которые исчезли с рынка РФ, не осуществляют поддержку продуктов и поставку запасных частей.

Для импортозамещения и обеспечения технологического суверенитета РФ требуется создание собственных продуктов для решения поставленных задач. Одним из возможных вариантов систем мониторинга отходящих газов является создание сенсоров на основе диоксида циркония [4...6]. Задача, поставленная перед нами – не просто создать аналог импортных решений, а получить сенсоры с улучшенными показателями. В этой связи остро встает вопрос по удовлетворению потребностей рынка отечественными сенсорами, эксплуатация и обслуживание которых не зависит от поставок из-за рубежа.

Керамика на основе диоксида циркония проявляет склонность к хрупкости из-за фазовых переходов, происходящих при изменении температуры. В частности, диоксид циркония проходит через несколько фазовых состояний:

- моноклинное - при комнатной температуре;
- тетрагональное - при температуре выше 1170°C;
- кубическое - при температуре выше 2370°C.

Эти переходы сопровождаются значительным изменением объема, что вызывает внутренние напряжения в материале. В отсутствие стабилизации оксидом иттрия это приводит к разрушению керамики, так как моноклинная фаза, в которую материал переходит при охлаждении, увеличивает объем кристаллической решетки на 4,5%, что создает дополнительные трещины и дефекты [7].

Стабилизация диоксида циркония оксидом иттрия позволяет предотвратить нежелательные фазовые переходы. Оптимальное содержание иттрия, в пределах 2–5 мол. %, способствует сохранению метастабильной тетрагональной фазы при комнатной температуре, что повышает механическую прочность керамики. Однако при недостаточной стабилизации тетрагональная фаза переходит в моноклинную, что провоцирует появление трещин и хрупкость материала. Для повышения механических характеристик и предотвращения разрушения важно обеспечить достаточную концентрацию оксида иттрия, которая будет стабилизировать тетрагональную фазу [8].

Ранее получены действующие макеты сенсоров на основе диоксида циркония [9], которые показали высокую чувствительность к содержанию кислорода в газовой смеси при высоких температурах, однако при длительных испытаниях в условиях эксплуатации керамика разрушалась. Поэтому целью настоящей работы стал подбор таких составов циркониевой керамики, которая имеет высокую чувствительность к кислороду и одновременно термическую стабильность в условиях эксплуатации.

Хрупкость керамики из-за недостаточной стабилизации оксидом иттрия.

Керамика на основе диоксида циркония проявляет склонность к хрупкости из-за фазовых переходов, происходящих при изменении температуры. В частности, диоксид циркония проходит через несколько фазовых состояний: моноклинное при комнатной температуре, тетрагональное при температуре выше 1170°C и кубическое при температуре выше 2370°C. Эти переходы сопровождаются значительным изменением объема, что вызывает внутренние напряжения в материале. В отсутствие стабилизации оксидом иттрия это приводит к разрушению керамики, так как моноклинная фаза, в которую материал переходит при охлаждении, увеличивает объем кристаллической решетки на 4,5%, что создает дополнительные трещины и дефекты [2]

Стабилизация диоксида циркония оксидом иттрия позволяет предотвратить нежелательные фазовые переходы. Оптимальное содержание иттрия, в пределах 2-5 мол. %, способствует сохранению метастабильной тетрагональной фазы при комнатной температуре, что повышает механическую прочность керамики. Однако при недостаточной стабилизации тетрагональная фаза переходит в моноклинную, что провоцирует появление трещин и хрупкость материала [2]. Для повышения механических характеристик и предотвращения разрушения важно обеспечить достаточную концентрацию оксида иттрия, которая будет стабилизировать тетрагональную фазу.

Целью работы является исследование свойств диоксида циркония, стабилизированного оксидом иттрия, как потенциального электролита для высокотемпературных керамических датчиков концентрации кислорода, а также изучение принципов работы таких датчиков и электродов для них.

Кроме того, в работе описывается методика испытаний твердых электролитов с нанесённой платиной.

Методы и материалы.

ЭДС высокотемпературного гальванического элемента определяется разницей парциального давления кислорода в контролируемой газовой смеси и в эталонном газе (при использовании окружающего воздуха с содержанием кислорода 20,94 %), и рассчитывается по уравнению Нернста:

$$E = \frac{RT}{nF} \ln \frac{P_1}{P_2},$$

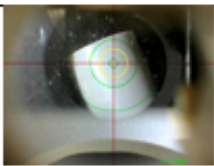
где E – электродный потенциал; R – универсальная газовая постоянная, равная 8,314 Дж/(моль·К); T – абсолютная температура; F – постоянная Фарадея 96485,33 Кл·моль⁻¹; n – число электронов, участвующих в

процессе (4 в нашем случае); $P1$ и $P2$ – парциальные давления эталонного и контролируемого газа соответственно.

При Рентгено-флуоресцентном анализе (Shimadzu EDX 7000) получили следующий состав керамики, представленный на Рис.1

EDX Report

Report No.

Sample Information							
Sample Name ztc							
Meas. Date		2024/07/17 13:20:54					
Comment		Comment					
Group		Group					
Operator		Operator					
							

Measurement Condition					Collimator	3mm	Atmos.	Air
Channel	kV	uA	Filter	Acq.	Analysis	Time	DT%	
Al-U	50	31-Auto	---	0 - 40	0.00-40.00	Live- 100		29
Na-Sc	15	1000-Auto	---	0 - 20	0.00- 4.40	Live- 100		11
Rh-Cd	50	1000-Auto	#1	0 - 40	19.50-23.50	Live- 100		12
Zn-As,Pb	50	181-Auto	#4	0 - 40	8.50-13.00	Live- 100		30
Cr-Fe	50	38-Auto	#3	0 - 40	5.20- 6.60	Live- 100		30
S-K	15	1000-Auto	#2	0 - 20	2.10- 3.40	Live- 100		5

