

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А.Г Рипп, В.В. Довгаленко, В.А. Лисютин

РАКЕТА В ИЗОБАРНОМ РЕЖИМЕ

Учебное пособие
по общей физике
для студентов технических
и естественно-научных специальностей



Севастополь
СевГУ
2026

УДК 536-36:621.453/.457(075.8)
ББК 39.651-01я73
Р537

Р е ц е н з е н т:
Ю.В. Браславский – канд. техн. наук, доцент

Рипп, А.Г.

Р537 Ракета в изобарном режиме: учебное пособие по общей физике для студентов технических и естественно-научных специальностей / А. Г. Рипп, В. В. Довгаленко, В.А. Лисютин ; Севастопольский государственный университет. – Севастополь: СевГУ, 2026. – 18 с.: ил. – Текст: электронный.

Учебное пособие разработано преподавателями кафедры «Физика» СевГУ и предназначено для студентов 1 и 2 курсов технических и естественно-научных специальностей, выполняющих лабораторные работы по дисциплинам: «физика» и «физический практикум». В пособии студентам предлагается познакомиться с изобарным режимом работы ракетного двигателя и экспериментальным путём проверить характер изменения массы газа, а также проверить уравнения кинематики ракеты. Кроме того, студентам предлагается измерить внутренние параметры ракеты – реактивную постоянную, скорость истечения газа и разгонную скорость ракеты. Лабораторная установка, на которой предлагается провести эксперименты, виртуальная.

Пособие содержит краткий теоретический материал, описание лабораторной установки, порядок выполнения лабораторной работы и методы оценки погрешности измерений. Материал изложен подробно и в доступной форме. Для студентов, желающих получить больше информации, в конце пособия приводится список литературы.

УДК 536-36:621.453/.457(075.8)
ББК 39.651-01я73

Учебное пособие рассмотрено и утверждено на заседании кафедры «Физика», протокол № 2 от 28 октября 2025 г.

Работа 74Б. Ракета в изобарном режиме

Цели работы

1. Исследовать характер движения ракеты в изобарном режиме истечения топлива.
2. Измерить внутренние параметры ракеты: реактивную постоянную, скорость истечения газа, и разгонную скорость ракеты.

1. Краткая теория

1.1. Скорость ракеты

Под реактивным движением понимают движение тела за счет изменения его массы. Именно так движутся ракеты – как игрушечные, так и военные, и космические.

Рассмотрим в некоторой инерциальной системе отсчёта ракету массой M , движущуюся со скоростью u . Из ракеты вылетает струя газа со скоростью u относительно ракеты.

Если система ракета – газ является замкнутой, то есть на любую часть этой системы не действуют никакие внешние силы, то, в соответствии с законом сохранения импульса, импульс системы не изменяется с течением времени:

$$\mathbf{p} = \text{const}, \quad \frac{d\mathbf{p}}{dt} = 0.$$

Будем понимать систему ракета – газ как две подсистемы:

- подсистема 1 – ракета с газом (топливом) внутри,
- подсистема 2 – газ, вылетевший из ракеты.

Обозначим $m(t)$ массу газа в ракете в момент времени t . Рассмотрим теперь малый промежуток времени dt и определим изменение импульса системы $d\mathbf{p}$ за время dt .

$$d\mathbf{p}_1 = d[(M + m(t))\mathbf{v}] = dm(t)\mathbf{v} + (M + m(t))d\mathbf{v},$$

а изменение импульса газа $d\mathbf{p}_2$ равно импульсу порции газа, вылетевшей из ракеты за время dt . Масса этой порции равна $dm_2 = -dm(t)$, а её скорость равна $\mathbf{v}_2 = \mathbf{u} + \mathbf{v}$. Тогда

$$d\mathbf{p}_2 = dm_2 \mathbf{v}_2 = -dm(t)(\mathbf{u} + \mathbf{v}).$$

В результате:

$$\begin{aligned} d\mathbf{p} &= d\mathbf{p}_1 + d\mathbf{p}_2 = dm(t)\mathbf{v} + (M + m(t))d\mathbf{v} - dm(t)(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = \\ &= (M + m(t))d\mathbf{v} - dm(t)\mathbf{u}. \end{aligned}$$

Так как $d\mathbf{p}$ должно быть равно нулю, то получаем равенство:

$$(M + m(t))d\mathbf{v} = dm(t)\mathbf{u}. \quad (1)$$

Масса газа внутри ракеты $m(t)$ убывает, поэтому $dm(t) < 0$, и тогда векторы $d\mathbf{v}$ и $\mathbf{u}$ антипараллельны. Следовательно, скорость ракеты за каждый промежуток времени dt прирастает в направлении, противоположном направлению истечения струи газа.

Поэтому, если ракета стартовала из неподвижного состояния, то её скорость будет всегда направлена против скорости $\mathbf{u}$, увеличиваясь по величине. Это значит, что ракета движется *ускоренно и прямолинейно*.

Поделив обе части равенства (1) на dt , придём к равенству, которое называется *уравнением Мещерского*:

$$(M + m(t)) \frac{dv}{dt} = \mathbf{u} \frac{dm(t)}{dt}. \quad (2)$$

Уравнение Мещерского можно понимать, как второй закон Ньютона для реактивного движения, поэтому его правую часть $\mathbf{u} \frac{dm(t)}{dt}$ называют *реактивной силой*.

