

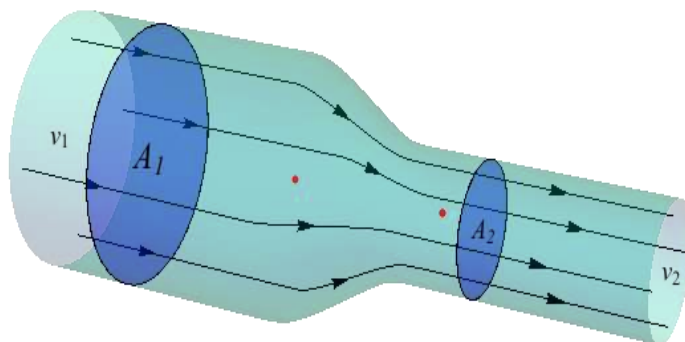
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А. Г. Рипп, О.В. Матузаева

ДВИЖЕНИЕ СТРУИ

Учебное пособие
по общей физике
для студентов технических
и естественно-научных специальностей



Севастополь
СевГУ
2026

УДК 532.5(075.8)
ББК 22.253.3я73
Р537

Р е ц е н з е н т :
С.А. Чернявская – канд. физ.-мат. наук, доцент

Рипп А. Г.

Р537 Движение струи: учебное пособие по общей физике для студентов технических и естественно-научных специальностей / А. Г. Рипп, О.В. Матузаева ; Севастопольский государственный университет. – Севастополь: СевГУ, 2026. – 24 с.: ил. – Текст : электронный.

Учебное пособие разработано преподавателями кафедры «Физика» СевГУ и предназначено для студентов 1 и 2 курсов технических и естественно-научных специальностей, выполняющих лабораторные работы по дисциплинам: «физика» и «физический практикум». В пособии студентам предлагается познакомиться с элементарными понятиями и законами гидродинамики, а также с конкретной задачей: особенностями явления вытекания жидкости из малого отверстия. В пособии рассматривается теоретическое решение этой задачи и ставится задача экспериментальной проверки теоретических результатов. Лабораторная установка, на которой предлагается провести эксперименты, виртуальная.

Пособие содержит краткий теоретический материал, описание лабораторной установки, порядок выполнения лабораторной работы и методы оценки погрешности измерений. Материал изложен подробно и в доступной форме. Для студентов, желающих получить больше информации, в конце пособия приводится список литературы.

УДК 532.5(075.8)
ББК 22.253.3я73

Учебное пособие рассмотрено и утверждено на заседании кафедры «Физика», протокол № 2 от 28 октября 2025 г.

© ФГАОУ ВО «Севастопольский
государственный университет», 2026

Работа 31. Движение струи

Цель работы

Целью данной лабораторной работы является изучение следа, который оставляет на горизонтальной поверхности стола струя жидкости, вытекающая из малого отверстия в сосуде, и измерение плотности жидкости.

1. Введение – элементы гидродинамики

Изучением движения жидкостей занимается наука под названием «Гидродинамика». Это – очень непростая наука, однако для понимания и проведения данной лабораторной работы вам надо усвоить совсем немного:

- основные модели жидкости, используемые в гидродинамике,
- простейшие понятия гидродинамики,
- два самых популярных закона (уравнения) гидродинамики.

Неразрывность.

Если жидкости доступна некоторая область пространства, то считается, что она заполняет всю эту область или часть её без каких-то внутренних пустот или пузырей.

Несжимаемость.

Считается, что плотность жидкости ρ во всех её точках одинакова и не изменяется со временем.

Идеальность.

В любой жидкости и в газе действуют силы внутреннего трения. *Идеальной* жидкостью называется жидкость, в которой нет внутреннего трения.

Движение жидкости называется *течением*.

Стационарное течение.

Течение жидкости называется *стационарным (установившимся)*, если скорость течения в каждой точке жидкости не изменяется со временем.

Линии тока.

Воображаемая линия в жидкости, касательная к которой в каждой её точке направлена так же, как скорость жидкости в данной точке, называется *линией тока*.

На рисунке 1.1 показаны для примера три линии тока.

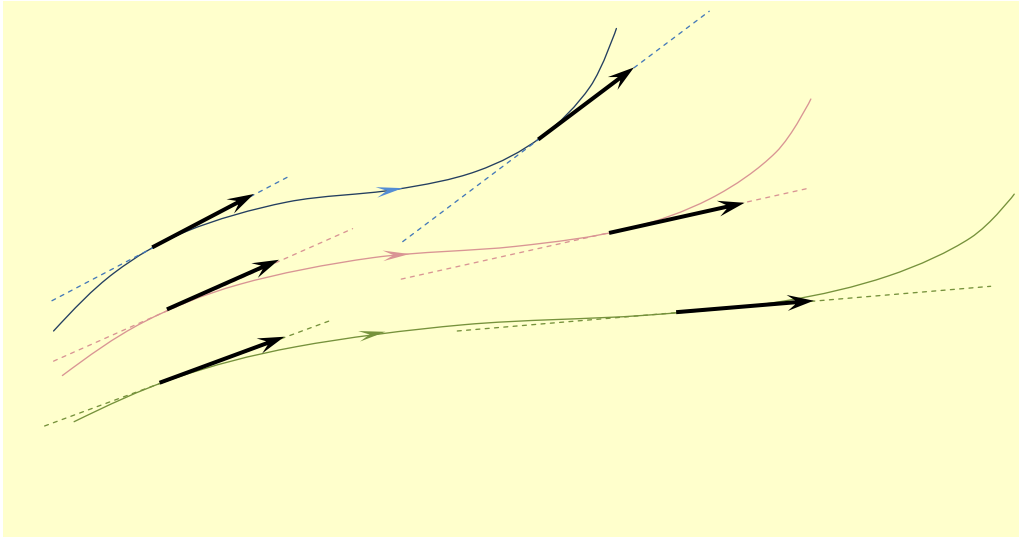


Рис. 1.1. Линии тока в жидкости

Трубки тока.

Часть жидкости, ограниченная линиями тока, называется трубкой тока.

На рисунке 1.2 показан пример трубки тока.

Свойства трубки тока.

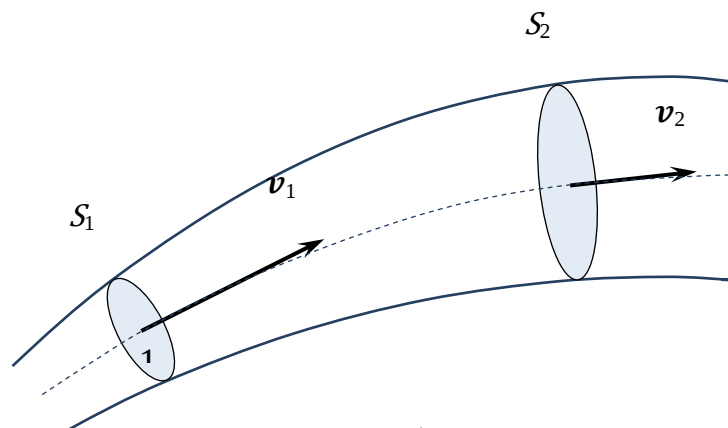


Рис. 1.2. Трубка тока

- Частицы жидкости при своём течении не пересекают стенок трубки тока.
- Во всех точках нормального сечения трубки тока¹ скорость жидкости одна и та же, но в разных сечениях эта скорость в общем случае разная.
- При стационарном течении форма трубки тока со временем не изменяется.

Уравнение неразрывности.

Рассмотрим стационарный поток жидкости и два произвольных нормальных сечения трубки тока (см. рисунок 1.2) с площадью сечений S_1 и S_2 . Выберем малый промежуток времени Δt . За это время в отрезок трубки тока между двумя сечениями войдёт через сечение S_1 элемент жидкости массой

¹ Нормальное сечение – это сечение, перпендикулярное трубке тока. Если трубка тонкая, то нормальное сечение можно считать плоским.

$$\Delta m_1 = \rho \Delta V_1 = \rho S_1 v_1 \Delta t,$$

а выйдет через сечение S_1 элемент жидкости массой

$$\Delta m_2 = \rho \Delta V_2 = \rho S_2 v_2 \Delta t.$$

Так как жидкость несжимаемая, а трубка неизменна, то масса жидкости в отрезке трубки тоже неизменна, так что эта масса не может измениться за время Δt . Это значит, что массы элементов равны: $\Delta m_2 = \Delta m_1$. Таким образом, получаем равенство

$$S_2 v_2 = S_1 v_1,$$

которое и называется *уравнением неразрывности*. Из этого уравнения следует, что чем меньше сечение трубки тока, тем больше в этом сечении скорость жидкости.