Quantitative Result						
Analyte	Result		Std.Dev.	Calc.Proc	Line	Intensity
Zr	49.885	%	[0.072]	Quan-FP	ZrKa	1331.301
P	42.853	%	[0.154]	Quan-FP	P Ka	6.0943
Y	3.564	%	[0.017]	Quan-FP	Y Ka	118.9322
Hf	1.859	%	[0.026]	Quan-FP	HfLa	13.5216
Si	1.227	%	[0.084]	Quan-FP	SiKa	0.0744
Cl	0.302	%	[0.050]	Quan-FP	ClKa	0.0066
V	0.099	%	[0.012]	Quan-FP	V Ka	0.4067
K	0.087	%	[0.006]	Quan-FP	K Ka	0.0079
Ho	0.079	%	[0.016]	Quan-FP	HoLa	0.3362
Ca	0.025	%	[0.005]	Quan-FP	CaKa	0.0105
Fe	0.019	%	[0.006]	Quan-FP	FeKa	0.1020

Рис.1 – РФА керамики

Из анализа видно, что количество иттрия 3,5% на температуре 700°C материал будет находиться в частично стабилизированном состоянии. В этом случае, при охлаждении, значительная часть материала останется в метастабильной тетрагональной фазе, однако все еще существует вероятность того, что часть зерен может перейти в моноклинную фазу, что может привести к растрескиванию материала из-за увеличения объема.

При температуре 700°C сама по себе тетрагональная фаза еще не начинает активно превращаться в моноклинную, так как этот процесс ускоряется при более низких температурах (около 100-200°C). Однако, недостаточная концентрация оксида иттрия в 3.5% может привести к тому, что при дальнейшем охлаждении материал перейдет в моноклинную фазу, что вызовет микротрещины и снижение механической прочности из-за фазового перехода ($t \rightarrow m$) и связанного с ним увеличения объема.

Посмотрим место слома в электронный микроскоп (Рис.2 и Рис.3).



Рис.2 – Электронный микроскоп и объект исследования

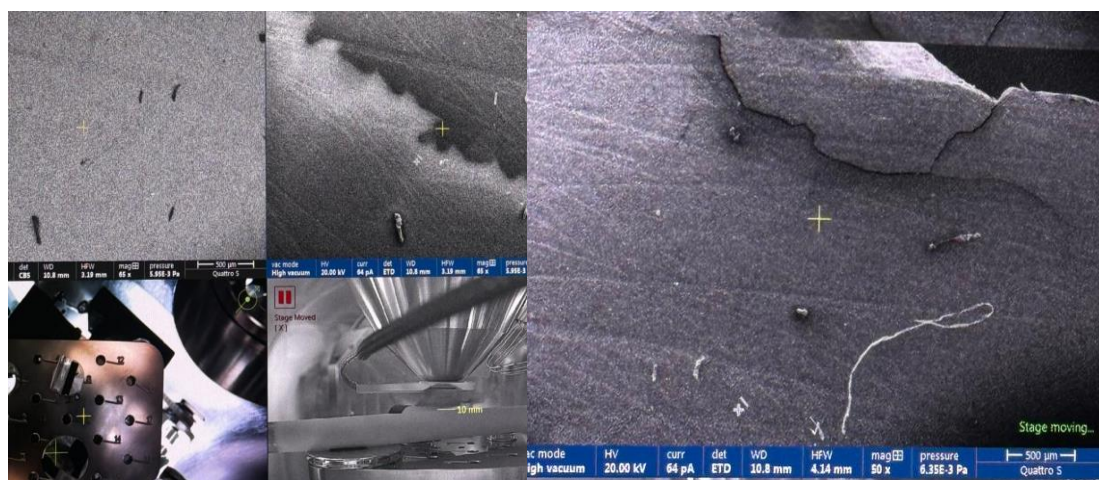


Рис.3 – Место слома

На Рис.3 видно место слома, трещины, а также то, что керамика поменяла свой исходный состав иначе в сканирующем электроном микроскопе она бы засвечивалась одним цветом.

Затем керамика была помещена в рентгеновский дифрактометр Rigaku Miniflex 600 для изучения фазового перехода в месте слома.

Для анализа выбраны три участка тигля: дно (наружная часть), верхняя кромка и кусочки из места разрушения тигля. Все части зачищены от серого налёта (на дифрактограммах небольшие пики от платины присутствуют).

Фазовые составы дна тигля и верхней кромки схожи – смесь тетрагонального, кубического и моноклинного ZrO_2 . Моноклинной фазы относительно немного. Все фазы характеризуются довольно большой шириной линий, что предполагает нанозёрненную структуру или сильно разупорядоченное состояние.

Материал в месте излома состоит в основном из двух фаз – тетрагональный и моноклинный ZrO_2 . Линии фаз узкие – размер зерна увеличился, состояние более упорядоченное. (Рис.4) Параметры

тетрагональной решётки: $a = 3.626(2) \text{ \AA}$ и $c = 5.277(5) \text{ \AA}$; моноклинной: $a = 5.169(2) \text{ \AA}$, $b = 5.181(2) \text{ \AA}$, $c = 5.326(3) \text{ \AA}$ и $\beta = 99.20(4)^\circ$.

