

М. В. Намханова

**СТАТИСТИКА
В ГОСУДАРСТВЕННОМ
И МУНИЦИПАЛЬНОМ
УПРАВЛЕНИИ:
РАЗДЕЛ I.
ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ**

Учебно-методическое пособие

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ГОРОДА

Кафедра «Государственное и муниципальное управление»

М. В. Намханова

СТАТИСТИКА В ГОСУДАРСТВЕННОМ И МУНИЦИПАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ: РАЗДЕЛ I. ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

Учебно-методическое пособие

для обучающихся очной и очно-заочной форм обучения
по направлению подготовки

38.03.04 «Государственное и муниципальное управление»,
профиль «Управление городом»

Севастополь
СевГУ
2026

УДК 311.312(075.8)

ББК 60.6 я73

Н247

Сведения об авторе:

М.В. Намханова – д-р эконом. наук, доцент, профессор кафедры
«Государственное и муниципальное управление»
ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»

Р е ц е н з е н т ы:

Ю.П. Майданевич – д-р эконом. наук, доцент, профессор
кафедры «Государственное и муниципальное управление»
ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»
О.Н. Владимирова – д-р эконом. наук, доцент, профессор кафедры
Национальной и региональной экономики
Российского экономического университета имени Г.В. Плеханова

Намханова, М. В.

Н247 Статистика в государственном и муниципальном управлении. Раздел I.
Теория статистики : учебно-методическое пособие для обучающихся
очной и очно-заочной формы обучения по направлению подготовки
38.03.04 «Государственное и муниципальное управление», профиль
«Управление городом» / М. В. Намханова ; Севастопольский
государственный университет. – Севастополь : СевГУ, 2026. – 149 с. –
Текст : электронный. – ISBN 978-5-6055894-5-7.

В курсе подробно и последовательно изложены основы теории статистики:
статистическое наблюдение, методы сбора, обработки и анализа статистической
информации, методы вариационного, индексного анализов, выборочного наблюдения,
статистического анализа связей.

Соответствует актуальным требованиям федерального государственного
образовательного стандарта высшего образования.

Курс ориентирован на студентов, обучающихся по направлению подготовки
«Государственное и муниципальное управление», будет полезен аспирантам,
практикующим специалистам в сфере публичного управления.

УДК 311.312(075.8)

ББК 60.6 я73

Утверждено на заседании кафедры «Государственное и муниципальное
управление» Института развития города ФГАОУ ВО «Севастопольский
государственный университет», протокол № 10 от 11 марта 2026 г.

Одобрено и рекомендовано к изданию на заседании Ученого совета
Института развития города ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный
университет», протокол № 2 от 13 марта 2026 г.

ISBN 978-5-6055894-5-7



9 785605 589457 >

© Намханова М.В., 2026
© ФГАОУ ВО «Севастопольский
государственный университет», 2026

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	4
Тема 1. Организация государственной статистики в Российской Федерации.	6
Статистическое наблюдение.....	6
1.1. Предмет и метод статистической науки. Организация государственной статистики в Российской Федерации.....	6
1.2. Формы и виды статистического наблюдения.....	8
<i>Практикум.....</i>	10
Тема 2. Методы обработки и анализа статистической информации.....	13
2.1. Сводка и группировка материалов статистического наблюдения.....	13
2.2. Статистические ряды распределения.....	19
2.3. Обобщающие статистические показатели.....	22
<i>Практикум.....</i>	26
Тема 3. Средние величины.....	33
3.1. Формы и виды средних величин.....	33
3.2. Средняя арифметическая величина и ее свойства.....	36
3.3. Структурные средние.....	40
<i>Практикум.....</i>	45
Тема 4. Вариация (колеблемость) признака.....	53
4.1. Показатели вариации.....	53
4.2. Правило сложения дисперсий.....	57
4.3. Показатели структуры и формы распределения.....	61
<i>Практикум.....</i>	67
Тема 5. Выборочное наблюдение.....	74
5.1. Способы отбора и виды выборочного наблюдения.....	74
5.2. Ошибки выборки. Оптимальная численность выборки.....	77
<i>Практикум.....</i>	82
Тема 6. Статистические ряды динамики.....	88
6.1. Понятие о рядах динамики. Показатели анализа ряда динамики.....	88
6.2. Основная тенденция развития.....	97
<i>Практикум.....</i>	105
Тема 7. Индексный метод в экономико-статистическом анализе.....	109
7.1. Сущность и значение статистических индексов. Индивидуальные и агрегатные индексы.....	109
7.2. Сводные индексы. Индексы средних величин.....	117
<i>Практикум.....</i>	123
Тема 8. Статистический анализ связей.....	128
8.1. Понятие о статистической и корреляционной связи. Однофакторный линейный корреляционно-регрессионный анализ.....	128
8.2. Оценка результатов построения парной линейно регрессии. Выполнение прогнозных расчетов с использованием регрессионной модели.....	133
<i>Практикум.....</i>	140
Литература.....	144
Приложения.....	147

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящий курс подготовлен в соответствии с требованиями к компетенциям, сформулированными федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 38.03.04 Государственное и муниципальное управление.

Целью учебной дисциплины «Статистика в государственном и муниципальном управлении» является формирование у студентов компетенций, позволяющих осуществлять сбор и анализ статистических данных о социально-экономическом развитии страны и регионов для принятия эффективных управленческих решений в системе государственного и муниципального управления.

Задачи изучения курса состоят в следующем:

- сформировать комплексный научный подход к изучению и анализу явлений общественной жизни в единстве их количественной и качественной сторон;
- приобрести практические навыки организации получения и методов анализа статистической информации на разных уровнях процесса воспроизводства для информационного обеспечения деятельности органов публичной власти страны и регионов;
- сформировать навыки и умения использования статистической информации для количественного и качественного анализа и прогнозирования социально-экономических явлений и процессов общественной жизни для принятия эффективных управленческих решений в сфере государственного и муниципального управления.

В результате освоения курса студенты должны:

знать:

- организацию государственной статистики в Российской Федерации;
- источники и способы сбора данных;
- основные показатели и совокупность статистических методов исследования;
- направления использования результатов статистического анализа и прогнозирования в деятельности органов публичной власти;

уметь:

- формировать статистические выборки, оценивать закономерности социально-экономических явлений;
- анализировать взаимосвязь количественных и качественных аспектов в социально-экономических процессах;
- прогнозировать изменение явлений во времени, оценивать достоверность прогнозов;
- использовать результаты статистического анализа и прогнозирования в деятельности органов государственной власти и местного самоуправления;

владеть:

- методами сбора, обработки и анализа социально-экономических явлений и процессов;
- навыками применения совокупности статистических методов в социально-экономических исследованиях;
- методами выявления взаимосвязей в социальных и экономических процессах;
- навыками использования результатов статистического анализа и прогнозирования в практической деятельности органов власти и местного самоуправления.

Курс состоит из двух разделов. В первом разделе «Теория статистики» излагаются теоретические основы использования статистических методов для изучения социально-экономических явлений и процессов. Во втором разделе «Макроэкономическая статистика» рассматриваются статистические измерители макроэкономических показателей, объясняются правила их построения и направления использования в процессе анализа и прогнозирования социально-экономического развития страны и регионов.

В начале каждой темы формулируются требования к знаниям, умениям, навыкам студентов, которые должны быть сформированы в процессе изучения темы. Далее излагается теоретический материал с указанием источников учебной литературы. Завершаются темы разделом «Практикум», включающим вопросы для самоконтроля, задания и тесты для закрепления теоретических знаний и практических навыков в сфере использования статистических методов анализа и прогнозирования в деятельности органов публичной власти.

Данный курс ориентирован на студентов очной и очно-заочной форм обучения, главной его целью является обеспечение целенаправленной и эффективной самостоятельной работы обучающихся по усвоению основных положений курса. В связи с этим все темы, представленные в курсе, изложены подробно с рассмотрением практических примеров, характеризующих развитие социально-экономических явлений и процессов страны и регионов.

Курс предназначен для использования в образовательном процессе студентов, обучающихся по направлению подготовки «Государственное и муниципальное управление», будет полезен аспирантам, практикующим специалистам в сфере публичного управления.

Тема 1

ОРГАНИЗАЦИЯ ГОСУДАРСТВЕННОЙ СТАТИСТИКИ В РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ. СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

В результате изучения темы студенты должны:

- **знать:** роль и значение государственной статистики в системе государственного и муниципального управления, виды и формы статистического наблюдения;
 - **уметь:** определять источники статистической информации, необходимой для анализа социально-экономических явлений и процессов общественной жизни, используя ресурсы Федеральной службы государственной статистики (Росстат), результаты статистического наблюдения;
 - **владеть:** навыками использования данных Росстата, результатов статистического наблюдения для принятия управленческих решений органами государственной власти и местного самоуправления.
-

1.1. Предмет и метод статистической науки. Организация государственной статистики в Российской Федерации

Потребность в статистике возникла с формированием государства. Для государственного и муниципального управления необходимо знать количественные параметры страны и регионов: численность и состав населения, его расселение по территории, наличие земельных ресурсов, объем производства товаров, работ, услуг и др.

К середине XIX века органы государственной статистики были созданы в большинстве государств.

Статистика необходима также руководству отдельных хозяйствующих субъектов, поскольку для принятия управленческих решений необходимо знать объемы производства, продаж, доходы, затраты, финансовые показатели.

Слово «статистика» имеет латинское происхождение (от *status* – состояние). В настоящее время термин «статистика» употребляется в следующих значениях:

- 1) статистика – это практическая деятельность людей по сбору, обработке и предоставлению статистических данных;
- 2) статистика – это данные, позволяющие количественно охарактеризовать общественные явления;
- 3) область науки, в которой раскрывается сущность предмета и метода статистики.

Предмет статистики заключается в изучении количественной стороны массовых социально-экономических явлений в непосредственной связи с их качественной стороной.

Свой предмет статистика изучает при помощи статистического метода, направленного на сбор, обобщение и анализ данных.

Органы государственной власти и местного самоуправления осуществляют управление социально-экономическим развитием страны, регионов, отраслей и сфер деятельности на основе данных государственной статистики и результатов статистического наблюдения для оценки социально-экономических процессов и определения направлений развития общества.

Развитие государственной статистики – одно из необходимых условий устойчивого социально-экономического развития любой отрасли, территории, страны и общества в целом. Именно государственная статистика является основой для принятия обоснованных управленческих решений.

Официальная статистическая информация представляет собой сводную агрегированную документированную информацию о количественной стороне массовых социальных, экономических, демографических, экологических и других общественных процессов в Российской Федерации, формируемую субъектами официального статистического учета в соответствии с официальной статистической методологией

Федеральная служба государственной статистики (Росстат) является федеральным органом исполнительной власти, осуществляющим функции по формированию официальной статистической информации о социальных, экономических, демографических, экологических и других общественных процессах в Российской Федерации, а также в порядке и случаях, установленных законодательством Российской Федерации по контролю в сфере официального статистического учета.

Федеральная служба государственной статистики находится в ведении Министерства экономического развития Российской Федерации. В настоящее время реализуется «Стратегия развития системы государственной статистики и Росстата до 2030 года» (утв. распоряжением Правительства Российской Федерации от 30 декабря 2024 г. № 4159-р).

Главная задача Федеральной службы государственной статистики заключается в удовлетворении потребностей органов власти и управления, средств массовой информации, населения, научной общественности, коммерческих организаций и предпринимателей, международных организаций в разнообразной, объективной и полной статистической информации.

Для ее решения действует система государственной статистики, в состав которой входят центральный аппарат на федеральном уровне и территориальные органы Росстата, расположенные во всех субъектах Российской Федерации.

Система государственной статистики включает следующие процессы: выявление потребностей пользователей в официальной статистической информации и планирование статистической деятельности; сбор первичных статистических данных у объектов федерального статистического наблюдения; обработка административных и первичных статистических данных; формирование официальной статистической информации; хранение официальной статистической информации; предоставление официальной статистической информации пользователям; нормотворческая деятельность в сфере официального статистического учета; научно-методическое обеспечение официального статистического учета;

Таким образом, государственная статистика является незаменимым инструментом в процессе формирования государственной политики и управления. Она обеспечивает получение демографических, экономических, социальных и экологических данных, которыми руководствуются органы государственной власти и местного самоуправления для оценки состояния и определения перспектив общественного развития.

1.2. Формы и виды статистического наблюдения

Основной задачей государственной статистики является формирование государственных информационных ресурсов, что достигается посредством статистического наблюдения.

Статистическое наблюдение представляет собой массовый, планомерный, научно организованный и, как правило, систематический сбор данных о явлениях и процессах общественной жизни, который обеспечивается путем регистрации заранее намеченных существенных признаков с целью получения в дальнейшем обобщающих характеристик этих явлений и процессов.

Статистическое наблюдение может проводиться органами государственной статистики, научно-исследовательскими институтами, экономическими службами банков, хозяйствующих субъектов.

Цель наблюдения – получение достоверной информации для выявления закономерностей развития явлений и процессов.

Объектом статистического наблюдения называется та совокупность, о которой должны быть собраны нужные сведения.

Единицей наблюдения называют тот составной элемент объекта наблюдения, который является носителем признаков, подлежащих регистрации.

Этапы статистического наблюдения:

1. Подготовка наблюдения, а именно определение цели и объекта наблюдения, состава признаков, подлежащих регистрации, разработка документов для сбора данных выбор отчетной единицы и единицы, относительно которой будет проводиться наблюдение определение методов и средств получения данных.

2. Арифметический и логический контроль собранных данных на этапе их подготовки к автоматизированной обработке.

3. Разработка предложений по совершенствованию статистического наблюдения – заключительный этап, на котором анализируются причины, приведшие к неверному заполнению статистических бланков, и принимаются меры по их устранению.

Виды статистического наблюдения

Статистические наблюдения классифицируются по следующим признакам:

1. По времени регистрации фактов наблюдение бывает непрерывным (текущим) и прерывным (периодическим и единовременным).

Текущим называют такое наблюдение, которое ведется непрерывно, а регистрация фактов производится по мере их совершения проводится с целью изучения динамики какого-либо явления.

Периодическое это наблюдение, которое проводится через определенные равные промежутки времени по схожей программе и инструментарию (переписи населения).

Единовременным называется такое наблюдение, которое проводится по мере необходимости, без соблюдения строгой периодичности или вообще проводится один раз

2. По охвату единиц совокупности статистическое наблюдение бывает сплошным и несплошным. Сплошное наблюдение охватывает все без исключения единицы совокупности. Несплошное включает в себя несколько видов наблюдения:

- выборочное наблюдение;
- метод основного массива;
- монографическое обследование.

Выборочное наблюдение основано на принципе случайного отбора тех единиц изучаемой совокупности, которые должны быть подвергнуты исследованию. Численность выборочной совокупности зависит от природы исследуемого социально-экономического явления. В выборочной совокупности должны быть представлены все типы единиц, имеющих в исследуемой совокупности.

Метод основного массива – это наблюдение за частью наиболее крупных единиц, которые преобладают в исследуемой совокупности, например, исследование показателей системообразующих организаций российской экономики.

При монографическом обследовании тщательному изучению подвергаются отдельные единицы совокупности, обычно представители каких-либо новых типов явлений. Оно проводится с целью выявления имеющихся или намечающихся тенденций в развитии данного явления. Например, динамика количества «самозанятых» – физических лиц, занимающихся предпринимательской деятельностью без создания юридического лица и регистрации в налоговых органах в качестве индивидуального предпринимателя (ИП).

Цифровизация экономики приводит к формированию цифровой экономики, появлению больших данных (*Big Data*). Для их использования необходим сбор разнообразных данных, их структурирование, обоснование классификационных признаков, определяющих целевое назначение этих данных и направления использования.

Примером массового статистического наблюдения служит Всероссийская перепись населения (ВПН). В Российской Федерации были проведены ВПН 2000, 2010, 2020 (реализована в 2021 г. из-за пандемии коронавируса).

Программа переписи позволяет получить данные о численности, размещении, возрастно-половой структуре, состоянии в браке, образовании, национальном составе и владении языками, гражданстве, источниках средств к существованию, экономической активности, числе и составе домохозяйств разных типов, а также о численности лиц, временно находившихся на дату проведения переписи на территории Российской Федерации.

Перечень рекомендуемой литературы

1. Статистика: учебник для вузов / Отв. редактор И.И. Елисеева. – 6-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 619 с.
2. Дудин М.Н. Статистика: учебник и практикум для вузов / М.Н.Дудин, Н.В. Лясников, М.Л. Лезина. – 2-е изд. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 381 с.
3. Яковлев В.Б. Статистика. Расчеты в Microsoft Excel: учебник для вузов/ В.Б. Яковлев. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 353 с.

ПРАКТИКУМ

Контрольные вопросы

1. Охарактеризуйте предмет и метод статистики.
2. Каковы роль и значение данных государственной статистики для системы государственного и муниципального управления?
3. Охарактеризуйте основные задачи федеральной службы государственной статистики.
4. Каковы основные организационные формы статистического наблюдения?
5. Каковы отличия непрерывного, периодического и единовременного наблюдения?

Практические задания

Задание 1. На основе данных Росстата / Официальная статистика охарактеризуйте один из разделов (по выбору). – URL: <https://www.rosstat.gov.ru/folder/10705> объясните направления использования исследуемых данных органами государственной власти и местного самоуправления.

Задание 2. Федеральная служба государственной статистики осуществляет еженедельный сбор и предоставление «Отчета об уровне розничных цен на фиксированный набор товаров в субъекте Российской Федерации» по социально значимым товарам, например, – URL: <https://dshpr.sev.gov.ru/tsenyna-sotsialno-znachimye-produkty-pitaniya-v-gorode-sevastopole/?19032026> . К какому виду относится данное наблюдение? Каковы возможности использования результатов отчета для анализа ситуации на потребительском рынке региона и принятия управленческих решений органами государственной власти и местного самоуправления?

Тест

1. Система государственной статистики включает

- центральный аппарат на федеральном уровне и территориальные органы Росстата, расположенные во всех субъектах Российской Федерации
- территориальные органы Росстата, расположенные во всех субъектах Российской Федерации
- районные (муниципальные) органы государственной статистики, подчиняющиеся региональным управлениям
- центральный аппарат на федеральном уровне и статистические органы, подчиняющиеся исполнительным органам государственной власти субъектов Российской Федерации

2. Федеральная служба государственной статистики находится в ведении:

- Министерства экономического развития Российской Федерации
- Министерства финансов Российской Федерации
- Счетной палаты Российской Федерации
- является самостоятельным органом исполнительной власти Российской Федерации и подчиняется непосредственно Председателю Правительства Российской Федерации

3. Цель статистического наблюдения:

- получение статистических данных, характеризующих сферу исследования согласно задачам программы статистического наблюдения
- получение данных, необходимых для статистической обработки и представления в виде таблиц и графиков

- сбор и обработка данных для получения результатов, характеризующих динамику социально-экономических явлений и процессов общественной жизни
- определяется нормативными правовыми актами Федеральной службы государственной статистики

4. По времени регистрации выделяют наблюдения:

- ☐ непрерывное
- ☐ периодическое
- ☐ единовременное
- ☐ выборочное

5. По охвату единиц совокупности различают следующие виды статистического наблюдения:

- ☐ выборочное
- ☐ метод основного массива
- ☐ монографическое обследование
- ☐ сплошное

Тема 2

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

В результате изучения темы студенты должны:

- **знать:** методы обработки материалов статистического наблюдения: сводку, группировку, расчет обобщающих показателей;
 - **уметь:** использовать источники статистической информации, необходимой для применения соответствующих методов анализа и представления в виде таблиц, графиков;
 - **владеть:** навыками анализа полученных результатов для принятия управленческих решений органами государственной власти и местного самоуправления.
-

2.1. Сводка и группировка материалов статистического наблюдения

После сбора данных в рамках статистического наблюдения необходимо свести и сгруппировать материалы, полученные в ходе обследований.

Показатель – это обобщающая характеристика какого-либо свойства единиц совокупности. Показатели формируются в процессе статистической сводки, то есть путем объединения первичных данных по группам единиц или совокупности в целом.

Под статистической сводкой понимают обработку материалов статистического наблюдения, которая включает в себя действия по систематизации, группировке данных, составлению таблиц и диаграмм, подсчету групповых и общих итогов, расчету средних и относительных показателей.

Группировка – это разграничение изучаемой совокупности на однородные группы единиц по существенным признакам, занимает центральное место в статистической сводке, представляет собой важнейший метод статистического исследования, который позволяет установить момент перехода количественных изменений в качественные.

Сводка и группировка как методы обобщения данных взаимосвязаны и дополняют друг друга.

Группировка позволяет выявить основные закономерности развития изучаемого явления, создает основы для расчета системы показателей.

Так, в сборнике Росстата «Итоги Всероссийской переписи населения ВПН-2020. Том 3» представлены группировки населения по возрасту, полу и уровню образования по субъектам Российской Федерации (URL: https://www.rosstat.gov.ru/vpn/2020/Tom3_Obrazovanie).

Важным направлением в обобщении данных для оценки социально-экономического развития страны и регионов являются собирательные группировки, которые отражают процессы преобразования традиционных и развития новых видов экономической деятельности под воздействием цифровых технологий. Например, собирательные классифицированные группировки видов экономической деятельности: «Сектор информационно-коммуникационных технологий», «Сектор контента и средств массовой информации» и др.

Различают следующие виды группировок:

- 1) типологические;
- 2) структурные;
- 3) аналитические.

