

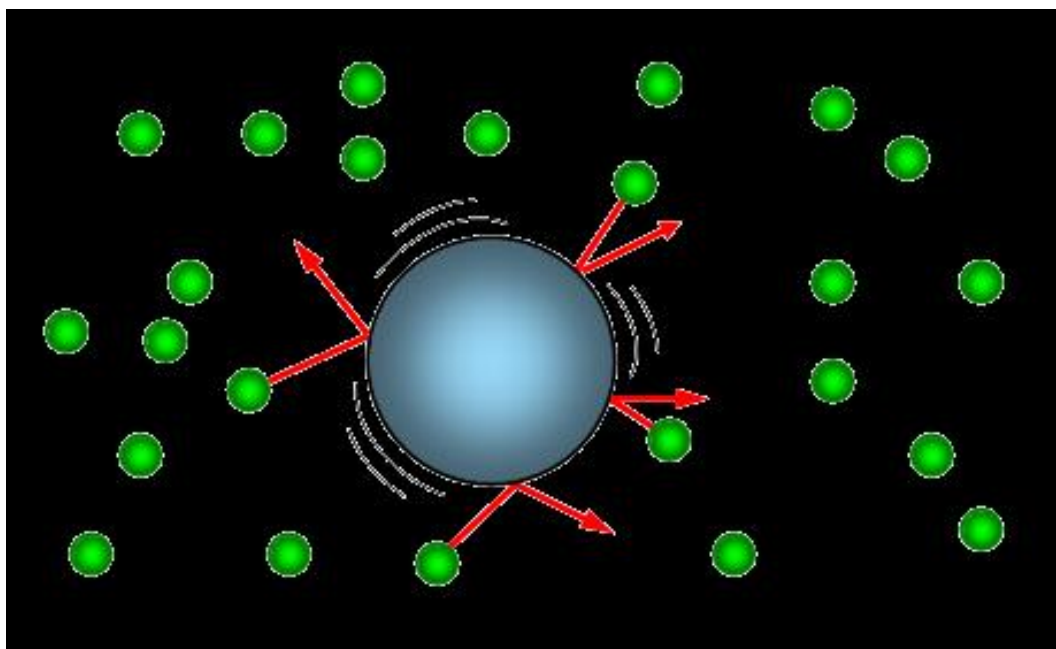
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А. Г. Рипп, О.В. Матузаева

БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

Учебное пособие
по общей физике
для студентов технических
и естественно-научных специальностей



Севастополь
СевГУ
2026

УДК 536.95(075.8)
ББК 22.317.2я73
Р537

Р е ц е н з е н т :
С.А. Чернявская – канд. физ.-мат. наук, доцент

Рипп А. Г.

Р537 Броуновское движение: учебное пособие по общей физике для студентов технических и естественно-научных специальностей / А. Г. Рипп, О. В. Матузаева ; Севастопольский государственный университет. – Севастополь: СевГУ, 2026. – 13 с.: ил. – Текст : электронный.

Учебное пособие разработано преподавателями кафедры «Физика» СевГУ и предназначено для студентов 1 и 2 курсов технических и естественно-научных специальностей, выполняющих лабораторные работы по дисциплинам: «Физика» и «Физический практикум». В пособии студентам предлагается познакомиться с особенностями движения броуновских частиц – в первую очередь, с формулой Эйнштейна – Смолуховского. Лабораторная установка, на которой предлагается провести эксперименты, виртуальная.

Пособие содержит краткий теоретический материал, описание лабораторной установки, порядок выполнения лабораторной работы и методы оценки погрешности измерений. Материал изложен подробно и в доступной форме. Для студентов, желающих получить больше информации, в конце пособия приводится список литературы.

УДК 536.95(075.8)
ББК 22.317.2я73

Учебное пособие рассмотрено и утверждено на заседании кафедры «Физика», протокол № 2 от 28 октября 2025 г.

Работа 24. Броуновское движение

Цель работы

Целью данной лабораторной работы является изучение движения броуновской частицы и экспериментальная проверка формулы Эйнштейна – Смолуховского.

1. Краткая теория

Под броуновским движением понимают хаотическое движение микроскопических частиц, взвешенных в жидкости или газе, происходящее под действием ударов молекул окружающей среды. Это явление впервые исследовано английским ботаником Робертом Броуном, который в 1827 г. наблюдал в микроскоп движение частиц цветочной пыльцы, взвешенной в воде. Частицы движутся хаотически, быстро меняя направление скорости.