Если известен закон изменения массы газа в ракете, то есть функция $m(t)$, то уравнение Мещерского – это дифференциальное уравнение относительно функции $v(t)$. Данное уравнение можно решить, даже не зная функцию $m(t)$. Для этого надо использовать метод разделения переменных. Сначала уравнение приводится к виду:

$$dv = \mathbf{u} \frac{dm(t)}{M+m(t)},$$

а затем вычисляются интегралы от обеих частей:

$$\int_0^v dv = \int_{m_0}^m \mathbf{u} \frac{dm}{M+m},$$

где m_0 – начальная масса топлива в ракете.

Если скорость истечения u поддерживается **неизменной**, то $\mathbf{u}$ можно вынести из интеграла в правой части, и тогда интеграл легко вычисляется:

$$v(t) = \mathbf{u} \ln(M + m) \Big|_{m_0}^m = \mathbf{u} \ln \frac{M+m(t)}{M+m_0}.$$

Эту формулу можно записать и в скалярной форме, приравняв модули левой и правой частей:

$$v(t) = u \ln \frac{M+m_0}{M+m(t)}. \quad (3)$$

Из этой формулы вытекает, в частности, один интересный результат: чему равна максимальная скорость, до которой может разогнаться ракета (её называют *разгонной* скоростью)? – Этой скорости ракета достигнет в тот момент времени, когда в ней кончится топливо, то есть – когда $m(t)$ обратится в нуль. Подставив в (3) $m(t) = 0$, получим

$$v_p = u \ln \frac{M+m_0}{M}. \quad (4)$$

Интересно, что величина разгонной скорости ракеты не зависит от характера сгорания топлива, то есть от функции $m(t)$, а зависит только от начальной массы топлива m_0 , скорости истечения u и, конечно, от массы ракеты M . Формула (4) известна под названием *формулы Циолковского*.

1.2. Скорость истечения

Выясним, при каких условиях скорость истечения может быть *неизменной* и от чего она зависит. Будем считать, что ракетный двигатель работает импульсно, причём каждый импульс состоит из двух стадий.

- Первая стадия – *формирование*. Формируется некоторая фиксированная порция газа, которая поступает в рабочую камеру. Это может быть реализовано, например, в результате химической реакции сгорания топлива или в результате нагрева порции газа при ядерной реакции.
- Вторая стадия – *разгон*. Газ из рабочей камеры через сопло вылетает из рабочей камеры, создавая реактивную силу.

С точки зрения времени, основной стадией является вторая, первая стадия – кратковременная, гораздо более короткая, чем вторая. Нас, естественно, интересует стадия разгона, так как именно на ней происходит истечение реактивной струи. Рассмотрим процесс, происходящий с газом в окрестности сопла. Будем считать, что рабочая камера имеет форму цилиндра с площадью сечения S_0 , причём сопло находится на оси цилиндра, и площадь сечения сопла равна S – см. рисунок 1.

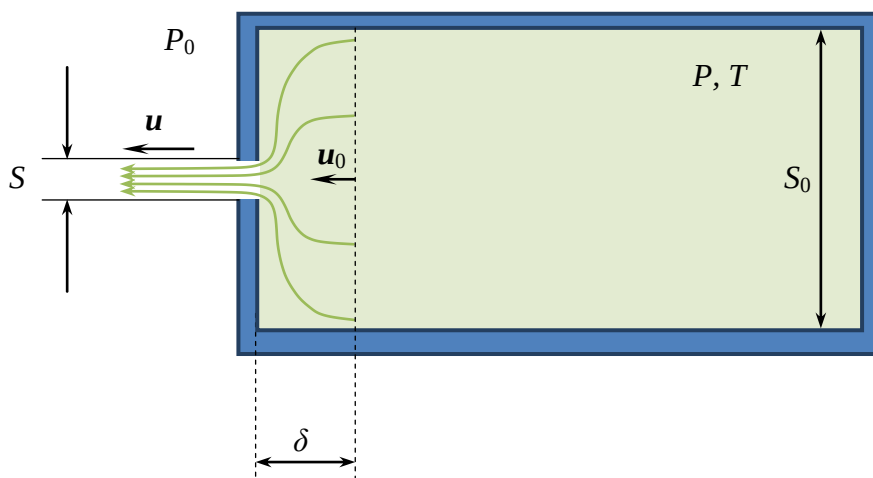


Рис. 1. Рабочая камера

Так как площадь отверстия S , через которое вытекает газ, значительно меньше площади сечения камеры S_0 , то время истечения газа из рабочей камеры значительно больше времени релаксации газа. Это означает, что газ можно считать равновесным практически во всей рабочей камере, за исключением узкого слоя вблизи сопла, в котором газ разгоняется от нулевой скорости до скорости истечения u . Но даже в этом узком слое состояние газа мало отличается от равновесного. Главное отличие состоит в том, что в слое есть упорядоченное движение газа. В остальном слой будем считать равновесным (*квазиравновесным*), то есть в нём давление P , плотность ρ и температура газа T такие же, как и во всей камере.

Считая, что плотность газа в слое везде одинаковая, к нему можно применить уравнения гидродинамики: уравнение *непрерывности* и уравнение *Бернулли*, связывающие друг с другом характеристики двух любых точек сплошной среды. Рассмотрим две точки в слое на оси камеры: одну – на выходе из камеры (в сопле), другую – на расстоянии δ от сопла. Тогда уравнение непрерывности имеет вид

$$Su = S_0 u_0, \quad (5)$$

где u_0 – скорость газа в сечении камеры на расстоянии δ от сопла. Теперь запишем уравнение Бернулли:

$$P_0 + \frac{\rho u^2}{2} + \rho g h_1 = P + \frac{\rho u_0^2}{2} + \rho g h_2,$$

где h_1 и h_2 – высота точек над уровнем Земли.