Типологическая группировка используется для выявления и формирования социально-экономических типов явлений, например, группировка организаций по форме собственности; группировка населения на экономически активное и экономически неактивное и т.п.

Классификация рассматривается как разновидность типологической группировки. Она представляет собой систематизированные распределения явлений и объектов на определенные группы, классы, разряды на основании их сходства и различия, например, ОКВЭД (Общероссийский классификатор видов экономической деятельности), классификация секторов экономики и экономических активов в системе национальных счетов и др. В основе классификации, как правило, лежит атрибутивный признак, который может иметь множество разновидностей. Четко разделить группировки и классификации довольно трудно, поскольку они выполняют однотипные функции. Классификаторы рассчитаны на длительное применение, с течением времени их пересматривают (ОКВЭД2). Группировки чаще всего проводят для целей данного конкретного исследования.

Структурная группировка применяется для характеристики структуры изучаемого явления. Так население может быть структурно сгруппировано по полу, возрасту или душевому доходу.

Аналитическая группировка устанавливает взаимосвязи между отдельными явлениями и их признаками. Основу аналитической группировки составляют факторный и результативный признаки. Так, группировка предприятий торговли по применению формата самообслуживания (факторный признак) позволяет установить наличие зависимости от него показателя выручки (результативного признака).

Классификация статистических группировок весьма условна, на практике одна и та же группировка может объединять все виды.

Группировочный признак – это признак, на основании которого производится деление единиц статистической совокупности на группы.

Группировка может проводиться на основании атрибутивных или количественных признаков. Если *атрибутивный признак* имеет небольшое число разновидностей, то количество групп определяется именно числом этих разновидностей, например, группировка населения по полу, возрасту,

образованию. Если атрибутивный признак характеризуется значительной численностью разновидностей, то разрабатываются специальные классификации, статистические стандарты, например, ОКВЭД.

При использовании *количественных дискретных признаков* число формируемых групп соответствует числу вариантов (или числу значений) того или иного признака, например, группировка студентов по успеваемости, группировка рабочих по тарифно-квалификационным разрядам. Но такая группировка создается при условии, что число вариантов или число значений признака не очень велико. Если имеется большее число вариантов дискретного признака, то эти варианты обычно объединяют в группы.

При использовании для формирования группировок *количественных непрерывных признаков* весь диапазон изменений разбивают на интервалы «от ...до», например, группировка промышленных предприятий по выручке от реализации продукции:

- первый интервал – от 0,5 млн руб. до 1,0 млн руб. в месяц;
- второй интервал – от 1,1 млн руб. до 1,5 млн руб. в месяц;
- третий интервал – от 1,6 млн руб. до 2,0 млн руб. в месяц;
- последний интервал – от 2,1 млн руб. до 2,5 млн руб. в месяц.

Интервалы значений признака могут быть открытыми и закрытыми.

В открытом интервале известна лишь одна границы (только верхняя или только нижняя); в закрытом интервале известны обе границы, соответственно, длина интервала значения признака – это разница между его верхней и нижней границей.

При группировке по непрерывному количественному признаку величина интервала и число групп определяются исследователем с учетом цели проведения социально-экономического исследования, особенностей изучаемого признака, объема и качества имеющейся информации.

Число групп с равными интервалами для достаточно больших объемов данных (до 200 - 500 элементов) с распределением, близким к нормальному, можно определить по формуле Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \lg N, \quad (2.1)$$

где n – количество интервалов; N – общий объем (количество данных) в выборке.

Пример расчет числа интервалов по формуле Стерджесса для различных размеров выборки:

$$N = 100 \rightarrow n = 1 + \log_2(100) \approx 1 + 6,64 \approx 8 \text{ интервалов};$$

$$N = 1000 \rightarrow n = 1 + \log_2(1000) \approx 1 + 9,97 \approx 11 \text{ интервалов};$$

$$N = 10\,000 \rightarrow n = 1 + \log_2(10\,000) \approx 1 + 13,29 \approx 14 \text{ интервалов}.$$

Длина интервала группировки (i) по непрерывному количественному признаку на основании формулы Стерджесса рассчитывается следующим образом:

$$i = \frac{X_{max} - X_{min}}{1 + 3,322 \lg N} = \frac{X_{max} - X_{min}}{n} \quad (2.2)$$

При этом количество групп и длина интервала всегда взаимосвязаны: чем меньше сформировано групп, тем больше длина интервала и наоборот.

Основные стадии формирования статистических группировок:

- 1) выбор и обоснование группировочного признака на основании целей поставленного социально-экономического исследования;
- 2) расчет и определение числа групп, а также длины интервала;
- 3) разработка макета группировочной вспомогательной таблицы;
- 4) проведение требуемых расчетов;
- 5) разработка макета итоговой таблицы с расчетом необходимых показателей;
- 6) проведение анализа и подготовка выводов по результатам исследования.

Рассмотрим пример построения статистической группировки.

Пример 2.1

В табл. 2.1 приведены данные об объеме производства и величине инвестиций в основной капитал по совокупности предприятий региона. Необходимо установить зависимость объемов производства от величины инвестиций в основной капитал.

Таблица 2.1

Исходные данные об объемах производства и величине инвестиций в основной капитал промышленных предприятий за 2025 г.

Номер предприятия	Объем производства, млн руб.	Инвестиции в основной капитал, млн руб.	Номер предприятия	Объем производства, млн руб.	Инвестиции в основной капитал, млн руб.
1	10,5	8,9	11	3,8	3,4
2	8,3	6,3	12	11,2	7,1
3	20,9	10,8	13	7,8	5,3
4	2,7	3,1	14	17,5	9,0
5	4,6	3,8	15	8,6	6,1
6	4,2	3,5	16	3,2	3,5
7	14,0	7,9	17	15,4	8,3
8	3,7	3,6	18	18,7	9,4
9	10,7	7,8	19	7,7	5,1
10	8,5	6,1	20	20,6	8,9

Решение:

1. Определение группировочного признака. Группировочный признак является факторным признаком, отсюда по условию задачи – это объем инвестиций в основной капитал. Результативным показателем в данном случае будет объем производства.

2. Установление числа групп в группировке. На основании формулы (2.1) с использованием таблиц десятичных логарифмов получаем:

$$n=1+ 3,322\lg (20)=5,191\approx 5. \text{ Таким образом, число групп – 5.}$$

3. Длину интервала по группировочному признаку объем инвестиций в основной капитала рассчитаем на основании формулы (2.2):

$$i = \frac{X_{max}-X_{min}}{n} = \frac{10,8-3,1}{5} = 1,54 \approx 1,6 \text{ млн руб.}$$

При расчетах длины интервала округление полученной величины производится в большую сторону.

Далее разобьем весь диапазон изменения объема инвестиций (группировочного признака) на пять интервалов:

- первый интервал – (определяется как $X_{min}; X_{min} + i$), т.е. (3,1; 3,1+1,6) или (от 3,1 до 4,7);
- второй интервал – (4,7; 4,7+1,6) или (от 4,7 до 6,3);
- третий интервал – (6,3; 6,1+1,6) или (от 6,3 до 7,9);
- четвертый интервал – (7,9; 7,6+1,6) или (от 7,9 до 9,5);
- пятый интервал – (9,5; 9,5+1,6) или (от 9,5 до 11,1);

При определении границ интервала в случае, если значение признака соответствует двум интервалам, например, 6,3 млн руб., используется принцип «единообразия»: «пограничное» значение группировочного признака включается в предшествующий интервал, закрывая его правую границу.

Далее составляем вспомогательную таблицу (табл. 2.2).

Таблица 2.2

Группировка предприятий по группировочному признаку

Номер предприятия	Объем инвестиций в основные фонды, млн руб.	Объем производства, млн руб.
Группа 1		
4	3,1	2,7
5	3,8	4,6
6	3,5	4,2
8	3,6	3,7
11	3,4	3,8
16	3,5	3,2
Итог по группе		

Продолжение табл. 2.2

6 предприятий	20,9	22,2
Группа 2		
2	6,3	8,3
10	6,1	8,5
13	5,3	7,8
15	6,1	8,6
19	5,1	7,7
Итог по группе		
5 предприятий	28,9	40,9
Группа 3		
7	7,9	14,0
9	7,8	10,7
12	7,1	11,2
Итог по группе		
3 предприятия	22,8	35,9
Группа 4		
1	8,9	10,5
14	9,0	17,5
17	8,3	15,4
18	9,4	18,7
20	8,9	20,6
Итог по группе		
5 предприятий	44,5	82,7
Группа 5		
3	10,8	20,9
Итог по группе		
1 предприятие	10,8	20,9

На основе данных вспомогательной таблицы формируем сводную таблицу группировки предприятий (табл. 2.3).

Таблица 2.3

Сводная группировка предприятий на основе группировочного признака (объем инвестиций в основные фонды)

Группа предприятий по объему инвестиций в основные фонды, млн руб.	Число предприятий в группе	Объем инвестиций в основные фонды, млн руб.	Объем производства, млн руб.
3,1 – 4,7	6	20,9	22,2
4,7 – 6,3	5	28,9	40,9
6,3 – 7,9	3	22,8	35,9
7,9 – 9,5	5	44,5	82,7
9,5 – 11,1	1	10,8	20,9
Итого	20	127,9	202,6

На основе данных табл. 2.3 формируем аналитическую таблицу (табл. 2.4).

Таблица 2.4

**Зависимость объема производства от величины инвестиций
в основные фонды**

Группа предприятий по объему инвестиций в основные фонды	Число предприятий в группе	В расчете на одно предприятие		Объем производства в расчете на 100 руб. инвестиций в основные фонды
		объем инвестиций в основные фонды	объем производства	
А	1	2	3	4
3,1 – 4,7	6	3,5	3,7	105,7
4,7 – 6,3	5	5,8	8,2	141,4
6,3 – 7,9	3	7,6	12,0	157,9
7,9 – 9,5	5	8,9	16,5	185,5
9,5 – 11,1	1	10,8	20,9	193,5
Итого	20	6,4	10,3	160,9

На основе данных табл. 2.4 можно сделать следующие выводы.

- в среднем по совокупности анализируемых предприятий между инвестициями в основные фонды и объемом произведенной продукции существует прямая зависимость: на предприятиях, имеющих значительные инвестиции, – больше объем произведенной продукции;

- финансовые результаты деятельности хозяйствующих субъектов зависят не только от вложения инвестиций в основные фонды. Значительное влияние оказывают факторы востребованности продукции рынком, уровень издержек производства и обращения. Вместе с тем, обновление основных фондов, использование современного оборудования – менее энергоемкого и трудоемкого становится одним из важнейших факторов повышения конкурентоспособности производства, например: «Мираторг» ускорил диагностику здоровья животных: седьмой лабораторный робот приступил к работе в Брянской области. – URL: <https://miratorg.ru/?&/press.&ysclid=mmrpssya39289496858> (дата обращения 09 марта 20206).

2.2. Статистические ряды распределения

В процессе статистического наблюдения формируется *первичный ряд данных*, состоящий из вариантов – значений признака. Для целей анализа необходимо его упорядочение. Для этого проводится ранжирование ряда – расположение всех вариантов в возрастающем или убывающем порядке. Ранжирование данных позволяет:

- сразу увидеть максимальное и минимальное значения признака в совокупности и оценить разницу между ними ($X_{max} - X_{min}$);

- определить число повторений отдельных вариантов ряда (частоту).

В результате получаем упорядоченный ряд, в котором будет отражено число повторений каждой варианты:

$$X_1, X_2, X_3, \dots, X_i \dots X_n;$$

$$f_1, f_2, f_3, \dots, f_i \dots f_n.$$

Этот ряд называется *статистическим рядом распределения*.

Элементами статистического ряда распределения являются варианты X_i и частоты f_i .

Для характеристики структуры совокупности используется показатель «частость» d_i , определяемый по формуле

$$d_i = \frac{f_i}{\Sigma f_i}$$

Из определения частоты и частости следуют следующие равенства:

$$\Sigma f_i = N; \Sigma d_i = 1 (100\%),$$

где N – объем совокупности.

Ряд распределения представляет собой простую (то есть проведенную на основе одного группированного признака) структурную группировку. В зависимости от вида признака, положенного в основу группировки, различают атрибутивные и вариационные ряды распределения.

Распределение на основе описательных признаков, то есть признаков, не имеющих числового выражения, образует *атрибутивный ряд распределения*. Например, распределение хозяйствующих субъектов по организационно-правовым формам, видам экономической деятельности и др. (табл. 2.5).

Таблица 2.5

**Занятое население региона по группам занятий за 2025 г.
(в соответствии с ОКЗ ОК 010-2014), тыс. чел.**

Группы занятий	Численность (частота)	Удельный вес	
		доля	в % к итогу
X_i	f_i	d_i	d_i
Специалисты высшего уровня квалификации, в том числе	44 968	1	100,0
Специалисты в области науки и техники	3 756	0,18	18,0
Специалисты в области здравоохранения	2 065	0,10	9,9

Продолжение табл.2.5

Специалисты в области образования	4 952	0,24	23,7
Специалисты в сфере бизнеса и администрирования	5 134	0,25	24,6
Специалисты по информационно-коммуникационным технологиям (ИКТ)	1 358	0,06	6,5
Специалисты в области права, гуманитарных областей и культуры	3 637	0,17	17,3

Вариационным рядом является статистический ряд распределения, который построен по количественному признаку. Различают *дискретный ряд*, построенный на основе дискретных признаков (табл. 2.6) и *интервальный* – на основе непрерывных признаков (табл. 2.7).

Таблица 2.6

**Видовая структура основных фондов некоммерческих организаций
по региону на конец 2025 г.**

Основные фонды	Стоимость, млн руб.	Удельный вес	
		доля	в % к итогу
		d_i	d_i
Здания	44 968	0,30	30,4
Сооружения	19 202	0,13	13,0
Машины и оборудование	50 774	0,34	34,3
Транспортные средства	29 086	0,20	19,6
Прочие виды основных фондов	3 957	0,03	2,7
Всего	147 987	1	100

Таблица 2.7

**Группы сельскохозяйственных предприятий муниципального района
по объему производства продукции 2025 г.**

Группы предприятий по объему производства, млн руб.	Количество предприятий (частота)	Удельный вес в общем количестве предприятий		Накопленная частота
		доля	%	
X_i	f_i	d_i	d_i	S_i
10,0 –20,0	10	0,31	31,3	10
20,0 –30,0	8	0,25	25,0	18
30,0 –40,0	7	0,22	21,8	25

Продолжение табл.2.7

40,0 – 50,0	4	0,13	12,5	29
50,0 – 60,0	3	0,09	9,4	32
Итого	32	1,0	100,0	

Для наглядности и лучшего понимания статистические ряды распределения могут быть представлены не в табличном, а в графическом виде.

2.3. Обобщающие статистические показатели

На основе проводимых статистических наблюдений формируются данные, которые дают характеристику каждой единице статистической совокупности. В процессе сводки полученных данных формируются *обобщающие показатели*, дающие характеристику развитию изучаемого явления или процесса.

Обобщающие показатели могут быть представлены в виде абсолютных, относительных и средних величин.

Абсолютные показатели

Абсолютными называют показатели, которые характеризуют размеры (уровни, объемы) общественных явлений с учетом конкретных условий места и времени. Примером таких показателей на макроэкономическом уровне могут быть показатели ВВП за текущий год, численность населения страны на определенную дату и др.

Различают индивидуальные абсолютные величины и обобщающие абсолютные величины.

Индивидуальные абсолютные величины характеризуют размеры признака у отдельных единиц совокупности: заработная плата одного работника, возраст работника.

Обобщающие абсолютные показатели характеризуют суммарную величину признака по определенной статистической совокупности, рассчитываются как сумма отдельных признаков (фонд заработной платы, объем расходов предприятия за текущий год и др.).

Абсолютные статистические показатели всегда имеют в качестве единицы измерения – именованные числа:

– натуральные единицы измерения в физических мерах: мерах веса (тонны, килограммы), длины (метры) площади (гектары) и др. они могут применяться в комбинации друг с другом: тонно-километры, киловатт-часы и др. В случае разнородности элементов, например, выпуска продукции, не обладающей общностью основного потребительского свойства, обобщенные итоги можно представить в условно-натуральных единицах с использованием коэффициента пересчета (условные консервные банки, условное топливо и др.).

– стоимостные (денежные) единицы измерения являются наиболее общей мерой различных материальных объектов в национальной или иностранной валюте. С помощью стоимостного учета можно получить общие итоги объема выпуска разнородной продукции, вычислять единые по

содержанию показатели продукции по предприятиям, отраслям и народному хозяйству в целом.

– единицы измерения трудовых и демографических явлений отражают численность населения, характеризуют распределение и использование трудовых ресурсов: рабочие часы, дни, месяцы, человеко-часы, человеко-дни.

Абсолютные величины играют важную роль в практической и исследовательской деятельности.

Однако в процессе анализа возникает необходимость сопоставления абсолютных величин, относимых к одной статистической совокупности за ряд периодов либо к разным статистическим периодам или в одном и том же периоде.

Относительные показатели

Обобщающий показатель, который представляет собой частное от деления одной абсолютной величины на другую и дает числовую меру соотношения между ними, называется относительной величиной. Та величина, с которой производится сравнение, именуется базой сравнения (знаменатель дроби). Важнейшее условие при расчете относительных величин – сопоставимость показателей и реальная связь между сравниваемыми абсолютными величинами.

В зависимости от принятой базы сравнения одноименных величин относительные величины могут иметь различную форму выражения:

1) если база сравнения принимается равной единице, то относительные величины выражаются коэффициентами и показывают, во сколько раз сравниваемая величина больше или меньше основания;

2) если база принимается за 100, то относительные величины выражаются в процентах (%);

3) если база принимается за 1000, то относительные величины выражаются в промилле (‰) – рождаемость, смертность и др. показатели рассчитывают на 1 000 человек населения.

При расчете относительных показателей, у которых числитель значительно меньше знаменателя, целесообразно принимать базисную величину за 10 000 (продецимилле), 100 000 (просантимилле). Например, обеспеченность врачами на 10 000 человек; характеристика распространенности болезней на 100 000 человек.

С помощью относительных величин на основе сравнений проводится анализ их значения и результатов развития. Сравнение проводят во времени, пространстве или с плановыми данными; может быть сравнение части и целого, отдельных частей целого между собой.

Изменения исследуемого явления, процесса или объекта во времени характеризуют *относительные величины динамики* (табл. 2.8).

Таблица 2.8

Население Российской Федерации за 2010 – 2025 годы, млн человек

Годы	Все население	в том числе		В общей численности населения, процентов	
		городское	сельское	городское	сельское
2020	146,7	109,5	37,2	75	25
2021	146,2	109,3	36,9	75	25
2022	147,0	110,0	37,0	75	25
2023	146,4	109,6	36,8	75	25
2024	146,1	109,5	36,6	75	25
2025	146,1	109,8	36,3	75	25

Источник: <https://rosstat.gov.ru/folder/12781>

Наряду с относительными величинами динамики могут быть рассчитаны *относительные величины структуры*, характеризующие долю отдельных частей совокупности во всем ее объеме, определяются отношением части совокупности к общей совокупности.

Принято именовать удельным весом (долей) и выражать в процентах или долях. Сумма относительных величин структуры изучаемой совокупности, выраженных в процентах, равна 100%, в долях – 1.

По данным таблицы 2.8 удельный вес (доля) городского населения в общей численности населения России в 2025 г. составляет:

- удельный вес городского населения: 75,0 %;
- удельный вес сельского населения: 25 %.

Сумма уд. весов городского и сельского населения: 100%, соответственно, зная долю городского населения, можно определить долю сельского населения: 100% – 75%=25%.

Относительная величина планового задания – это отношение предусмотренного планом уровня или объема к соответствующему фактически достигнутому уровню за предшествующий период, принятого за базу, представляет собой отношение уровня признака плановой величины на текущий период ($Y_{пл1}$) к уровню, сложившемуся в предшествующем периоде (Y_0):

$$K_{пл.з} = \frac{Y_{пл1}}{Y_0}, \quad (2.3)$$

где $K_{пл.з}$ – это относительная величина планового задания; $Y_{пл1}$ – уровень плановой величины на текущий период, Y_0 – уровень признак, сложившийся в предшествующем периоде.

Относительная величина выполнения плана ($K_{в.п.}$) – отражает степень выполнения плановых заданий и вычисляются отношением фактически достигнутого уровня к плановому заданию:

$$K_{в.п.} = \frac{y_1}{y_{пл1}}, \quad (2.4)$$

где $K_{в.п.}$ – это относительная величина выполнения плана; y_1 – уровень признака в текущем периоде, $y_{пл1}$ – запланированный уровень признака на этот же период.

Пример 2.2

Имеются данные о продаже товаров в региональной торговой сети «Абсолют» в действующих ценах.

1. Фактический объем продаж (товарооборота) за 2025 год составил 1 978 млн руб.
2. Плановый темп роста продаж (плановое задание) – 115%.
3. Плановый объем продаж на 2026 год = 1978 млн руб. $\times$ 115% = 2 274,7 $\approx$ 2 275 млн руб.
4. Фактический объем продаж за 2026 год – 2 560,8 млн руб.
5. Выполнение плана продаж в 2026 г.: $Ув. п. = \frac{2560,8}{2275,0} \cdot 100\% = 112,6\%$.
6. Динамика продаж в 2026 г. по сравнению с 2025 г.
 $Уд. = \frac{2560,8}{1978} \cdot 100\% = 129,5\%$.