Теория броуновского движения разработана в 1905 – 1906 годах независимо друг от друга Альбертом Эйнштейном и польским физиком Марианом Смолуховским. Рассмотрим основные элементы и результаты этой теории.

Причина хаотичности движения броуновской частицы – та же, что и причина хаотичности молекулярного движения: столкновения частицы с молекулами среды. Выясним, как далеко перемещается частица за время t . Будем считать, что в некоторый момент времени, принятый за начальный ($t = 0$) частица находится в начале координат и её радиус-вектор равен нулю. Обозначим $t_1, t_2, t_3, \dots$ моменты времени, в которые частица, сталкиваясь с молекулами среды, меняет скорость своего движения, а $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \dots$ – радиус-векторы смещений частицы между отдельными столкновениями, эти радиус-векторы показаны на рисунке 1.

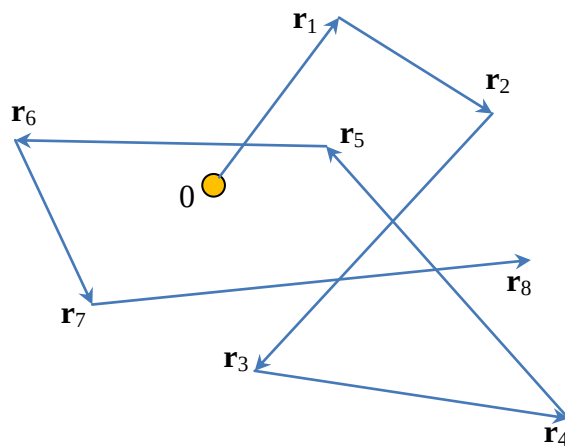


Рис. 1. Хаотические смещения броуновской частицы.

Радиус-вектор частицы в момент времени $t = t_n$ равен сумме n смещений:

$$\mathbf{r}(t) = \sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i.$$

Вектор $\mathbf{r}$ – случайный, так как он представляет собой сумму случайных векторов, поэтому он не может быть мерой перемещения частицы от начального положения за время t . Попробуем его усреднить.

$$\langle \mathbf{r}(t) \rangle = \langle \sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i \rangle = \sum_{i=1}^n \langle \mathbf{r}_i \rangle.$$

Если среда, в которой движется частица, однородная, то все направления каждого смещения $\mathbf{r}_i$ *равновероятны*, поэтому $\langle \mathbf{r}_i \rangle = \mathbf{0}$, а тогда и $\langle \mathbf{r}(t) \rangle = \mathbf{0}$. Итак, среднее значение вектора $\mathbf{r}$ тоже не годится на роль количественной характеристики перемещения броуновской частицы за время t . Тогда попробуем перейти от вектора $\mathbf{r}$ к его модулю. Оказывается, что удобнее пользоваться квадратом модуля, который равен квадрату вектора $r^2 = \mathbf{r}^2 = (\mathbf{r}\mathbf{r})$.

$$r^2 = \sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i \sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i = \sum_{(i,j)}^n \mathbf{r}_i \mathbf{r}_j = \sum_{i=1}^n r_i^2 + \sum_{\substack{(i,j) \\ i \neq j}}^n \mathbf{r}_i \mathbf{r}_j = \sum_{i=1}^n r_i^2 + \sum_{\substack{(i,j) \\ i \neq j}}^n \mathbf{r}_i \mathbf{r}_j.$$

Естественно, что r^2 – величина случайная, поэтому усредним её.

$$\langle r^2 \rangle = \sum_{i=1}^n \langle r_i^2 \rangle + \sum_{\substack{(i,j) \\ i \neq j}}^n \langle \mathbf{r}_i \mathbf{r}_j \rangle. \quad (1)$$

В первой сумме все слагаемые совершенно одинаковые, так как все смещения $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \dots$ равноправны, иными словами, это – независимые случайные векторы с одним и тем же распределением вероятности. Тогда

$$\sum_{i=1}^n \langle r_i^2 \rangle = na^2, \quad (2)$$

где a^2 – средний квадрат одного смещения:

$$a^2 = \langle r_1^2 \rangle = \langle r_2^2 \rangle = \langle r_3^2 \rangle = \dots$$

Надо ещё учесть, что количество смещений частицы за заданное время t – величина случайная, поэтому формулу (2) надо поправить так:

$$\sum_{i=1}^n \langle r_i^2 \rangle = \langle n \rangle a^2 = vta^2, \quad (3)$$

где v – частота столкновений частицы с молекулами среды.