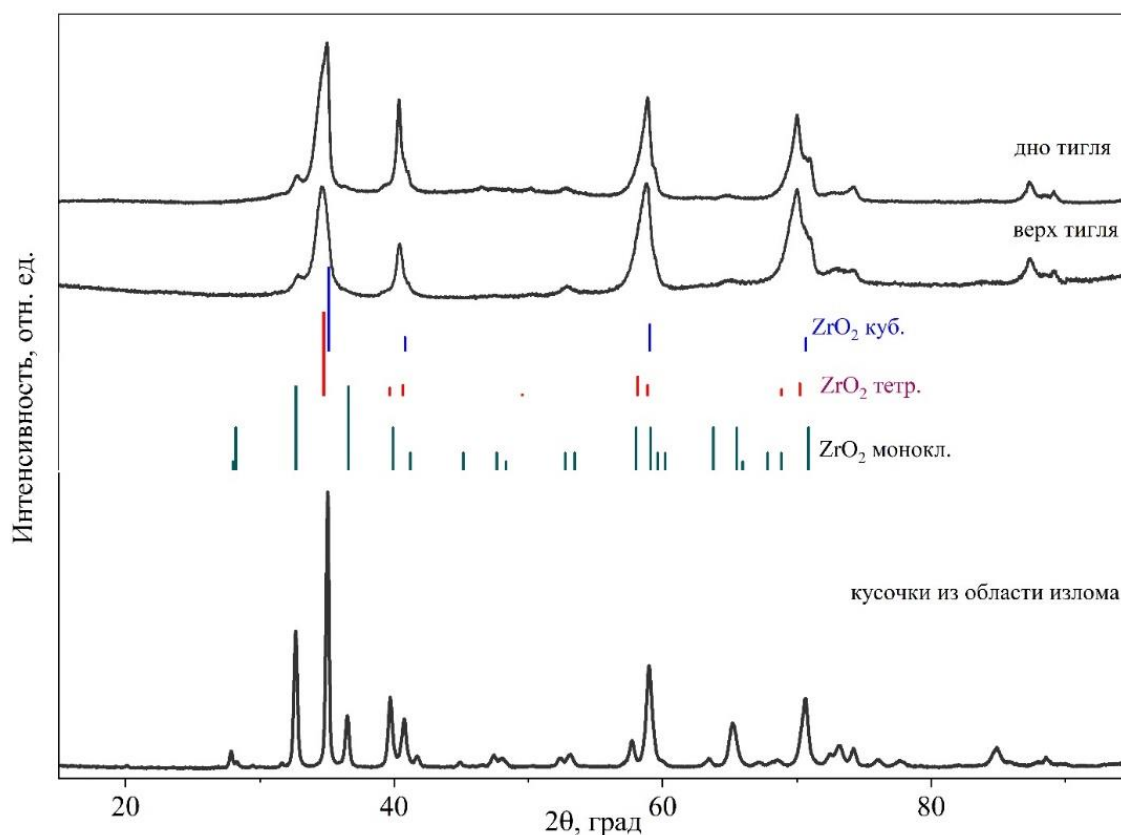


Рис.4 – Результат на рентгеновском дифрактометре

Для обеспечения долговечной работы керамики на основе диоксида циркония при температуре 700°C необходимо обеспечить достаточную стабилизацию оксидом иттрия. Оптимальное содержание стабилизирующей добавки должно составлять до 10%, что позволяет надежно удерживать керамику в тетрагональной или кубической фазе и предотвращает переход в моноклинную фазу, которая приводит к растрескиванию и разрушению материала. Повышенная концентрация оксида иттрия не только стабилизирует фазовую структуру при высоких температурах, но и значительно повышает механическую прочность и устойчивость к термическим циклам. Таким образом, стабилизация керамики до 10% оксидом иттрия является ключевым условием для обеспечения её надежной работы при температурах в районе 700°C и предотвращения её разрушения.

Практическая часть.

Все испытательное и измерительное оборудование было использовано с предприятия ООО «ЭРИС».

Изменив состав пробирки, проведем РФА для контроля качества, РФА анализ указан на Рис.5.

EDX Report

Report No.

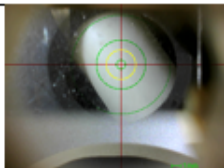
Sample Information								
Sample Name	CHMZ							
Meas. Date	2024/09/06 09:24:05							
Comment	Comment							
Group	Group							
Operator	Operator							
Measurement Condition					Collimator	3mm	Atmos.	Air
Channel	kV	uA	Filter	Acq.	Analysis	Time	DT%	
Al-U	50	32-Auto	----	0 - 40	0.00-40.00	Live- 100		30
Na-Sc	15	1000-Auto	----	0 - 20	0.00- 4.40	Live- 100		9
Rh-Cd	50	1000-Auto	#1	0 - 40	19.50-23.50	Live- 100		12
Zn-As,Pb	50	181-Auto	#4	0 - 40	8.50-13.00	Live- 100		29
Cr-Fe	50	37-Auto	#3	0 - 40	5.20- 6.60	Live- 100		30
S-K	15	1000-Auto	#2	0 - 20	2.10- 3.40	Live- 100		4
Quantitative Result								
Analyte	Result			Std.Dev.	Calc.Proc	Line	Intensity	
Zr	47.485	%		[0.072]	Quan-FP	ZrKa	1159.722	
P	40.664	%		[0.160]	Quan-FP	P Ka	5.2988	
Y	10.305	%		[0.031]	Quan-FP	Y Ka	305.3203	
Si	1.148	%		[0.035]	Quan-FP	SiKa	0.0641	
Hf	0.113	%		[0.011]	Quan-FP	HfLa	0.7639	
Ca	0.099	%		[0.006]	Quan-FP	CaKa	0.0371	
Fe	0.069	%		[0.005]	Quan-FP	FeKa	0.3317	
V	0.064	%		[0.011]	Quan-FP	V Ka	0.2370	
K	0.034	%		[0.012]	Quan-FP	K Ka	0.0028	
Zn	0.019	%		[0.003]	Quan-FP	ZnKa	0.4592	

Рис.5 – Измененный состав пробирки

Измерения на РФА подтверждают количество иттрия 10,305%.



Рис.6 – Принципиальная схема для испытаний

С помощью генератора газовых смесей (ГГС модификации Р, эталон первого разряда) и собранной схемы, указанной на Рис.6 подаем концентрации кислорода по всему рабочему диапазону. Для определения зависимости погрешностей. Подача ГСО-ПГС отображена на Рис.7 и Рис.8.