В данной лабораторной работе предлагается изучение горизонтального движения ракеты в пустоте, поэтому $h_1 = h_2$, $P_0 = 0$. В результате уравнение Бернулли упрощается:

$$\frac{\rho u^2}{2} = P + \frac{\rho u_0^2}{2}.$$

Немного преобразуем это уравнение:

$$\frac{\rho}{2} (u^2 - u_0^2) = P. \quad (6)$$

Из уравнения непрерывности (5) $Su = S_0 u_0$ следует, что $u_0 = \frac{S}{S_0} u$. Тогда

$$u^2 - u_0^2 = u^2 - \left(\frac{S}{S_0} u\right)^2 = \left[1 - \left(\frac{S}{S_0}\right)^2\right] u^2,$$

Введём обозначение:

$$\alpha = 1 - \left(\frac{S}{S_0}\right)^2. \quad (7)$$

С учётом этого равенство (6) можно записать так:

$$\frac{\rho}{2} \alpha u^2 = P,$$

откуда следует формула для скорости истечения:

$$u = \sqrt{\frac{2P}{\alpha\rho}}.$$

Из уравнения Менделеева - Клапейрона следует, что

$$\frac{P}{\rho} = \frac{RT}{\mu}.$$

Тогда формулу для скорости истечения можно записать в виде

$$u = \sqrt{\frac{2R}{\alpha\mu}} T. \quad (8)$$

Следовательно, условие постоянства скорости истечения очень простое: $T = const$, то есть процесс, происходящий с газом в рабочей камере, должен быть *изотермическим*.

1.3. Режимы работы ракетного двигателя

Тот факт, что процесс, происходящий с газом в рабочей камере, изотермический, не определяет, однако, в полной мере этот процесс, так как неясно, как изменяются давление и объём газа. Ответ на этот вопрос естественно искать в уравнении Менделеева - Клапейрона

$$PV = \frac{m(t)}{\mu} RT.$$

Так как масса газа в камере убывает, то произведение PV не остаётся постоянным, как в законе Бойля - Мариотта, а *убывает*. Как меняется при этом каждый из параметров газа (давление и объём), из уравнения Менделеева - Клапейрона *не следует*, так что у разработчика ракетного двигателя есть возможность самому задать закон изменения давления и объёма газа во времени, то есть режим работы двигателя. Режим определяет, в первую очередь, функцию $m(t)$. И хотя, в соответствии с уравнением Циолковского, эта функция не влияет на разгонную скорость ракеты, но она влияет на время разгона.

Наиболее естественным является *изохорный* режим. В этом случае струя газа самопроизвольно вылетает из камеры, так как давление газа в камере больше наружного давления (напоминаем: в предлагаемой вам лабораторной установке снаружи ракеты – вакуум). Однако по мере уменьшения массы газа в камере давление газа постепенно снижается, в результате снижаются скорость выброса массы $\left| \frac{dm(t)}{dt} \right|$ и реактивная сила $u \frac{dm(t)}{dt}$. Для увеличения реактивной силы есть единственный выход: следует принудительно остановить ракетный импульс и начать новый – опять начнётся стадии формирования, и ракета наполнится новой порцией газа при высоком давлении.

Идея второго режима порождена недостатком изохорного режима – убывания реактивной силы со временем, вызванного *падением давления* газа в камере. Поэтому второй режим – *изобарный*. Для поддержания постоянного давления в камере следует на стадии разгона уменьшать объём камеры – например, снабдив камеру поршнем. Убедимся, что в этом случае действительно реактивная сила поддерживается неизменной.

Реактивная сила определяется скоростью выброса массы $\left| \frac{dm(t)}{dt} \right|$. В этом выражении $dm(t)$ – это приращение массы газа в камере за время dt . Масса газа в камере убывает, поэтому $dm(t) < 0$, и $dm(t) = -dm_{out}$, где dm_{out} – это масса порции газа, вылетевшей из сопла ракеты за время dt .

$$dm_{out} = \rho dV.$$

Вылетевшая из сопла порция газа – это цилиндр, площадь сечения которого равна площади сечения сопла S , а длина цилиндрика равна $d\ell = udt$.

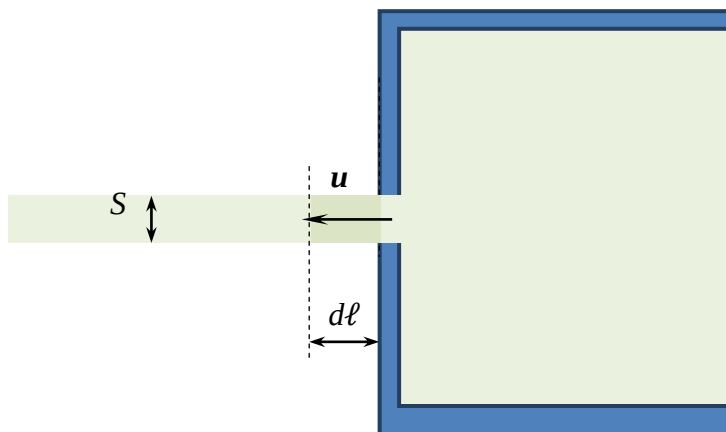


Рис. 2. Вылетающая из камеры порция газа

Таким образом,

$$dm(t) = -\rho dV = -\rho S u dt, \quad \frac{dm(t)}{dt} = -\rho S u. \quad (9)$$

Из уравнения Менделеева - Клапейрона, записанного в виде

$$P\mu = \rho RT,$$

следует, что в изобарном режиме плотность газа тоже не изменяется с течением времени, тогда формула (9) означает, что скорость выброса массы $\left| \frac{dm(t)}{dt} \right|$ и реактивная сила $\mathbf{F}_p = \mathbf{u} \frac{dm(t)}{dt}$ действительно в изобарном режиме *неизменны*.