Для вычисления второй суммы в формуле (1) учтём правило теории вероятностей, что среднее значение $\langle xy \rangle$ произведения двух независимых случайных величин равно произведению средних: $\langle xy \rangle = \langle x \rangle \langle y \rangle$. Тогда

$$\langle \mathbf{r}_i \mathbf{r}_j \rangle = \langle \mathbf{r}_i \rangle \langle \mathbf{r}_j \rangle = 0.$$

В итоге и вся вторая сумма $\sum_{\substack{(i,j) \\ i \neq j}}^n \langle \mathbf{r}_i \mathbf{r}_j \rangle$ равна нулю.

Таким образом получаем:

$$\langle r^2 \rangle = (va^2)t. \quad (4)$$

Это выражение – простейшая форма записи *формулы Эйнштейна – Смолуховского*. Его смысл: средний квадрат смещения броуновской частицы от начального положения *пропорционален времени* движения частицы.

От чего ещё зависит средний квадрат смещения броуновской частицы? – Безусловно, от *свойств среды*, причём, в первую очередь, от её вязкости η . Чем больше

вязкость, тем сильнее среда ограничивает движение частицы и тем меньше $\langle r^2 \rangle$. Значит, коэффициент пропорциональности в формуле (4) (va^2) должен зависеть от η , и зависимость эта должна быть *обратной*. А ещё средний квадрат смещения броуновской частицы, безусловно, зависит от *температуры* среды и *размера* частицы. Поэтому над формулой (4) надо ещё поработать, чтобы она стала более информативной, или получить её каким-то другим путём.

В 1908 году эту задачу решил французский физик Поль Ланжевен. Для этого он сначала записал для броуновской частицы Второй закон Ньютона:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F}.$$

Сила $\mathbf{F}$ создаётся теми молекулами, которые ударяют по частице. Естественно, эта сила случайная, однако её усреднение должно привести к *макроскопической* силе, которая действует на частицу со стороны среды. В горизонтальной плоскости такой силой является только сила внутреннего трения (сила сопротивления среды), которую для небольших скоростей тела, движущего в среде, записывают так:

$$\mathbf{F}_c = -b\mathbf{v},$$

где v – скорость тела, b – коэффициент сопротивления среды, зависящий от формы тела и вязкости среды.

Так вот, П. Ланжевен записал случайную силу, действующую на броуновскую частицу, в виде двух слагаемых:

$$\mathbf{F} = \langle \mathbf{F} \rangle + \Delta \mathbf{F},$$

Первое слагаемое – это средняя сила, равная силе сопротивления среды $\mathbf{F}_c$, второе – случайная добавка, среднее значение которой равно нулю. Итак, получилось следующее уравнение:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -b \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \Delta \mathbf{F}. \quad (5)$$

Разумеется, это уравнение справедливо только для горизонтальной плоскости, в которой не действуют сила тяжести и сила Архимеда. Удобно перейти от векторов к скалярам. Поэтому будем считать, что в горизонтальной плоскости расположены оси OX и OY , тогда уравнение (5) в проекциях на одну из этих осей (например, OX) имеет вид:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} = \Delta F_x. \quad (6)$$

С этим дифференциальным уравнением можно поступить двумя способами.

Первый способ:

- решить его и получить функцию $x(t)$;
- возвести результат в квадрат, то есть получить функцию $x^2(t)$;
- усреднить функцию, то есть получить $\langle x^2 \rangle$;

- записать по аналогии выражение для $\langle y^2 \rangle$, а затем получить формулу для среднего квадрата смещения $\langle r^2 \rangle = \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle$, то есть формулу Эйнштейна – Смолуховского в более информативной форме.

Второй способ:

- преобразовать дифференциальное уравнение (6) так, чтобы в нём неизвестной функцией была не $x(t)$, а $x^2(t)$;
- решить преобразованное дифференциальное уравнение и получить функцию $x^2(t)$;
- далее действовать так же, как и в первом способе.