Относительные величины координации характеризуют соотношение частей одного целого (одной совокупности). Относительные величины координации дают возможность анализировать пропорции между отдельными элементами совокупности, показывают, сколько единиц признака одной группы приходится в среднем на одну, 10, 100 или 1000 ед. признака другой группы изучаемой совокупности: соотношения численности мужчин и женщин, численности городского и сельского населения, числа негосударственных и государственных образовательных учреждений и др.

Так, соотношение численности обучающихся по программам подготовки специалистов среднего звена и программам бакалавриата, специалитета, магистратуры в российской экономике на начало 2024/2025 уч. года составило:

$$K_{св} = 3264,9 \text{ тыс. чел.} : 4431,7 \text{ тыс. чел.} = 0,737.$$

Следовательно, на каждую 1 тыс. чел., обучающихся по программам бакалавриата, специалитета, магистратуры приходилось 737 чел., обучающихся в системе среднего профессионального образования (URL: https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/Soc_pol_2025.htm).

Относительные величины (пространственного) сравнения; представляют собой соотношения одноименных уровней (показателей), относящихся к

различным объектам или территориям. Например, отношение величины показателя одной страны или региона к величине аналогичного показателя, соответственно другой страны (региона).

Относительные величины интенсивности – это показатели, характеризующие степень распространенности данного явления в определенной среде. Они рассчитываются как отношение абсолютной величины данного явления к размеру среды, определяющей их возникновение. Так, для измерения интенсивности процессов рождаемости, смертности и естественного прироста соответствующие абсолютные величины относят к средней численности населения. Выражаются обычно именованными числами и имеют двойную размерность тех абсолютных величин, которые соотносятся между собой. В отдельных случаях могут быть представлены в промилле и продецимилле. Разновидностями относительных величин интенсивности являются показатели уровня экономического развития, например, уровень ВВП или производства важнейших видов продукции на душу населения.

Перечень рекомендуемой литературы

1. Статистика: учебник для вузов / ответственный редактор И.И. Елисеева. – 6-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 619 с.
2. Дудин М.Н. Статистика: учебник и практикум для вузов / М.Н.Дудин, Н.В. Лясников, М.Л. Лезина. – 2-е изд. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 381 с.
3. Яковлев В.Б. Статистика. Расчеты в Microsoft Excel: учебник для вузов/ В.Б. Яковлев. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 353 с.

ПРАКТИКУМ

2.1. Сводка и группировка материалов статистического наблюдения

Контрольные вопросы

1. Что такое статистическая сводка? Охарактеризуйте основные ее этапы.
2. Каково предназначение статистической группировки?
3. Охарактеризуйте основные виды группировок.
4. В чем заключается разница между классификацией и группировкой?
5. Чем отличаются открытые и закрытые интервалы?

Практические задания

Задание 1. На основе данных табл. 2.9 осуществите группировку предприятий региона по выпуску продукции в зависимости от среднесписочной численности рабочих. Число групп – 5, длина интервала 2 млн руб.

**Объем производства продукции и численность рабочих
предприятий региона за отчетный год**

Номер предприятия	Объем производства, млн руб.	Среднесписочная численность рабочих, чел.
1	20,5	32
2	9,3	12
3	15,9	24
4	12,7	18
5	14,6	20
6	13,2	15
7	14,0	22
8	13,7	19
9	5,7	7
10	8,5	10

Задание 2. На основе сгруппированной таблицы по результатам выполнения задания 1, составьте аналитическую таблицу, характеризующую зависимость производства от среднесписочной численности работников. Сделайте выводы.

Тест

1. Число групп с равными интервалами с распределением, близким к нормальному, можно определить по формуле:

- ☐ Пирсона
- ☐ Стерджесса
- ☐ Байеса
- ☐ Дисперсии

2. Группировка промышленных предприятий по формам собственности относится к группировке по:

- ☐ атрибутивному признаку
- ☐ количественному признаку
- ☐ смешанному признаку
- ☐ дискретному признаку

3. В открытом интервале известны:

- ☐ только верхняя граница
- ☐ только нижняя граница
- ☐ обе границы
- ☐ обе границы неизвестны

4. Строится группировка по совокупности сельскохозяйственных организаций (100 ед.) в зависимости от урожайности зерновых культур. Определите количество групп по формуле Стерджесса:

- ☐ 5

- 6
- 7
- 8
- 10

5. Аналитические группировки применяются:

- для характеристики структурных сдвигов
- для определения совокупного (итогового) результата
- для характеристики социально-экономических явлений
- для характеристики взаимосвязей между отдельными признаками

2.2. Статистические ряды распределения

Контрольные вопросы

1. На основе какой информационной базы формируется первичный ряд данных?
2. Охарактеризуйте сущность и необходимость ранжирования первичного ряда данных.
3. В чем состоит отличие атрибутивного и вариационного рядов распределения?
4. Дайте характеристику основным элементам статистического ряда распределения.
5. Каким образом можно представить статистические ряды распределения помимо табличной формы?

Практические задания

Задание 1. В табл. 2.10 представлен статистический ряд распределения, составленный по итогам переписи населения 2010, 2020 гг. Охарактеризуйте вид и элементы статистического ряда. Для принятия каких управленческих решений органами государственной власти и местного самоуправления может быть использована информация Всероссийских переписей населения?

Таблица 2.10

**Группировка частных домохозяйств по размеру
(данные переписи населения 2010, 2020 гг.)**

Число членов домохозяйств, человек	Число домохозяйств	
	2010 год	2020 год
Один	14 018 754	27 629 392
Два	15 563 868	16 478 612
Три	12 284 058	10 330 685
Четыре	7 907 406	6 986 598
Пять	2 914 802	2 846 749
Шесть	1 871 739	1 789 383

Источник: Итоги Всероссийской переписи населения. 2010, 2020 гг.

Задание 2. Данные таблицы «Группировка частных домохозяйств по размеру (данные переписи населения 2010, 2020 гг.)» (задание 1) представьте в графическом виде, используя редактор Excel. Охарактеризуйте преимущества представления данных в графическом виде.

Тест

1. Элементами статистического ряда распределения являются:

- ☐ варианты X_i и частоты f_i .
- ☐ варианты и частоты d_i
- ☐ группировочный признак, варианты и частоты
- ☐ группировочный признак, варианты

2. Распределение на основе описательных признаков образует:

- ☐ атрибутивный ряд
- ☐ вариационный ряд
- ☐ дискретный ряд
- ☐ интервальный ряд

3. Выберите верное равенство

- ☐ $\sum f_i = N$
- ☐ $\sum d_i = 1$
- ☐ $\sum d_i = 100\%$
- ☐ $\sum f_i = 100\%$

4. Распределение хозяйствующих субъектов видам экономической деятельности в соответствии с ОКВЭД2 образует:

- ☐ атрибутивный ряд
- ☐ вариационный ряд
- ☐ дискретный ряд
- ☐ интервальный ряд

5. Частота в статистическом ряде распределения:

- ☐ число повторений отдельных вариантов ряда, ед.
- ☐ частота повторений отдельных вариантов ряда, %
- ☐ значение признака в возрастающем порядке
- ☐ значение признака в убывающем порядке

2.3. Обобщающие статистические показатели

Контрольные вопросы

1. В чем состоит разница между абсолютными и относительными показателями?
2. Назовите единицы измерения абсолютных величин.
3. Какова необходимость расчета и использования относительных величин?
4. В чем состоит разница между относительными величинами, выраженными в коэффициентной и процентной формах?
5. Охарактеризуйте основные виды относительных величин.

Практические задания

Задание 1. На основе данных, представленных в табл. 2.11, определите вид относительных величин статистического ряда. Охарактеризуйте динамику внесения минеральных удобрений на 1 гектар посева сельскохозяйственных структур. Для принятия каких управленческих решений органами государственной власти и местного самоуправления может быть использована информация, представленная в таблице?

Таблица 2.11

**Внесение минеральных удобрений на один гектар посева
сельскохозяйственных культур в сельскохозяйственных организациях
за 2015 – 2024 годы**

	Минеральные удобрения (в пересчете на 100% питательных веществ), кг					
	2015	2020	2021	2022	2023	2024
Российская Федерация	42,2	68,6	74,6	74,4	76,0	77,1
Центральный федеральный округ	77,6	112,6	120,1	120,1	120,3	123,3
Северо-Западный федеральный округ	43,5	68,8	71,2	73,1	72,9	78,8
Южный федеральный округ	69,0	100,7	103,1	100,2	104,2	104,5
Северо-Кавказский федеральный округ	77,8	103,9	93,2	91,0	96,1	97,9
Приволжский федеральный округ	21,8	39,6	48,8	48,4	50,6	49,5
Уральский федеральный округ	17,7	38,4	35,8	35,4	36,1	35,5
Сибирский федеральный округ	9,6	24,4	33,4	37,7	38,2	40,1
Дальневосточный федеральный округ	34,7	45,4	55,0	52,8	56,0	69,0

Источник: Приложение к сборнику «Сельское хозяйство в России. 2025»

URL: <https://www.rosstat.gov.ru/folder/210/document/13226>

Задание 2. На основе данных, представленных в табл. 2.12, определите вид величин статистического ряда. Охарактеризуйте структуру и динамику подготовки специалистов среднего звена за исследуемый период. Для принятия каких управленческих решений органами государственной власти и местного самоуправления может быть использована информация, представленная в таблице.

Таблица 2.12

**Подготовка специалистов среднего звена в Российской Федерации
(на начало учебного года) за 2020 – 2025 годы**

	2020/2021	2021/2022	2022/2023	2023/2024	2024/2025
Численность студентов, обучающихся по программам подготовки специалистов среднего звена – всего, тыс. человек	2759,8	2856,2	2983,1	3133,9	3264,9
в том числе по формам обучения:					
очная	2318,6	2412,7	2532,9	2668,0	2795,5
очно-заочная	57,8	59,3	67,9	87,5	101,2
заочная	383,5	384,2	382,3	378,3	368,1
На 10 000 человек населения приходилось студентов обучающихся по программам подготовки специалистов среднего звена, человек	187	194	204	214	223
Принято на обучение по программам подготовки специалистов среднего звена, тыс. человек	900,2	870,9	942,7	1006,9	1044,5
Выпущено специалистов среднего звена, тыс. человек	552,8	573,8	612,5	650,6	688,0
На 10 000 человек занятого населения выпущено специалистов среднего звена, человек ²⁾	78	79	84	88	93

Источник: <https://www.rosstat.gov.ru/statistics/education>

Тест

1. Единицы измерения абсолютных статистических показателей:

- ☐ натуральные
- ☐ стоимостные
- ☐ структуры
- ☐ трудовые

2. Форма выражения относительных величин

- ☐ коэффициенты
- ☐ промилле
- ☐ проценты
- ☐ просантимилле

3. Относительные величины координации

- ☐ соотношение частей одного целого (одной совокупности)
- ☐ соотношения одноименных уровней (показателей), относящихся к различным объектам или территориям
- ☐ показатели, характеризующие степень распространенности данного явления в определенной среде.
- ☐ показатели, характеризующие долю отдельных частей совокупности во всем ее объеме

4. Определите уровень выполнения плана выпуска продукции в процентах на основе данных: фактический выпуск продукции за предшествующий период – 347 тыс. ед.; плановый объем выпуска продукции на отчетный период – 450 тыс. ед.; фактический выпуск продукции за отчетный период – 436 тыс. ед.

- ☐ 129,7 %
- ☐ 96,9 %
- ☐ 125,6 %
- ☐ 77,1%

5. Определите уровень динамики выпуска продукции в процентах на основе данных: фактический выпуск продукции за предшествующий период – 347 тыс. ед.; плановый объем выпуска продукции на отчетный период – 450 тыс. ед.; фактический выпуск продукции за отчетный период – 436 тыс. ед.

- ☐ 129,7 %
- ☐ 96,9 %
- ☐ 125,6 %
- ☐ 77,1 %

Тема 3

СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

В результате изучения темы студенты должны:

- **знать:** назначение средних величин, их основные виды и формы, методику расчета;
 - **уметь:** рассчитывать средние величины как типические характеристики значений признаков социально-экономических явлений и процессов;
 - **владеть:** навыками анализа полученных средних величин для принятия управленческих решений органами государственной власти и местного самоуправления.
-

3.1. Формы и виды средних величин

Средняя величина – это обобщающая мера варьирующего признака, которая характеризует его уровень в расчете на единицу совокупности. В отличие от относительной величины, которая является мерой соотношения показателей, средняя величина служит мерой признака на единицу совокупности. Каждая средняя величина характеризует то общее, что присуще всем единицам изучаемой совокупности.

Значения признака отдельных единиц колеблются в ту или иную сторону под влиянием множества факторов, среди которых могут быть существенные и случайные. Например, урожайность зерновых определяется некоторыми исходными данными для большинства сельскохозяйственных организаций в период посевной кампании: стоимость ГСМ, удобрений, уровень процентной ставки по кредитам, величина предоставляемых государственных субсидий и др., а также особенностями конкретного региона, организации: погодные условия, плодородие почвы, качество семян, технологии их обработки и др.

В средней величине обобщаются индивидуальные значения признака и отражается влияние общих условий, наиболее характерных для данной совокупности в конкретных условиях места и времени. Сущность средней заключается в том, что в ней взаимопогашаются отклонения значений признака отдельных единиц совокупности, обусловленные действием случайных факторов, и учитываются изменения, вызванные действием основных факторов.

Средняя величина отражает типичный уровень признака в данной совокупности единиц, если она рассчитана по качественно однородной совокупности. В связи с этим метод средних используют в сочетании с методом группировок.

Средние величины, характеризующие совокупность в целом, называют *общими*, а средние, отражающие особенность группы или подгруппы, – *групповыми*.

Каждая средняя отражает особенность изучаемой совокупности по какому-то одному признаку. Для принятия практических решений, как правило, необходима характеристика совокупности по нескольким признакам. В этом случае используют *систему средних величин*. Так, для анализа среднего уровня рентабельности сельскохозяйственных организаций необходимы данные по среднему уровню затрат, средние цены на промышленные товары и услуги, приобретаемые сельскохозяйственными организациями, средние цены производителей сельскохозяйственной продукции и др.

Форма, вид и методика расчета средней величины зависят от поставленной цели исследования, вида и взаимосвязи изучаемых признаков, а также от характера исходных данных.

В экономических исследованиях применяются две категории средних:

- 1) степенные средние;
- 2) структурные средние.

Название *степенные средние* связано с тем, что все они являются частным случаем степенной средней, определяемой по формуле

$$X = \sqrt[k]{\frac{\sum x_i^k f_i^k}{\sum f_i}}, \quad (3.1)$$

где x_i – индивидуальное значение признака (варианты); f_i – частота, соответствующая x_i ; k – степень рассчитываемой средней величины.

Степенные средние величины включают: среднюю арифметическую, среднюю гармоническую, среднюю геометрическую, среднюю квадратическую.

Формула степенной средней определяется значением степени применяемой средней. С увеличением показателя степени k возрастает соответственно средняя величина.

1. *Средняя гармоническая ($k = -1$): простая и взвешенная.*

Простая средняя гармоническая:

$$\bar{X} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} \quad (3.2)$$

Средняя гармоническая взвешенная:

$$\bar{X} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{X_i}} \quad (3.3)$$

где $w_i = f_i \cdot X_i$.

2. *Средняя геометрическая ($k = 0$): простая и взвешенная.*

Средняя геометрическая простая:

$$\bar{X} = \sqrt[n]{\prod X_i} = \sqrt[n]{X_1 X_2 \dots X_n} \quad (3.4)$$

Средняя геометрическая взвешенная:

$$\bar{X} = \sqrt[\sum f_i]{\prod X_i^{f_i}} = \sqrt[\sum f_i]{X_1^{f_1} X_2^{f_2} \dots X_n^{f_n}} \quad (3.5)$$

В экономической статистике средняя геометрическая применяется при определении коэффициентов и темпов роста в рядах динамики (тема 6).

3. *Средняя арифметическая ($k = +1$): простая и взвешенная.*

Средняя арифметическая простая:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \quad (3.6)$$

Средняя арифметическая взвешенная:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} \quad (3.7)$$

4. *Средняя квадратическая ($k = 2$): простая и взвешенная.*

Средняя квадратическая простая:

$$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n}} \quad (3.8)$$

Средняя квадратическая взвешенная:

$$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum X_i^2 f_i}{\sum f_i}} \quad (3.9)$$

Средняя квадратическая используется при оценке уровня вариации анализируемых экономических показателей (тема 4).

Наиболее распространенная форма средней – средняя арифметическая величина. Среднюю гармоническую часто рассматривают как величину, обратную средней арифметической. Среднюю квадратическую широко используют при расчете показателей вариации, а среднюю геометрическую – при анализе динамики.

3.2. Средняя арифметическая величина и ее свойства

В экономических и статистических исследованиях наибольшее применение нашли средние арифметические величины.

Средняя арифметическая величина может быть простой и взвешенной.

Простая средняя арифметическая величина ($\bar{X}$) рассчитывается с использованием следующей формулы:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \quad (3.10)$$

где x – значения отдельных единиц анализируемой совокупности (варианты), n – объем статистической совокупности (число единиц в статистической совокупности).

Средняя арифметическая простая применяется, когда используемые при расчете данные (абсолютные величины) не повторяются, или встречаются одинаковое число раз (не сгруппированы). Рассмотрим расчет и применение средней арифметической простой.

Пример 3.1

На основе данных, представленных в табл. 3.1, определите динамику среднего объема выпуска продукции, приходящегося на одно хозяйство.

Таблица 3.1

**Выпуск продукции растениеводства в хозяйствах
регионального агрохолдинга за 2025 г., млн руб.**

Хозяйства агрохолдинга	Предшествующий год	Отчетный год
1	5 300,5	6 255,7
2	6 260,7	8 231,7
3	4 726,5	7 798,5
4	3 157,9	4 130,5
5	9 356,7	8 987,4
Всего	27 809,7	35 403,8

Решение:

Используя формулу средней арифметической простой (3.6), получаем, что объем выпуска продукции растениеводства, приходящийся в среднем на одно хозяйство, составил:

- предшествующий год : $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{27\,809,7}{5} = 5\,561,9$ млн руб.;

- отчетный год: $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{35\,403,8}{5} = 7\,080,1$ млн руб.

Таким образом, в отчетном году по сравнению с предшествующим средний выпуск продукции растениеводства в расчете на одно хозяйство увеличился на 1518,2 тыс. руб. или на 27,3%.

Однако в исходных данных, особенно при использовании совокупностей большого объема, одни и те же значения признака могут повторяться. Тогда данные необходимо представить в сгруппированном виде: для каждого значения усредняемого признака сообщается частота его повторения, то есть предварительно составляется *ряд распределения*, а затем определить величину средней по формуле средней арифметической взвешенной.

Средняя арифметическая взвешенная

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}, \quad (3.11)$$

где x_i – индивидуальное значение признака (варианта); f – частота повторения данного признака.

Если имеются данные о частоте признака, используется модифицированная формула:

$$\bar{X} = \sum X_i d_i, \quad (3.12)$$

где d_i – частость, соответствующая варианту x_i .

Пример 3.2

На основании данных представленных в табл. 3.2, необходимо рассчитать средний стаж работников, используя формулу средней арифметической взвешенной.

Таблица 3.2

**Данные о стаже работников ГУП «Объединенные рынки города»
по состоянию на 1 января 2026 г.**

Стаж работы, лет	Численность работников, чел.	Уд. вес работников в общей численности, %
X_i	f_i	d_i
2	2	9,1
4	4	18,2
5	3	13,6
7	4	18,2
9	4	18,2
10	5	22,7
Итого	22	100

Решение:

Используя формулу (3.11), рассчитаем средний стаж работников:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{2 \cdot 2 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 9 \cdot 4 + 10 \cdot 5}{2 + 4 + 3 + 4 + 4 + 5} = 6,7 \text{ лет}$$

Далее рассчитаем средний стаж работников, используя модифицированную формулу средней арифметической взвешенной (3.12), где частость представлена в виде удельного веса, в % к общей численности работников.

$$\bar{X} = \sum X_i d_i = \frac{2 \cdot 9,1 + 4 \cdot 18,2 + 5 \cdot 13,6 + 7 \cdot 18,2 + 9 \cdot 18,2 + 10 \cdot 22,7}{100} = 6,7 \text{ лет}$$

Если значения признака (варианты) представлены в виде интервального ряда, то первоначально необходимо определить срединное значение интервала – рассчитывается как сумма границ интервала, деленная на два.

Проведем расчет средней арифметической взвешенной величины на примере интервального ряда.

Пример 3.3

На основе данных, представленных в табл. 3.3, необходимо рассчитать динамику среднего объема выпуска продукции, приходящегося на одно хозяйство.

Таблица 3.3

Продукция животноводства в хозяйствах регионального агрохолдинга за 2025 г., млн руб.

Группы предприятий агрохолдинга по объему производства, млн руб.	Срединное значение интервала	Количество предприятий (частота)	Доля в общем количестве предприятий
X_i	$\bar{X}_i$	f_i	d_i
5,0 – 6,5	5,8	3	0,19
6,5 – 8,0	7,3	4	0,25
8,0 – 9,5	8,8	5	0,31
9,5 – 11,0	10,3	3	0,19
11,0 – 13,5	12,3	1	0,06
Всего	x	16	1

Первоначально определяем срединное значение интервала как сумма границ интервала, деленная на два.