Уравнение Бернулли.

Рассмотрим снова произвольную трубку тока в стационарном потоке идеальной жидкости, два произвольных нормальных сечения трубки A и B и отрезок трубки AB между этими сечениями – см. рисунок 1.3.

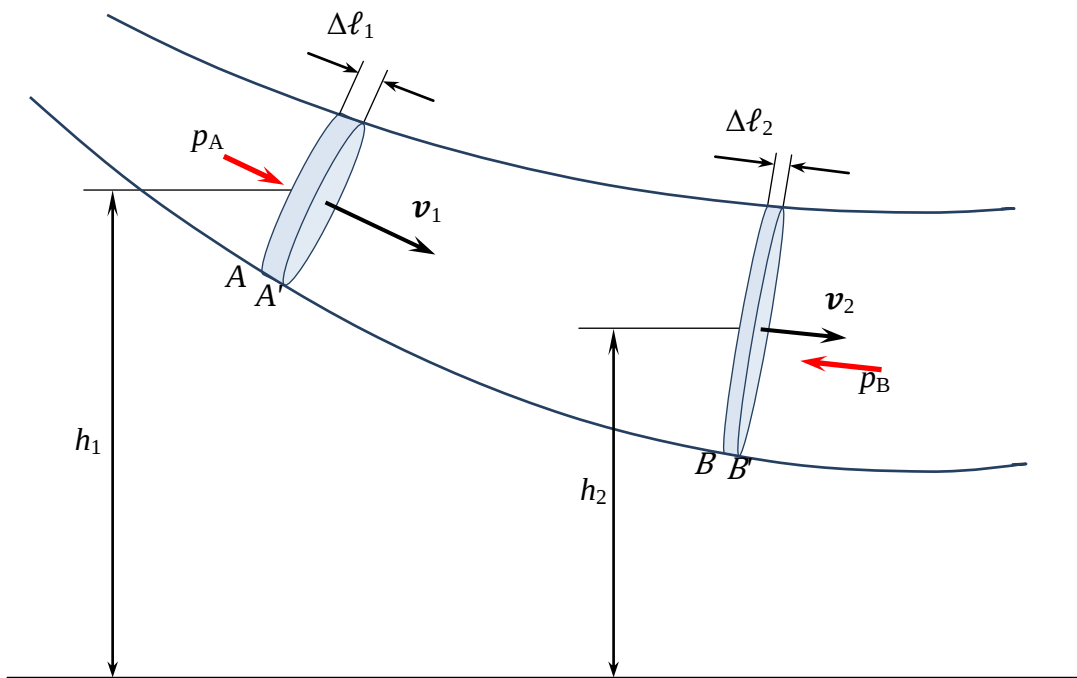


Рис. 1.3. К выводу уравнения Бернулли

Жидкость течёт в однородном поле тяжести. На отрезок AB со стороны окружающей его жидкости (будем её называть *внешней жидкостью*) действуют силы, совершающие работу над отрезком. Это – силы давления внутри жидкости. Так как отрезок перемещается вдоль трубки тока, то силы давления, действующие на боко-

вые стенки трубки, работу не совершают², поэтому на рисунке 1.3 показаны только давления p_A и p_B , действующие на торцы трубки A и B .

Итак, внешняя жидкость совершает работу над отрезком. Эта работа A приводит к приращению внутренней энергии отрезка ΔU .

$$A = \Delta U.$$

Данное равенство как раз и позволит нам получить уравнение Бернулли. Рассмотрим малый промежуток времени Δt и вычислим последовательно работу A , совершаемую за время Δt внешней жидкостью над отрезком AB и приращение внутренней энергии отрезка ΔU .

1) Сначала рассмотрим *приращение внутренней энергии отрезка*.

За время Δt отрезок переместился так, что его сечение A переместилось на расстояние $\Delta \ell_1$ в положение A' , а сечение B переместилось на расстояние $\Delta \ell_2$ в положение B' . До перемещения отрезок состоял из двух частей: малый элемент AA' (массу его обозначим Δm_1) и основная часть отрезка $A'B$. Поэтому внутренняя энергия отрезка была равна

$$U_1 = U_{AA'} + U_{A'B}.$$

После перемещения отрезок состоит снова из двух частей: основная часть отрезка $A'B$ и малый элемент BB' (массу его обозначим Δm_2). Поэтому внутренняя энергия отрезка равна

$$U_2 = U_{A'B} + U_{BB'}.$$

Следовательно, изменение внутренней энергии отрезка AB за время Δt равно

$$\Delta U = U_2 - U_1 = (U_{A'B} + U_{BB'}) - (U_{AA'} + U_{A'B}) = U_{BB'} - U_{AA'}.$$

Энергия элемента AA' – это сумма его кинетической энергии $\frac{\Delta m_1 v_1^2}{2}$ и потенциальной энергии в поле тяжести $\Delta m_1 g h_1$. Таким образом,

$$U_{AA'} = \frac{\Delta m_1 v_1^2}{2} + \Delta m_1 g h_1 = \left(\frac{v_1^2}{2} + g h_1 \right) \Delta m_1 = \left(\frac{v_1^2}{2} + g h_1 \right) \rho \Delta V_1.$$

Аналогично

$$U_{BB'} = \left(\frac{v_2^2}{2} + g h_2 \right) \rho \Delta V_2.$$

Из уравнения неразрывности следует, что $\Delta V_2 = \Delta V_1 = \Delta V$, тогда получаем:

$$\Delta U = U_{BB'} - U_{AA'} = \left[\left(\frac{v_2^2}{2} + g h_2 \right) - \left(\frac{v_1^2}{2} + g h_1 \right) \right] \rho \Delta V. \quad (1.1)$$

2) А теперь вычислим *работу*, совершаемую внешней жидкостью над отрезком.

² По определению, работа силы равна произведению силы на перемещение и на косинус угла между силой и направлением перемещения. Для силы, перпендикулярной перемещению, косинус равен нулю, так что такая сила работу не совершает.

Для этого разобьём весь отрезок нормальными сечениями на n малых элементов, аналогичных элементам AA' и BB' – см. рисунок 1.3. Длины отрезков равны $\Delta\ell_1 = v_1\Delta t$, $\Delta\ell_2 = v_2\Delta t$, $\Delta\ell_3 = v_2\Delta t$ и так далее. За время Δt каждый элемент перемещается на расстояние, равное его длине и занимает место предыдущего элемента.

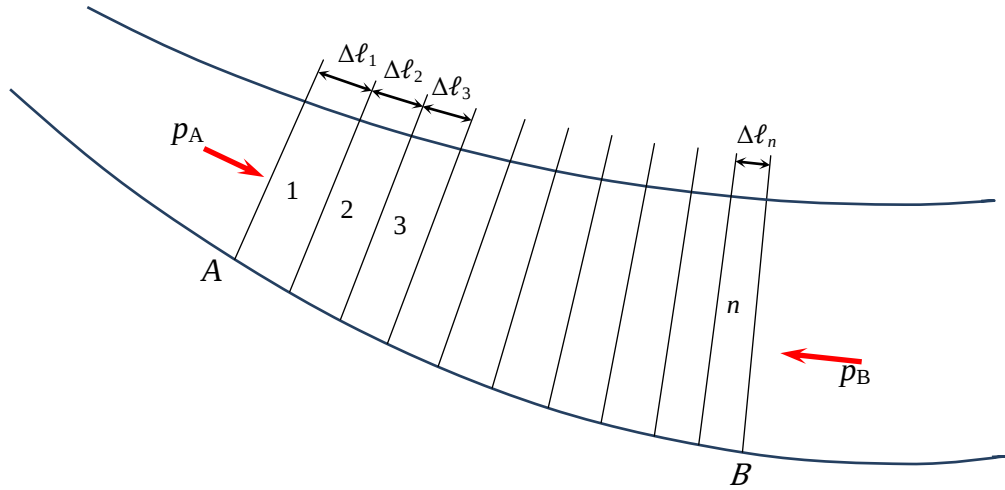


Рис. 1.3. Разбиение отрезка на элементы

Работа A , совершаемая всеми силами над отрезком, равна сумме работ ΔA_k , совершаемых по перемещению элементов:

$$A = \sum_{k=1}^n \Delta A_k.$$

Рассмотрим произвольный элемент номер k и выясним, какие силы совершают над ним работу. Этих сил две (см рисунок 1.4): одна – со стороны следующего за ним элемента (слева), обозначим её $\mathbf{F}_k$, другая – со стороны предыдущего элемента (справа), обозначим её $\mathbf{F}_{k+1}$.