П. Ланжевен использовал второй способ. Для этого он умножил левую и правую части уравнения (6) на x :

$$mx \frac{d^2 x}{dt^2} + bx \frac{dx}{dt} = x \Delta F_x. \quad (7)$$

Произведение $x \frac{dx}{dt}$ равно:

$$x \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} x^2. \quad (8)$$

Вычислим производные от обеих частей этого равенства:

$$\frac{d}{dt} \left(x \frac{dx}{dt} \right) = \frac{dx}{dt} \frac{dx}{dt} + x \frac{d^2 x}{dt^2} = \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + x \frac{d^2 x}{dt^2},$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \frac{d}{dt} x^2 \right) = \frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2} x^2.$$

Эти производные должны быть равны друг другу:

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + x \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2} x^2,$$

откуда следует, что

$$x \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2} x^2 - \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2} x^2 - v_x^2. \quad (9)$$

С учётом (8) и (9) дифференциальное уравнение (7) приводится к виду:

$$\frac{m}{2} \frac{d^2}{dt^2} x^2 - mv_x^2 + \frac{b}{2} \frac{d}{dt} x^2 = x \Delta F_x. \quad (10)$$

Вот и получилось дифференциальное уравнение, в котором неизвестная функция – не $x(t)$, а $x^2(t)$. Теперь его надо *усреднить*.

$$\frac{m}{2} \left\langle \frac{d^2}{dt^2} x^2 \right\rangle - \langle mv_x^2 \rangle + \frac{b}{2} \left\langle \frac{d}{dt} x^2 \right\rangle = \langle x \Delta F_x \rangle. \quad (11)$$

Рассмотрим по отдельности все члены этого уравнения.

1. Если среда однородна, то сила, с которой молекулы среды ударяют по частице, не зависит от того, в каком месте находится частица. Поэтому x и ΔF_x – это независимые случайные величины, так что

$$\langle x \Delta F_x \rangle = \langle x \rangle \langle \Delta F_x \rangle.$$

Так как $\langle \Delta F_x \rangle = 0$, то правая часть дифференциального уравнения (11) – это нуль.

2. В теории вероятностей доказывается, что для любой функции $f(x)$ от случайной переменной x выполняется равенство

$$\left\langle \frac{df}{dx} \right\rangle = \frac{d}{dx} \langle f \rangle.$$

Тогда

$$\left\langle \frac{d}{dt} x^2 \right\rangle = \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle, \quad \left\langle \frac{d^2}{dt^2} x^2 \right\rangle = \frac{d}{dt} \left\langle \frac{d}{dt} x^2 \right\rangle = \frac{d^2}{dt^2} \langle x^2 \rangle.$$

3. Так как, в соответствии с законом равномерного распределения средней кинетической энергии по степеням свободы, $\left\langle \frac{mv_x^2}{2} \right\rangle = \frac{1}{2} kT$, то

$$\langle mv_x^2 \rangle = kT.$$

Итак, уравнение (11) приводится к виду

$$\begin{aligned} \frac{m}{2} \frac{d^2}{dt^2} \langle x^2 \rangle - kT + \frac{b}{2} \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle &= 0, \\ \frac{d^2}{dt^2} \langle x^2 \rangle + \frac{b}{m} \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle - \frac{2kT}{m} &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Это – линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Решить его совсем нетрудно, что П. Ланжевен и сделал. Однако можно поступить проще: у нас ведь уже есть решение, это – формула Эйнштейна – Смолуховского (4)

$$\langle r^2 \rangle = (va^2)t.$$

Так как $\langle r^2 \rangle = \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle$, причём для однородной среды оба слагаемых должны быть одинаковыми, то

$$\langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = \frac{va^2}{2} t.$$

Поэтому достаточно подставить данную формулу в уравнение (12) и выяснить, *при каких условиях* формула Эйнштейна – Смолуховского удовлетворяет этому уравнению. Подстановка даёт:

$$\frac{b}{m} \frac{va^2}{2} - \frac{2kT}{m} = 0, \quad \Rightarrow \quad va^2 = 4 \frac{kT}{b}.$$

В результате формулу Эйнштейна – Смолуховского (4) можно записать так:

$$\langle r^2 \rangle = 4 \frac{kT}{b} t. \quad (13)$$

Эта формула немного информативней, чем (4) – в ней появилась температура, и теперь ясно, что броуновская частица тем дальше удаляется от своего начального положения, чем выше температура среды. Этот факт понятен – с ростом температуры молекулы среды двигаются всё быстрее и в результате всё сильнее ударяют по броуновской частице. Однако из формулы (13) не видно, как средний квадрат смещения

частицы зависит от вязкости среды и размеров частицы. По-видимому, от этих факторов зависит коэффициент сопротивления среды b .