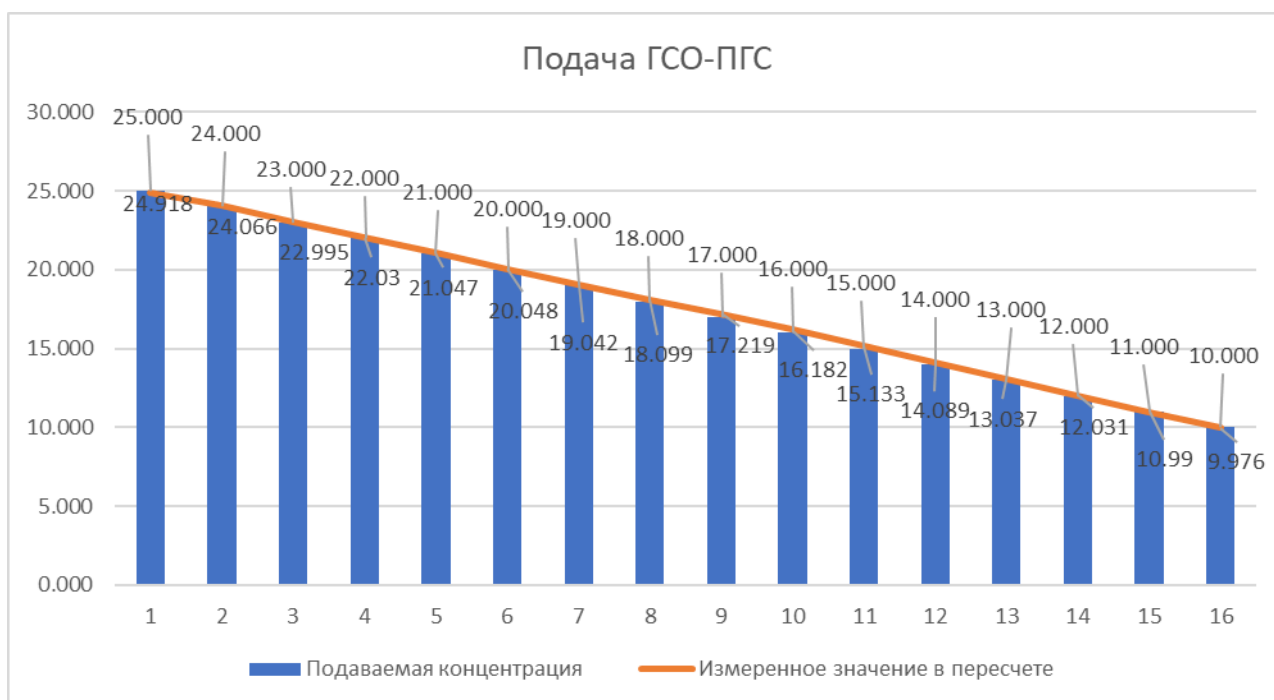


Рис.7 – Диаграмма зависимости истинного значения от измеренного

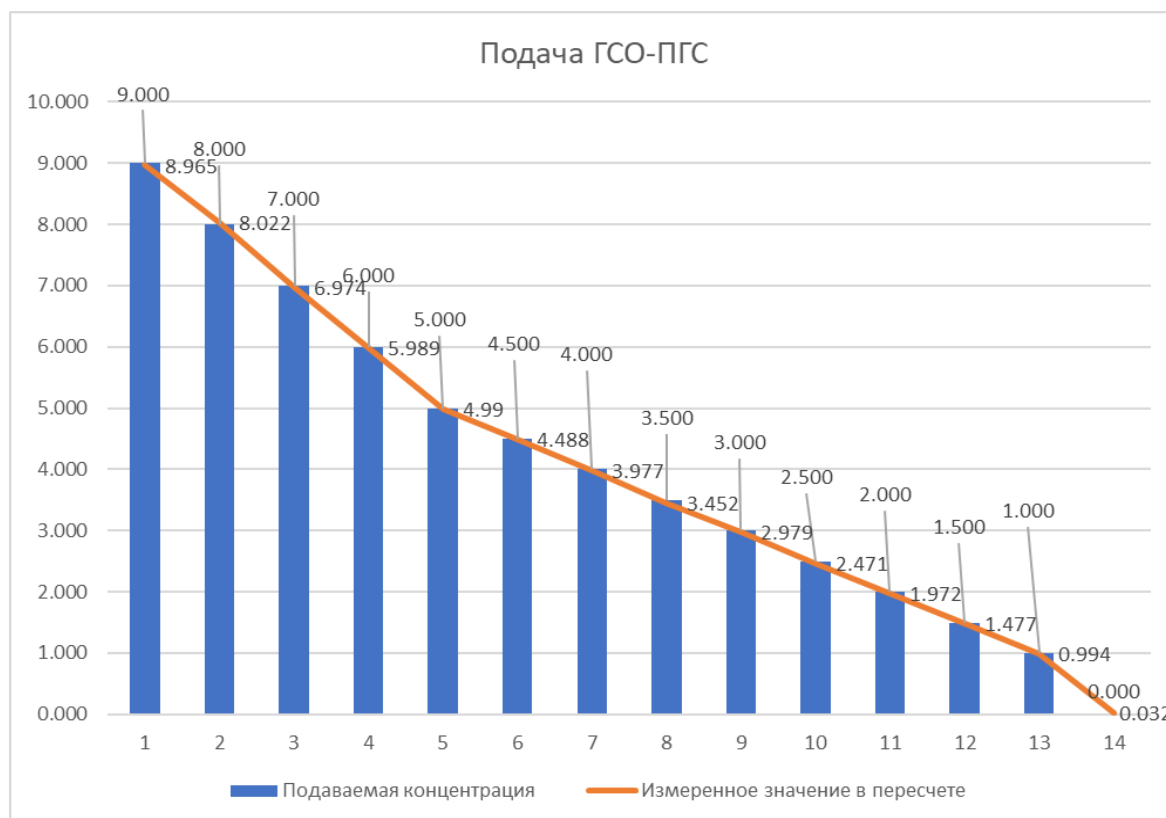


Рис.8 – Диаграмма зависимости истинного значения от измеренного

Далее произвели расчет, указан в таблице 1 приведенной погрешности для определения максимально допустимого значения в зависимости от концентрации кислорода. Расчет произвели по формуле :

$$\delta x = \frac{\Delta x}{X_n},$$

где δx – Приведенная погрешность; Δx – абсолютная погрешность средства измерений; X_n – нормирующее значение, которое зависит от типа шкалы измерительного прибора.

Таблица 1 – Расчет приведенной погрешности

Подаваемое значение концентрации кислорода, % об.д.	Измеренное значение, пересчитанное по ур. Нернста, % об.д.	Полученная приведенная погрешность, %
25,000	24,918	-0,3
24,000	24,066	0,3
23,000	22,995	0,0
22,000	22,03	0,1
21,000	21,047	0,2
20,000	20,048	0,2
19,000	19,042	0,2
18,000	18,099	0,4
17,000	17,219	0,9
16,000	16,182	0,7
15,000	15,133	0,5
14,000	14,089	0,4
13,000	13,037	0,1
12,000	12,031	0,1
11,000	10,99	0,0
10,000	9,976	-0,1
9,000	8,965	-0,1
8,000	8,022	0,1
7,000	6,974	-0,1
6,000	5,989	0,0
5,000	4,99	0,0
4,500	4,488	0,0
4,000	3,977	-0,1
3,500	3,452	-0,2
3,000	2,979	-0,1
2,500	2,471	-0,1
2,000	1,972	-0,1
1,500	1,477	-0,1
1,000	0,994	0,0
0,000	0,032	0,1

Затем была проверена повторяемость на 10 аналогичных устройствах в некоторых датчиках погрешность доходит до 1,3% что является не существенным отклонением. На основании вышеизложенного можно сделать следующий вывод, что полученные значения погрешности не превышают 2% и что не хуже, а даже лучше импортных аналогов AMETEK WDG, MRU OMS420, ENOTEC Comtec 6000.