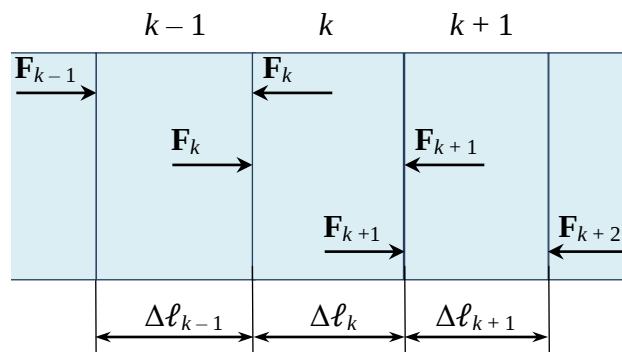


Рис. 1.4. Силы, действующие на элементы

Аналогичные силы действуют и на остальные элементы, на рисунке 1.4 показаны, кроме элемента k , ещё два элемента – $(k-1)$ и $(k+1)$. Согласно Третьему закону Ньютона, сила, действующая на элемент k со стороны элемента $(k-1)$, равна силе, действующей на элемент $(k-1)$ со стороны элемента k . Поэтому они и обозначены одинаково $\mathbf{F}_k$.

Итак, работа сил, действующих на k -й элемент, равна

$$\Delta A_k = (F_k - F_{k+1})\Delta\ell_k,$$

а работа сил, действующих на весь отрезок AB , равна

$$A = \sum_{k=1}^n \Delta A_k = \sum_{k=1}^n (F_k - F_{k+1})\Delta\ell_k = \sum_{k=1}^n (p_k S_k - S_{k+1} p_{k+1})\Delta\ell_k,$$

где p_k – давление жидкости на левом торце элемента, S_k – площадь левого торца, числа p_k и S_k относятся соответственно к правому торцу. Заменим S_k и S_{k+1} их средним арифметическим $\langle S_k \rangle = \frac{S_k + S_{k+1}}{2}$:

$$A = \sum_{k=1}^n (p_k - p_{k+1})\langle S_k \rangle \Delta\ell_k,$$

Произведение $\langle S_k \rangle \Delta\ell_k$ равно объёму k -го элемента ΔV_k . Согласно уравнению неразрывности, объёмы всех элементов одинаковы:

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \dots = \Delta V_k = \dots = \Delta V.$$

Поэтому получаем:

$$A = \sum_{k=1}^n (p_k - p_{k+1})\Delta V = \Delta V \sum_{k=1}^n (p_k - p_{k+1}) = \Delta V (\sum_{k=1}^n p_k - \sum_{k=1}^n p_{k+1})$$

Во второй сумме в скобках введём новую переменную суммирования $m = k + 1$. Тогда

$$A = \Delta V (\sum_{k=1}^n p_k - \sum_{m=2}^{n+1} p_m).$$

Так как от обозначения переменной суммирования значение суммы не зависит, то

$$A = \Delta V (\sum_{k=1}^n p_k - \sum_{k=2}^{n+1} p_k) = \Delta V [(p_1 + \sum_{k=2}^n p_k) - (\sum_{k=2}^n p_k + p_{n+1})].$$

После открывания круглых скобок суммы уничтожаются и остаётся такой результат:

$$A = \Delta V [p_1 - p_n] = (p_A - p_B)\Delta V. \quad (1.2)$$

А теперь подставим (1.1) и (1.2) в уравнение $A = \Delta U$:

$$(p_A - p_B)\Delta V = \left[\left(\frac{v_2^2}{2} + gh_2 \right) - \left(\frac{v_1^2}{2} + gh_1 \right) \right] \rho \Delta V.$$

Разделим обе части этого уравнения на ΔV и устремим размер каждого элемента к нулю. Тогда индексы A и 1 относятся к одной и той же точке жидкости: $p_A = p_1$ – это давление жидкости в точке 1 , h_1 – это высота точки 1 над некоторым условным уровнем, а v_1 – это скорость жидкости в точке 1 . Аналогично индексы B и 2 относятся тоже к одной и той же точке жидкости, только это уже другая точка. Тогда

$$(p_1 - p_2) = \left[\left(\frac{v_2^2}{2} + gh_2 \right) - \left(\frac{v_1^2}{2} + gh_1 \right) \right] \rho.$$

Перенесём все члены уравнения, относящиеся к точке 1 , в левую часть, а все члены, относящиеся к точке 2 , – в правую:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh_1 = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho gh_2.$$

Это и есть уравнение Бернулли³. Оно справедливо для любой пары точек жидкости, поэтому его можно записать в таком, более универсальном виде:

$$\boxed{p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho gh = \text{const.}} \quad (1.3)$$

Все слагаемые в уравнении Бернулли имеют одну и ту же размерность давления, поэтому они все называются *давлением*, а более точно, так:

- p – *статическое* давление,
- $\frac{\rho v^2}{2}$ – *динамическое* давление,
- ρgh – *гидростатическое* давление.

Использование уравнений неразрывности и Бернулли позволяет решить многие практические задачи гидродинамики. Одна из них решается в данной лабораторной работе: это задача об истечении жидкости через малое отверстие в стенке сосуда.

2. Краткая теория

2.1. Постановка задачи

Рассмотрим стоящий на столе цилиндрический сосуд – см. рисунок 2.1. Сосуд наполнен жидкостью до высоты h_1 . Площадь поперечного сечения сосуда равна S_1 . В боковой стенке сосуда на высоте h_2 от дна сосуда имеется маленькое отверстие площадью S_2 . Жидкость накрыта поршнем массой M .

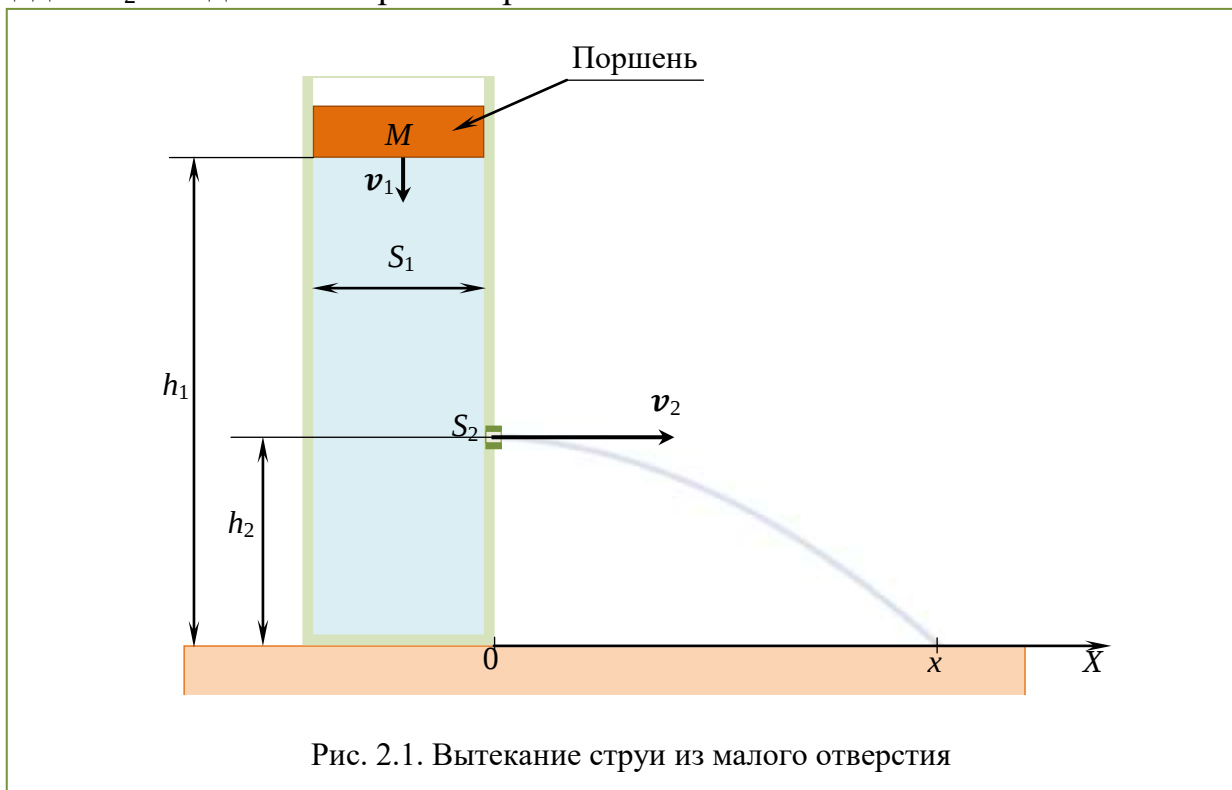


Рис. 2.1. Вытекание струи из малого отверстия

³ Даниил Бернулли – швейцарский физик. Родился в 1700 году, с 1725 года по 1733 год работал в Петербургской академии наук, где и предложил своё знаменитое уравнение. Оно вошло в одну из важнейших книг, написанных Д.Бернулли – монографию «Гидродинамика».