Могут быть, разумеется, и другие режимы истекания газа в ракетном двигателе, но в данной лабораторной работе вам предлагается исследовать только один режим – *изобарный*.

1.4. Особенности изобарного режима

Главное достоинство изобарного режима состоит в том, что реактивная сила на стадии разгона поддерживается *неизменной*. Для этого камера снабжается поршнем, который по мере уменьшения массы газа в камере уменьшает её объём. Выясним закон убывания массы газа $m(t)$.

Как отмечалось ранее, в изобарном режиме плотность газа ρ неизменна. Поэтому из равенства (9) следует, что масса убывает *линейно*:

$$m(t) = m_0 - \rho S u t = m_0 - \frac{m_0}{v_0} S u t = m_0 \left(1 - \frac{S u}{v_0} t \right). \quad (10)$$

Величина $\frac{S u}{v_0}$ – это постоянный конструктивный параметр ракеты. Назовём его *реактивной постоянной* и обозначим буквой β .

$$\beta = \frac{S u}{v_0}. \quad (11)$$

При этом уравнение (10) выглядит проще:

$$m(t) = m_0 (1 - \beta t). \quad (12)$$

Линейное убывание массы газа означает, что через некоторое время после начала разгона газ в камере кончится. Это время назовём *временем разгона* и обозначим t_p . Из (12) следует, что время разгона – величина, обратная реактивной постоянной β :

$$t_p = \frac{1}{\beta} \quad (13)$$

То, что масса газа убывает со временем линейно, можно проверить экспериментально. Для этого только надо определить *способ измерения* массы. На следующем рисунке 3 показана рабочая камера в некоторый момент времени t .

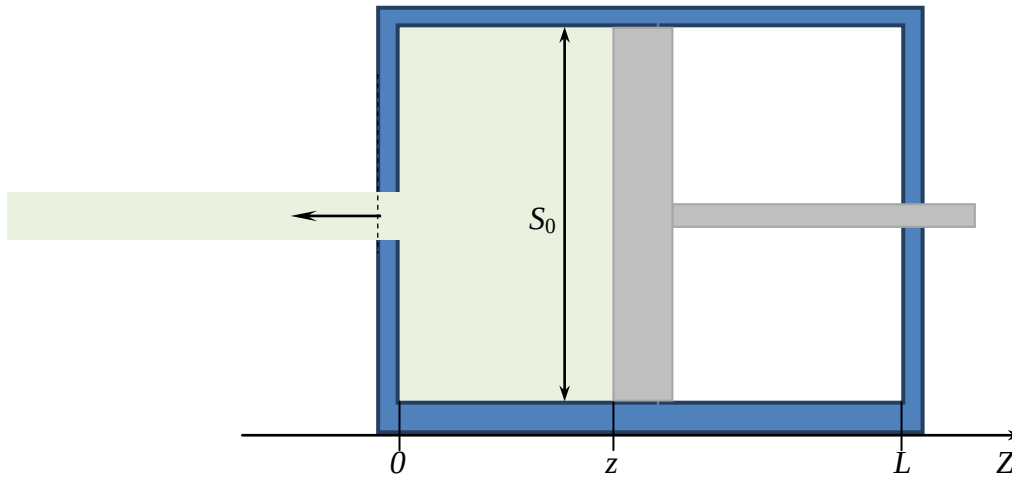


Рис. 3. Камера с поршнем в момент времени t

Если координата поршня равна z , то масса газа равна $m = \rho V = \rho S_0 z$. Плотность газа в стадии разгона может быть определена так: $\rho = \frac{m_0}{v_0}$. Таким образом,

$$m = \frac{m_0}{v_0} S_0 z = \frac{m_0}{L} z,$$

где L – длина камеры. Начальная масса газа m_0 и длина камеры – это постоянные конструктивные параметры камеры, поэтому для измерения массы газа достаточно измерять координату поршня, причём прибор, измеряющий z , следует сразу проградуировать в единицах массы, а показания прибора (массу газа) передавать наблюдателю по каналу телеметрии.

Получив экспериментальную зависимость $m(t)$, экспериментатор может измерить реактивную постоянную β , а также связанные с ней скорость истечения газа u и разгонную скорость v_p .

- Для измерения реактивной постоянной β удобно сначала ввести вспомогательную переменную

$$y = 1 - \frac{m}{m_0}.$$

Тогда формулу (12) можно записать в следующем виде:

$$y(t) = \beta t. \quad (14)$$

Таким образом, для измерения реактивной постоянной β надо просто измерить коэффициент пропорциональности экспериментальной зависимости $y(t)$. Но сначала надо, разумеется, убедиться в том, что эта зависимость действительно прямо пропорциональная. Это является критерием правильности формулы (12), то есть линейного убывания массы газа в камере.

- Для измерения скорости истечения u можно использовать формулу (11), из которой следует:

$$u = \frac{\beta v_0}{s}.$$

- Зная скорость истечения, можно, используя формулу Циолковского (4), измерить разгонную скорость:

$$v_p = u \ln \frac{M+m_0}{M} = u \ln(1+q), \quad q = \frac{m_0}{M} \quad (15)$$

Величина q – это ещё один параметр ракеты, который будем называть *массовым параметром*.