В 19 веке один из основателей гидродинамики английский физик Джордж Стокс получил формулу для коэффициента сопротивления в предположении, что тело имеет сферическую форму. Эта формула с тех пор называется *формулой Стокса*, и она имеет следующий вид:

$$b = 3\pi d\eta,$$

где d – диаметр тела, а η – динамическая вязкость среды.

Вполне естественно считать, что броуновские частицы – это маленькие шарики, так что формула Стокса для них применима. Тогда из (13) следует формула Эйнштейна – Смолуховского в достаточно информативном виде:

$$\langle r^2 \rangle = \frac{4}{3} \frac{kT}{\pi d \eta} t. \quad (14)$$

Из этой формулы следуют два вывода. Во-первых, как и ожидалось, средний квадрат смещения частицы находится в *обратной* зависимости от вязкости среды η . Во-вторых, маленькие частицы перемещаются на *более далёкие* расстояния, чем большие, это вполне понятный результат, ведь большие частицы – более инертны.

Замечание.

Есть ещё одна форма записи формулы Эйнштейна – Смолуховского, менее информативная, чем (13), но зато самая короткая. Эйнштейн, занимаясь теорией броуновского движения, получил попутно интересный результат, который с тех пор называется *соотношением Эйнштейна*:

$$\frac{kT}{b} = D,$$

где D – это коэффициент диффузии. С учётом этого соотношения формулу (13) можно записать так:

$$\langle r^2 \rangle = 4Dt.$$

Теорию броуновского движения проверил, проведя в 1908 – 1909 годах тщательные экспериментальные исследования, французский физик Жан Перрен. Теория прекрасно подтвердилась. Кроме того, Ж. Перрену удалось, используя формулу Эйнштейна – Смолуховского (14), с высокой точностью измерить постоянную

Больцмана k и связанное с ней число Авогадро: $N_a = \frac{R}{k}$.

В предлагаемой лабораторной работе вам надлежит экспериментальным путём проверить тот факт, что средний квадрат смещения броуновской частицы от начального положения $\langle r^2 \rangle$ пропорционален времени наблюдения t .

Кроме того, определив коэффициент пропорциональности m в зависимости $\langle r^2 \rangle$ от t , вам нужно будет измерить две характеристики среды, в которой двигаются броуновские частицы: *коэффициент сопротивления b и вязкость η* . Так как из формулы Эйнштейна – Смолуховского (13) следует, что

$$m = \frac{4kT}{b},$$

то, зная коэффициент m , можно измерить коэффициент сопротивления, используя формулу

$$b = \frac{4kT}{m}. \quad (15)$$

Вязкость же можно определить, используя формулу Стокса $b = 3\pi d\eta$, откуда следует:

$$\eta = \frac{b}{3\pi d}. \quad (16)$$

2. Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка виртуальная, то есть представляет собой компьютерную программу, имитирующую реальную установку. Программа разработана в Национальном исследовательском Томском политехническом университете.

При включении установки (при запуске программы) открывается начальное окно с названием работы и кнопками **Ход работы**, **Эксперимент**, **Завершение работы**. Вам надо нажать на кнопку **Эксперимент**, и тогда откроется окно, показанное на рисунке 2.