При открытом отверстии из сосуда через это отверстие вытекает струя жидкости. Под действием силы тяжести струя искривляется и падает на стол. Вытекание струи приводит к уменьшению уровня жидкости в сосуде, в результате чего поршень опускается вниз. Опыт показывает, что поршень после открывания отверстия сначала быстро набирает скорость до некоторого значения, а затем с течением времени эта скорость постепенно убывает и к моменту, когда поршень опускается до уровня отверстия, достигает некоторого минимального значения. Когда поршень перекрывает отверстие изнутри, струя вытекать перестаёт и поршень останавливается.

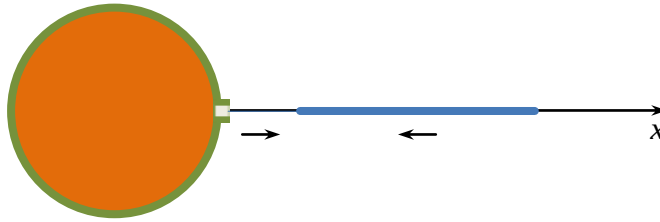


Рис. 2.2. След падающей на стол струи

А что происходит со струей? – Изменяется точка её падения на стол. Эта точка постепенно приближается к сосуду, так что на столе остаётся мокрый след. Данный след можно отчётливо видеть, если положить на стол лист бумаги или материи, впитывающей жидкость. След имеет вид прямолинейного отрезка, начинающегося на некотором расстоянии от сосуда – см. рисунок 2.2.

Есть ещё тоненький, почти незаметный след вблизи сосуда, причина которого в начальном разгоне поршня – в момент открывания отверстия поршень неподвижен, поэтому струи нет и жидкость просто стекает вниз по стенке сосуда, но затем поршень разгоняется, и возникает струя, падающая всё дальше от сосуда. Стрелками на рисунке как раз и показаны направления движения следа: тоненький начальный след движется от сосуда, а основной след движется в сторону сосуда.

Нетрудно измерить длину основного⁴ следа, расстояния от сосуда до ближайшей и дальней точек основного следа и время истечения струи – от момента открывания отверстия до момента его перекрытия изнутри поршнем. Кроме того, интересно исследовать, как указанные результаты измерений зависят от массы поршня.

Эту же задачу можно решить и теоретически – используя законы гидродинамики. Затем интересно сравнить теоретические результаты с экспериментальными. Если они совпадут, то это будет подтверждением законов гидродинамики.

Итак, рассмотрим следующую теоретическую задачу.

- Выяснить зависимость скорости поршня от времени $v_1(t)$.
- Определить время истечения струи τ и выяснить, от чего оно зависит.
- Определить параметры следа жидкости на столе, то есть его начальную и конечную координаты⁵ x_0 , x_k , и общую длину ℓ .

⁴ В данной работе начальный след не исследуется. Исследуется только основной след и называется он для краткости просто «след».

⁵ Начальная координата – это координата самой далёкой от сосуда точки падения струи, а конечная – координата самой близкой точки.

2.2. Скорость поршня и скорость вытекания струи

Прежде всего, ясно, что размер струи зависит от скорости её вытекания v_2 , а эта скорость зависит от скорости опускания поршня v_1 . Скорость опускания поршня равна скорости движения верхнего слоя жидкости, то есть в области контакта жидкости с поршнем. Тогда связь между v_1 и v_2 можно найти из уравнения неразрывности: $S_2 v_2 = S_1 v_1$, так что

$$v_1 = \alpha v_2, \quad \alpha = \frac{S_2}{S_1}. \quad (2.1)$$

С другой стороны, связь между v_1 и v_2 можно найти, используя уравнение Бернулли.

$$p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 = p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1. \quad (2.2)$$

При открытом отверстии статическое давление p_2 (в точке истечения струи) равно атмосферному: $p_2 = p_0$. Статическое давление в жидкости под поршнем p_1 можно найти, применив к поршню Второй закон Ньютона. На поршень действуют три силы: сила атмосферного давления $p_0 S_1$, сила тяжести Mg и сила давления жидкости $p_1 S_1$. Первые две силы направлены вниз, а третья – вверх. Как было сказано ранее, в начале движения поршень разгоняется, а затем – на протяжении основного участка пути – его скорость постепенно убывает. Это означает, что в начале движения ускорение поршня направлено вниз, а на основном участке пути – вверх. Поэтому Второй закон Ньютона для поршня выглядит следующим образом. В начале движения:

$$a = \frac{p_0 S_1 + Mg - p_1 S_1}{M}, \quad (2.3)$$

а на основном участке пути:

$$a = \frac{p_1 S_1 - p_0 S_1 - Mg}{M}. \quad (2.4)$$

Отличие ускорения поршня от нуля означает, что и жидкость под ним движется ускоренно, то есть её скорость в каждой точке не остаётся постоянной. Это означает, что поток жидкости – не стационарный, поэтому применение уравнения Бернулли может привести к ошибочным результатам. Однако чем *медленнее* изменяется скорость течения жидкости в каждой точке, тем меньше отличается течение жидкости от стационарного и тем меньшую ошибку даёт использование уравнения Бернулли. Течение жидкости с очень медленным изменением скорости называется *квазистационарным*. Будем считать течение жидкости квазистационарным – во всяком случае, при движении поршня на основном участке своего пути, когда он медленно теряет скорость. Это означает, что можно считать его ускорение равным нулю, и тогда из формулы (2.4) следует:

$$p_1 S_1 - p_0 S_1 - Mg = 0, \quad p_1 = p_0 + \frac{Mg}{S_1}.$$

Подставим это значение p_1 в уравнение Бернулли (2.2) с учётом того, что $p_2 = p_0$:

$$p_0 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 = \left(p_0 + \frac{Mg}{S_1} \right) + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1.$$

Атмосферное давление, входящее как в левую, так и в правую части уравнения, уничтожается. Оставив в левой части только член, содержащий v_2 , получим:

$$\frac{\rho v_2^2}{2} = \frac{Mg}{S_1} + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g(h_1 - h_2).$$

Поделим обе части уравнения на $\frac{\rho}{2}$:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2g\left(h_1 - h_2 + \frac{M}{\rho S_1}\right).$$

Введём обозначение:

$$h_0 = \frac{M}{\rho S_1}. \quad (2.5)$$

Неважно, какой физический смысл имеет величина h_0 , важно только, что размерность этой величины – это размерность *длины*. Таким образом, с учётом обозначения (2.5) получаем:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2g(h_1 - h_2 + h_0). \quad (2.6)$$

Итак, мы имеем два уравнения, связывающие v_1 и v_2 : (2.1) и (2.6). Рассматривая эти уравнения как систему с двумя неизвестными, решим систему относительно v_2 . Для этого подставим (2.1) в (2.6):

$$v_2^2 = \alpha^2 v_2^2 + 2g(h_1 - h_2 + h_0),$$

откуда следует:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2g(h_1 - h_2 + h_0)}{1 - \alpha^2}}.$$

Площадь отверстия S_2 много меньше площади сечения сосуда S_1 , поэтому величина $\alpha = \frac{S_2}{S_1} \ll 1$, и можно с высокой степенью точности считать, что $1 - \alpha^2 \approx 1$. Тогда