А ещё подстановка формулы (12) в формулу (3) позволяет получить *уравнения кинематики* ракеты.

1. Уравнение для скорости:

$$v(t) = u \ln \frac{1+q}{1+q(1-\beta t)}.$$

В настоящее время в военных и космических ракетах масса топлива сравнима с массой ракеты, так что массовый параметр q порядка 1 и даже больше. Тем не менее, разработчики ракетной техники постепенно добиваются применения всё более эффективного топлива и снижения массового параметра. Ракеты, которые предлагаются вам для изучения в данной лабораторной работе, это – небольшие космические челноки, которые решают задачи работников орбитальных станций. Таким ракетам не надо преодолевать гравитационное поле Земли, поэтому топлива в них совсем немного, и массовый параметр $q \ll 1$. В этом случае уравнение для скорости можно записать в приближённом виде, используя разложение логарифма

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \approx x.$$

$$v(t) = u [\ln(1+q) - \ln(1+q(1-\beta t))] \approx u [q - q(1-\beta t)] = uq\beta t.$$

Итак, в первом приближении уравнение кинематики для скорости имеет вид

$$v(t) = uq\beta t. \quad (16)$$

Из этого уравнения следует, что скорость ракеты на стадии разгона нарастает пропорционально времени. Это означает, что ракета движется равноускоренно – с ускорением $a = uq\beta$.

2. Уравнение для ускорения:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left[u \ln \frac{1+q}{1+q(1-\beta t)} \right] = \frac{uq\beta}{1+q(1-\beta t)}.$$

Из этого уравнения следует, что с течением времени ускорение ракеты нарастает, но это нарастание, по-видимому, незначительное, так как зависимость ускорения от времени определяется только вторым слагаемым в знаменателе $q(1-\beta t)$, а оно много меньше первого слагаемого 1. Максимальное значение второго слагаемого равно q , а $q \ll 1$. Поэтому, если отбросить $q(1-\beta t)$, то получится достаточно хорошее приближение:

$$a = \text{const} = uq\beta, \quad (17)$$

что вполне согласуется с уравнением (16).

3. Уравнение для координаты:

$$x(t) = \int_0^t v(t) dt = u \int_0^t \ln \frac{1+q}{1+q e^{-\beta t}} dt.$$

Интеграл – не простой, но можно и не тратить время на его вычисление, а сразу записать уравнение кинематики в первом приближении, считая движение ракеты *равноускоренным*:

$$x(t) = \frac{at^2}{2}, \quad a = uq\beta. \quad (18)$$

Разумеется, уравнения (16), (17) и (18) справедливы только для стадии разгона, то есть для $t < t_p = \frac{1}{\beta}$. А после разгона (при $t \geq t_p$) на ракету никакие силы не действуют, и она движется *равномерно* с разгонной скоростью v_p . Поэтому уравнения кинематики такие:

$$\begin{cases} x(t) = x_p + v_p t, \\ v(t) = v_p = \text{const} = u \ln(1+q) \approx uq, \\ a = 0. \end{cases} \quad (19)$$

Величина x_p – это *разгонный путь*, то есть расстояние, которое ракета пролетает за время стадии разгона.

Для экспериментальной проверки уравнений кинематики ракеты достаточно проверить только уравнения для координаты, так как, во-первых, уравнения для скорости и ускорения следуют из уравнений для координаты, а во-вторых, экспериментальная установка позволяет прямым способом получить именно зависимость $x(t)$.

Итак, задача эксперимента состоит в получении экспериментальной зависимости $x(t)$ и сравнении её с теоретическим результатом, который выражается двумя формулами:

$$x(t) = \begin{cases} \frac{at^2}{2} & \text{при } t < t_p, \\ x_p + v_p t & \text{при } t > t_p. \end{cases} \quad (20)$$

Интересно, что результаты исследования кинематики ракеты позволяют *независимо* от исследования зависимости $m(t)$ измерить три внутренних параметра ракеты: реактивную постоянную β , разгонную скорость v_p и скорость истечения газа u .

- Реактивная постоянная – это величина, обратная времени разгона: $\beta = \frac{1}{t_p}$, а время разгона t_p можно измерить прямым способом, так как это время, в течение которого координата ракеты квадратично зависит от времени.
- Разгонная скорость v_p – это угловой коэффициент линейной зависимости $x(t) = x_p + v_p t$.
- Наконец, измерив ускорение ракеты на стадии разгона a и зная реактивную постоянную β , можно определить скорость истечения u , так как эти три величины связаны формулой (17) $a = uq\beta$.

2. Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка виртуальная, то есть представляет собой компьютерную программу, имитирующую реальную установку. Программа разработана в Национальном исследовательском Томском политехническом университете.

При включении установки (при запуске программы) открывается начальное окно с названием работы и кнопками **Ход работы**, **Эксперимент**, **Завершение работы**. Вам надо нажать на кнопку **Эксперимент**, и тогда откроется окно, показанное на следующем рисунке 3.

В верхней части окна расположена область визуализации: движущаяся горизонтально ракета с показанной внутри её рабочей камерой и две линейки, показывающие координату ракеты.

Под областью визуализации расположена инструментальная панель: управляющие кнопки, приборы и инструменты.