Затем по формулам (3.11), (3.12) определяем среднюю арифметическую.

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{5,8 \cdot 3 + 7,3 \cdot 4 + 8,8 \cdot 5 + 10,3 \cdot 3 + 12,3 \cdot 1}{16} = 8,4 \text{ млн руб.}$$

$$\bar{X} = \sum X_i d_i = \frac{5,8 \cdot 0,19 + 7,3 \cdot 0,25 + 8,8 \cdot 0,31 + 10,3 \cdot 0,19 + 12,3 \cdot 0,06}{1} = 8,4 \text{ млн руб.}$$

Основные свойства средней арифметической

1. Сумма отклонений отдельных значений признака от средней арифметической равна нулю:

$$\Sigma(x_i - \bar{x}) = 0. \quad (3.13)$$

2. Сумма квадратов отклонений значений признака от средней меньше суммы квадратов отклонений от любой произвольной величины А:

$$\Sigma(x_i - \bar{x})^2 = \min; \quad (3.14)$$

$$\Sigma(x_i - \bar{x})^2 < \Sigma(x_i - A)^2. \quad (3.15)$$

3. Если от каждого значения признака отнять или к каждому его значению прибавить одно какое-либо число А, то новая средняя соответственно уменьшится или увеличится на то же самое число:

$$\overline{x_i \pm A} = \bar{x} \pm A. \quad (3.16)$$

4. Произведение средней на сумму частот всегда равно сумме произведений вариантов на частоты:

$$\bar{x}_i \Sigma f = \Sigma x_i f. \quad (3.17)$$

5. Если каждое значение признака разделить или умножить на одно какое-либо число А, то новая средняя соответственно уменьшится или увеличится во столько же раз.

$$\overline{Ax_i} = A\bar{x}. \quad (3.18)$$

6. Если значения признака веса разделить или умножить на одно и то же число, то величина средней не изменится:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x f}{\Sigma f} = \frac{\Sigma x \frac{f}{A}}{\Sigma \frac{f}{A}} = \frac{\Sigma x f A}{\Sigma f A}. \quad (3.19)$$

Данные свойства средней арифметической могут быть использованы для упрощения ее вычисления в процессе аналитической работы.

3.3. Структурные средние

К структурным средним показателям относят показатели моды и медианы.

Модой (M_o) называется варианта (значение признака), наиболее часто встречающаяся среди анализируемой статистической совокупности. В дискретном ряду мода представляет собой варианту, которая имеет максимальное значение частоты.

Медиана (M_e) – это значение признака, приходящееся на середину ранжированной (упорядоченной) совокупности.

Пример 3.4

По данным таблицы необходимо определить модальное значение стажа работников.

Таблица 3.4

Стаж работников МУП «Городское хозяйство» на начало 2026 г.

Стаж работников, лет	Количество работников, чел.	Накопленная частота
X_i	f_i	S_i
1	3	3
3	5	8
5	7	15
7	3	18
10	1	19
Итого	19	x

Согласно данным таблицы максимальная частота показателя стаж работы равна 7. Для этой частоты модальное значение признака – 5 лет, то есть наибольшее число работников имеют стаж 5 лет.

В *интервальном ряду распределения* с равными интервалами мода исчисляется по следующей формуле:

$$M_o = X_{m_o} + i_{m_o} \frac{f_{m_o} - f_{m_o-1}}{(f_{m_o} - f_{m_o-1}) + (f_{m_o} - f_{m_o+1})} \quad (3.20)$$

где X_{m_o} – нижняя граница модального интервала; i_{m_o} – величина модального интервала; f_{m_o} – частота модального интервала; f_{m_o-1} – частота интервала, предшествующего модальному интервалу; f_{m_o+1} – частота интервала, следующего за модальным.

Проведем расчет модального значения интервального ряда.

Пример 3.5

По данным, приведенным в табл. 3.5, необходимо определить моду интервального ряда.

**Распределение производственных предприятий
по выпуску пищевой продукции региона**

Группы предприятий по объему производства, млн руб.	Количество предприятий, ед.	Накопленная частота
10,0 – 11,5	3	3
11,5 – 13,0	6	9
13,0 – 14,5	5	14
14,5 – 16,0	2	16
16,0 – 17,5	1	17
17,5 – 19,0	1	18
Итого	18	x

Первоначально определим максимальную частоту по количеству предприятий (6 предприятий), отсюда модальный интервал – это интервал от 10,0 до 11,5 млн руб. На основании формулы расчета моды (3.20) в интервальном ряду произведем расчет показателя:

$$M_0 = X_{M_0} + i_{M_0} \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})} = 11,5 + 1,5 \frac{6-3}{(6-3) + (6-5)} = 12,6 \text{ млн руб.}$$

Таким образом, модальное значение интервального ряда распределения составляет 12,6 млн руб.

Медианой (M_e) называют значение варьирующего признака, делящего ранжированный ряд данных на две равные части. Соответственно, у половины единиц статистической совокупности будет значение признака меньше медианы, у другой половины – больше медианы.

Если первоначальные данные не сгруппированы, необходимо расположить их в возрастающем порядке (провести ранжирование).

После этого необходимо определить номер единицы совокупности, значение признака у которой будет медианой. Если статистическая совокупность характеризуется небольшим объемом данных, данный номер определяется визуально; если статистическая совокупность большая, то используется следующая формула:

$$N_{M_e} = \frac{(n+1)}{2} \quad (3.21)$$

Например, имеются данные о производстве кондитерской продукции предприятиями кондитерской фабрики за отчетный период в виде ранжированного ряда:

Номер предприятия	1	2	3	4	5
Производство, т	50	51	52	53	54

На основании формулы получаем, что номер единицы, который будет медианой ранжированного ряда составит

$$N_{Me} = \frac{(n+1)}{2} = \frac{(5+1)}{2} = 3.$$

Следовательно, медианой данного ранжированного ряда является значение 52 (третий показатель в ранжированном ряду).

Если номер единицы медианного значения рассчитывается из нечетного числа, медиану рассчитывают как среднее арифметическое двух рядом стоящих вариантов, которые наиболее близки к рассчитанному номеру единицы.

Например, имеются данные об объеме продаж торговыми предприятиями региональной сети за отчетный период в виде ранжированного ряда:

Номер предприятия	1	2	3	4	5	6	7	8
Объем продаж, млн руб.	51	52	53	54	55	60	61	63

На основании формулы получаем номер единицы медианного значения

$$N_{Me} = \frac{(n+1)}{2} = \frac{(8+1)}{2} = 4,5.$$

Тогда медианой будет средняя арифметическая из вариантов, стоящих четвертой в ранжированном ряду (54 млн руб.), и пятой (55 млн руб.), то есть медианное значение объема продаж составит 54,5 млн руб.

Рассмотрим расчет медианы для дискретного ряда распределения, где за ранжированный ряд принят ряд накопленной частоты.

Пример 3.6

По данным, приведенным в табл. 3.6, необходимо определить медианное значение признака.

Таблица 3.6

Производительность труда работников организации за отчетный период

Производительность труда работников, ед.	Количество работников, ед.	Накопленная частота
X_i	f_i	S_i
30	3	3
56	4	8
62	8	15
86	3	18
90	1	19
Итого	19	x

Номер единицы медианного значения определится как $N_{Me} = \frac{(19+1)}{2} = 10$. Наиболее близкое к данному номеру значение – 8. Для этой частоты медианное значение признака составляет 62 ед. То есть у половины работников организации производительность труда меньше 62 ед., у второй половины – больше 62 ед.

Пример 3.7

Рассмотрим расчет медианы для интервального ряда распределения (табл. 3.7).

Таблица 3.7

Заработная плата работников МУП «Городское хозяйство» за 2025 г.

Заработная плата работников, тыс. руб.	Количество работников, чел.	Накопленная частота
X_i	f_i	S_i
60,0 – 70,0	3	3
70,0 – 80,0	6	9
80,0 – 90,0	5	14
90,0 – 100,0	2	16
100,0 – 110,0	1	17
110,0 – 120,0	1	18
Итого	18	x

Расчет проводится следующим образом:

1. Рассчитывается накопленная частота (S_i).
2. Определяется медианный интервал, накопленная частота которого больше или равна $\frac{1}{2}$ численности единиц совокупности. В данном примере это интервал от 70,0 тыс. руб. до 80 тыс. руб. (накопленная частота этого интервала равна половине единиц совокупности).
3. Рассчитывается значение медианы на основании формулы

$$M_e = X_{M_e} + i_{M_e} \frac{\frac{\sum f_i}{2} - S_{M_e-1}}{f_{M_e}} \quad (3.22)$$

где X_{M_e} – нижняя граница медианного интервала; i_{M_e} – величина медианного интервала; f_i – частота i -го интервала; S_{M_e-1} – накопленная частота интервала, предшествующего медианному интервалу; f_{M_e} – частота медианного интервала.

Отсюда медианное значение составит

$$M_e = 70,0 + 10 \frac{\frac{18}{2} - 9}{6} = 80,0 \text{ тыс. руб.}$$

То есть, ровно у половины численности работников заработная плата меньше 80 тыс. руб., у второй половины – больше 80 тыс. руб.

Аналогичным образом вычисляются значения признака, которые делят статистическую совокупность более чем на две равные части, например, на квартили (на четыре части), квинтели (на пять частей) и др.

Возможности использования результатов статистических исследований в принятии управленческих решений органами публичной власти.

Федеральный закон от 24.10.1997 № 134-ФЗ (ред. от 29.12.2020, с изм. от 29.10.2024) «О прожиточном минимуме в Российской Федерации».

Федеральный закон устанавливает правовую основу для определения прожиточного минимума в Российской Федерации и его учета при установлении гражданам Российской Федерации государственных гарантий получения минимальных денежных доходов и при осуществлении других мер социальной защиты граждан Российской Федерации.

Прожиточный минимум – минимальная необходимая для обеспечения жизнедеятельности сумма доходов гражданина;

Медианный среднедушевой доход – величина денежного дохода, относительно которой половина населения в целом по Российской Федерации имеет значение среднедушевого дохода ниже данной величины, другая половина - выше данной величины и которая ежегодно исчисляется

Федеральная служба государственной статистики ежегодно в целом по Российской Федерации рассчитывает показатель «Медианная заработная плата» на основе информации, получаемой из Социального фонда России (СФР) в соответствии с Приказом Росстата от 31.12.2020 № 870 (ред. от 31.05.2023) «Об утверждении Методики расчета показателя «Медианная заработная плата».

Прожиточный минимум в целом по Российской Федерации предназначается для:

- оценки уровня жизни населения Российской Федерации при разработке и реализации социальной политики и федеральных социальных программ;
- обоснования устанавливаемых на федеральном уровне минимального размера оплаты труда, а также для определения устанавливаемых на федеральном уровне размеров стипендий, пособий и других социальных выплат;
- формирования федерального бюджета.

Таблица 3.8

**Величина прожиточного минимума на душу населения
и по основным социально-демографическим группам населения
в целом по Российской Федерации за 2023 – 2026 гг.**

Период, за который исчислена величина прожиточного минимума в целом по Российской Федерации	Величина прожиточного минимума в целом по Российской Федерации (в руб.)				Нормативный акт, установивший величину прожиточного минимума
	на душу населения	для трудоспособного населения	для пенсионеров	для детей	
с 01.01.2026 по 31.12.2026	18 939	20 644	16 288	18 371	Федеральный закон от 28.11.2025 № 426-ФЗ
с 01.01.2025 по 31.12.2025	17 733	19 329	15 250	17201	Постановление Правительства РФ от 12.06.2024 № 789

Продолжение табл. 3.8

с 01.01.2024 по 31.12.2024	15 453	16 844	13 290	14 989	Федеральный закон от 27.11.2023 № 540-ФЗ
с 01.01.2023 по 31.12.2023	14 375	15 669	12 363	13 944	Федеральный закон от 05.12.2022 № 466-ФЗ

Источник: https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_33936/

Прожиточный минимум в субъектах Российской Федерации предназначается для:

- оценки уровня жизни населения соответствующего субъекта Российской Федерации при разработке и реализации региональных социальных программ;
- оказания необходимой государственной социальной помощи и предоставления мер социальной поддержки малоимущим гражданам;
- формирования бюджетов субъектов Российской Федерации.

Перечень рекомендуемой литературы

1. Статистика: учебник для вузов / ответственный редактор И.И. Елисеева. – 6-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 619 с.
2. Дудин М.Н. Статистика: учебник и практикум для вузов / М.Н.Дудин, Н.В. Лясников, М.Л. Лезина. – 2-е изд. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 381 с.
3. Яковлев В.Б. Статистика. Расчеты в Microsoft Excel: учебник для вузов/ В.Б. Яковлев. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 353 с.

ПРАКТИКУМ

3.1. Формы и виды средних величин

Контрольные вопросы

1. Обоснуйте необходимость применения средних величин в процессе анализа социально-экономических процессов и явлений.
2. Охарактеризуйте сущность средней величины.
3. От каких факторов зависят вид и методика расчета средней величины?
4. Охарактеризуйте структуру степенных средних.
5. В чем заключается различие применяемых видов степенных средних величин?

Практические задания

Задание 1. На основе данных, приведенных, в табл. 3.9, необходимо:

1) обосновать применение формулы для определения среднего значения признака (уровня занятости, безработицы по ЮФО); 2) проверить правильность расчета средних величин.

Сделайте выводы. Для принятия каких управленческих решений в сфере государственного и муниципального управления необходима данная аналитическая информация?

Таблица 3.9

**Занятость и безработица населения в субъектах Российской Федерации
Южного федерального округа за 2024 г.**

Регион	Численность занятых в возрасте 15-72 лет, тыс. чел.	Уровень занятости населения в возрасте 15-72 лет, %	Численность безработных в возрасте 15-72 лет, тыс. чел.	Уровень безработицы населения в возрасте 15-72 лет, %
<i>Южный федеральный округ</i>	8343,4	66,7	204,1	2,4
Республика Адыгея	203,5	54,8	5,3	2,6
Республика Калмыкия	128,2	64,5	6,8	5,1
Республика Крым	939,3	66,0	26,4	2,7
Краснодарский край	2865,4	66,3	59,0	2,0
Астраханская область	486,0	68,9	13,4	2,7
Волгоградская область	1252,0	66,2	30,7	2,4
Ростовская область	2178,2	68,6	54,5	2,4
г. Севастополь	290,9	67,9	7,8	2,6

Источник: https://rosstat.gov.ru/labour_force

Задание 2. В табл. 3.10 приведены данные о выпуске продукции субъектов малого и среднего предпринимательства в муниципальном округе региона.

1. Определите уровень выполнения плана в среднем по муниципальному округу.

2. Определите вид признака, веса; порядок расчета среднего значения, обоснуйте применение формулы средней величины.

3. Сделайте выводы. Для принятия каких управленческих решений органов местного самоуправления необходима данная аналитическая информация?

**Выпуск продукции предприятиями муниципального округа
региона за 2025 г.**

Номер предприятия	Выпуск продукции по плану, млн руб.	Уровень выполнения плана, %	Номер предприятия	Выпуск продукции по плану, млн руб.	Уровень выполнения плана, %
1	23,6	109,6	9	4,8	100,9
2	10,5	87,9	10	6,1	98,5
3	13,7	103,6	11	13,7	102,3
4	7,9	102,9	12	8,6	89,1
5	6,3	110,0	13	2,4	88,1
6	20,6	115,1	14	3,9	100,9
7	12,0	89,0	15	15,0	99,5
8	6,7	88,9	16	10,2	98,5

Тест

1. Средняя величина отражает:

- типичный уровень признака в данной совокупности единиц
- нетипичный уровень признака в данной совокупности единиц
- типичный уровень признака в нескольких совокупностях
- наиболее характерный уровень признака в данной совокупности

единиц

2. В экономических исследованиях применяются две категории средних:

- степенные средние; структурные средние
- степенные средние; средние геометрические
- степенные средние; средние гармонические
- структурные средние; средние геометрические

3. Средняя геометрическая простая определяется по формуле:

- $\bar{X} = \sqrt[n]{\prod X_i}$
- $\bar{X} = \sqrt[\sum f_i]{\prod X_i^{f_i}}$
- $\bar{X} = \frac{n}{\sum \frac{1}{X_i}}$
- $\bar{X} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{X_i}}$

4. В экономической статистике средняя геометрическая применяется при определении:

- показателей динамики рядов распределения
- показателей вариации рядов распределения

- показателей структуры рядов распределения
- показателей медианного значения рядов распределения

5. Степенные средние величины включают:

- среднюю арифметическую
- среднюю прогрессивную
- среднюю гармоническую
- среднюю геометрическую
- среднюю квадратическую

3.2. Средняя арифметическая величина и ее свойства

Контрольные вопросы

1. Дайте определение средней арифметической.
2. В чем основное отличие применения средней арифметической простой от средней арифметической взвешенной?
3. Чем отличается частота повторения признака от показателя частоты?
4. Какова последовательность определения средней арифметической если варианты признака представлены в виде интервального ряда?
5. Охарактеризуйте основные свойства средней арифметической?

Практические задания

Задание 1. На основе данных, приведенных в табл. 3.11, необходимо:

- 1) обосновать формулу применения средних величин;
- 2) определить средние показатели рынка труда двух регионов;

Сделайте выводы. Для принятия каких управленческих решений в сфере государственного и муниципального управления необходима данная аналитическая информация?

Таблица 3.11

Показатели рынка труда по Республике Крым, г. Севастополю за 2024 г.

Регион	Численность населения, тыс. чел.	Численность занятых в возрасте 15-72 лет, тыс. чел.	Уровень занятости населения в возрасте 15-72 лет, %	Численность безработных в возрасте 15-72 лет, тыс. чел.	Уровень безработицы населения в возрасте 15-72 лет, %
Республика Крым	1 905,9	939,3	66,0	26,4	2,7
г. Севастополь	559,8	290,9	67,9	7,8	2,6

Источник: URL: https://rosstat.gov.ru/labour_force

Задание 2. На основе данных, приведенных в табл. 3.12, необходимо:

- 1) обосновать формулу применения средних величин;
- 2) определить средние показатели естественного движения населения двух регионов.

Сделайте выводы. Для принятия каких управленческих решений в сфере государственного и муниципального управления необходима данная аналитическая информация?

Таблица 3.12

**Показатели естественного движения населения по Республике Крым,
г. Севастополю за 2024 г.**

Субъект Российской Федерации	Среднегодовая численность населения, тыс. чел.	Численность родившихся за 2023 г. в среднем на 1000 жителей среднегодовой численности, ‰	Численность умерших за 2023 г. в среднем на 1000 жителей среднегодовой численности, ‰	Численность естественного прироста населения в среднем на 1000 жителей среднегодовой численности, ‰
Республика Крым	1 913, 2	8,3	13,8	–5,5
г. Севастополь	559,8	6,6	10,1	– 3,5

Источник: <https://82.rosstat.gov.ru/folder/27537>; <https://82.rosstat.gov.ru/folder/27485>

Тест

1. По какой формуле рассчитывается средняя арифметическая простая:

- $\bar{X} = \frac{n}{\sum \frac{1}{X_i}}$
- $\bar{X} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{X_i}}$
- $\bar{X} = \sqrt[n]{\prod X_i}$
- $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$

2. По какой формуле рассчитывается средняя арифметическая взвешенная

- $\bar{X} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{X_i}}$
- $\bar{X} = \sqrt[n]{\prod X_i}$
- $\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$
- $\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$,

3. Если частоты всех вариантов дискретного ряда распределения умножить на одно и то же число, средняя арифметическая при этом:

- ☐ увеличится
- ☐ уменьшится
- ☐ останется без изменения
- ☐ увеличится/уменьшится в пределах 10%

4. В экономической статистике средняя арифметическая простая применяется, когда используемые при расчете данные (абсолютные величины):

- ☐ не повторяются
- ☐ встречаются одинаковое число раз
- ☐ сгруппированы
- ☐ не сгруппированы

5. Сумма отклонений отдельных значений признака от средней арифметической равна:

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ 100
- ☐ 10

3.3. Структурные средние

Контрольные вопросы

1. Для решения каких задач используются структурные средние?
2. Охарактеризуйте значение моды.
3. В чем отличие моды от медианы?
4. В чем различие расчета медианы на основе дискретных и интервальных рядов динамики?
5. Что означает накопленная частота и для расчета каких структурных средних используется данный показатель?

Практические задания

Задание 1. На основе данных о заработной плате работников МУП «Городское хозяйство района» (табл. 3.13) определите медиану. Обоснуйте значение данного показателя для анализа показателей по труду работников и его оплате исследуемого предприятия.

Таблица 3.13

Заработная плата работников МУП «Городское хозяйство» за 2025 г.

Заработная плата работников, тыс. руб.	Количество работников, чел.	Накопленная частота
X_i	f_i	S_i
60,0 – 70,0	10	10
70,0 – 80, 0	9	19
80,0 – 90,0	8	27
90, 0 – 100,0	5	32
100,0 – 110,0	3	35
110,0 – 120,0	2	37
Итого	37	x

Задание 2. На основе данных табл. 3.14 проведите анализ динамики медианной заработной платы в Российской Федерации. Сделайте выводы.