Затем была снята зависимость долговременной стабильности и повторяемости сигнала на протяжении 10000 часов указанная на Рис.9 и Рис.10. Значение концентрации в автоматическом режиме 1 раз в час записывались в архив с помощью разработанной платы, а также раз в квартал подавали концентрацию 5% об.д. и производили фиксацию значений.



Рис.9 – Зависимость измеренного значения концентрации за 10000 часов

Исходя из снятых зависимостей долговременной стабильности, а именно измерения в течении 10000 часов, можно сделать вывод, что сенсор остается стабильным в течении года.

Таким образом, сформированный электрохимический элемент сенсора на основе стабилизированного диоксида циркония работает и может быть использован для создания газового сенсора на кислород, работающего при высоких температурах. Разработанный сенсор в настоящее время проходит пилотные испытания на двух энергетических объектах и работает в печах.

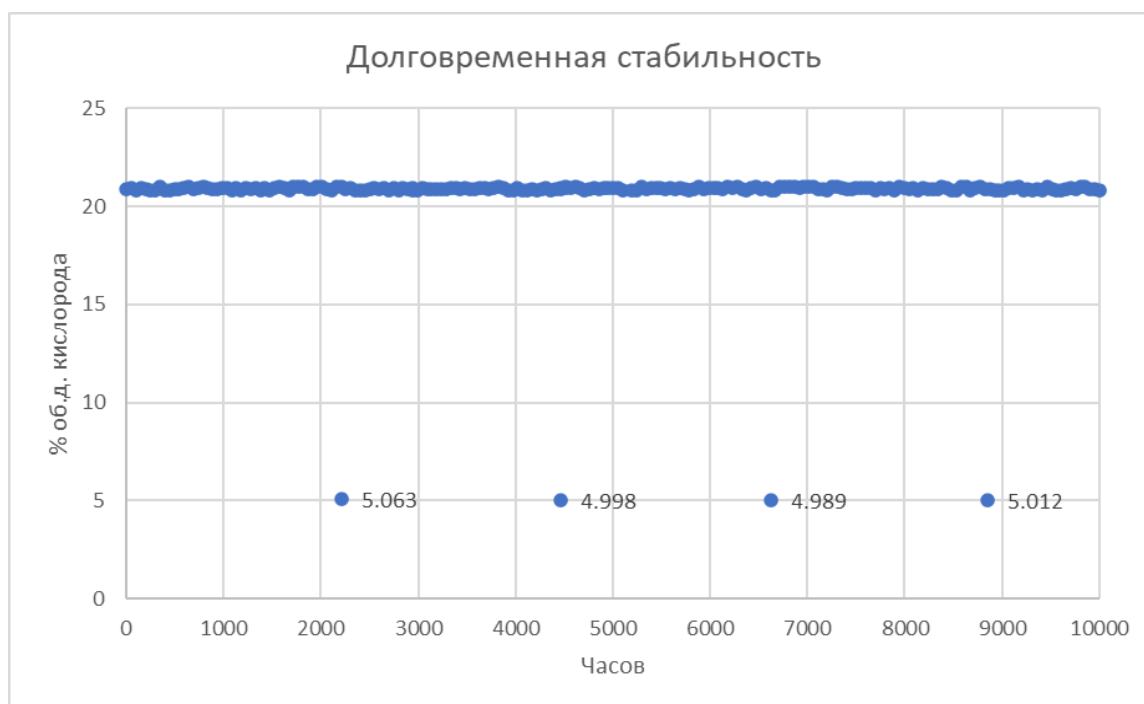


Рис.10 – Зависимость измеренного значения концентрации за 10000 часов с подачей концентрации 5% об.д.

Выводы.

В ходе проведенного исследования выявлены ключевые факторы, влияющие на стабильность и долговечность высокотемпературных керамических датчиков концентрации кислорода на основе оксида циркония, стабилизированного оксидом иттрия. Показано, что для предотвращения хрупкости керамики и разрушения сенсоров необходимо обеспечить стабилизацию материала с содержанием оксида иттрия до 10%, что предотвращает фазовые переходы, приводящие к увеличению объема и появлению трещин. Описаны методы нанесения пористого платинового покрытия на твердотельный электролит, что повышает чувствительность и надежность датчиков. Результаты испытаний продемонстрировали, что сенсоры сохраняют стабильную работу на протяжении 10 000 часов в условиях высоких температур, что подтверждает их практическую применимость для создания надежных отечественных датчиков кислорода. Таким образом, предложенные решения позволяют создать конкурентоспособные устройства для различных отраслей промышленности, способные заменить импортные аналоги и обеспечить технологический суверенитет России.

Перспективы развития.

Благодаря своим уникальным характеристикам и широким возможностям применения, высокотемпературные сенсоры кислорода представляют собой перспективное направление развития технологий

мониторинга и контроля. Они будут востребованы на рынке в ближайшие годы.