- Инструмент **Ракета**. Предназначен для выбора одной из 6 ракет, которые отличаются только массой – значение массы показано слева от линейки с ракетами.
- Инструмент **Топливо**. Предназначен для выбора газа, которым на этапе формирования заполняется рабочая камера (7 вариантов). После выбора газа появляются значения параметров газа: масса (начальная), температура, молярная масса, объём и давление.
- Инструмент **Диаметр сопла**. Позволяет выбирать диаметр сопла в диапазоне от 10 мм до 30 мм.

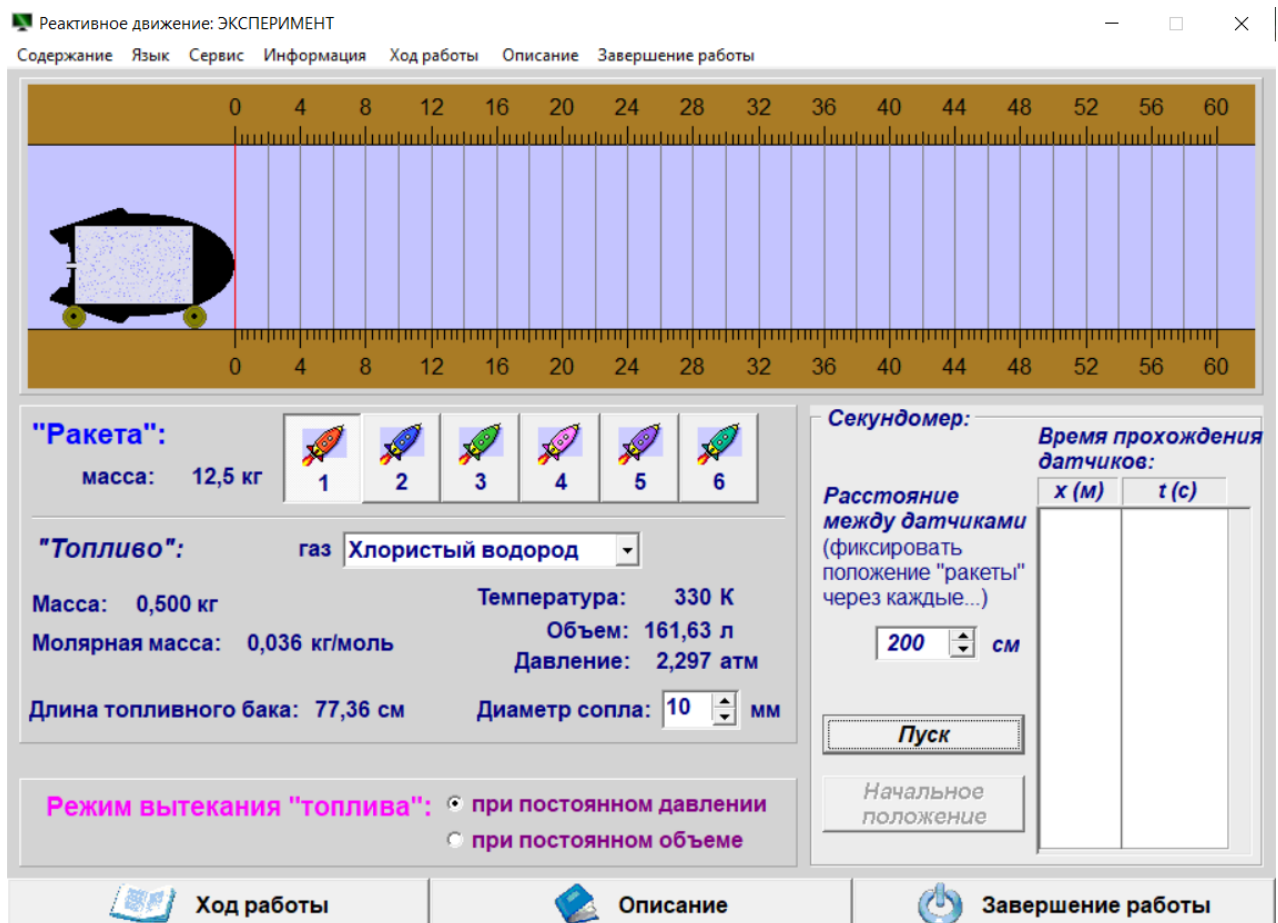


Рис. 3. Окно «Эксперимент»

- Инструмент **Режим вытекания топлива**. Позволяет выбирать один из двух режимов работы ракетного двигателя: *изобарный* (при постоянном давлении) и *изохорный* (при постоянном объёме).
- Прибор **Секундомер**. Он фиксирует моменты времени t_i прохождения ракеты мимо датчиков, расположенных вдоль её пути. Эти моменты и координаты датчиков x_i в ходе эксперимента появляются в окне **Время прохождения датчиков**. Расстояние между датчиками можно менять – от 200 см до 600 см с шагом 50 см.
- Кнопка **Пуск**. При нажатии на эту кнопку ракета начинает разгон и одновременно включается секундомер. Сама кнопка превращается в кнопку **Стоп**.

3. Порядок выполнения работы

Включите режим **Эксперимент** и обратитесь к преподавателю для того, чтобы он выбрал для вас ракету. Затем вам нужно будет выполнить два эксперимента. Но перед этим заполните таблицу 1 «Условия экспериментов» и таблицу 2 «Расчётные значения параметров ракетного двигателя».