Таблица 3.14

Медианная заработная плата (по административным данным Фонда пенсионного и социального страхования Российской Федерации)

	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Российская Федерация	30 458	32 422	35 370	40 368	46 751	56 443

Источник: https://rosstat.gov.ru/labour_costs

Тест**1. По какой формуле рассчитывается мода?**

- ☐ $M_0 = X_{M_0} + i_{M_0} \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})}$
- ☐ $N_{M_e} = \frac{(n+1)}{2}$
- ☐ $M_e = X_{M_e} + i_{M_e} \frac{\frac{\sum f_i}{2} - S_{M_e-1}}{f_{M_e}}$
- ☐ $M_0 = X_{M_0} + i_{M_0}$

2. Чему равна мода в данной статистической совокупности:

3; 3; 4; 5; 5; 5;6; 7;7; 8; 9;9; 10;10; 12.

- ☐ 5
- ☐ 7
- ☐ 9
- ☐ 10

3. По какой формуле рассчитывается медиана?

- ☐ $M_0 = X_{M_0} + i_{M_0} \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})}$
- ☐ $N_{M_e} = \frac{(n+1)}{2}$
- ☐ $M_e = X_{M_e} + i_{M_e} \frac{\frac{\sum f_i}{2} - S_{M_e-1}}{f_{M_e}}$
- ☐ $M_e = X_{M_e} + i_{M_e}$

4. Значение признака, делящего ранжированный ряд на две равные части, – это:

- ☐ мода
- ☐ медиана
- ☐ дисперсия
- ☐ средняя величина

5. Значение признака, наиболее часто встречающееся среди анализируемой статистической совокупности, – это:

- ☐ мода
- ☐ медиана
- ☐ средняя величина
- ☐ дисперсия

Тема 4

ВАРИАЦИЯ (КОЛЕБЛЕМОСТЬ) ПРИЗНАКА

В результате изучения темы студенты должны:

- **знать:** сущность показателей вариации (колеблемости) признака, характеристики структуры и формы распределения;
- **уметь:** определять источники статистической информации, необходимой для анализа вариации показателей социально-экономических явлений и процессов общественной жизни, рассчитывать показатели вариации, результаты статистического наблюдения;
- **владеть:** навыками применения результатами вариационного анализа в процессе государственного и муниципального управления.

4.1. Показатели вариации

Средние величины дают обобщающую характеристику признаков изучаемой совокупности, но при этом не раскрывают расположение варианта изучаемого признака относительно центра распределения (средней). Так, в двух различных совокупностях средняя величина признака может иметь одинаковое значение, но в первой совокупности варианты признака отличаются от средней величины незначительно, то есть имеет место малая вариация, а во второй – значительно (то есть вариация достаточно велика) (табл. 4.1).

Таблица 4.1

**Заработная плата работников ГУП в сфере коммунального хозяйства
муниципального образования, руб.**

Отчетный период	ГУП 1	ГУП 2
Январь	62 300	57 600
Февраль	59 960	44 907
Март	62 450	63 675
Апрель	61 544	76 599
Май	58 700	49 525
Июнь	63 897	76 545
Итого за 1 полугодие	368 851	368 851
Средняя заработная плата	61 475	61 475

Данные, приведенные в таблице свидетельствуют о том, что средняя заработная плата работников двух предприятий – одинаковая (61475 руб.), однако, различия (вариация) по величине ежемесячной заработной платы более резко выражены у работников ГУП 2, чем у работников ГУП 1.

Отсюда степень вариации играет значимую роль при определении надежности средней величины признаков статистической совокупности: а) если индивидуальные значения в каждом признаке имеют незначительные отличия друг от друга, то средняя величина в данном случае будет достаточно показательной характеристикой свойств данной совокупности; б) если в ряду

распределения наблюдается значительное рассеивание индивидуальных значений (вариант), то средняя величина не будет надежной характеристикой изучаемой совокупности, соответственно применение данной средней величины на практике будет ограниченным.

В статистике для измерения вариации (колеблемости) признака применяются абсолютные и относительные показатели вариации.

К абсолютным характеристикам относят:

- 1) размах вариации (R);
- 2) среднее линейное отклонение ($\bar{\Delta}$);
- 3) дисперсия (σ^2);
- 4) среднее квадратическое отклонение (σ).

Размах вариации (R) – есть разность между максимальным (X_{max}) и минимальным (X_{min}) значениями изучаемого признака:

$$R = X_{max} - X_{min} \quad (4.1)$$

Значение размаха вариации – это наиболее простой показатель, характеризующий колеблемость признака, представляет интерес, когда важно знать пределы вариации признака, например, ставок процента по кредитам и депозитам кредитных организаций. Он востребован также при анализе инвестиционных проектов в условиях риска: из двух проектов тот считается более рискованным, у которого размах вариации экспертной оценки ожидаемого эффекта выше. Однако размах вариации демонстрирует отклонение только крайних значений признака. Необходима обобщенная характеристика вариации признака.

Следующий показатель колеблемости признака – *среднее линейное отклонение* ($\bar{\Delta}$) – рассчитывается как среднее арифметическое абсолютных отклонений индивидуальных значений признака (X_i) от среднего уровня этого признака ($\bar{X}$). Этот показатель может быть рассчитан как по сгруппированным, так и по несгруппированным данным.

Расчет среднего линейного отклонения по несгруппированным данным ($\bar{\Delta}_1$):

$$\bar{\Delta}_1 = \frac{\sum |X_i - \bar{X}|}{n} \quad (4.2)$$

Расчет среднего линейного отклонения по сгруппированным данным ($\bar{\Delta}_{21}$):

$$\bar{\Delta}_2 = \frac{\sum |X_i - \bar{X}| \cdot f_i}{\sum f} \quad (4.3)$$

В числителях формул приводятся суммы абсолютных отклонений без учета знака, то есть по модулю, поскольку одно из свойств средней арифметической величины: суммирование разностей с учетом знака всегда дает

нулевое значение. Это ограничивает величину среднего линейного отклонения как меры вариации признака. В связи с этим более широкое применение получил показатель среднего квадратического отклонения.

Среднее квадратическое отклонение является абсолютной мерой вариации и представляет собой корень квадратный из дисперсии. Смысловое содержание этого показателя такое же, как и среднего линейного отклонения: чем меньше его величина, тем однороднее совокупность и тем более типична средняя величина.

Дисперсией (σ^2) называется средний квадрат отклонений значений признака от их средней величины. Этот показатель не имеет единиц измерения. В зависимости от исходных данных дисперсию можно вычислять по формуле средней арифметической простой или взвешенной.

Для несгруппированных данных (простая средняя)

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}. \quad (4.4)$$

Для сгруппированных данных (взвешенная средняя)

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}. \quad (4.5)$$

Формулы для расчета среднего квадратического отклонения имеют следующий вид:

Для несгруппированных данных

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}. \quad (4.6)$$

Для сгруппированных данных

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}}. \quad (4.7)$$

Дисперсию и среднее квадратическое отклонение используют при решении многих задач: в расчетах, связанных с организацией выборочного наблюдения, оценке полученных на основе выборки статистических показателей, построении показателей тесноты корреляционной связи, дисперсионном анализе.

Относительные характеристики вариации рассчитываются как отношение абсолютных показателей вариации к среднему уровню изучаемого признака:

- относительный размах вариации (коэфф. осцилляции): $K_R = \left(\frac{R}{\bar{x}}\right) \cdot 100$;
- относительное среднее линейное отклонение: $K_{\bar{\Delta}} = \left(\frac{\bar{\Delta}}{\bar{x}}\right) \cdot 100$;

- коэффициент вариации: $K_\sigma = \left(\frac{\sigma}{\bar{x}}\right) \cdot 100$.

Из относительных показателей вариации наиболее часто применяют следующие:

Относительное среднее линейное отклонение ($\bar{\Delta}_\%$) – рассчитывается как отношение среднего линейного отклонения ($\bar{\Delta}$) к значению среднего арифметического ($\bar{X}$) и выражается в процентах.

$$\bar{\Delta}_\% = \frac{\bar{\Delta}}{\bar{X}} \cdot 100\% \quad (4.8)$$

Коэффициент вариации (V) – рассчитывается как отношение среднего квадратического отклонения к значению средней арифметической:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100. \quad (4.9)$$

Коэффициент вариации рассматривают как измеритель колеблемости признака и как измеритель однородности статистической совокупности. Принято считать, что если коэффициент вариации превышает 33%, то статистическая совокупность классифицируется как недостаточно однородная.

Пример 4.1

В табл. 4.2 приведены данные о распределении муниципальных образований региона в зависимости от среднедушевых денежных доходов населения (тыс. руб. в месяц). Необходимо рассчитать основные показатели вариации, охарактеризовать полученные результаты.

Таблица 4.2

**Среднедушевые денежные доходы населения региона
за отчетный период**

№ п/п	Средне- душевые денежные доходы населения, тыс. руб.	Срединное значение интервала	Количество муниципальных образований	Расчетные величины			
	x_i	x_i	f_i	$x_i f_i$	$ x_i - \bar{x} \cdot f_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
1	40 – 50	45	2	90	41,2	424,4	848,8
2	50 – 60	55	3	165	31,8	112,4	337,2
3	60 – 70	65	5	325	3,0	0,36	1,8
4	70 – 80	75	4	300	37,6	88,4	353,6
5	80 – 90	85	2	170	38,8	376,4	752,8
	Итого	x	16	1050	152,4	x	2294

По данным таблицы размах вариации составил 40 тыс. руб.

Для дальнейших расчетов необходимо знать среднее значение признака:

$$\bar{X} = \frac{1050}{16} = 65,6 \text{ тыс. руб.}$$

Среднее линейное отклонение составит:

$$\bar{\Delta} = \frac{152,4}{16} = 9,5 \text{ тыс. руб.}$$

Отсюда относительное среднее линейное отклонение:

$$\bar{\Delta}_{\%} = \frac{9,5}{65,6} = 0,145 \text{ или } 14,5\%.$$

Далее рассчитаем значение дисперсии и среднего квадратического отклонения:

$$\sigma^2 = \frac{2294,2}{16} = 143,4 \text{ и } \sigma = \sqrt{143,4} = 12,0$$

Отсюда коэффициент вариации:

$$V = \frac{12}{65,6} = 0,183 \text{ или } 18,3\%.$$

Полученные данные позволяют сделать следующие выводы:

- среднее значение признака – величина среднедушевых денежных доходов населения по региону составляет 65,6 тыс. руб.;
- размах вариации при этом – 40, 0 тыс. руб., что составляет в процентах к среднему признаку 61,0% ($K_R = \left(\frac{40}{65,6}\right) \cdot 100 = 61,0\%$);
- среднее линейное отклонение показывает, что отдельные значения признака отклоняются от его среднего значения на 9,5 тыс. руб. или на 14,5%.
- расчет дисперсии и среднего квадратического отклонения позволяет заключить, что наблюдаемая совокупность в целом является количественно однородной, поскольку коэффициент вариации составляет 18,3%, тогда как значения коэффициента вариации, превышающие 33% считаются разнородными.

4.2. Правило сложения дисперсий

Правило сложения дисперсий заключается в следующем: общая дисперсия (σ_x^2) равна сумме двух составных частей: 1) межгрупповая дисперсия (δ_x^2) и 2) средняя из внутригрупповых дисперсий ($\bar{\delta}_{x \text{ вг}}^2$).

$$\sigma_x^2 = \delta_x^2 + \bar{\delta}_{x \text{ вг}}^2. \quad (4.10)$$

Общая дисперсия отражает вариацию результативного признака, сложившуюся под воздействием всей совокупности причин и условий,

определяющих его изменение, равна среднему квадрату отклонений отдельных значений результативного признака от его средней величины:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad (4.11)$$

Межгрупповая дисперсия характеризует ту часть общей дисперсии, которая обусловлена делением совокупности на группы, то есть отражает различия в величине изучаемого признака, которые возникают под влиянием одного условия, то есть это вариация признака, положенного в основу группировки.

Межгрупповая дисперсия равна среднему квадрату отклонений групповых средних от общей средней:

$$\delta_x^2 = \frac{\sum (\bar{x}_k - \bar{x})^2 f}{\sum f} \quad (4.12)$$

где $\bar{x}_k$ – среднее значение признака k-й группы.

Средняя из внутригрупповых дисперсий характеризует остаточную вариацию, которая происходит под влиянием других, не связанных с группировкой факторов. Она вычисляется как средняя из внутригрупповых дисперсий (σ_k^2):

$$\bar{\sigma}_{x \text{ вг}}^2 = \frac{\sum \sigma_k^2 \cdot f}{\sum f}, \quad (4.13)$$

где σ_k^2 – дисперсия в отдельных группах; f – численность отдельных групп.

Дисперсия в отдельных группах вычисляется по формуле

$$\sigma_k^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_k)^2}{f} \quad (4.14)$$

Правило сложения дисперсий используют при определении степени точности типической выборки и измерении тесноты связи изучаемого результативного признака с признаками-факторами.

Ряды распределения дают возможность выявить структуру исследуемой совокупности, но не объясняют причин изменения этой структуры.

Для изучения влияния какого-либо фактора на результат необходимо оценить вариацию последнего, обусловленную влиянием исследуемого фактора. Эту задачу решают на основе межгрупповой дисперсии. Чем больше доля межгрупповой дисперсии в общей, тем сильнее влияние группировочного признака-фактора на изучаемый результативный признак.

Показателями тесноты связи служат коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение.

Коэффициент детерминации рассчитывается как доля межгрупповой дисперсии в общей дисперсии признака-результата:

$$\eta^2 = \frac{\delta_x^2}{\sigma_x^2} . \quad (4.15)$$

Эмпирическое корреляционное отношение рассчитывается как корень квадратный из коэффициента детерминации:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta_x^2}{\sigma_x^2}} . \quad (4.16)$$

Для оценки тесноты связи на основе показателя эмпирического корреляционного отношения обычно используют шкалу Чэддока:

Эмпирическое корреляционное отношение	0,1 – 0,3	0,3 – 0,5	0,5 – 0,7	0,7 – 0,9	0,9 – 0,99
Теснота связи	Слабая	Умеренная	Заметная	Тесная	Весьма тесная

Пример 4.2

В табл. 4.3 приведена группировка предприятий агрохолдинга по уровню текучести кадров. В первую группу входят предприятия, где уровень текучести кадров составил за отчетный период 2-4%; во вторую группу вошли предприятия с более высоким уровнем от 5 до 7%. Необходимо определить влияние текучести кадров на величину выработки (производительности труда). То есть результативным признаком является производительность труда, а факторным признаком – уровень текучести кадров.

Таблица 4.3

Уровень текучести кадров по предприятиям агрохолдинга за отчетный период

Уровень текучести кадров: 2-4%			Уровень текучести кадров: 5-7%		
№ предприятия	Выработка, тыс. шт.		№ предприятия	Выработка, тыс. шт.	
	X_1	$(X_1 - \bar{X})^2$		X_2	$(X_2 - \bar{X})^2$
1	3,1	0,35	7	3,96	0,91
2	3,35	0,12	8	2,51	0,25
3	3,62	0,01	9	2,81	0,04
4	4,41	0,51	10	2,05	0,91

5	3,63	0,00	11	2,78	0,05
6	4,05	0,13	12	3,92	0,84
Σ	22,16	1,12		18,03	2,99
$\bar{X}$	3,69			3,01	

Решение:

1. Внутригрупповая дисперсия:

$$\sigma_k^2 = \frac{\Sigma (x_i - \bar{x}_k)^2}{f}$$

- 1 группа предприятий: $\sigma_{k1}^2 = \frac{1,12}{6} = 0,18$.
- 2 группа предприятий: $\sigma_{k2}^2 = \frac{2,99}{6} = 0,50$.
- Средняя из внутригрупповых дисперсий:

$$\bar{\sigma}_k^2 = \frac{(0,18 \cdot 6) + (0,50 \cdot 6)}{12} = 0,34$$

2. Межгрупповая дисперсия:

- Средняя величина выработки по всем предприятиям:

$$\bar{X} = \frac{(3,69 \cdot 6) + (3,01 \cdot 6)}{12} = 3,35 \text{ тыс. шт.}$$

- $\delta_x^2 = \frac{\Sigma (\bar{x}_k - \bar{x})^2 f}{\Sigma f} = \frac{(3,69 - 3,35)^2 \cdot 6 + (3,01 - 3,35)^2 \cdot 6}{12} = 0,12$

3. Общая дисперсия:

$$\sigma_x^2 = \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\Sigma (3,1 - 3,35)^2 + \dots + (3,92 - 3,35)^2}{12} = \frac{5,54}{12} = 0,46$$

$$\sigma_x^2 = \delta_x^2 + \bar{\sigma}_k^2;$$

Проверяем правило сложения дисперсий: $0,46 = 0,12 + 0,34$

4. Коэффициент детерминации:

$$\eta^2 = \frac{\delta_x^2}{\sigma_x^2} = \frac{0,12}{0,46} = 0,26$$

5. Эмпирическое корреляционное отношение:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta_x^2}{\sigma_x^2}} = \sqrt{0,26} = 0,51$$

Таким образом, полученная доля межгрупповой дисперсии (более 50%) свидетельствует о значительном влиянии признака-фактора (уровень текучести

кадров) на результативный признак. Средняя из внутригрупповых дисперсий характеризует остаточную вариацию, которая происходит под влиянием других факторов, например, уровень оснащенности основными фондами, обеспеченность оборотными ресурсами и др. В соответствии со шкалой Чеддока тесноту связи между уровнем текучести кадров и выработкой (производительностью труда) на предприятиях холдинга можно охарактеризовать как заметную.

Отсюда требуется анализ причин высокого уровня текучести кадров предприятий, входящих во вторую группу, разработка направлений снижения данного показателя, который оказывает заметное влияние на величину выработки и соответственно финансовые результаты.

4.3. Показатели структуры и формы распределения

Для характеристики структуры распределения признака в совокупности используют квантили распределения.

Квантили – это варианты признака, занимающие в упорядоченном (ранжированном) ряду единиц совокупности определенное место. Квантили делят ряд распределения на равные (по числу единиц) части: квартили – на четыре; квинтили – на пять; секстили – на шесть; децили – на десять; перцентили – на 100 частей.

Наиболее широко используют децили и квартили ряда распределения. Так, в табл. 4.4 приведены данные Росстата о доходах населения на основе распределения населения на децильные группы.

Таблица 4.4

Доходы населения Российской Федерации по 10-процентным (децильным) группам за IV квартал 2025 г.

	Среднедушевые денежные доходы			Справочно: распределение общего объема денежных доходов, в %	Справочно: темпы роста среднедушевых денежных доходов в IV квартале 2025 г. (в % к IV кварталу 2024 г.), в номинальном выражении
	в месяц, рублей	в % к соответствующему периоду 2024 года			
		в номинальном выражении	в реальном выражении		
Все население	91 180	113,1	106,0	100	

в том числе в группировках по 10-процентным группам населения:					
1 группа (с наименьшими доходами)	16 716	111,2	104,3	1,8	112,3
2 группа	28 436	108,0	101,3	3,1	110,9
3 группа	38 168	109,0	102,2	4,2	110,3
4 группа	48 241	109,8	103,0	5,3	110,1
5 группа	59 527	110,5	103,6	6,5	109,8
6 группа	72 968	111,2	104,3	8,0	109,5
7 группа	90 083	111,9	104,9	9,9	109,4
8 группа	114 023	112,7	105,7	12,5	109,3
9 группа	153 798	113,7	106,6	16,9	109,4
10 группа (с наибольшими доходами)	289 837	116,1	108,8	31,8	108,4

Источник: <https://rosstat.gov.ru/folder/13723>

Первый дециль (D_1) – значение признака, при котором 0,1 (или 10%) единиц совокупности имеют значение признака (например, среднедушевой доход) меньше, чем D_1 , а 0,9 (90%) – больше, чем D_1 .

Второй дециль (D_2) – значение признака, при котором 0,2 (или 20%) единиц совокупности имеют значение признака меньше, чем D_2 , а 0,8 (80%) – больше, чем D_2 .

Аналогично определяют $D_3, D_4, D_5, D_6, D_7, D_8, D_9$.

Формулы расчетов крайних децилей:

$$D_1 = x_{0D1} + i_{0D1} \frac{\frac{1}{10} \Sigma f - S_{D1-1}}{f_{D1}} \quad (4.17)$$

$$D_9 = x_{0D9} + i_{0D9} \frac{\frac{1}{10} \Sigma f - S_{D9-1}}{f_{D9}} \quad (4.18)$$

где x_{0D1}, x_{0D9} – нижняя граница интервалов, где находятся первый и девятый децили; i_{0D1}, i_{0D9} – величины интервалов, где располагаются первый и девятый децили; Σf – общая сумма частот (частостей), накопленных в интервалах, предшествующих интервалам, в которых находятся первый и девятый децили; f_{D1} и f_{D9} – частота интервала, в котором располагаются соответственно первый и девятый децили.

На основе данных о распределении населения по децильным группам определяются коэффициенты дифференциации денежных доходов:

Коэффициент фондов (коэффициент дифференциации доходов) характеризует степень социального расслоения и определяется как соотношение между средними уровнями денежных доходов 10% населения с самыми высокими доходами и 10% населения с самыми низкими доходами.

Децильный коэффициент (коэффициент дифференциации доходов) характеризует степень социального расслоения и определяется как соотношение пороговых значений среднедушевого денежного дохода – минимального значения дохода 10% наиболее обеспеченного населения и максимального значения дохода 10% наименее обеспеченного населения.

В табл. 4.5 по данным Росстата приведены показатели децильного коэффициента (соотношение минимальных доходов 10% наиболее обеспеченного населения и максимальных доходов 10% наименее обеспеченного населения).