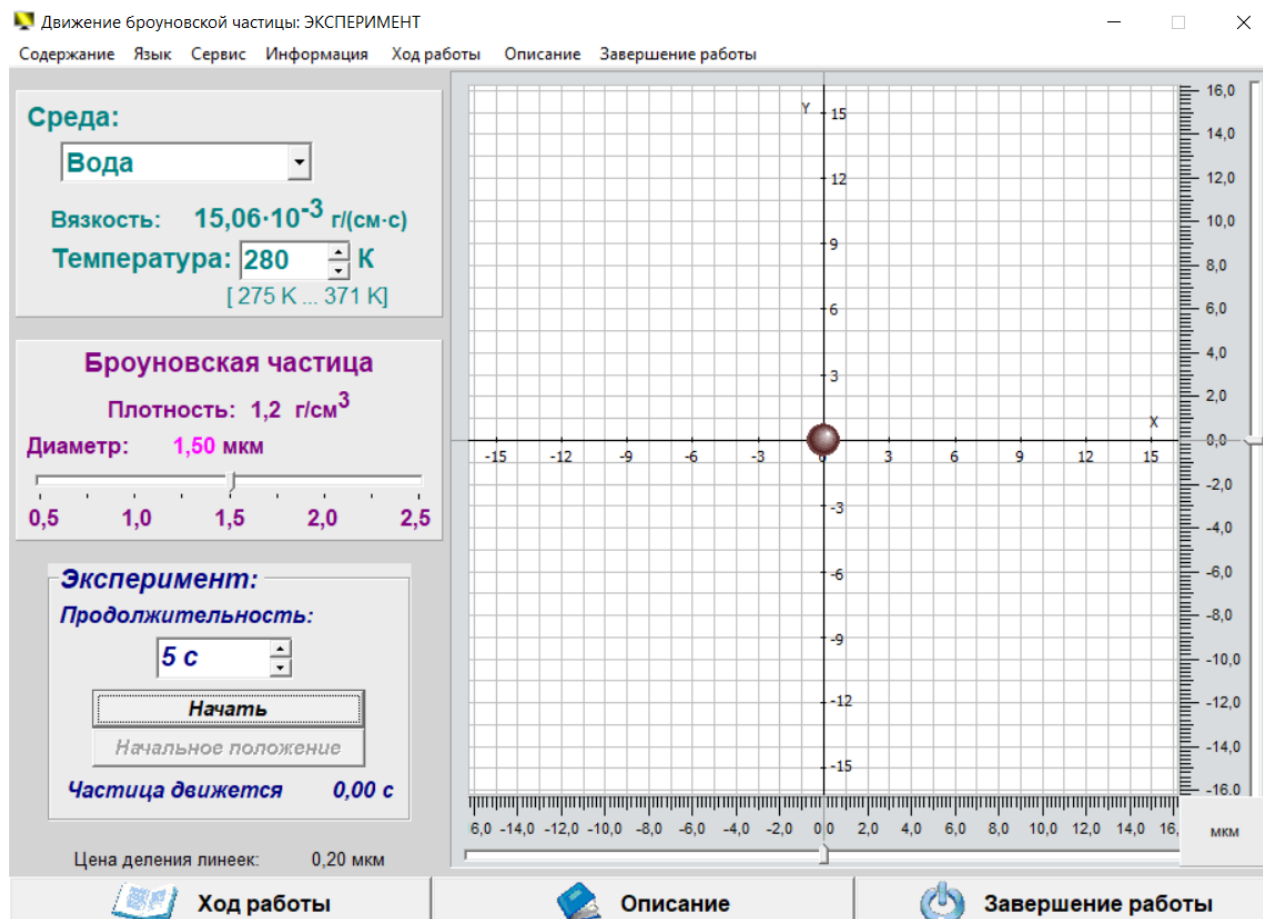


Рис. 2. Окно «Эксперимент»

Окно «Эксперимент» содержит два раздела: инструментальную панель (слева) и окно визуализации (справа).

1. В *окне визуализации* вы видите среду и в центре – броуновскую частицу. На среду наложены система координат XOY и координатная сетка. Справа и внизу расположены две линейки для измерения координат частицы.

2. В *инструментальной панели* расположены три окна.

- Окно **Среда** для выбора типа среды и её температуры. В этом окне указывается также значение динамической вязкости среды.
- Окно **Броуновская частица** для выбора диаметра частицы.
- Окно **Эксперимент** для выбора длительности наблюдения за частицей и для управления экспериментом. В начальном состоянии активна только одна кнопка управления экспериментом: **Начать**. При нажатии на эту кнопку частица в окне визуализации приходит в движение, а кнопка превращается в кнопку **Остановить**. При этом внизу окна включается секундомер. Если кнопку **Остановить** не нажимать, то по истечении установленной продолжительности эксперимента частица остановится, и можно будет измерить её координаты. Если же нажать кнопку **Остановить**, то движение частицы немедленно останавливается, кнопка **Остановить** вновь становится кнопкой **Начать** и активизируется кнопка **Начальное положение**, позволяющие возобновить эксперимент с начала.