Таблица 1

Условия экспериментов

Ракета			
Масса ракеты	M	кг	
Газ			
Давление газа	P	атм	
Начальная масса газа	m_0	кг	
Молярная масса	μ	кг/моль	
Температура	T	К	
Длина камеры	L	см	
Начальный объём камеры	V_0	л	
Диаметр сопла	d	мм	
Газовая постоянная	R	Дж/(моль·К)	8,31446
Погрешности прямых измерений и заданных величин	$\Delta(t)$	с	
	$\Delta(x)$	м	
	$\Delta(M)$	кг	
	$\Delta(m)$	кг	
	$\Delta(\mu)$	кг/моль	
	$\Delta(L)$	см	
	$\Delta(V_0)$	л	
	$\Delta(d)$	мм	

Расчётные значения параметров ракетного двигателя

Сечение камеры	S_0	см ²	
Сечение сопла	S	см ²	
Сопловый параметр	$\alpha = 1 - (S/S_0)^2$		
Массовый параметр	$q = m_0/M$		
Скорость истечения газа	u	м/с	
Реактивная постоянная	β	с ⁻¹	
Разгонная скорость	v_p	м/с	
Погрешности	$\varepsilon(S)$	%	
	$\Delta(S)$	см ²	
	$\varepsilon(q)$	%	
	$\Delta(q)$		

Напоминаем: для расчёта скорости истечения газа, реактивной постоянной и разгонной скорости используйте формулы (8), (11) и (15):

$$u = \sqrt{\frac{2R}{\alpha\mu}}T,$$

$$\beta = \frac{Su}{v_0},$$

$$v_p = u \ln(1 + q).$$

Эксперимент 1. Исследование зависимости массы ракеты от времени

- 3.1.** Сначала получите экспериментальную зависимость координаты ракеты от времени, она вам будет нужна и для второго эксперимента. Для этого установите минимальное расстояние между датчиками и нажмите кнопку **Пуск**.
- 3.2.** После того, как опыт закончится, и ракета вылетит за пределы области визуализации, перенесите информацию из окна **Время прохождения датчиков** в следующую таблицу 3.

Таблица 3

Зависимость координат ракеты от времени

x	t	x	t	x	t
м	с	м	с	м	с
0	0	22	0	42	
2		24		44	
4		26		46	
...		...		...	
...		40		60	
20					

- 3.3.** Для того чтобы получить экспериментальную зависимость массы газа в ракете от времени $m(t)$, измерьте массу газа в моменты прохождения ракеты мимо датчиков. Для этого каждый раз надо действовать так.

- Нажмите кнопку **Начальное положение**, а затем кнопку **Пуск**.
- Наблюдайте за движением ракеты и в момент времени, когда она подлетает к выбранному вами датчику, нажмите кнопку **Стоп**. Если вы промахнулись и нажали кнопку **Стоп** немного раньше или позже того момента, когда ракета была у датчика, повторите опыт.

После того, как вы решите, что опыт прошёл успешно, запишите в таблицу 4 результаты опыта: время t прохождения ракетой датчика (из таблицы 3) и массу газа m , которую вам выдала установка (в разделе **Топливо**) в момент, когда вы нажали кнопку **Стоп**.

Эту операцию вам надо проделывать до тех пор, пока масса газа *не равна* нулю. Результаты опытов, в которых $m = 0$, в таблицу 4 уже заносить не надо.

Закончив опыты, оцените погрешность измерения массы газа в момент прохождения ракеты мимо датчиков, главная причина данной погрешности – естественная неточность действий экспериментатора. Запишите вашу оценку в таблицу 1.

Таблица 4

Зависимость массы газа в ракете m от времени t

Номер опыта	t	m	$y = 1 - m/m_0$	$\Delta(y)$
	с	кг		
1	0			
2				
...				
...				

- 3.4.** Выяснив, между какими датчиками летит ракета в момент времени, когда в ней кончается газ, измерьте разгонный путь ракеты x_p и оцените погрешность этого измерения.
- 3.5.** Используя данные в таблице 4, постройте два графика: зависимости массы газа от времени и зависимость переменной $y = \left(1 - \frac{m}{m_0}\right)$ от времени t . Нанесите на график планки погрешностей и линию тренда.
- 3.6.** Прокомментируйте каждый из построенных графиков.
- 3.7.** Так как реактивная постоянная β равна угловому коэффициенту зависимости $y(t)$ – см. формулу (14), то значение β показывает уравнение тренда, а кроме того, это значение можно узнать с помощью функции ЛИНЕЙН, которая дополнительно выдаёт ещё и погрешность измерения $\Delta(\beta)$. Измерив значение реактивной постоянной, измерьте и связанные с ней два конструктивных параметра ракеты – скорость истечения газа u и разгонную скорость v_p , для чего используйте формулы (11) и (15):

$$u = \frac{\beta v_0}{s}, \quad v_p = u \ln(1 + q).$$

Удобно определить значения всех трёх параметров с помощью следующей таблицы 5.

Реактивная постоянная β , скорость истечения газа u
и разгонная скорость ракеты v_p

Величина	β	u	v_p
Размерность	с^{-1}	м/с	м/с
Значение			
Абсолютная погрешность			
Относительная погрешность			

Эксперимент 2. Исследование кинематики ракеты

3.8. Все прямые измерения вами уже проделаны и записаны в таблице 3. По данным этой таблицы постройте график зависимости координаты ракеты от времени $x(t)$. Этот график постройте как *два* графика: для стадии разгона ($t < t_p$) и для стадии свободного движения (после окончания разгона – при $t > t_p$). Точки и линии на каждой из двух частей графика изобразите своим цветом, а в диалоговом окне «элементы диаграммы» включите режим «легенда». Кроме того, для того, чтобы чётко отделить друг от друга две части графика, отметьте на оси времени точку $t = t_p$, а на оси координат точку $x = x_p$ и проведите через них пунктирные линии.