Таблица 4.5

**Децильный коэффициент по субъектам Сибирского федерального округа
Российской Федерации за 2020 – 2024 гг.**

Субъекты Сибирского федерального округа	2020	2021	2022	2023	2024
Российская Федерация	6,9	7,0	6,6	6,8	7,1
Сибирский федеральный округ					
Республика Алтай	5,9	6,0	5,5	6,0	5,9
Республика Тыва	5,4	5,5	5,7	6,2	6,1
Республика Хакасия	4,5	4,6	4,7	5,0	5,0
Алтайский край	5,7	5,8	5,7	5,9	6,2
Красноярский край	6,1	6,2	6,1	6,6	6,7
Иркутская область	5,3	5,5	5,5	5,8	6,0
Кемеровская область	4,9	5,2	5,1	5,5	5,6
Новосибирская область	5,7	6,0	6,1	6,4	6,5
Омская область	5,7	5,8	5,9	6,2	6,4
Томская область	5,2	5,3	5,3	5,4	5,5

Источник: <https://rosstat.gov.ru/search?q=децильный+коэффициент>

В соответствии с Указом Президента РФ от 7 мая 2024 г. № 309 «О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года и на перспективу до 2036 года» определены целевые показатели достижения национальной цели «Сохранение населения, укрепление здоровья и повышение благополучия людей, поддержка семьи»: снижение уровня бедности ниже 7 процентов к 2030 году и ниже 5 процентов к 2036 году, в том числе уровня бедности многодетных семей до 12 процентов к 2030 году и до 8 процентов к 2036 году.

Анализ динамики децильных коэффициентов, коэффициентов фондов является составной частью комплексного анализа неравенства в распределении денежных доходов населения, уровня бедности, на основе которого принимаются государственные программы и проекты, направленные на снижение уровня бедности (табл. 4.6).

Численность населения с денежными доходами ниже границы бедности/величины прожиточного минимума в процентах от общей численности населения

Субъекты Южного федерального округа	2020	2021	2022	2023	2024
Российская Федерация	12,2	11,1	9,0	8,3	7,1
Южный федеральный округ					
Республика Адыгея	13,2	12,2	12,3	11,1	8,6
Республика Калмыкия	22,7	22,6	20,6	17,8	13,2
Республика Крым	17,5	16,5	14,2	13,8	11,2
Краснодарский край	10,6	9,9	9,2	8,7	7,0
Астраханская область	15,2	15,0	12,5	12,0	10,6
Волгоградская область	12,1	11,5	9,4	9,1	7,5
Ростовская область	13,0	12,0	10,2	9,6	7,7
Город Севастополь	12,1	11,0	9,3	8,9	8,4

Источник: <https://rosstat.gov.ru/folder/13723>

Далее рассмотрим порядок расчета квартилей.

Квартили – это значения, которые делят упорядоченную совокупность данных на четыре равные части

Первый квартиль (Q_1) определяет такое значение признака, при котором $1/4$ (или 0,25 или 25%) единиц совокупности имеют значение признака меньше, чем Q_1 , а $3/4$ (0,75 или 75%) – больше, чем Q_1 . Второй квартиль (Q_2) равен медиане. Третий квартиль (Q_3) определяет такое значение признака, при котором $3/4$ единиц совокупности имеют значение признака меньше, чем Q_3 , а $1/4$ – больше, чем Q_3 .

То есть Q_1 отделяет нижние 25% данных от верхних 75%.

Q_2 – это медиана, разделяющая данные ровно пополам.

Q_3 отделяет нижние 75% от верхних 25%.

Если рассматривать 100 студентов, выстроенных по росту, то Q_1 будет ростом 25 студента, Q_2 (медиана) ростом 50-го, а Q_3 – ростом 75 студента.

Величины крайних квартилей для интервального ряда распределения рассчитываются по следующим формулам:

$$Q_1 = x_{0Q1} + i_{0Q1} \frac{\frac{1}{4}\sum f - S_{Q1-1}}{f_{Q1}} \quad (4.19)$$

$$Q_3 = x_{0Q3} + i_{0Q3} \frac{\frac{3}{4}\sum f - S_{Q3-1}}{f_{Q3}} \quad (4.20)$$

где x_0 – нижняя граница интервала, в котором находятся первый и третий квартили; S_{Q1-1} – сумма частот (частостей), накопленных в интервалах, предшествующих интервалам, в которых располагаются первый и третий квартили; f_Q – частота интервала, в котором находятся первый и третий квартили.

Рассмотрим расчет децилей и квартилей распределения промышленных предприятий региона по наличию основных фондов (табл. 4.7).

Таблица 4.7

**Группы промышленных предприятий района по величине
основных фондов**

№ п/п	Группы промышленных предприятий по величине основных фондов, млн руб.	Численность предприятий, ед.	Накопленная частота, ед.
	X_i	f_i	S_i
1	50 – 100	15	15
2	100 – 150	40	55
3	150 – 200	37	92
4	200 – 250	29	121
5	250 – 300	31	152
6	300 – 350	15	167
7	350 – 400	7	174
	Итого	174	x

Расчет децилей:

Первый дециль находится во втором интервале, так как его накопленная частота (55) превышает $1/10$ числа всех предприятий (17).

Второй, третий децили также находятся во втором интервале, так как его накопленная частота (55) превышает $2/10$ и $3/10$ числа всех предприятий (35 и 53).

Четвертый дециль находится в третьем интервале, так как его накопленная частота (92) превышает $4/10$ числа всех предприятий (70).

...

Девятый дециль находится в шестом интервале, так как его накопленная частота (167) превышает $9/10$ числа всех предприятий (157).

По формулам (4.18), (4.19) рассчитаем крайние децили:

$$D_1 = x_{0D1} + i_{0D1} \frac{\frac{1}{10}\Sigma f - S_{D1-1}}{f_{D1}} = 100 + 50 \frac{\frac{1}{10}174 - 15}{40} = 103,0 \text{ млн руб.}$$

$$D_2 = x_{0D2} + i_{0D2} \frac{\frac{2}{10}\Sigma f - S_{D1-1}}{f_{D2}} = 100 + 50 \frac{\frac{2}{10}174 - 15}{40} = 124,8 \text{ млн руб.}$$

...

$$D_9 = x_{0D9} + i_{0D9} \frac{\frac{9}{10}\Sigma f - S_{D1-1}}{f_{D9}} = 300 + 50 \frac{\frac{9}{10}174 - 152}{15} = 315,3 \text{ млн руб.}$$

Расчет квартилей:

Первый квартиль находится во втором интервале, так как его накопленная частота (55) превышает $1/4$ числа всех предприятий (44).

$$Q_1 = x_{0Q1} + i_{0Q1} \frac{\frac{1}{4}\Sigma f - S_{Q1-1}}{f_{Q1}} = 100 + 50 \frac{\frac{1}{4}174 - 15}{40} = 135,6 \text{ млн руб.}$$

Второй квартиль, или медиана находится в третьем интервале, так как его накопленная частота (92) превышает $\frac{1}{2}$ числа всех предприятий (87).

$$Q_2 = x_{0Q_2} + i_{0Q_2} \frac{\frac{2}{4}\Sigma f - S_{Q_2-1}}{f_{Q_2}} = 150 + 50 \frac{\frac{1}{2}174 - 55}{37} = 193,2 \text{ млн руб.}$$

Третий квартиль находится в пятом интервале, так как его накопленная частота (152) превышает $\frac{1}{3}$ числа всех предприятий (131).

$$Q_3 = x_{0Q_3} + i_{0Q_3} \frac{\frac{3}{4}\Sigma f - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}} = 250 + 50 \frac{\frac{3}{4}174 - 121}{31} = 265,3 \text{ млн руб.}$$

Полученные результаты расчета отражены в табл. 4.8.

Таблица 4.8

**Квартили и децили распределения промышленных предприятий
района по величине основных фондов**

Децили/Квартили	Порядковый номер дециля/квартиля	Интервал дециля/квартиля, млн руб.	Показатель (основные фонды), млн руб.
Первый дециль (D_1)	17	100 – 150	103,0
Первый квартиль (Q_1)	44	100 – 150	135,6
Второй квартиль, или медиана (Q_2)	87	150 – 200	193,2
Третий квартиль (Q_3)	131	250 – 300	265,3
Девятый дециль (D_9)	157	300 – 350	315,3

Приведенные в табл. 4.8 децили свидетельствуют о том, что у 10% предприятий, наименее обеспеченных основными фондами, их величина не выше 103,0 млн руб., тогда как у предприятий, входящих в девятый дециль, величина основных фондов меньше 315,3 млн руб.; у одной четверти предприятий показатель меньше 135,6 млн руб.; у половины – меньше 193,2 млн руб.; три четверти предприятий имеют величину основных фондов, не превышающую 265,3 млн руб.

Анализ показателей распределения промышленных предприятий района по величине основных фондов позволяет охарактеризовать обеспеченность хозяйствующих субъектов основными фондами, что является важным условием повышения конкурентоспособности, определяет возможности повышения фондовооруженности за счет подготовки и реализации государственных и муниципальных программ развития промышленности региона.

Перечень рекомендуемой литературы

4. Статистика: учебник для вузов / ответственный редактор И.И. Елисеева. – 6-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 619 с.

5. Дудин М.Н. Статистика: учебник и практикум для вузов / М.Н.Дудин, Н.В. Лясников, М.Л. Лезина. – 2-е изд. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 381 с.

6. Яковлев В.Б. Статистика. Расчеты в Microsoft Excel: учебник для вузов/ В.Б. Яковлев. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 353 с.

ПРАКТИКУМ

4.1. Показатели вариации

Контрольные вопросы

1. Какую роль играют показатели вариации при определении надежности средней величины признака статистической совокупности?
2. Охарактеризуйте сущность абсолютных показателей вариации.
3. Как рассчитываются и что характеризуют относительные показатели вариации?
4. Для решения каких задачи используют показатели дисперсии и среднего квадратического отклонения?
5. В каких случаях статистическую совокупность можно охарактеризовать как недостаточно однородную?

Практические задания

Задание 1. На основе данных, приведенных в табл. 4.9, необходимо определить абсолютные и относительные показатели вариации, установив, в каком муниципалитете урожайность зерновых культур более устойчива. Сделайте выводы. Для принятия каких управленческих решений в сфере государственного и муниципального управления необходима данная аналитическая информация?

Таблица 4.9

Средняя урожайность зерновых культур в муниципальных образованиях (МО) региона за 2020 – 2025 гг. (ц/га)

Муниципальные образования	2020	2021	2022	2023	2024	2025
Ивановское МО	26	23	20	18	17	22
Заречное МО	25	22	21	28	26	27

Задание 2. По данным табл. 4.10 рассчитайте абсолютные и относительные показатели вариации. Сделайте вывод об однородности территорий по численности занятых и доходам населения.

Среднегодовая численность и среднедушевой денежный доход населения по субъектам Российской Федерации Южного федерального округа за 2025 г.

Субъекты Российской Федерации Южного федерального округа	Среднегодовая численность занятых в возрасте 15-72 лет, тыс. чел.	Среднедушевой денежный доход в месяц, тыс. руб.
Южный федеральный округ	8456,0	62,6
Республика Адыгея	208,5	60,7
Республика Калмыкия	131,1	41,9
Республика Крым	988,2	45,4
Краснодарский край	2896,8	77,3
Астраханская область	490,3	47,4
Волгоградская область	1265,7	48,8
Ростовская область	2184,7	64,4
г. Севастополь	290,8	51

Источник: https://rosstat.gov.ru/labor_market_employment_salaries
<https://rosstat.gov.ru/folder/13397>

Тест

1. Если коэффициент вариации составляет менее 20%, то степень однородности совокупности можно охарактеризовать как:

- ☐ однородную
- ☐ слаборазнородную
- ☐ умеренно разнородную
- ☐ высокоразнородную

2. По какой формуле определяется среднеквадратическое отклонение для сгруппированных данных

- ☐ $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}}$
- ☐ $\bar{\Delta}_2 = \frac{\sum |X_i - \bar{X}_i| \cdot f_i}{\sum f}$
- ☐ $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$
- ☐ $\bar{\Delta}_{\%} = \frac{\bar{\Delta}}{\bar{X}} \cdot 100\%$

3. Определите значение дисперсии признака, если средняя величина признака в совокупности составляет 56 тыс. руб., а коэффициент вариации 24%:

- ☐ 185,9
- ☐ 180,6
- ☐ 143,4
- ☐ 13,5

4. К абсолютным показателям вариации относятся:

- ☐ размах вариации
- ☐ среднее линейное отклонение
- ☐ дисперсия
- ☐ коэффициент вариации

5. К относительным показателям вариации относятся:

- ☐ среднее квадратическое отклонение
- ☐ дисперсия
- ☐ коэффициент вариации
- ☐ относительное среднее линейное отклонение

4.2. Правило сложения дисперсий**Контрольные вопросы**

1. Сформулируйте правило сложения дисперсий.
2. Как определяется внутригрупповая дисперсия?
3. В чем отличие внутригрупповой дисперсии от межгрупповой?
4. Каковы особенности расчета коэффициента детерминации и эмпирического корреляционного отношения?
5. Охарактеризуйте сущность шкалы Чеддока для оценки тесноты связи.

Практические задания

Задание 1. На основе данных, представленных в табл. 4.11, проверьте правильность сложения дисперсий и оцените степень влияния профессии на различие в заработной плате.

*Таблица 4.11***Заработная плата работников МУП «Комбинат бытового обслуживания»**

Профессия	Число работников	Месячная заработная плата каждого работника за апрель отчетного года, руб.				
Парикмахеры	5	50 230	46 500	45800	38 960	37 800
Специалист по ремонту одежды	4	45 600	41 689	49780	53 678	47 490

Задание 2. На основе предварительных расчетов получены следующие данные:

- средняя дисперсия из внутригрупповых дисперсий: 3,5.
- межгрупповая дисперсия: 6,7.

Необходимо:

- 1) рассчитать общую дисперсию, эмпирический коэффициент детерминации, эмпирическое корреляционное отношение;
- 2) охарактеризовать полученные коэффициенты, сделать выводы.

Тест

1. Какая дисперсия характеризует часть вариации, сложившуюся под влиянием неучтенных факторов и не зависящую от признака фактора, используемого для группировки:

- ☐ межгрупповая
- ☐ общая
- ☐ внутригрупповая
- ☐ средняя из внутригрупповых

2. По какой формуле определяется межгрупповая дисперсия:

- ☐ $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}};$
- ☐ $\delta_x^2 = \frac{\sum (\bar{x}_k - \bar{x})^2 f}{\sum f}$
- ☐ $\sigma_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$
- ☐ $\sigma_x^2 = \delta_x^2 + \bar{\delta}_{x \text{ вг}}^2$

3. По какой формуле определяется средняя из внутригрупповых дисперсий

- ☐ $\delta_x^2 = \frac{\sum (\bar{x}_k - \bar{x})^2 f}{\sum f}$
- ☐ $\sigma_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$
- ☐ $\sigma_x^2 = \delta_x^2 + \bar{\delta}_{x \text{ вг}}^2$
- ☐ $\bar{\delta}_{x \text{ вг}}^2 = \frac{\sum \sigma_k^2 \cdot f}{\sum f},$

4. Если коэффициент детерминации равен 0,5, то эмпирическое корреляционное отношение равно:

- ☐ 0,71
- ☐ 0,25
- ☐ 0,49
- ☐ 0,02

5. Если эмпирическое корреляционное отношение равно 0,51, то теснота связи характеризуется как:

- ☐ Слабая
- ☐ Заметная
- ☐ Тесная
- ☐ Умеренная

4.3. Показатели структуры и формы распределения

Контрольные вопросы

1. Охарактеризуйте структуру распределения признака в совокупности на децили, квартили, квинтили.
2. Каково социально-экономическое значение децильного коэффициента (коэффициента дифференциации доходов)?
3. Какие показатели используются при анализе неравенства в распределении денежных доходов населения?
4. Каковы особенности расчета децилей и квартилей?
5. Каким образом используется расчет медианы при определении второго квартиля?

Практические задания

Задание 1. На основе данных табл. 4.12: 1) определите величины квартилей; 2) охарактеризуйте полученные значения; 3) каким образом можно использовать полученные показатели для принятия управленческих решений. Сделайте выводы. Для принятия каких управленческих решений в сфере государственного и муниципального управления необходима данная аналитическая информация?

Таблица 4.12

Группы предприятий агропромышленного холдинга региона по уровню рентабельности

№ п/п	Группы предприятий по уровню рентабельности	Численность предприятий, ед.	Накопленная частота, ед.
	X_i	f_i	S_i
1	0,1 – 1,5	3	
2	1,5 – 3,0	5	
3	3,0 – 4,5	10	
4	4,5 – 6,0	9	
5	6,0 – 7,5	8	
6	7,5 – 9,0	7	
7	9,0 – 10,5	5	
	Итого	47	x

Задание 2. По данным показателей децильного коэффициента, приведенным в табл. 4.13, охарактеризуйте динамику децильного коэффициента по субъектам Южного федерального округа. Для принятия каких управленческих решений в сфере государственного и муниципального управления необходима данная аналитическая информация?

Таблица 4.13

**Децильный коэффициент по субъектам Южного федерального округа
Российской Федерации за 2020 – 2024 гг.**

Субъекты Южного федерального округа	2020	2021	2022	2023	2024
Российская Федерация	6,9	7,0	6,6	6,8	7,1
Южный федеральный округ					
Республика Адыгея	6,5	6,8	6,5	7,1	7,2
Республика Калмыкия	4,8	4,8	4,3	5,0	5,0
Республика Крым	4,6	4,9	4,5	4,7	4,8
Краснодарский край	6,6	7,0	6,9	7,2	7,2
Астраханская область	5,3	5,4	5,2	5,4	5,4
Волгоградская область	4,9	5,1	5,0	5,2	5,3
Ростовская область	6,3	6,4	6,3	6,6	6,6
Город Севастополь	4,7	4,9	4,5	4,7	4,8

Источник: <https://rosstat.gov.ru/search?q=децильный+коэффициент>

Тест

1. Квартили – это значения, которые делят упорядоченную совокупность данных на:

- ☐ четыре равные части
- ☐ десять равных частей
- ☐ семь равных частей
- ☐ шесть равных частей

2. Коэффициент фондов (коэффициент дифференциации доходов) определяется как:

- ☐ соотношение между средними уровнями денежных доходов 10% населения с самыми высокими доходами и 10% населения с самыми низкими доходами
- ☐ соотношение минимального значения дохода 10% наиболее обеспеченного населения и максимального значения дохода 10% наименее обеспеченного населения
- ☐ показатель степени расслоения общества данной страны или региона по какому-либо изучаемому признаку.
- ☐ доля населения, имеющего доходы ниже прожиточного минимума в общей численности населения

3. По какой формуле определяются крайние значения децилей:

- ☐ $D_1 = x_{0D1} + i_{0D1} \frac{\frac{1}{10}\Sigma f - S_{D1-1}}{f_{D1}}$
- ☐ $D_9 = x_{0D9} + i_{0D9} \frac{\frac{1}{10}\Sigma f - S_{D9-1}}{f_{D9}}$
- ☐ $Q_1 = x_{0Q1} + i_{0Q1} \frac{\frac{1}{4}\Sigma f - S_{Q1-1}}{f_{Q1}}$
- ☐ $Q_3 = x_{0Q3} + i_{0Q3} \frac{\frac{3}{4}\Sigma f - S_{Q3-1}}{f_{Q3}}$

4. По какой формуле определяется крайние значения кватилей:

- ☐ $D_1 = x_{0D1} + i_{0D1} \frac{\frac{1}{10}\Sigma f - S_{D1-1}}{f_{D1}}$
- ☐ $D_9 = x_{0D9} + i_{0D9} \frac{\frac{1}{10}\Sigma f - S_{D9-1}}{f_{D9}}$
- ☐ $Q_1 = x_{0Q1} + i_{0Q1} \frac{\frac{1}{4}\Sigma f - S_{Q1-1}}{f_{Q1}}$
- ☐ $Q_3 = x_{0Q3} + i_{0Q3} \frac{\frac{3}{4}\Sigma f - S_{Q3-1}}{f_{Q3}}$

5. Если величина второго кватилия (Q) в распределении работников организации по величине заработной платы составила 95 тыс. руб., то это означает:

- ☐ у половины работников организации заработная плата составляет меньше 95 тыс. руб.
- ☐ средняя заработная плата работников составляет 95 тыс. руб.
- ☐ у 10% работников заработная плата достигает 95 тыс. руб.
- ☐ у 25% работников заработная плата составляет 95 тыс. руб.

Тема 5

ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

В результате изучения темы студенты должны:

- **знать:** методы различных видов статистического наблюдения, оценки надежности выборочных показателей;
- **уметь:** собирать исходные данные, решать задачи, которые возникают при использовании выборочного наблюдения, измерять ошибки выборки;
- **владеть:** навыками применения результатов выборочного наблюдения в процессе государственного и муниципального управления.

5.1. Способы отбора и виды выборочного наблюдения

Выборочное наблюдение – это вид несплошного наблюдения, которое обеспечивает отбор в случайном порядке части единиц совокупности и возможность последующего распространения полученных данных на всю совокупность единиц.

Исходный массив данных называют *генеральной совокупностью*. Часть единиц генеральной совокупности, которая непосредственно обследуется при выборочном наблюдении, представляет собой *выборочную совокупность* (табл. 5.1).