3. Порядок выполнения работы

Нажмите кнопку «Эксперимент» и обратитесь к преподавателю для того, чтобы он выбрал для вас среду, её температуру и диаметр броуновской частицы. После этого заполните таблицу 1 «Условия эксперимента».

Таблица 1

Условия эксперимента

Среда			
Вязкость	η	г/(см·с)	
		Па·с	
Температура	T	К	
Диаметр частицы	d	мкм	
Постоянная Больцмана	k	Дж/К	
Погрешности прямых измерений и заданных величин	$\Delta(t)$	с	
	$\Delta(T)$	К	
	$\Delta(d)$	мкм	

1. Исследование зависимости квадрата смещения частицы от времени

- 3.1. Выберите продолжительность эксперимента 10 с.
- 3.2. Если кнопка **Начать** активна, нажмите её и дождитесь окончания опыта.
- 3.3. Измерьте координаты x и y броуновской частицы и запишите результаты ваших измерений в таблицу 2 – в строку с номером опыта 1.
- 3.4. Подготовьтесь к следующему опыту, для чего нажмите кнопку **Начальное положение**.
- 3.5. Проведите ещё 9 опытов, то есть пункты 3.2 – 3.4. Результаты измерений координат частицы записывайте в строку, соответствующую номеру опыта.

3.6. Увеличьте продолжительность эксперимента на 10 с и снова проделайте 10 опытов, то есть пункты 3.2 – 3.5.

3.7. Заполните в таблице 2 столбцы r^2 , для чего используйте формулу $r^2 = x^2 + y^2$.

Таблица 2

Координаты броуновской частицы и квадрат смещения частицы в различные моменты времени

Номер опыта	t = 10 с			t = 20 с			t = 30 с			t = 40 с			t = 50 с		
	x	y	r^2	x	y	r^2	x	y	r^2	x	y	r^2	x	y	r^2
	мкм	мкм	мкм ²	мкм	мкм	мкм ²	мкм	мкм	мкм ²	мкм	мкм	мкм ²	мкм	мкм	мкм ²
1															
2															
...															
10															

3.8. Рассчитайте *средние* значения квадрата смещения броуновской частицы для каждой серии опытов (то есть, для каждого значения времени наблюдения t) и заполните таблицу 3. Значения $\langle r^2 \rangle$ определяйте с помощью функции СРЗНАЧ, а в колонку $\sigma(r^2)$ впишите среднеквадратичные отклонения, для определения которых используйте функцию СТАНДОТКЛОН.В.

Таблица 3

Зависимость среднего квадрата смещения частицы $\langle r^2 \rangle$ от времени t

Номер опыта	t	$\langle r^2 \rangle$	$\sigma(r^2)$
	с	мкм ²	мкм ²
1	10		
2	20		
3	30		
4	40		
5	50		

3.9. На основании данных таблицы 3 постройте график зависимости $\langle r^2 \rangle$ от времени наблюдения t . Не забудьте при этом нанести на график планки погрешностей. В качестве погрешностей $\Delta(\langle r^2 \rangle)$ используйте среднеквадратичные отклонения $\sigma(r^2)$.

3.10. Убедитесь, что экспериментальные точки ложатся на прямую линию, для чего нанесите на график линию тренда, причём в параметрах линии тренда выберите «Линейная» и «Показывать уравнение на диаграмме».

3.11. Прокомментируйте результаты.

2. Измерение коэффициента сопротивления b и вязкости η

3.12. Оформите таблицу 4 и с помощью функции ЛИНЕЙН определите значение коэффициента пропорциональности m зависимости среднего квадрата смещения броуновской частицы $\langle r^2 \rangle$ от времени её движения t , а также случайную погрешность $\Delta(m)$.

3.13. Используя формулы (15) $b = \frac{4kT}{m}$ и (16) $\eta = \frac{b}{3\pi d}$ определите экспериментальные значения коэффициента сопротивления и вязкости среды и впишите в таблицу 4.

3.14. Оцените погрешности измерения $\Delta(b)$ и $\Delta(\eta)$. Как это сделать, написано в пункте 4.

Таблица 4

Измерение параметров среды

Величина	m	b	η
Размерность	мкм ² /с	кг/с	Па·с
Значение			
Абсолютная погрешность			
Относительная погрешность			

3.15. Запишите результаты измерения коэффициента сопротивления и динамической вязкости среды в стандартной форме:

$$b = (\dots \pm \dots) \text{ кг/с}, \quad \varepsilon(b) = \dots \%$$

$$\eta = (\dots \pm \dots) \text{ Па·с}, \quad \varepsilon(\eta) = \dots \%$$

3.16. Сравните результат измерения вязкости среды с заданным значением, которое вы записали в таблицу 1.