Библиографический список

1. Тележко Г.М. Использование газоанализаторов для оптимизации режимов горения топлива / Г.М. Тележко, Е.В. Хойна // Новости теплоснабжения. – 2015. – №4 (176). – URL: www.rosteplo.ru/nt/176 (дата обращения: 12.10.2024).
2. Минэкономразвития РФ. О динамике промышленного производства. – URL: https://www.economy.gov.ru/material/file/f81f480121a7d983c63b9481e94fa6b6/o_dinamike_promyshlennogo_proizvodstva_avgust_2024_goda.pdf (дата обращения: 12.10.2024).
3. Общие принципы производственного экологического контроля и его метрологического обеспечения. – URL: https://docs.yandex.ru/docs/view?tm=1728913849&tld=ru&lang=ru&name=ITS-22.1_2016-Obshchie-printsipy-proizvodstvennogo-ekologicheskogo-kontrolya-i-ego-metrologicheskogo-obespecheniya.pdf (дата обращения: 12.10.2024).
4. Сергиенко Д.В. Разработка технологии получения высокочувствительных сенсоров газов на основе оксида циркония для гибридных сенсорных систем / Д.В. Сергиенко, В.В. Петров, Т.Н. Мясоедова, А.И. Коробкова // «Инженерный вестник Дона» №4/2, 2012 г.
5. Жигачев О.А. Керамические материалы на основе диоксида циркония, под ред. Ю.И. Головина / О.А. Жигачев, Ю.И. Головин, А.В. Умпихин и др. – М.: Техносфера, 2018. – 358 с.
7. Kalyakin A. Combined amperometric-potentiometric oxygen sensor / A. Kalyakin, A. Demin, E. Gorbova, A. Volkov, P. Tsiakaras // Sensors and Actuators B: Chemical. – 2020. – Vol. 313. – 127999. – DOI: 10.1016/j.snb.2020.127999.
8. Liu Y. Structural and electrical properties of ZnO-doped 8 mol% yttria-stabilized zirconia / Y. Liu, L.E. Lao // Solid State Ionics. – 2006. – Vol. 177. – No. 1. – P. 159–163.
9. Verkerk M.J. Effect of impurities on sintering and conductivity of yttria-stabilized zirconia / M.J. Verkerk, A.J.A. Winnubst, A.J. Burggraaf // Journal of Materials Science. – 1982. – Vol. 17. – No. 11. – P. 3113–3122.
10. Юрков А.С. Разработка и способ изготовления электродов для высокотемпературного сенсора кислорода / А.С. Юрков, И.А. Селиванов, М.А. Плетнев // Вестник ИЖГТУ имени М.Т. Калашникова. – 2024. – Т. 27. – №2. – С. 106-113.

¹*Юрков Александр Сергеевич, аспирант, Россия, Чайковский, ООО «ЭРИС»; Россия, Ижевск, ФГБОУ ВО ИжГТУ им. М.Т. Калашникова*

²*Селиванов Илья Алексеевич, Россия, Чайковский, ООО «ЭРИС»*

³*Плетнев Михаил Андреевич, д-р хим. наук, профессор, Россия, Ижевск, ФГБОУ ВО ИжГТУ им. М.Т. Калашникова*

Yurkov Alexandr Sergeevich, Postgraduate Student, Russia, Chaykovsky, LLC «ERIS»; Russia, Izhevsk, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Selivanov Ilya Alekseevich, Russia, Chaykovsky, LLC «ERIS»

Pletnev Mikhail Andreevich, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Russia, Izhevsk, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

К ВОПРОСУ МИНИМИЗАЦИИ КОЛИЧЕСТВА МНОГОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Осипов К.Н.¹, Балакин А.И.²

ON THE QUESTION OF MINIMIZING THE NUMBER OF MULTIPLE MEASUREMENTS

Osipov K.N.¹, Balakin A.I.²

Аннотация. В работе предлагается новый подход к решению задачи выбора наименьшего с точки зрения информационного критерия количества многократных измерений в процессе контроля линейных и угловых размеров. Рабочая гипотеза состоит в том, что увеличение количества многократных измерений, реализуемых в постоянных условиях, вызывает рост информационной избыточности и себестоимости процесса измерений, не вызывая значительного положительного и гарантированного приращения различающей информации, позволяющей судить о степени соответствия оцениваемого размера требованиям технической документации. В связи с этим, количество различающей информации может быть использовано в качестве меры, определяющей минимально необходимый объем многократных измерений, обеспечивающих заданную точность. Предлагаемый подход не привязан к конкретному объекту и поэтому может быть использован для широкого круга машиностроительных изделий.

Abstract. The paper proposes a new approach to solving the problem of selecting the smallest number of multiple measurements in terms of the information criterion in the process of quality control of general-purpose products. The working hypothesis is that an excessive increase in the number of multiple measurements over time leads to an increase in information redundancy and the cost of the measurement process, without causing a significant positive increment in the distinguishing information that allows one to judge the degree of compliance of the product with the requirements of technical documentation. In this regard, the amount of discriminating information can be used as a measure determining the minimum necessary amount of repeated measurements to ensure a given accuracy. required amount of repeated measurements to ensure a given accuracy. The proposed approach is not tied to a specific product and can therefore be used for a wide range of engineering products.

Ключевые слова. Моделирование, теория информации, многократные измерения.

Keywords. Modeling, information theory, multiple measurements.

Постановка задачи в общем виде.

В современном производстве задачи обеспечения требуемой точности и достоверности результатов измерений по-прежнему остаются значимыми и актуальными [1...4]. Результаты измерений отражают не только качество отдельно выпускаемой продукции, но и определяют пригодность изделий, сборочных единиц, агрегатов и т.д. к условиям будущего эксплуатации. Предприятия с целью обеспечения необходимой точности результатов измерений, нередко, используют автоматизированные измерительные устройства с встроенным прикладным программным обеспечением зарубежного производства, такие как координатно-измерительные машины, например, компании Nikon metrology или Faro Arm Edge. В результате они вынуждены тратить дополнительные средства на специфическое техническое обслуживание таких устройств и систематическое обновление программ, обучение части персонала зарубежным технологиям и иностранным языкам. Более того, последнее в значительной степени расходится с курсом правительства Российской Федерации на разработку и импортозамещение критических технологий в отечественной промышленности и не способствует обеспечению технологического суверенитета страны.

К сожалению, имеющиеся в небольшом количестве отечественные аналоги зарубежных систем, которые снабжены собственным (отечественным) программным обеспечением, как правило, уникальны, не всегда допускают гибкость их настроек и использование для разных объектов, что в конечном счете затрудняет их применение при построении гибких производственных систем и модулей, способных в сжатые сроки переходить на выпуск новой продукции заданного качества. При этом, принимая во внимание накопленный опыт в приборостроении, дальнейшее совершенствование отечественных технологий и методов повышения точности результатов измерений сдерживает не столько отсутствие технических средств, сколько отсутствие необходимого универсального математического и, как следствие, информационного (алгоритмического, программного) обеспечения.