Таблица 5.1

Основные характеристики параметров генеральной и выборочной совокупности

Характеристики	Генеральная совокупность	Выборочная совокупность
Объем совокупности (численность единиц)	N	n
Численность единиц, обладающих исследуемым качеством (признаком)	M	m
Доля единиц, обладающих исследуемым качеством (признаком)	$p = \frac{M}{N}$	$w = \frac{m}{n}$
Среднее значение признака	$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$	$\tilde{x} = \frac{\sum x}{n}$
Дисперсия количественного признака	$\sigma_{\bar{x}^2} = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{N}$	$\sigma_{\tilde{x}^2} = \frac{\sum (x - \tilde{x})^2}{n}$
Дисперсия альтернативного признака (доля)	$\sigma_p^2 = pq$	$\sigma_w^2 = w(1 - w)$
Число серий	R	r

Числовые характеристики генеральной совокупности (средняя, дисперсия и др.) называют параметрами генеральной совокупности.

Для проведения выборочного наблюдения необходимо ответить на следующие вопросы:

- обоснование границ генеральной совокупности;
- единицы отбора;
- единицы наблюдения;
- способы отбора.

По *методу отбора* различают повторную и бесповторную выборку.

При *повторной выборке* объем генеральной совокупности в процессе отбора остается неизменным. Каждая единица генеральной совокупности, попавшая в выборку, после регистрации возвращается в эту совокупность и снова может быть выбрана. В социально-экономических исследованиях повторная выборка практически не применяется.

При *бесповторном отборе* каждая отобранная единица генеральной совокупности обратно в нее не возвращается, и вероятность попадания в выборку каждой последующей единицы совокупности возрастает. Следовательно, объем генеральной совокупности сокращается.

По количеству отобранных единиц генеральной совокупности выборки делятся на большие ($n \geq 30$) и ($n \leq 30$).

По способу организации различают следующие виды выборки:

Собственно-случайна (простая). Отбор производят из всей массы единиц совокупности без предварительного деления ее на какие-либо группы. Единица отбора совпадает с единицей наблюдения.

Типическая (расслоенная, стратифицированная, районированная) выборка. Когда генеральная совокупность неоднородна и это влияет на размер изучаемого признака, применяют ее предварительное деление на типические однородные группы (районы). Группировку проводят по существенным признакам. Общее число единиц выборочной совокупности распределяют между типическими группами:

- непропорционально удельному весу каждой группы в генеральной совокупности;
- пропорционально удельному весу каждой группы в генеральной совокупности;
- пропорционально удельному весу в генеральной совокупности с учетом вариации признака по группам.

Далее из каждой типически однородной группы отбирают установленное число единиц либо механическим, либо собственно-случайным способом отбора.

Серийная выборка (либо кластерный, или гнездовой, отбор). Гнездовой отбор – это способ формирования выборки, при котором единица отбора состоит из групп или гнезда более мелких единиц, называемых элементами. Таким образом, *гнездовая выборочная единица* – это группа элементов, которую в процессе извлечения выборки рассматривают как одну единицу. Все элементы, составляющие гнездо, обследуют полностью. В статистической практике гнездовой отбор единиц наблюдения, особенно в статистике

населения или сельского хозяйства используется довольно часто. Например, когда для обследования населения нет полных или актуальных списков. Однако по картам подлежащие обследованию районы могут быть разделены на территориальные участки с легко идентифицируемыми границами. Считая такие участки гнездами, можно решить задачу построения списка единиц отбора.

В качестве примера можно привести результаты общественного опроса жителей районов Мурманской агломерации (приложение 1) [URL: <https://дом.рф/urban/fund/project/519125/>].

Серийный отбор значительно проще в организационном отношении, но получающаяся в процессе этого отбора случайная ошибка выборки в подавляющем большинстве случаев больше, чем при любом другом способе.

Отбор серий (групп) производят следующими способами: собственно-случайным (жеребьевка) и по определенной схеме (механический отбор). В каждой серии (группе) единицы подвергаются сплошному учету.

Серии состоят из единиц, связанных между собой различным образом:

- территориально (районы, поселки и т.п.);
- организационно (предприятия, цеха, бригады и т.п.);
- во времени (совокупность единиц продукции, выработанной за конкретный отрезок времени).

Серийная выборка обеспечивает экономию в расходах, если обследования распространяются на обширную территорию и гнездами являются территориальные единицы. Кроме того, серийная выборка используется при выборочном контроле качества продукции.

Многоступенчатая выборка – применяется при нескольких стадиях (ступенях) отбора. При этом каждая стадия имеет свою единицу отбора. Число ступеней определяется числом типов единиц отбора; на последней ступени единица отбора совпадает с единицей выборочной совокупности. Ошибка многоступенчатой выборки складывается из ошибок на отдельных ступенях отбора.

Многофазная выборка характеризуется тем, что и как многоступенчатая выборка, включает несколько стадий отбора, но на всех ее ступенях сохраняется одна и та же единица отбора. Каждая ступень отбора имеет свой объем выборки и свою программу наблюдения. Многофазный отбор широко применяют в выборочных переписях населения, когда одну и ту же совокупность обследуют на различных фазах отбора по разным, обычно расширяющимся от фазы к фазе программам наблюдения.

Особым видом выборочного наблюдения является моментное наблюдение, то есть выборочное во времени. Объектами выборки являются отрезки времени. В качестве примера моментного наблюдения можно привести мониторинг цен на социально значимые продукты питания в городе Севастополе (приложение 2).

Результаты выборочных наблюдений представлены на сайте Росстата, например, Федеральные статистические наблюдения по социально-демографическим проблемам [URL: https://rosstat.gov.ru/itog_inspect].

Выборочный метод наблюдения включает следующие этапы:

- определение генеральной совокупности и единиц наблюдения, обладающих первичной информацией, необходимой для решения задач обследования;
- создание основы выборки (списка элементов совокупности);
- формирование выборочной совокупности путем отбора элементов основы;
- распространение собранных по выборке данных на генеральную совокупность.

Надежность результатов выборочного наблюдения зависит от точности регистрации фактов, а также от того, насколько учтенные явления отличаются от неучтенных.

5.2. Ошибки выборки. Оптимальная численность выборки

Расхождение между значениями показателей, полученных по выборке, и соответствующими параметрами генеральной совокупности называют *ошибкой репрезентативности*. То есть эта ошибка представляет собой разность соответствующих выборочных и генеральных характеристики (ε):

- для средней количественного признака

$$\varepsilon_{\bar{X}} = |\bar{X} - \bar{X}|; \quad (5.1)$$

- для доли альтернативного признака

$$\varepsilon_w = |w - p|. \quad (5.2)$$

Чем больше значение этой ошибки, тем значительнее выборочные показатели отличаются от соответствующих показателей генеральной совокупности.

Ошибка репрезентативности является случайной величиной и значение ее меняется в зависимости от того, какие единицы генеральной совокупности попали в выборку. Поэтому рассчитывают среднюю из возможных ошибок.

Для бесповторного отбора (он преимущественно используется в экономико-статистических исследованиях) используются следующие формулы средней ошибки:

- для средней количественного признака

$$\mu_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} ; \quad (5.3)$$

- для доли альтернативного признака

$$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} . \quad (5.4)$$

Пример 5.1

На предприятии проведено 10%-е выборочное обследование рабочих с целью определения их среднего дохода за отчетный период. Средний размер дохода отобранных 100 рабочих составил 62,3 тыс. руб. при среднем квадратическом отклонении 21 тыс. руб. При этом из 100 отобранных в случайном порядке рабочих 23 имели доход более 75 тыс. руб.

На основе полученных в выборке данных необходимо установить возможный средний доход рабочих предприятия и долю тех, доход которых превышает 75 тыс. руб.

Отсюда $\bar{X} = 62,3$ тыс. руб.; $w = \frac{23}{100} = 0,23$.

Определим значение средней ошибки выборки:

1. Для показателя среднего дохода:

$$\mu_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{21^2}{100} \left(1 - \frac{100}{1000}\right)} = 2,0 \text{ тыс. руб.}$$

Отсюда на анализируемом предприятии средний доход одного рабочего во всей генеральной совокупности будет находиться в интервале 60,3 до 64,3 тыс. руб.:

$$\bar{X} = 62,3 \text{ тыс. руб.} \pm 2,0 \text{ тыс. руб.} (\bar{X} \pm \mu_{\bar{X}});$$

записывается так: $60,3 \leq \bar{X} \leq 64,3$

Это означает, что на всем предприятии средний доход рабочих за месяц находится в интервале от 60,3 до 64,3 тыс. руб.

2. Для показателя доли рабочих, имеющих доход более 75 тыс. руб.

$$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0,23(1-0,23)}{100} \left(1 - \frac{100}{1000}\right)} = 0,04$$

Выполненные расчеты позволяют утверждать, что на анализируемом предприятии в генеральной совокупности доля рабочих со средним доходом больше 75 тыс. руб. будет находиться в интервале $0,23 \pm 0,0399$ ($w \pm \mu_w$).

Это записывается так: $0,190 \leq p \leq 0,2699$ и читается: на всем предприятии удельный вес рабочих, имеющих месячный доход более 75 тыс. руб. находится в пределах от 19,0% до 27,0%.

Полученные таким образом характеристики генеральной совокупности являются вероятностными, то есть могут быть гарантированы лишь с определенной степенью вероятности. Конкретно в данном случае – с вероятностью, равной 0,683, то есть в 683 случаях их 1000 показатели генеральной совокупности будут находиться в определенными нами интервалах, в остальных 317 случаях они могут выйти за эти пределы *доверительного* интервала.

Общая формула доверительного интервала определяется по формулам:

- при изучении доли альтернативного признака:

$$p = w \pm t\mu_w \quad (5.5)$$

- при изучении средней величины количественного признака:

$$\bar{X} = \tilde{X} \pm t\mu_{\bar{X}} \quad (5.6)$$

Множитель t в этих формулах называется коэффициентом доверия и определяется в зависимости от того, с какой вероятностью гарантируются результаты выборочного обследования.

В таблице приведены некоторые значения t и соответствующие им значения вероятности. Величина называется *предельная ошибка выборки*, значение ее зависит от средней ошибки выборки и выбранного уровня вероятности: $\Delta = t\mu$.

В экономических исследованиях ограничиваются значениями t , не превышающими двух-трех единиц, чему соответствуют значения вероятности от 0,954 до 0,997.

Некоторые значения t и соответствующие им значения вероятности

t	1,000	1,960	2,000	2,580	2,6	3,0
F_t	0,683	0,950	0,9545	0,990	0,997	0,997

Рассчитаем доверительные интервалы для обеих характеристик примера 5.1, при вероятности 0,997.

Этой вероятности соответствует $t = 2,6$.

Тогда предельная ошибка выборки:

- для доли альтернативного признака, такой как: $2,6 \cdot 0,0399 = 0,1037$, доверительный интервал составит:

$$0,126 (0,23 - 0,1037) \leq p \leq 0,334 (0,23 + 0,1037)$$

Это означает, что в 997 случаях из 1000 доля рабочих на обследуемом предприятии, имеющих доход свыше 75 тыс. руб., будет составлять от 12,6% до 33,4%. Таким образом, увеличение достоверности результатов сопровождается увеличением доверительного интервала (при степени вероятности 0,683 интервал составлял от 19,0 до 27,0%).

- для средней величины альтернативного признака, такой как: $2,6 \cdot 2,0 = 5,2$, доверительный интервал составит:

$$55,1 (60,3 - 5,2) \leq p \leq 65,5 (60,3 + 5,2)$$

В данном случае повышение степени достоверности результата выборки привело к увеличению доверительного интервала: на всем предприятии средний доход рабочих за месяц находится в интервале от 55,1 до 65,5 тыс. руб. (при степени вероятности 0,683 интервал составлял от 60,3 до 64,3 тыс. руб.).

Средняя ошибка выборки зависит от численности выборки:

- для средней количественного признака

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}; \quad (5.7)$$

- для доли альтернативного признака

$$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}. \quad (5.8)$$

Чем больше численность выборки, тем меньше ее ошибка. Однако большой объем выборки ведет к значительным трудозатратам. Вместе с тем, при недостаточном объеме выборки ее результаты будут содержать значительные погрешности. Отсюда при организации выборочного обследования необходимо определить оптимальную численность выборки.

Для определения необходимой численности используется формула предельной ошибки выборки. Путем преобразований необходимая численность выборки в случае повторного отбора составит:

- при изучении средней величины количественного признака составит:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_{\bar{x}}^2}; \quad (5.9)$$

- для определения доли альтернативного признака:

$$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2}. \quad (5.10)$$

При бесповторном отборе для нахождения численности выборки при изучении средней величины изучаемого признака используют формулу

$$n = \frac{Nt^2\sigma^2}{N\Delta_X^2 + t^2\sigma^2} . \quad (5.11)$$

Численность выборки при изучении доли альтернативного признака определяют по формуле:

$$n = \frac{Nt^2w(1-w)}{N\Delta_W^2 + t^2w(1-w)} . \quad (5.12)$$

При этом нужно иметь в виду, что при сравнительно небольшой доле объема выборочной совокупности в объеме генеральной совокупности (до 5%) расчет предельной ошибки выборки производится по формулам, используемым при повторном отборе.

Пример 5.2

Для определения финансового состояния субъектов малого и среднего предпринимательства, получавших в течение 2-х лет государственную поддержку на развитие животноводства, необходимо определить оптимальный объем бесповторной выборки, формируемой из 2100 сельскохозяйственных организаций. Предельная ошибка репрезентативности (с вероятностью 0,95) при определении среднего размера субсидий не должна превышать 1,5 тыс. руб. Среднее квадратическое отклонение размера субсидий составляет 20,0 тыс. руб.

Для расчета используем формулу (5.11):

$$n = \frac{Nt^2\sigma^2}{N\Delta_X^2 + t^2\sigma^2}$$

По данным условия:

$N=2100$; $t=2$ (данные таблицы при вероятности 0,95); $\Delta_X = 1,5$ (тыс. руб.); $\sigma_X = 20$ (тыс. руб.). Отсюда:

$$n = \frac{Nt^2\sigma^2}{N\Delta_X^2 + t^2\sigma^2} = \frac{2100 \cdot 2^2 \cdot 20^2}{2100 \cdot 1,5^2 + 2^2 \cdot 20^2} = \frac{35\,360\,000}{51\,325} = 531.$$

Таким образом, для обследования необходимо отобрать 531 сельскохозяйственную организацию.

Пример 5.3

Сколько работников корпорации необходимо обследовать, чтобы ошибка исчисленной на основе случайно повторной выборки работников, совмещающей работу и учебу в высших учебных заведениях (заочная форма обучения), не превысила 5%. По данным предыдущего обследования доля таких работников составлял 12%. Доверительную вероятность необходимо принять равной 0,997.

В случае проведения случайно повторной выборки объем выборки для доли альтернативного признака определяется по формуле

$$n = \frac{t^2 w (1 - w)}{\Delta_w^2}$$

По данным условия: $t=3$ (данные таблицы при вероятности 0,997); $w=0,12$; $\Delta_w = 0,05$

$$n = \frac{3^2 \cdot 0,12 \cdot (1 - 0,12)}{0,05^2} = \frac{0,9504}{0,0025} = 380.$$

Таким образом, для решения поставленной задачи необходимо обследовать 380 работников.

Перечень рекомендуемой литературы

1. Статистика: учебник для вузов / ответственный редактор И.И. Елисеева. – 6-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 619 с.
2. Дудин, М.Н. Статистика: учебник и практикум для вузов / М.Н. Дудин, Н.В. Лясников, М.Л. Лезина. – 2-е изд. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 381 с.

ПРАКТИКУМ

5.1. Способы отбора и виды выборочного наблюдения

Контрольные вопросы

1. Что такое выборочное наблюдение?
2. В чем различие между генеральной и выборочной совокупностью?
3. Охарактеризуйте сущность собственно-случайно выборки.
4. В каких случаях целесообразно использовать серийную выборку?
5. Охарактеризуйте основные этапы выборочного метода наблюдения.

Практические задания

Задание 1. На основе данных Росстата изучите описание наблюдения: «Выборочное наблюдение качества и доступности услуг в сферах образования, здравоохранения и социального обслуживания, содействия занятости населения 2025» [URL: https://rosstat.gov.ru/free_doc/new_site/GKS_KDU_2025/index.html], охарактеризуйте:

- цель и задачи проведения наблюдения;
- единицу анализа;
- состав генеральной совокупности;
- объем выборки;
- вид выборки;

- порядок формирования многофазной выборки.

Задание 2. В табл. 5.2 по данным наблюдения «Выборочное наблюдение качества и доступности услуг в сферах образования, здравоохранения и социального обслуживания, содействия занятости населения 2025» приведены данные, характеризующие удовлетворенность работой общеобразовательной организации по субъектам Южного федерального округа Российской Федерации

Таблица 5.2

**Удовлетворенность работой общеобразовательной организации
в целом (в процентах)**

	Дети, обучавшиеся в общеобразова- тельной организации в 2024/2025 учебном году	в том числе по оценке родителей работы общеобразовательной организации в целом			
		полностью удовлетворены	скорее удовлетворены	скорее не удовлетво- рены	совершенно не удовлетво- рены
Российская Федерация	100,0	32,3	58,4	7,8	1,5
Южный федеральный округ	100,0	35,6	54,1	9,3	1,0
Республика Адыгея	100,0	29,4	53,2	17,4	0,0
Республика Калмыкия	100,0	18,9	80,5	0,0	0,6
Республика Крым	100,0	26,2	63,4	9,6	0,9
Краснодарский край	100,0	41,2	44,4	12,8	1,6
Астраханская область	100,0	37,5	50,2	12,2	0,1
Волгоградская область	100,0	32,2	66,2	1,4	0,1
Ростовская область	100,0	36,9	55,8	6,1	1,2
Город Севастополь	100,0	23,5	63,2	13,2	0,0

Источник: URL: https://rosstat.gov.ru/free_doc/new_site/GKS_KDU_2025/index.html

Изучив данные таблицы, сделайте выводы. Определите направления использования данных наблюдения «Выборочное наблюдение качества и доступности услуг в сферах образования, здравоохранения и социального обслуживания, содействия занятости населения 2025» для принятия управленческих решений в сфере государственного и муниципального управления субъектов Российской Федерации.

Тест

1. Исходный массив данных называют:

- ☐ выборочной совокупностью
- ☐ генеральной совокупностью
- ☐ собственно-случайно выборкой
- ☐ типической выборкой

2. Общее число единиц выборочной совокупности распределяют между типическими группами:

- ☐ непропорционально удельному весу каждой группы в генеральной совокупности
- ☐ пропорционально удельному весу каждой группы в генеральной совокупности
- ☐ пропорционально удельному весу в генеральной совокупности с учетом вариации признака по группам
- ☐ простым (случайным) способом

3. Многоступенчатая выборка применяется:

- ☐ при нескольких стадиях отбора
- ☐ при собственно случайном способе отбора
- ☐ при серийной выборке
- ☐ пропорционально удельному весу каждой группы в генеральной совокупности

4. Гнездовая выборочная единица – это:

- ☐ группа элементов, которую в процессе извлечения выборки рассматривают как одну единицу
- ☐ масса единиц совокупности без предварительного деления ее на какие-либо группы
- ☐ все элементы генеральной совокупности
- ☐ элементы типической (расслоенной, стратифицированной, районированной) выборки

5. Отбор серий (групп) производят следующими способами:

- ☐ собственно-случайный способ (жеребьевка)
- ☐ по определенной схеме (механический отбор)
- ☐ в зависимости от периода (момента) времени
- ☐ в зависимости от параметров генеральной совокупности

5.2. Ошибка выборки

Контрольные вопросы

1. Что такое ошибка репрезентативности?
2. В чем различие между средней ошибкой и предельной ошибкой?
3. Охарактеризуйте сущность абсолютной величины предельной ошибки выборки.
4. Что такое доверительный интервал?
5. Для чего необходим расчет оптимальной численности выборки?

Практические задания

Задание 1. Для изучения возрастного состава безработных городского Центра занятости была произведена 10%-ая выборка данных карточек персонального учета безработных. На основе данных, представленных в табл. 5.3, определите:

- 1) с вероятностью 0,997 предельную ошибку выборочной средней и границы, в которых находится средний возраст безработных в городе;
- 2) с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборки при определении доли безработных в возрасте до 30 лет и границы, в которых находится удельный вес безработных до 30 лет.

Сделайте выводы. Для принятия каких управленческих решений в сфере государственного и муниципального управления необходима данная аналитическая информация?

Таблица 5.3

**Распределение безработных по возрасту
(по данным обследования городского Центра занятости)**

Возраст, лет	До 25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55 и более
Число человек	87	81	78	65	45	47	49	52

Задание 2. При выборочном обследовании 3% продукции методом случайного бесповторного отбора продукции регионального мясокомбината (вареные колбасные изделия) получены представленные в табл. 5.4 данные.

Вычислите с вероятностью 0,954 возможные пределы среднего значения содержания крахмала в продукции для всей партии. Учтите, что допустимое содержание крахмала в варёных колбасных изделиях по ГОСТ 23670-2019 – не более 2,0%. Сделайте выводы. Для принятия каких управленческих решений в сфере государственного и муниципального управления может понадобиться данная информация?