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2 + h_0)}. \quad (2.7)$$

Эта формула является обобщением известной *формулы Торричелли*, которая определяет скорость истечения струи v из малого отверстия в широком сосуде без поршня. Если поршня в сосуде нет, то величина h_0 , согласно (2.5), равна нулю, поэтому из (2.7) как раз и следует формула Торричелли:

$$v = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}.$$

По мере опускания поршня его высота уменьшается. Будем обозначать высоту поршня как функцию времени $h(t)$, а символ h_1 будем использовать для обозначения начальной высоты поршня: $h_1 = h(0)$. Тогда формула (2.7) будет иметь вид:

$$v_2(t) = \sqrt{2g(h(t) - h_2 + h_0)}. \quad (2.8)$$

Замечание 1. Формула (2.8), как и формула Торричелли не вполне точны, так как течение жидкости – не стационарное, а *квазистационарное*. Из (2.8) прямо следует, что скорость жидкости v_2 в точке жидкости истечения изменяется с течением времени, чего не может быть в строго стационарном потоке. Для квазистационарного потока это допустимо, но при условии, что скорость течения жидкости в каждой точке изменяется *медленно*. В данной ситуации скорость жидкости изменяется потому, что изменяется высота уровня жидкости в сосуде: $h = h(t)$. А эта высота изменяется тем медленнее, чем меньше площадь отверстия S_2 по отношению к площади поршня S_1 . Поэтому условием квазистационарности можно считать

$$\alpha = \frac{S_2}{S_1} \ll 1.$$

В данной лабораторной работе значение $\alpha < 0,01$. Является ли это число достаточно малым для квазистационарности течения жидкости, покажет эксперимент: если результаты эксперимента совпадут в пределах погрешности измерений с теоретическими результатами, значит, действительно поток – квазистационарный.

Замечание 2. Из формулы (2.8) следует, что в начальный момент времени $t = 0$, то есть в момент открывания отверстия, скорость струи отлична от нуля: $v_2(0) = \sqrt{2g(h_1 - h_2 + h_0)}$. Но ведь пока отверстие было закрыто, жидкость не вытекала, поэтому её скорость была равна нулю. Это значит, что жидкость мгновенно набрала скорость от нуля до $v_2(0) = \sqrt{2g(h_1 - h_2 + h_0)}$. Так не бывает – должно быть какое-то время разгона τ_1 : за это время разгоняется поршень, увеличивается скорость истечения струи, точка падения струи удаляется от сосуда. И только, начиная с какого-то момента времени разгон прекращается и начинается вторая стадия: поршень опускается замедленно, скорость истечения струи уменьшается, точка падения струи приближается к сосуду. Стадию разгона мы не рассматривали, и это внесло дополнительную ошибку в формулу (2.8). Насколько существенна эта ошибка и при каком условии она достаточно мала? Ответ таков: в течение времени разгона τ_1 скорость поршня и скорость струи нарастают быстро, поэтому использование уравнения Бернулли конечно не может дать правильного результата. Однако, если время разгона τ_1 значительно меньше времени истечения τ , то есть $\tau_1 \ll \tau$, то вполне можно быстрый разгон поршня и струи считать *мгновенным* разгоном. Критерием справедливости этого предположения можно считать отношение толщины начального следа (его оставляет удаляющаяся от сосуда точка падения струи на стадии разгона) к толщине основного следа (его оставляет медленно приближающаяся к сосуду точка падения). В данной лабораторной установке это отношение меньше 0,001 – начальный след вообще практически незаметен.

В заключение этого пункта отметим, что из формулы (2.8) следует только то, что скорости истечения жидкости v_2 со временем уменьшается, так как уменьшается высота поршня $h(t)$. Однако больше ничего о функции $h(t)$ пока не известно, поэтому неизвестна полностью и функция $v_2(t)$. Интересно более подробно исследовать характер движения поршня и найти функцию $h(t)$. Решению этой задачи посвящён следующий пункт.

2.3. Движение поршня

Для нахождения функции $h(t)$ нетрудно составить дифференциальное уравнение. Во-первых, ясно, что высота поршня постепенно *уменьшается*, поэтому

$$\frac{dh}{dt} = -v_1.$$

Во-вторых, согласно (2.1) и (2.8),

$$v_1 = \alpha v_2 = \alpha \sqrt{2g(h(t) - h_2 + h_0)}.$$

Вот и получилось дифференциальное уравнение относительно функции $h(t)$:

$$\frac{dh}{dt} = -\alpha \sqrt{2g(h(t) - h_2 + h_0)}.$$

Это уравнение – с разделяющимися переменными. Поделим обе части уравнения на корень $\sqrt{2g(h(t) - h_2 + h_0)}$ и умножим на dt :

$$\frac{dh}{\sqrt{2g(h(t) - h_2 + h_0)}} = -\alpha dt.$$

А теперь вычислим интегралы от обеих частей этого уравнения:

$$\int_{h_1}^h \frac{dh}{\sqrt{2g(h(t) - h_2 + h_0)}} = -\alpha \int_0^t dt. \quad (2.9)$$

Правая часть уравнения равна $-\alpha t$, а для вычисления интеграла в левой части сделаем замену переменной интегрирования:

$$y = 2g(h(t) - h_2 + h_0). \quad (2.10)$$

При этом $dy = 2g dh$, $dh = \frac{dy}{2g}$, и тогда левая часть уравнения (2.9) равна:

$$\int_{h_1}^h \frac{dh}{\sqrt{2g(h(t) - h_2 + h_0)}} = \frac{1}{g} \int_{y_1}^y \frac{dy}{2\sqrt{y}} = \frac{1}{g} \sqrt{y} \Big|_{y_1}^y = \frac{1}{g} (\sqrt{y} - \sqrt{y_1}),$$

где $y_1 = 2g(h_1 - h_2 + h_0)$.

Итак, уравнение (2.9) приводится к виду:

$$\frac{1}{g} (\sqrt{y} - \sqrt{y_1}) = -\alpha t,$$

Выразим отсюда y .

$$\sqrt{y} = \sqrt{y_1} - \alpha g t, \quad y(t) = (\sqrt{y_1} - \alpha g t)^2.$$

Из последнего уравнения можно получить формулу, описывающую зависимость скорости поршня от времени $v_1(t) = -\frac{dh}{dt}$. Из (2.10) следует, что

$$\frac{dy}{dt} = 2g \frac{dh}{dt}, \quad \frac{dh}{dt} = \frac{1}{2g} \frac{dy}{dt}, \quad v_1(t) = -\frac{1}{2g} \frac{dy}{dt}.$$

Дифференцируя функцию $y(t) = (\sqrt{y_1} - \alpha g t)^2$, получим:

$$v_1(t) = -\frac{1}{2g} \frac{dy}{dt} = -\frac{1}{2g} 2(\sqrt{y_1} - \alpha g t)(-\alpha g) = \alpha(\sqrt{y_1} - \alpha g t). \quad (2.11)$$

Из этого уравнения видно, что поршень движется *равнозамедленно*. Его начальная скорость и ускорение равны:

$$v_{1,0} = v_1(0) = \alpha\sqrt{y_1}, \quad a = \frac{dv_1}{dt} = -\alpha^2 g,$$

и уравнение движения поршня можно записать в следующем классическом виде:

$$\begin{cases} v_1(t) = v_{1,0} + at, \\ h(t) = h_1 - v_{1,0}t - \frac{at^2}{2}. \end{cases}$$

2.4. Движение струи

Из формулы (2.1) $v_1 = \alpha v_2$ и формулы (2.11) следует, что скорость истечения струи равна

$$v_2(t) = \sqrt{y_1} - \alpha g t = \sqrt{2g(h_1 - h_2 + h_0)} - \alpha g t. \quad (2.12)$$

Из этого равенства следует, прежде всего, что скорость истечения убывает со временем от начального значения $v_{2,0} = v_2(0)$ до конечного $v_{2,\kappa} = v_2(\tau)$. Эти скорости проще найти не из (2.12), а из уравнения (2.8) $v_2(t) = \sqrt{2g(h(t) - h_2 + h_0)}$. Так как $h(0) = h_1$, а $h(\tau) = h_2$, то

$$\begin{cases} v_{2,0} = \sqrt{2g(h_1 - h_2 + h_0)}, \\ v_{2,\kappa} = \sqrt{2gh_0}. \end{cases} \quad (2.13)$$

Если не учитывать сопротивление воздуха, то вылетевшая из отверстия струя находится в состоянии свободного падения, то есть движется с ускорением свободного падения g . Начальной скоростью струи является скорость её вылета из отверстия (скорость истечения) v_2 . Траекторией струи является парабола, а уравнения движения каждого малого элемента струи имеют вид:

$$\begin{cases} x(t) = v_2 t, \\ y(t) = \frac{gt^2}{2}. \end{cases} \quad (2.14)$$

Ось OY на рисунке 2.1 не показана – подразумевается, что она направлена вертикально вниз и начинается в отверстии.