Обзор классической и современной научной и технической литературы, например, [1,2,4...7] показал, что, несмотря на важность и очевидность проблемы, примеров ее решения, особенно в количественном виде, к сожалению, недостаточно. Большая часть предлагаемых подходов к обеспечению заданной точности часто базируется на замене средств измерений на более точные, на разработке методов снижения случайных составляющих погрешностей измерений и минимизации дисперсии указанных погрешностей, на введении ограничений на условия проведения измерений [2,7]. В некоторых случаях для повышения точности

многократных измерений предлагается использование автокалибровки средств измерений или методики усреднения результатов измерений, или применение одного из известных методов цифровой фильтрации сигналов, например, фильтра Калмана или фильтра «скользящего среднего» [2,4,7,8].

При этом предлагаемые подходы не учитывают специфику применения аппаратов и средств измерений в условиях мелкосерийных, единичных и ремонтных производств, когда априорная информация о законах распределения и ковариационных матрицах случайных (не систематических) погрешностях средств измерений и, особенно главным образом, измерительных каналов практически отсутствует. Кроме этого отсутствуют публикации, отражающие вопросы оценивания количества потерь различающей информации при сжатии измерительных последовательностей многократных измерений. Еще более сложной оказывается ситуация в случаях применения средств измерений в нестационарных условиях.

Целью данной работы является формирование первого приближения к решению задачи уменьшения количества многократных измерений линейных размеров деталей, реализуемых в постоянных условиях одним средством измерений, без потери различающей информации.

Основной материал.

Допустим, что многократные измерения проводят последовательно в течении ограниченного и конечного промежутка времени T в фиксированные равноотстоящие промежутки ΔT в одинаковых условиях одним средством измерения. Тогда результаты многократных измерений можно представить в виде некоторого n -мерного вектора $x_t = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, содержащего n -е количество однократных измерений, представляющих совокупность выборок из реализации некоторого случайного процесса $x(t)$. В результате процесс измерений можно рассматривать как временной ряд. При этом наибольший интерес представляет вопрос определение размерности этого ряда, т.е. количества однократных повторяющихся измерений.

Академик РАН Ф. В. Гречников в работах [4,5] отмечает, что уменьшение количества контрольных точек измерений в определенных ситуациях может вызывать отклонение полученных результатов измерений от результатов, принятых за базовый вариант, в среднем более чем на 21 % при увеличении стандартного отклонения более чем на 30 %. С другой стороны, необоснованное увеличение количества измерений вызывает снижение производительности труда и увеличение стоимости измерительного процесса.

С целью выбора минимального необходимого количества измерений предлагается следующее. Пусть вектор результатов измерений $x_t = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ содержит n измеренных значений ξ_i -го параметра (линейного размера) с плотностью распределения $p_i(x_n)$. В качестве критерия отличающего ξ_i -е значение параметра с плотностью распределения $p_i(x_n)$ от ξ_j -го параметра с плотностью распределения $p_j(x_n)$ примем логарифм отношения функций правдоподобия $\ln \left| \frac{p_i(x_n)}{p_j(x_n)} \right|$.

Тогда количественно средняя различающая информация, полученная после реализации процесса многократных измерений, для принятия гипотезы в пользу ξ_j -го значения параметра против ξ_i -го значения будет определяться известным выражением, которое называется дивергенцией Кульбака-Лейблера [11]:

$$J_1(i, j) = \int p_i(x_n) \ln \left| \frac{p_i(x_n)}{p_j(x_n)} \right| dx. \quad (1)$$

В общем виде выражение (1) – это безразмерная величина (функционал), являющаяся несимметричной условной мерой удаленности друг от друга двух вероятностных распределений [3,10,11]. Свойства и ограничения использования функционала (1) в качестве меры известны и поэтому здесь не приводятся.

Используя аналогии, можно определить, что средняя различающая информация, полученная после многократных измерений, для различения значений параметра (линейного размера) в пользу ξ_i -го против ξ_j -го будет определяться функционалом:

$$J_2(j, i) = \int p_j(x_n) \ln \left| \frac{p_j(x_n)}{p_i(x_n)} \right| dx. \quad (2)$$

Выражения (1) и (2) дают возможность ввести в рассмотрение понятие полной средней различающей информации в виде функционала, который впервые был сформулирован Х. Джеффрисом в работе [9], а затем исследован в классической работе С. Кульбака [11]:

$$Q(J_1(i, j), J_2(j, i)) = \int [p_i(x_n) - p_j(x_n)] \ln \left| \frac{p_j(x_n)}{p_i(x_n)} \right| dx. \quad (3)$$

Функционал (3) характеризует полную среднюю информацию различения параметров с плотностями распределения $p_i(x_n)$ и $p_j(x_n)$.

Предположим, что вектор результатов многократных измерений может быть преобразован в вектор $u_t = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}$ меньшей размерности ($m < n$) без потери различающей информации в смысле критерия (3), используя невырожденное матричное преобразование:

$$u_t = A \cdot x_t,$$

где A – не сингулярная инвариантная ко времени матрица размером $i \times j$, строками которой являются линейно независимые вектора.

Для вектора $u_t = f(A, x_t)$ функционал (3) примет вид:

$$Q^*(J_1(i, j), J_2(j, i)) = \int [p_i(f(A, x_t)) - p_j(f(A, x_t))] \ln \left| \frac{p_j(f(A, x_t))}{p_i(f(A, x_t))} \right| du. \quad (4)$$

Очевидно, что, при фиксированном значении x_n функционал (4) будет являться функцией от матричного аргумента A , отображающей пространство $R^n \times R^m$ в пространство R^1 .

Учтя последнее, задача минимизации множества количества многократных измерений может быть формализована как задача нахождения значений матричного аргумента A , минимизирующего следующую энергию потери различающей информации в измерительном процессе:

$$\Delta Q = \frac{1}{2} (Q(p_i(y), p_j(y)) - Q^*(p_i(u), p_j(u)))^2 = I_\varepsilon. \quad (5)$$

Используя свойство функционала, которое заключается в том, что он возвращает скалярное значение, будем считать, что энергия потери различающей информации ΔQ будет являться скалярной величиной [3]. Из последнего следует, что задача минимизации функции (5), при условии, что первое слагаемое постоянно, равнозначна задаче максимизации второго слагаемого по матричному аргументу A , т.е. минимум квадрата разности между функционалами (3) и (4) достигается при условии, что $Q^*(J_1(i, j, u), J_2(j, i, u)) \rightarrow Q(J_1(i, j, x), J_2(j, i, x))$.