Прокомментируйте график.

3.9. Зная время разгона t_p , определите реактивную постоянную β и сравните результат с тем, который получился в эксперименте 1.

3.10. Сравните значение разгонной скорости v_p , которое вам выдало одно из уравнений тренда, с результатом её измерения в эксперименте 1.

3.11. Второе из уравнений тренда вам выдаст значение ускорения ракеты a на стадии разгона. Зная ускорение и реактивную постоянную, определите скорость истечения газа u . Результат тоже сравните с тем, который вы получили в эксперименте 1.

3.12. Сформулируйте общие выводы по лабораторной работе.

4. Оценка погрешностей измерений

4.1. Погрешность измерения координат ракеты.

В окне **Время прохождения датчиков** координаты ракеты x выдаются в метрах, с одним знаком после запятой. Поэтому погрешность $\Delta(x)$ можно было бы оценить как 0,1 м. Однако реально в лабораторной установке датчики положения ракеты установлены точнее: их координаты выверены с точностью 1 – 2 см. Поэтому рекомендуется принять $\Delta(x) = 0,02$ м.

4.2. Погрешность измерения времени.

Значения времени выдаются в том же окне **Время прохождения датчиков** в секундах с четырьмя цифрами после запятой, поэтому можно считать, что $\Delta(t) = 0,0001$ с.

4.3. Погрешность измерения массы газа.

Как указано в разделе 3, главная причина этой погрешности – естественная не-точность действий экспериментатора, так что вам надо оценить данную погрешность самостоятельно.

4.4. Погрешность значения массового параметра $q = \frac{m_0}{M}$.

Из формулы для q следует:

$$\varepsilon(q) = \varepsilon(m_0) + \varepsilon(M), \quad \Delta(M) = M \cdot \varepsilon(M).$$

4.5. Погрешность значения площади сечения сопла S .

Площадь сечения сопла связана с диаметром сопла формулой $S = \pi \frac{d^2}{4}$, из которой следует:

$$\varepsilon(S) = 2\varepsilon(d), \quad \Delta(S) = S\varepsilon(S).$$

4.6. Погрешность измерения скорости истечения газа u .

Скорость истечения измеряется косвенным способом, для чего используется формула (13) $u = \frac{\beta V_0}{S}$. Исходя из этой формулы, а также из того, что $S = \pi \frac{d^2}{4}$, получаем:

$$\varepsilon(u) = \varepsilon(\beta) + \varepsilon(V_0) + \varepsilon(S), \quad \Delta(u) = u\varepsilon(u).$$

4.7. Погрешность измерения разгонной скорости ракеты v_p .

Разгонная скорость тоже измеряется косвенным способом, для чего используется формула (15) $v_p = u \ln(1 + q)$. Из этой формулы следует:

$$\varepsilon(v_p) = \varepsilon(u) + \varepsilon[\ln(1 + q)];$$

$$\Delta[\ln(1 + q)] = \left| \frac{d}{dq} \ln(1 + q) \right| \Delta(q) = \frac{\Delta(q)}{(1 + q)}.$$

Так как $q \ll 1$, то $(1 + q) \approx 1$, и тогда

$$\Delta[\ln(1 + q)], \varepsilon[\ln(1 + q)] = \frac{\Delta(q)}{\ln(1 + q)}.$$

Используем разложение логарифма

$$\ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

Тогда в первом приближении $\ln(1 + q) = q$, и в итоге

$$\varepsilon[\ln(1 + q)] = \frac{\Delta(q)}{q} = \varepsilon(q),$$

$$\varepsilon(v_p) = \varepsilon(u) + \varepsilon(q), \quad \Delta(q) = q\varepsilon(q).$$

5. Контрольные вопросы

- 5.1. Какое движение называется реактивным?
- 5.2. Напишите уравнение Мещерского и объясните, какие величины входят в это уравнение.
- 5.3. Что такое реактивная сила?
- 5.4. Напишите формулу Циолковского и объясните, какие величины входят в эту формулу.
- 5.5. От чего зависит скорости истечения газа из сопла ракеты?
- 5.6. При каком условии скорость истечения газа не изменяется в процессе работы ракетного двигателя?
- 5.7. Что такое реактивная постоянная?
- 5.8. Какой вид имеют уравнения кинематики ракеты при изобарном режиме работы двигателя?
- 5.9. Как измеряется реактивная постоянная в эксперименте 1 и в эксперименте 2?
- 5.10. Как измеряется разгонная скорость ракеты в эксперименте 2?

6. Литература

- 6.1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 1. – М., Наука, 1989.
- 6.2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М., Высшая школа, 1989.
- 6.3. Кравченко Н.С., Ревинская О.Г. Лабораторный практикум по изучению моделей физических процессов на компьютере. – Томск, Издательство НИ ТПУ, 2007.
- 6.4. Рипп А.Г. Обработка измерений. Методическое пособие. – СНУЯЭП, 2012.

Учебное издание

**Рипп Александр Гешелевич
Довгаленко Владимир Васильевич
Лисютин Виктор Александрович**

**РАКЕТА
В ИЗОБАРНОМ РЕЖИМЕ**

Учебное пособие

В авторской редакции

Изд. № 218/2025. Объем 1,25 п.л. Усл. печ. л. 1,16. Уч. изд. л. 1,23.
Издательский центр ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»