Если во второе уравнение системы (2.14) подставить $y = h_2$ (координату точки падения), то можно найти время падения каждого элемента струи на стол. Подстановка этого времени в первое уравнение даёт координату точки падения:

$$x = v_2 \sqrt{\frac{2h_2}{g}}. \quad (2.15)$$

Подставив в эту формулу выражение для v_2 (2.12), получим:

$$x = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} [\sqrt{2g(h_1 - h_2 + h_0)} - \alpha g t] = 2\sqrt{h_2(h_1 - h_2 + h_0)} - \sqrt{2gh_2} \alpha t.$$

Из данного уравнения следует, что начальная координата точки падения струи равна

$$x_0 = x(0) = 2\sqrt{h_2(h_1 - h_2 + h_0)}, \quad (2.16)$$

В дальнейшем x зависит от времени t *линейно*. Данный факт означает, что точка падения движется в сторону сосуда с *постоянной скоростью*, то есть *равномерно*. Будем называть эту скорость *скоростью следа* и обозначать буквой u .

$$u = \left| \frac{dx}{dt} \right| = \alpha \sqrt{2gh_2}. \quad (2.17)$$

Равномерность движения точки падения струи нетрудно проверить экспериментально, и в этом состоит ваше *первое задание* в данной лабораторной работе.

Для экспериментальной проверки линейной зависимости координаты точки падения струи от времени надо измерить координату точки падения x в разные моменты времени, а затем по результатам измерений построить график зависимости $x(t)$. Если точки на данном графике выстроятся вдоль прямой линии, то это и будет экспериментальным подтверждением равномерности движения точки падения струи.

Обратите внимание на интересный факт, следующий из формулы (2.17): скорость следа u зависит только от соотношения площадей отверстия и поршня α и от высоты отверстия над столом h_2 , а *от массы поршня не зависит*. Факт кажется удивительным, и возникает естественное желание проверить его экспериментальным путём. Сделать это нетрудно, и в этом состоит ваше *второе задание*.

Для этого надо измерить скорость следа u при различных массах поршня M . А как измерять скорость следа? – Очень просто: так как точка падения струи движется равномерно, то

$$u = \frac{\ell}{\tau},$$

где ℓ – это длина следа, равная разности координат его крайних точек (начальной и конечной): $\ell = x_0 - x_k$, а τ – время истечения струи.

Разумеется, из-за естественной случайной погрешности измерений результаты измерения скорости следа u при различных массах поршня не могут быть идентичными. Однако, если отличие между результатами измерений окажется *не более* погрешности измерений $\Delta(u)$, то можно будет сделать вывод, что эксперименты не обнаруживают достоверного влияния массы поршня на скорость следа.

Вернёмся к теории движения струи. Мы уже получили выражение для начальной координаты следа x_0 – (2.16), а теперь выясним, чему равна конечная координата x_k .

Для этого надо в формулу (2.15) $x = v_2 \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$ подставить конечную скорость истечения струи (2.13) $v_{2,k} = \sqrt{2gh_0}$:

$$x_k = 2\sqrt{h_2 h_0}. \quad (2.18)$$

Зная начальную и конечную координаты следа, можно узнать его длину:

$$\ell = x_0 - x_k = 2\sqrt{h_2} (\sqrt{h_1 - h_2 + h_0} - \sqrt{h_0}). \quad (2.19)$$

Наконец, можно получить выражение для времени истечения, используя тот факт, что скорость следа u связана с длиной следа ℓ и временем истечения τ формулой $u = \frac{\ell}{\tau}$:

$$\tau = \frac{\ell}{u} = \frac{(\sqrt{h_1 - h_2 + h_0} - \sqrt{h_0})}{\alpha \sqrt{g}}. \quad (2.20)$$

Итак, мы получили теоретические формулы для величин, которые можно измерить, проведя эксперименты:

- начальную и конечную координаты следа x_0 и x_k – формулы (2.16) и (2.18),
- длину следа $\ell = x_0 - x_k$ – формула (2.19),
- время истечения струи τ – формула (2.20).

Суть *третьего задания* данной лабораторной работы – проверить эти формулы, то есть убедиться в том, что они дают результаты, совпадающие с результатами измерений. Все четыре формулы содержат величину $h_0 = \frac{M}{\rho S_1}$, которая зависит от массы поршня M . Это означает, что x_0 , x_k , ℓ и τ зависят от массы поршня M . Поэтому естественно возникает задача: исследовать теоретически и экспериментально, как масса поршня влияет на x_0 , x_k , ℓ и τ .

Вам предлагается выполнить *часть* этой задачи. Из четырёх формул простейшей является формула для x_k , именно её вам и надо проверить. Конкретнее, вам надо экспериментально исследовать зависимость координаты конечной точки следа (ближайшей к сосуду) x_k от массы поршня M и убедиться, что эксперименты подтверждают теоретическую формулу (2.18)

$$x_k = 2\sqrt{h_2 h_0} = 2\sqrt{h_2 \frac{M}{\rho S_1}}.$$

Из этой формулы следует, что зависимость $x_k(M)$ – нелинейная, поэтому для экспериментальной проверки формулы её целесообразно сначала линеаризовать. Это сделать просто: достаточно возвести обе части формулы в квадрат

$$x_k^2 = \frac{4h_2}{\rho S_1} M$$

и ввести вспомогательную величину $z = x_k^2$. В результате получаем, что вспомогательная величина z прямо пропорциональна массе поршня M :

$$z = kM, \quad k = \frac{4h_2}{\rho S_1}. \quad (2.21)$$

Итак, если формула (2.18) верна, то графиком функции $z(M)$ является прямая линия, проходящая через начало координат. Вот этот факт и надо проверить экспериментально. Для этого надо провести серию измерений конечной координаты точки падения струи x_k при различных массах поршня, а затем на основании результатов эксперимента построить график зависимости $z(M)$. Если точки на этом графике выстроятся вдоль прямой линии, проходящей через начало координат, то эксперимент подтвердит теорию, то есть формулу (2.18).

Итак, ваши три задания состоят в экспериментальной проверке трёх фактов.

- 1) Точка падения струи *равномерно* движется в сторону сосуда.
- 2) Скорость следа *и* не зависит от массы поршня M .

3) Вспомогательная величина $z = \chi_k^2$ пропорциональна массе поршня M .

Если эксперимент подтвердит указанные три факта, то будет подтверждена теория вытекания жидкости из малого отверстия. Более конкретно, будет подтверждены следующие два факта, на которых построена эта теория.

- Течение жидкости квазистационарно.
- Верны уравнение неразрывности и уравнение Бернулли.

А ещё эксперименты позволяют получить *дополнительную* информацию. Если окажется, что вспомогательная величина z пропорциональна массе поршня M , то можно будет измерить коэффициент пропорциональности k , а затем, используя вторую формулу в (2.21), измерить одну из трёх величин: площадь поршня S_1 , плотность жидкости ρ или высоту h_2 , на которой находится отверстие.

Вам предлагается измерить плотность жидкости ρ . Из (2.21) следует формула, определяющая способ измерения плотности:

$$\rho = \frac{4h_2}{S_1 k}. \quad (2.22)$$

Разумеется, плотность жидкости можно измерить гораздо проще и точнее: надо налить некоторое количество жидкости в мерную ёмкость и измерить объём жидкости V , затем взвесить эту жидкость и узнать её массу m и, наконец, воспользоваться формулой $\rho = \frac{m}{V}$.

Тем не менее, метод измерения плотности, основанный на формуле (2.22), обладает собственной ценностью. Если результат этого измерения совпадёт с результатом более простого измерения, то это будет являться дополнительным подтверждением теории вытекания жидкости из малого отверстия.

3. Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка виртуальная, то есть представляет собой компьютерную программу, имитирующую реальную установку. Программа разработана в Национальном исследовательском Томском политехническом университете.

При включении установки (при запуске программы) открывается начальное окно с названием работы и кнопками **Ход работы**, **Эксперимент**, **Завершение работы**. Вам надо нажать на кнопку **Эксперимент**, и тогда откроется окно, показанное на рисунке 3.1.

Оно содержит два раздела: две инструментальные панели (левая и верхняя) и окно визуализации (справа).

1. В *окне визуализации* вы видите сосуд с жидкостью, поршень, отверстие в сосуде, струю жидкости, вытекающую из сосуда, стол, след жидкости на нём и линейку для измерения координат следа.