Отметим, что при подчинении распределений $p_j(x_n)$ и $p_i(x_n)$ нормальному закону распределения с нулевыми математическими ожиданиями и конечными ковариационными матрицами, может быть найдено аналитическое решение поставленной задачи для каждого отдельного конкретного случая с использованием условия экстремума в известном виде:

$$\frac{\partial Q^*(p_i(u), p_j(u))}{\partial A} = 0. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) определяется конкретными условиями измерений и в рамках данной статьи не рассматривается.

Заключение.

Применение рассмотренного подхода в производственном процессе к выбору количества многократных измерений может позволить обеспечить заданную достоверность и точность их результатов для существующих средств измерения без значительного увеличения финансовых затрат. Следует отметить, что данная статья носит теоретический характер, дальнейшее развитие предлагаемого подхода может быть связано с исследованием свойств получаемых результатов и скорости их сходимости для конкретных случаев.

Библиографический список

1. Степанов В.Я. О точности и терминологии измерений / В.Я. Степанов // Известия томского политехнического института имени С.М. Кирова. – 1973. – Том-235. – С.66 – 68.
2. Копп В.Я. Энтропийный подход к анализу метрологических характеристик измерительных приборов в машино-приборостроении: монография / В.Я. Копп [и др.]. – Севастополь: ФГБОУ ВО «СевГУ», 2020. – 340 с.
3. Новиков В.В. Теоретические основы обеспечения безаварийной эксплуатации современных изделий машиностроения: монография / В.В. Новиков, К.Н. Осипов. – Севастополь: ФГАОУ ВО «ЧВВМУ», 2022. – 249 с.
4. Гречников Ф.В. Направления повышения производительности и точности контроля сложных поверхностей на координатно-измерительных машинах / Ф.В. Гречников, О.В. Захаров, А.А. Королев // Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта. – М.: Изд-во Ин-та проблем управления РАН. – 2016. – С. 223-225.
5. Гречников Ф.В. Минимизация объема измерений при контроле цилиндрических поверхностей на основе статистического моделирования / Ф.В. Гречников, А.С. Яковишин, О.В. Захаров // Вестник ПНИПУ «Машиностроение, материаловедение». – 2017. – Том. 19, №4. – С.101-110. DOI: 10/15593/2224-9877/2017.4.07.
6. Печенин В.А. Оптимизация измерений геометрии деталей со сложными поверхностями / В.А. Печенин [и др.] // Измерительная техника. – 2015. – № 3. – С. 18-23.

7. Воячек И.И. Исследование точности измерения линейных размеров деталей на координатно-измерительной машине / И.И. Воячек, С.В. Симутин // Тенденции развития науки и образования. – 2020. – Номер 61-1. – С. 12-15.
8. Денисенко В. Повышение точности путем многократных измерений. Часть 2 / В. Денисенко // В записную книжку инженера. – 2010 г. – СТА-1. – С.98-102.
9. Jeffrey's H. An invariant form for the prior probability in estimation problem / H. Jeffrey's // Proc. Roy. Soc. (London), Ser. A, – Vol. 186, – pp.453-461.
10. Haikin S. Neural networks / S. Hykin. – Moscow: Publishing house «Williams», 2006. – 1103 p
11. Кульбак С. Теория информации и статистика / С. Кульбак – М.: Наука, 1967. – 408 с.

¹*Осипов Константин Николаевич, д-р техн. наук, доц., доцент, knosipov@mail.sevsu.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

²*Балакин Алексей Игоревич, канд. техн. наук, доц., доцент, AIBalakin@sevsu.ru, Россия, Севастополь, ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»*

Osipov Konstantin Nikolaevich, Doctor of Technical Sciences, Docent, Associate Professor, knosipov@mail.sevsu.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University

Balakin Alexey Igorevich, Candidate of Technical Sciences, Docent, Associate Professor, AIBalakin@sevsu.ru, Russia, Sevastopol, Sevastopol State University, Sevastopol, Russia.

АВТОМАТИЗАЦИЯ И ИЗМЕРЕНИЯ В МАШИНО-ПРИБОРОСТРОЕНИИ

Научный журнал
Выпуск №1(29) 2025 г.

16+

Рубрики в соответствии с номенклатурой научных специальностей:

- 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ
- 2.2.8. Методы и приборы контроля и диагностики материалов, изделий, веществ и природной среды
- 2.3.3. Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами

Адрес редакции:

299053, г. Севастополь, ул. Университетская, д. 33.

Телефон редакции: 8(692)550077

<https://www.sevsu.ru/nauka/nt-potencial/pechat-izdaniya-vedushim/avtomatizatsiya-i-izmereniya-v-mashino-priborostroenii>

e-mail: appr.sevgu@yandex.ru

Отпечатано в издательстве СевГУ,

адрес типографии ФГАОУ ВО СевГУ:

299015, г. Севастополь, ул. Курчатова 7.

Публикуемые материалы прошли обязательную процедуру рецензирования и экспертного отбора. Авторы опубликованных материалов несут полную ответственность за подбор и точность приведенных фактов, цитат, данных, имен собственных и прочих сведений.

Редакция не несет ответственности за нарушение авторами исключительных прав на результаты интеллектуальной деятельности третьих лиц. Мнение редакционной коллегии может не совпадать с позицией авторов статей. При перепечатке материалов ссылка на научный журнал «Автоматизация и измерения в машино- приборостроении» обязательна.

Учредитель и издатель

ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет» ул. Университетская, 33.
Севастополь, 299053.

Зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций

№ рег. СМИ: ПИ№ФС77-73958 от 12.окт. 2018 г.

Главный редактор: Филипович Олег Викторович

Подписано к печати 17.03.2025. Заказ 6/2025. Дата выхода в свет: 02 . 04 .2025. Тираж: 50 экз.
Цена свободная. Формат 60×84/8. Бумага офсетная. Объем усл. печ. л. 13,6.

Севастополь, 2025