3.17. Сформулируйте общие выводы по лабораторной работе.

4. Оценка погрешностей измерений

4.1. Погрешности прямых измерений.

Прямым способом в данной работе измеряются время движения броуновской частицы t и координаты частицы в конце движения x и y .

Время движения t вы задаёте сами с точностью до 1 с, однако секундомер показывает время движения секундах в виде числа с двумя знаками после запятой. Таким образом, $\Delta(t) = 0,01$ с.

Оценивать приборные погрешности координат не нужно – достаточно случайных, которые у вас есть в таблице 3.

4.2. Погрешности заданных величин.

Из инструментальной панели вы переносите в таблицу условий эксперимента три величины: вязкость среды η , температуру среды T и диаметр частицы d .

Вязкость среды η задана в г/(см·с) в виде числа с тремя или четырьмя значащими цифрами, поэтому $\Delta(\eta)$ – это единица в младшем разряде указанного значения η .

Температура среды задана в К в виде целого числа. Поэтому $\Delta(T) = 1$ К.

Диаметр частицы d задан в мкм в виде числа с двумя знаками после запятой. Поэтому $\Delta(d) = 0,01$ мкм.

А ещё вам понадобится *постоянная Больцмана*. Узнайте её в Интернете с точностью до 5 – 6 значащих цифр, тогда погрешностью $\Delta(k)$ можно пренебречь.

4.3. Погрешность измерения коэффициента сопротивления среды b .

Для измерения коэффициента сопротивления используется формула (15)

$$b = \frac{4kT}{m}$$

Из этой формулы следует:

$$\varepsilon(b) = \varepsilon(T) + \varepsilon(m) = \frac{\Delta(T)}{T} + \frac{\Delta(m)}{m},$$

$$\Delta(b) = b\varepsilon(b).$$

4.4. Погрешность измерения вязкости среды η .

Для измерения вязкости используется формула (16) $\eta = \frac{b}{3\pi d}$. Из этой формулы следует:

$$\varepsilon(\eta) = \varepsilon(b) + \varepsilon(d) = \varepsilon(b) + \frac{\Delta(d)}{d},$$

$$\Delta(\eta) = \eta\varepsilon(\eta).$$

5. Контрольные вопросы

- 5.1. Что такое «Броуновское движение»?
- 5.2. Запишите несколько вариантов формулы Эйнштейна – Смолуховского и поясните в чём разница между этими вариантами.
- 5.3. От чего, в первую очередь, зависит средний квадрат смещения броуновской частицы от начального положения и каков характер этой зависимости?
- 5.4. Перечислите, от каких ещё факторов и как зависит средний квадрат смещения броуновской частицы от начального положения.
- 5.5. В чём заслуга Поля Ланжевена в теории броуновского движения?
- 5.6. Что такое коэффициент сопротивления среды?
- 5.7. Напишите формулу Стокса и объясните смысл величин, которые в неё входят.
- 5.8. Какие две задачи вы будете решать в предлагаемой лабораторной работе?
- 5.9. Объясните, в чём состоит способ измерения коэффициента сопротивления и вязкости среды, который вы будете использовать в данной лабораторной работе.

6. Рекомендуемая литература

- 6.1. Ансельм А.И. Основы статистической физики и термодинамики. – М.: Наука, 1973.
- 6.2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 2. – М., Наука, 1979.
- 6.3. Кикоин А.К. Кикоин И.К. Молекулярная физика, – М.: Наука, 1976.
- 6.4. Кравченко Н.С., Ревинская О.Г. Лабораторный практикум по изучению моделей физических процессов на компьютере. – Томск, Издательство НИ ТПУ, 2007.
- 6.5. Рипп А.Г. Обработка измерений. Методическое пособие. – СНУЯЭП, 2012.

Учебное издание

**Рипп Александр Гешелевич
Матузаева Ольга Вячеславовна**

БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

Учебное пособие

В авторской редакции

Изд. № 220/2025. Объем 1 п.л. Усл. печ. л. 0,93. Уч. изд. л. 0,98.
Издательский центр ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»