2. На *верхней инструментальной панели* расположены окно **Сосуд** для выбора одного из четырёх сосудов и секундомер, показывающий время истечения струи. В центре панели приводится информация о выбранном сосуде: диаметр сосуда, диаметр отверстия и высота отверстия от дна сосуда.

3. На *левой инструментальной панели* расположены три окна: **Жидкость**, **Масса поршня** и **Масштаб** и две кнопки **Наполнить сосуд** и **Начать эксперимент**.

Окно **Жидкость** предназначено для выбора одной из пяти жидкостей, окно **Масса поршня**, содержащее линейку с бегунком, позволяет изменять массу поршня от 50 г до 400 г, окно **Масштаб** позволяюtn менять цену деления линейки на столе для повышения точности измерения координат следа струи на столе и длины следа.

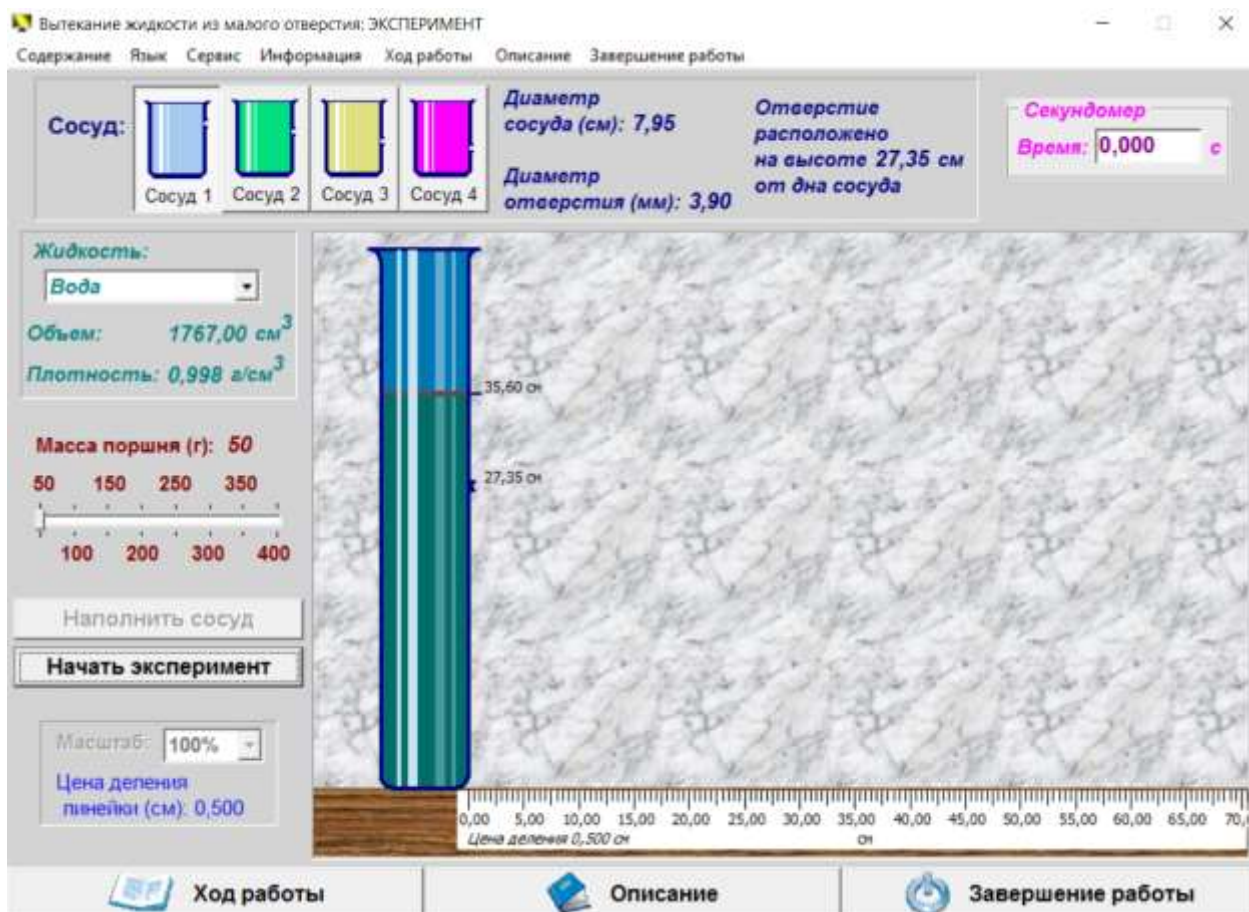


Рис. 3.1. Окно «Эксперимент»

Из кнопок **Наполнить сосуд** и **Начать эксперимент** в каждый момент времени активна только одна: если активна кнопка **Наполнить сосуд**, то после её нажатия сосуд наполняется жидкостью до фиксированного уровня, высота которого отображается в окне визуализации, и становится активной вторая кнопка – **Начать эксперимент**. При нажатии кнопки **Начать эксперимент** открывается отверстие в сосуде, появляется струя, и поршень начинает медленно опускаться вниз. Кнопка **Начать эксперимент** при этом превращается в кнопку **Остановить эксперимент**. При нажатии кнопки **Остановить эксперимент** отверстие закрывается и струя исчезает, а на столе остаётся след струи. При этом активизируется кнопка **Наполнить сосуд**. Если кнопку **Остановить эксперимент** не нажимать, то поршень постепенно опустится до уровня отверстия и перекроет его изнутри. Как только это произойдёт, струя исчезает, на столе остаётся её след, и активизируется кнопка **Наполнить сосуд**.

4. Порядок выполнения работы

Включите режим **Эксперимент** и обратитесь к преподавателю для того, чтобы он выбрал для вас сосуд и жидкость. После этого заполните таблицу 1 «Условия эксперимента».

Таблица 1

Условия эксперимента

Сосуд			
Жидкость			
Внутренний	D	см	
Площадь сечения сосуда	S_1	см ²	
Высота уровня отверстия	h_2	см	
Плотность жидкости	ρ	г/см ³	
Ускорение свободного падения	g	м/с ²	
Погрешности прямых измерений и заданных величин	$\Delta(h_2)$	см	
	$\Delta(D)$	см	
	$\Delta(t)$	с	
	$\Delta(x)$	см	
	$\Delta(M)$	г	
	$\Delta(\rho)$	г/см ³	

Выполнение задания 1

- 4.1. Выберите с помощью бегунка на линейке **Масса поршня** значение массы поршня – примерно в середине линейки. Запишите его в заголовке таблицы 2.
- 4.2. Если кнопка **Наполнить сосуд** активна, нажмите её.
- 4.3. Нажмите кнопку **Начать эксперимент**, после чего откроется отверстие в сосуде, и начнёт вытекать струя жидкости. Следите за секундомером. Как только время эксперимента (показание секундомера) станет равным примерно 2 с, нажмите кнопку **Остановить эксперимент** и запишите время эксперимента t во вторую строку таблицы 2, в первой строке уже записано $t = 0$.

Таблица 2

Зависимость координаты точки падения струи x от времени t (масса поршня равна г)

Номер замера	t	x
	с	см
1	0	
2		
3		
...		
...		
...		

- 4.4. В окне **Масштаб** выберите значение масштаба 500%, после чего запишите в первую строку таблицы 2 *начальную* координату следа, то есть координату его правого края, а во вторую строку таблицы 2 – *текущую* координату, то есть координату левого края.
- 4.5. Нажмите кнопку **Наполнить сосуд**.

- 4.6. Повторяйте пункты 4.3 – 4.5, каждый раз *увеличивая* время эксперимента примерно на 2 с. В последнем эксперименте нажимать кнопку **Остановить эксперимент** *не надо*, вместо этого надо дождаться, когда поршень достигнет уровня отверстия и эксперимент закончится *автоматически*.
- 4.7. Обратите внимание на значение начальной координаты следа x_k в каждом из экспериментов. Оно во всех экспериментах должно быть примерно одним и тем же – в пределах погрешности измерений.
- 4.8. На основании данных таблицы 1 постройте график зависимости $x(t)$. Не забудьте при этом нанести на график планки погрешностей.
- 4.9. Убедитесь, что экспериментальные точки ложатся на прямую линию, для чего нанесите на график линию тренда, причём в параметрах линии тренда выберите «Линейная» и «Показывать уравнение на диаграмме».
- 4.10. Если линия тренда прошла по всем экспериментальным точкам, то ваш эксперимент подтвердил равномерное движение точки падения струи. Отметьте это в своём отчёте.

Выполнение задания 2

- 4.11. Выберите с помощью бегунка на линейке **Масса поршня** минимальное значение массы поршня, то есть 50 г. Запишите его в таблицу 3.

Таблица 3

Зависимость скорости следа u от массы поршня M

Номер замера	M г	x_0 см	x_k см	τ с	ℓ см	u см/с	$\Delta(u)$ см/с
1							
2							
...							
...							
...							

- 4.12. Если кнопка **Наполнить сосуд** активна, нажмите её.
- 4.13. Нажмите кнопку **Начать эксперимент**, после чего откроется отверстие в сосуде, и начнёт вытекать струя жидкости. Дождитесь, когда поршень достигнет уровня отверстия – в этот момент поршень закроет отверстие, струя исчезнет, а секундомер остановится. Занесите показание секундомера (время истечения струи) τ в таблицу 3.
- 4.14. В окне **Масштаб** выберите значение масштаба 500%, после чего запишите в таблицу 3 координаты начальной и конечной точек следа x_0 и x_k .
- 4.15. Нажмите кнопку **Наполнить сосуд**.
- 4.16. Повторяйте пункты 4.9 – 4.11, предварительно каждый раз *увеличивая* массу поршня на 50 г. В последнем эксперименте масса поршня будет максимальной – 400 г.
- 4.17. Заполните остальные столбцы в таблице 3. Для измерения длины следа используйте формулу $\ell = x_0 - x_k$, для измерения скорости следа используйте формулу $u = \frac{\ell}{\tau}$, как оценить погрешность измерения скорости следа $\Delta(u)$, написано в пункте 5.

- 4.18. На основании данных таблицы 2 постройте график зависимости $u(M)$. Обязательно нанесите на график планки погрешностей.
- 4.19. Обратите внимание: показывает ли построенный график какую-либо *достоверную* зависимость между массой поршня M и скоростью следа u . Запишите в отчёте сделанный вами вывод.

Выполнение задания 3

Никаких дополнительных экспериментов больше проводить не надо – вся необходимая информация уже содержится в таблице 3.

- 4.20. Заполните таблицу 4, используя данные из таблицы 3.

Таблица 4

Зависимость минимальной координаты следа x_{min} от массы поршня M

Номер замера	M г	x_k см	$z = x_k^2$ см ²	u см/с	$\Delta(u)$ см/с	$\Delta(z)$ см ²
1						
2						
...						
...						
...						

- 4.21. На основании данных таблицы 4 постройте график зависимости $z(M)$. Не забудьте нанести на график планки погрешностей. Как оценить погрешность $\Delta(z)$, написано в пункте 5.
- 4.22. Убедитесь, что экспериментальные точки ложатся на прямую линию, проходящую через начало координат. Для этого нанесите на график линию тренда, причём в параметрах линии тренда выберите «Линейная», «Показывать уравнение на диаграмме» и в окне «Настроить пересечение» запишите число 0.
- 4.23. Если линия тренда прошла по всем экспериментальным точкам, то ваш эксперимент подтвердил теоретическую формулу (2.18). Отметьте это в своём отчёте.

Измерьте плотность жидкости, для чего заполните таблицу 6. Значение углового коэффициента k зависимости $z(M)$ и погрешность $\Delta(k)$ вы определите с помощью функции ЛИНЕЙН. Для определения плотности используйте формулу (2.22) $\rho = \frac{4h_2}{s_1 k}$. Как оценить погрешность $\Delta(\rho)$, написано в пункте 5.

Таблица 4

Плотность жидкости

Величина	k	ρ
Размерность	см ² /г	г/см ³
Значение		
Абс. погрешность		
Относ. погрешность		

- 4.24. Запишите результат измерения плотности жидкости в стандартной форме:

$$\rho = (\dots \pm \dots) \text{ г/см}^3, \quad \varepsilon(\rho) = \dots \%$$

- 4.25. Отметьте в отчёте точность измерения плотности жидкости.

- 4.26. Сравните измеренное значение плотности жидкости с заданным значением и отметьте в своём отчёте, о чём говорит это сравнение.
- 4.27. Сформулируйте общие выводы по лабораторной работе.

5. Оценка погрешностей измерений

5.1. Погрешности прямых измерений.

Прямым способом в данной работе измеряются следующие величины: масса поршня M , координаты точки падения струи x , x_0 и x_k , время эксперимента t и время истечения струи τ .

Масса поршня M определяется и задаётся в граммах с помощью линейки с бегунком и высвечивается над линейкой в виде целого числа. Поэтому $\Delta(M) = 1$ г.

Координаты точки падения струи x , x_0 и x_k определяются по линейке, цена деления которой при масштабе 500% равна 0,1 см, поэтому $\Delta(x) = \Delta(x_0) = \Delta(x_k) = 0,05$ см.

Время эксперимента t и время истечения струи τ показывает секундомер в секундах в виде числа с тремя знаками после запятой. Таким образом, $\Delta(t) = \Delta(\tau) 0,001$ с.

5.2. Погрешности заданных величин.

На панели условий эксперимента заданы три величины: внутренний диаметр сосуда (он же – диаметр поршня) D , высота уровня отверстия h_2 и плотность жидкости ρ .

Диаметр сосуда D задан в см в виде числа с двумя знаками после запятой. Поэтому $\Delta(D) = 0,01$ см.

Высота уровня отверстия h_2 задана в см в виде числа с двумя знаками после запятой. Поэтому $\Delta(h_2) = 0,01$ см.

А ещё вам понадобится *ускорение свободного падения*. Узнайте его в Интернете (для Севастополя) с точностью до 4-5 знаков после запятой, тогда погрешностью $\Delta(g)$ можно пренебречь.

5.3. Погрешность измерения скорости следа u .

Для измерения скорости следа используются формулы $u = \frac{\ell}{\tau}$ и $\ell = x_0 - x_k$.

Из этих формул следует:

$$\varepsilon(u) = \varepsilon(\ell) + \varepsilon(\tau) = \frac{\Delta(\ell)}{\ell} + \frac{\Delta(\tau)}{\tau},$$

$$\Delta(\ell) = \Delta(x_0 - x_k) = 2\Delta(x),$$

$$\Delta(u) = u\varepsilon(u).$$

5.4. Погрешность измерения вспомогательной величины $z = x_k^2$.

В соответствии с общей формулой,

$$\Delta(z) = \left| \frac{dx_k^2}{dx_k} \right| \Delta(x_k) = 2x_k \Delta(x).$$

5.1. Погрешность измерения плотности жидкости ρ .

Для измерения плотности жидкости используется формула $\rho = \frac{4h_2}{S_1 k}$. Из этой формулы следует:

$$\varepsilon(\rho) = \varepsilon(h_2) + \varepsilon(S_1) + \varepsilon(k) = \frac{\Delta(h_2)}{h_2} + \varepsilon(S_1) + \varepsilon(k),$$

$$\varepsilon(S_1) = \varepsilon\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) = \varepsilon(D^2) = 2\varepsilon(D) = 2\frac{\Delta(D)}{D}.$$

6. Контрольные вопросы

- 6.1. Какую жидкость считают несжимаемой?
- 6.2. Какое течение считают стационарным?
- 6.3. Запишите уравнение неразрывности.
- 6.4. Запишите уравнение Бернулли.
- 6.5. Как зависит скорость вытекания жидкости из малого отверстия от времени?
- 6.6. Запишите условие квазистационарности течения жидкости в данной лабораторной работе.
- 6.7. Какую форму имеет вытекающая из сосуда струя жидкости?
- 6.8. Как и куда перемещается со временем точка падения струи на стол?
- 6.9. Что такое скорость следа и от чего она зависит?
- 6.10. Как в данной лабораторной работе измеряется скорость следа?
- 6.11. От чего зависит координата конечной точки следа?

7. Рекомендуемая литература

- 7.1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 1. – М., Наука, 1989.
- 7.2. Кикоин А.К. Кикоин И.К. Молекулярная физика, – М.: Наука, 1976.
- 7.3. Трофимова Т.И. Курс физики. – М., Высшая школа, 2003.
- 7.4. Кравченко Н.С., Ревинская О.Г. Лабораторный практикум по изучению моделей физических процессов на компьютере. – Томск, Издательство НИ ТПУ, 2007.
- 7.5. Рипп А.Г. Обработка измерений. Методическое пособие. – СНУЯЭП, 2012.

В авторской редакции