**Данные о содержании крахмала в продукции регионального мясокомбината
(на основе данных выборочного обследования)**

Массовая доля крахмала, %	Число проб, ед.
0,5 – 0,7	19
0,8 - 1,0	99
1,0 – 1,2	102
1,3- 1,5	189
1,6 – 1,8	176
1,9 – 2,1	65
2,2-2,4	23
2,5-2,7	44
Итого:	717

Тест

1. Величина предельной ошибки выборки зависит:

- ☐ только от объема выборки
- ☐ от объема выборки, степени колеблемости изучаемого признака и принятого уровня вероятности
- ☐ от средней ошибки выборки и уровня вероятности
- ☐ от принятого способа формирования выборочной совокупности

2. Доверительный интервал – это:

- ☐ интервал, который определяется наблюдателем для формирования группировочных признаков генеральной совокупности
- ☐ интервал, который включает известные параметры выборки с учетом коэффициентов доверия
- ☐ интервал, с высокой вероятностью гарантирующий результаты выборочного исследования
- ☐ интервал, покрывающий неизвестный параметр с заданной надежностью

3. Для бесповторного отбора используются следующие формулы средней ошибки выборки:

- ☐ $\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
- ☐ $\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
- ☐ $\sigma_{\bar{x}^2} = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{N}$
- ☐ $\sigma_{\bar{x}^2} = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$

4. Средняя ошибка характеризует:

- меру отклонений выборочных показателей от аналогичных показателей генеральной совокупности
- максимально-возможное расхождение выборочной и генеральной характеристик
- дисперсию выборочной совокупности
- доверительный интервал

5. Для определения оптимальной численности бесповторной выборки, предназначенной для определения доли альтернативного признака, может быть использована следующая формула:

$$\square \quad n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_{\bar{X}}^2}$$

$$\square \quad n = \frac{t^2 w (1-w)}{\Delta_w^2}$$

$$\square \quad n = \frac{N t^2 \sigma^2}{N \Delta_{\bar{X}}^2 + t^2 \sigma^2}$$

$$\square \quad n = \frac{N t^2 w (1-w)}{N \Delta_w^2 + t^2 w (1-w)}$$

Тема 6

СТАТИСТИЧЕСКИЕ РЯДЫ ДИНАМИКИ

В результате изучения темы студенты должны:

- **знать:** сущность определения «статистический ряд динамики», правила построения и анализа рядов динамики;
- **уметь:** рассчитывать аналитические показатели статистических рядов динамики, выявлять основные тенденции развития статистических рядов динамики;
- **владеть:** навыками применения результатов анализа динамики социально-экономических явлений в процессе государственного и муниципального управления.

6.1. Понятия о рядах динамики. Показатели анализа ряда динамики

Ряд динамики (динамический или временной ряд) – это статистические данные, которые представлены в определенной временной последовательности. Ряд динамики отображает развитие изучаемого явления во времени. Каждый ряд динамики образован двумя элементами: время (t) и конкретные значения показателей (y), которые принято называть уровнями ряда динамики. Общий вид ряда динамики представлен в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Пример построения ряда динамики

Время, t	t_1	t_2	t_3	...	t_n
Уровень, Y_t	y_1	y_2	y_3	...	y_n

В качестве показателя времени в рядах динамики выступают либо определенные даты (моменты) времени, либо отдельные периоды (годы, кварталы, месяцы, сутки, смены и др.). В первом случае ряд называется *моментным* (табл. 6.2), во втором – *интервальным* (табл. 6.3).

В каждом последующем уровне моментного ряда полностью или частично содержится предыдущий уровень. Отсюда уровни моментного ряда не суммируют.

Таблица 6.2

**Численность городского и сельского населения
по г. Севастополя за 2020 – 2025 гг. (на начало года)**

Годы	Человек		
	городское и сельское население	городское население	сельское население
На 01.01.2022г.	547 452	505 286	42 166
На 01.01.2023г.	558 273	516 391	41 882
На 01.01.2024г.	561 374	519 867	41 507
На 01.01.2025г.	558 302	516 792	41 510

Источник: URL: <https://82.rosstat.gov.ru/folder/27485>

Интервальные (периодические) ряды динамики отображают итог развития явления за определенные периоды интервалы времени (табл. 6.3).

Таблица 6.3

**Валовой сбор картофеля в субъектах Южного федерального округа
(в хозяйствах всех категорий), тыс. тонн за 2020 – 2024 гг.**

Годы	2020	2021	2022	2023	2024
Южный федеральный округ	1 330,6	1 358,6	1 542,3	1 567,8	1 448,1
Республика Адыгея	22,0	20,1	22,8	22,0	23,1
Республика Калмыкия	2,7	3,1	2,8	2,2	0,9
Республика Крым	71,7	66,8	76,9	74,7	61,2
Краснодарский край	351,9	382,6	457,5	439,8	369,6
Астраханская область	363,9	375,9	412,8	463,0	473,3
Волгоградская область	189,9	173,2	179,3	179,8	190,0
Ростовская область	326,6	335,3	388,9	384,4	327,9
г. Севастополь	1,8	1,5	1,5	1,9	1,9

Источник: Сельское хозяйство в России. 2025: Стат. сб./Росстат. – М., 2025. – 81 с.

Уровни интервальных динамических рядов можно суммировать, что позволяет укрупнять периоды таких рядов.

Уровни ряда динамики могут быть представлены в виде абсолютных, относительных или средних величин. Расстояние между уровнями ряда динамики формирует ряды с равноотстоящими и неравноотстоящими уровнями.

Уровни в рядах динамики могут быть сопоставлены:

- по территории, то есть расчет каждого уровня динамического ряда производится по совокупности объектов (статистических единиц), которые находятся в рамках одних и тех же территориальных границ;
- по кругу охватываемых объектов, то есть расчет и сравнение показателей производятся по статистическим совокупностям, которые состоят из одних и тех же объектов;
- по времени регистрации, то есть расчет и сравнение показателей производятся в зависимости от вида ряда (интервальный или моментный). В интервальном ряду сопоставимость по времени регистрации означает равенство периодов или интервалов, за которые производятся расчеты. В моментном ряду сопоставимость по времени регистрации означает, что расчеты проводятся по состоянию на одну и ту же дату;
- по используемым ценам, то есть расчет производится в сопоставимых, но не текущих ценах, что позволяет устранить влияние инфляционных процессов на динамику изучаемых явлений;
- по методологии расчетов, то есть расчет и сравнение показателей производятся на основании единой методологии, что означает, что все сравниваемые между собой показатели рассчитываются на основании одной и той же методики.

В некоторых случаях для преодоления несопоставимости рядов динамики используется прием, который называется смыканием рядов.

Пример 6.1

Имеются данные по агрохолдингу, в которое до 2022 года входило пять предприятий, а в последующие – восемь (табл. 6.4).

Таблица 6.4

Объем производства предприятий агрохолдинга за 2020 – 2026 гг., млн руб.

Объем производства продукции, млн руб.	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026
Для пяти предприятий	250	260	270				
Для восьми предприятий			405	455	470	475	490
Сопоставимый ряд	375	390	405	455	470	475	490

Показатели производства продукции агрохолдинга за 2020 – 2022 гг. несопоставимы с показателями за 2023 – 2026 гг., так как отражают объем производства разной совокупности предприятий.

Для обеспечения сопоставимостей уровней всего динамического ряда необходимо оценить объем производства продукции, произведенной всеми

предприятиями холдинга в 2020-2021 гг., предположив, что в эти годы функционировали все восемь предприятий.

Для этого рассчитывается коэффициент соотношения уровней ряда в 2022 г. в старых и новых границах: $405:270 = 1,5$. Далее, умножив на этот коэффициент уровни первого ряда, получим объем производства продукции в 2020, 2021 гг. в новых границах агрохолдинга.

$$y_{2020} = 250 \cdot 1,5 = 375 \text{ млн руб.}$$

$$y_{2021} = 260 \cdot 1,5 = 390 \text{ млн руб.}$$

Сомкнутый динамический ряд представлен в последней строке таблицы. Понятно, что данные, полученные путем смыкания динамических рядов, являются приближенными. Тем не менее данный прием довольно часто используется при анализе динамики социально-экономических явлений.

При изучении динамики явлений на основе рядов динамики рассчитывают производные показатели: абсолютный прирост, коэффициент роста, темп роста и прироста, абсолютное значение 1% прироста.

Расчет основан на сравнении уровней ряда динамики. В зависимости от базы сравнения различают базисные и цепные показатели динамики.

Базисные показатели динамики – это результат сравнения текущих уровней с одним фиксированным уровнем, принятым за базу. Обычно за базу сравнения принимают начальный уровень динамического ряда.

Цепные показатели динамики – это результат сравнения текущих уровней с непосредственным предшествующим.

Показатель абсолютного прироста (сокращения) дает характеристику абсолютного изменения (увеличения или уменьшения) уровня ряда за определенный период времени. Для расчета показателя *абсолютного цепного прироста* используют формулу:

$$\Delta y_i^{\text{ц}} = y_i - y_{i-1} \quad (6.1)$$

где y_i – уровень динамического ряда в сравниваемом периоде; y_{i-1} – уровень динамического ряда в предшествующем периоде.

При этом для первого уровня динамического ряда абсолютный цепной прирост не рассчитывается, для него не существует показателей, характеризующих предыдущий период.

Показатель абсолютного базисного прироста (сокращения) рассчитывается по формуле:

$$\Delta y_i^{\text{б}} = y_i - y_1 \quad (6.2)$$

где y_1 – уровень базисного периода.

Число базисных абсолютных приростов всегда будет на единицу меньше числа уровне динамического ряда, так как для базисного периода не имеется базы сравнения.

Между цепными и базисными абсолютными приростами существует взаимосвязь. Так, рассчитанная сумма последовательных цепных абсолютных приростов будет равна базисному абсолютному приросту последнего уровня изучаемого ряда (то есть будет равна приросту за весь рассматриваемый период).

$$\sum \Delta y_i^{\text{ц}} = \Delta y_i^{\text{б}} = y_i - y_1, \quad (6.3)$$

Например, в табл. 6.5 представлены объемы продаж региональной торговой сети за 2022 – 2026 гг. Необходимо рассчитать цепные и базисные абсолютные приросты товарооборота, проверить взаимосвязь цепных и базисных абсолютных приростов.

Таблица 6.5

Объем продаж региональной торговой сети «Звезда» за 2022 – 2026 гг.

Годы	2022	2023	2024	2025	2026
Товарооборот, млн руб.	298	356	398	489	553
Абсолютные приросты, млн руб.					
Цепные	-	58	42	91	64
Базисные	-	58	100	191	255

По данным таблицы сумма последовательных цепных приростов дает базисный прирост за весь период:

$$\sum \Delta y_i^{\text{ц}} = \Delta y_5^{\text{б}} = 58 + 42 + 91 + 64 = 255 = 553 - 298 \text{ млн руб.}$$

Для анализа рядов динамики также используются специальные коэффициенты роста/снижения (цепные и базисные).

Коэффициент роста цепной представляет собой отношение сравниваемого уровня ряда (y_i) к предыдущему уровню ряда (y_{i-1}). Расчет цепного коэффициента роста основывается на следующей формуле:

$$K_i^{\text{ц}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \quad (6.4)$$

Коэффициент роста базисный исчисляется делением сравниваемого уровня ряда (y_i) на уровень, принятый за постоянную базу сравнения (y_1):

$$K_i^{\text{б}} = \frac{y_i}{y_1} \quad (6.5)$$

Коэффициент роста (цепной или базисный) демонстрирует во сколько раз сравниваемый уровень больше уровня, с которым производится сравнение (если $K_i > 1$), или какую часть сравниваемый уровень составляет от уровня, с которым производится сравнение (если $K_i < 1$).

Показатель коэффициента роста всегда является числом положительным.

Между коэффициентами существует взаимосвязь: произведение последовательных цепных коэффициентов роста равно базисному коэффициенту за весь период:

$$K_1^{\text{ц}} \cdot K_2^{\text{ц}} \cdot K_3^{\text{ц}} \dots K_{n-1}^{\text{ц}} = \frac{y_i}{y_{i-1}}. \quad (6.6)$$

Темпом роста (T_p) называют коэффициенты роста (цепные или базисные), которые выражены в процентах:

$$T_p = K \cdot 100\%. \quad (6.7)$$

Темп роста может характеризоваться значением более 100% (если сравниваемый уровень имеет большее значение, чем база сравнения) и менее 100%, если сравниваемый уровень имеет меньшее значение, чем база сравнения. Если сравниваемый уровень и база сравнения одинаковы, то темп роста равен 100%.

Темп прироста ($T_{\text{пр}}$), который также может быть цепным и базисным, дает информацию о том, на сколько процентов сравниваемый уровень больше или меньше уровня, который был принят за базу сравнения. Расчет темпа прироста проводить двумя способами.

Первый способ: из величины темпа роста вычитают 100%:

$$T_{\text{пр}} = T_p - 100\%. \quad (6.8)$$

Второй способ заключается в определении отношения абсолютного прироста к абсолютному уровню, принятому за базу сравнения.

$$T_{\text{пр}}^{\text{б}} = \frac{y_i - y_{\text{б}}}{y_{\text{б}}} \cdot 100\%; \quad (6.9)$$

$$T_{\text{пр}}^{\text{ц}} = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100\%. \quad (6.10)$$

Кроме того, изменение в динамическом ряду характеризует показатель *абсолютного значения одного процента прироста* ($A_{\%}$). Абсолютное значение одного процента прироста характеризует абсолютную величину, которая скрыта за одним процентом прироста. Эту величину определяют как одну сотую (или 1%) от предыдущего (или базисного) уровня ряда.

Пункт роста представляет собой разность базисных темпов роста двух смежных периодов динамического ряда.

На основе данных табл. 6.5 рассчитаем темпы роста, прироста объемов продаж региональной торговой сети за анализируемый период (табл. 6.6).

Таблица 6.6

**Коэффициенты, темпы роста и темпы прироста объемов продаж
региональной торговой сети «Звезда» за 2022 – 2026 гг.**

Годы	2022	2023	2024	2025	2026
Товарооборот, млн руб.	298	356	398	489	553
Абсолютные приросты, млн руб.					
Цепные	-	58	42	91	64
Базисные	-	58	100	191	255
Коэффициенты роста					
Цепные	-	1,195	1,118	1,229	1,131
Базисные	-	1,195	1,336	1,641	1,856
Темпы роста, %					
Цепные	-	119,5	111,8	122,9	113,1
Базисные	-	119,5	133,6	164,1	185,6
Темпы прироста					
Цепные	-	19,5	11,8	22,9	13,1
Базисные	-1	19,5	33,6	64,1	85,6
Абсолютное значение 1% прироста, млн руб.		2,98	3,56	3,98	4,89

Взаимосвязь цепных и базисных коэффициентов роста:

$$K_1^ц \cdot K_2^ц \cdot K_3^ц \cdot K_4^ц = 1,195 \cdot 1,118 \cdot 1,229 \cdot 1,131 = 1,856 = K_4^б.$$

Помимо рассмотренных выше показателей интенсивности изменения уровней динамического ряда, для целей анализа используют показатели, характеризующие средний уровень динамического ряда:

- средний уровень ряда;
- средний абсолютный прирост;
- средний коэффициент роста, средний темп роста, средний темп прироста.

Средний уровень интервального и моментного динамических рядов рассчитывается различным способом.

Средний уровень интервальных рядов динамики из абсолютных величин определяется по формуле средней арифметической:

- при равных интервалах применяется средняя арифметическая простая:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}, \quad (6.11)$$

где y_i — i -й уровень ряда; n — число уровней ряда;

- при неравных интервалах применяется средняя арифметическая взвешенная:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{n}, \quad (6.12)$$

где y_i – уровень ряда, сохраняющийся без изменения в течение периода t_i ; t_i – длительность интервала времени между смежными датами.

По данным табл. 6.6 средний объем продаж за 2022 – 2026 гг. составляет:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{298 + 356 + 398 + 489 + 553}{5} = 418,8 \text{ млн руб.}$$

Рассмотрим расчет среднего уровня интервального динамического ряда с неравноотстоящими уровнями.

Пример 6.2

Известно, что в ГУП «Городская коммунальная служба» в текущем году работало:

- с 1 по 10 января – 25 чел.;
- с 11 по 17 января – 26 чел.;
- с 18 по 25 января – 28 чел.;
- с 26 января по 31 января – 29 чел.

Необходимо определить среднесписочное число работников за месяц.

Составляем динамический ряд:

y_i , чел.	25	26	28	29
t_i , дней	10	7	8	6

Отсюда среднесписочное число работников:

$$\bar{y} = \frac{25 \cdot 10 + 26 \cdot 7 + 28 \cdot 8 + 29 \cdot 6}{31} = 26,8 \text{ чел.}$$

Средний уровень моментного ряда динамики с равноотстоящими уровнями определяется по формуле средней хронологической:

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}}{n-1}. \quad (6.13)$$

Средний уровень моментного ряда динамики с неравноотстоящими уровнями определяется по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{y_1 t_1 + \dots + y_n t_n}{t_1 + \dots + t_n}. \quad (6.14)$$

В табл. 6.7 приведен моментный ряд с неравноотстоящими уровнями.

Динамика стоимости основных фондов промышленного предприятия за 2025 г.

Дата	Стоимость основных фондов y_i , млн руб.	Число месяцев, в течение которых стоимость основных фондов не изменялась, t_i
01.01.2025	345	3
01.04.2025	402	2
01.06.2025	456	4
01.10.2025	533	3
01.01.2026	678	-

Среднегодовая стоимость основных фондов за 2025 г. составит:

$$\bar{y} = \frac{345 \cdot 3 + 402 \cdot 2 + 456 \cdot 4 + 533 \cdot 3}{3 + 2 + 4 + 3} = 438,5 \text{ млн руб.}$$

Средний абсолютный прирост можно рассчитать как среднюю арифметическую простую из абсолютных цепных приростов. Для расчетов используются следующие формулы:

$$\bar{\Delta y} = \frac{\sum \Delta y_i^{\text{ц}}}{n-1}; \quad (6.15)$$

$$\bar{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n-1}, \quad (6.16)$$

где $\bar{\Delta y}_i^{\text{ц}}$ – абсолютные цепные приросты в изучаемом периоде; n – число уровней ряда динамики; y_n и y_1 – соответственно конечный и начальный уровни динамического ряда.

С помощью этих формул на основе данных табл. 6.6 рассчитаем средний прирост товарооборота региональной торговой сети за 2022 – 2026 гг.:

$$\bar{\Delta y} = \frac{58 + 42 + 91 + 64}{5 - 1} = 63,8 \text{ млн руб.}$$

$$\bar{\Delta y} = \frac{553 - 298}{5 - 1} = 63,8 \text{ млн руб.}$$

Таким образом, в течение 2022 – 2026 гг. объем продаж предприятий розничной торговой сети региона в среднем за год увеличивался на 63,8 млн руб.

Средний коэффициент роста определяется по формуле средней геометрической из цепных коэффициентов роста. Для расчетов можно использовать следующие формулы:

$$\bar{K} = \sqrt[n-1]{K_1^{\text{ц}} \cdot K_2^{\text{ц}} \cdots K_{n-1}^{\text{ц}}}; \quad (6.17)$$

$$\bar{K} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}, \quad (6.18)$$

где $K_i^{\text{ц}}$ – цепные коэффициенты роста соответствующего ряда динамики; y_n и y_1 – соответственно конечный и начальный уровни динамического ряда.

С помощью этих формул на основе данных табл. 6.6 рассчитаем средний коэффициент роста товарооборота региональной торговой сети за 2022 – 2026 гг.:

$$\bar{K} = \sqrt[5-1]{1,195 \cdot 1,118 \cdot 1,229 \cdot 1,131} = \sqrt[4]{1,8570} = 1,167 \text{ или } 116,7\%$$

$$\bar{K} = \sqrt[4]{\frac{553}{298}} = \sqrt[4]{1,8570} = 1,167 \text{ или } 116,7\%$$

Таким образом, в течение 2022 – 2026 гг. объем продаж предприятий розничной торговой сети региона в среднем за год увеличивался на 16,7%.

6.2. Основная тенденция развития. Экстраполяция в рядах динамики

После анализа временных изменений ставится задача выявления закономерностей изменения уровней ряда на протяжении изучаемого периода времени, то есть изучения основной тенденции развития (тренда). Колебания уровней динамического ряда могут вызываться действием каких-либо определенных факторов, способствующих повышению или понижению показателей, влиянием сезонности, а также случайными причинами. Здесь Основной задачей становится выявление общей тенденции развития явления, элиминирования от влияния различных случайных факторов.

Под *тенденцией* или *трендом*, понимается общее направление к росту, снижению или стабилизации уровня явления с течением времени. Рост и снижение уровней могут происходить по-разному: равномерно, ускоренно или замедленно. Очень редко уровни ряда растут или снижаются строго равномерно или систематически, поэтому принято говорить не просто о росте или снижении, а о его тенденции к росту или снижению, более того об основной тенденции, достаточно стабильной на протяжении данного этапа развития. Как правило, уровни динамического ряда колеблются и затушевывают основную закономерность развития.

Для решения данной задачи используются различные методы, которые принято разделять на механические и аналитические. К первой группе относятся методы укрупненных интервалов и скользящих средних.

Рассмотрим *метод укрупненных интервалов* (для абсолютных величин), и метод *многолетних средних уровней* (для относительных и средних показателей), например, трехлетних и пятилетних средних. Суть данного метода заключается в том, чтобы преобразовать первоначальный ряд динамики в ряд, который характеризуется более продолжительным периодом.

После того, как проведено укрупнение интервалов основная тенденция ряда динамики может проявить себя более четко. К недостаткам метода можно

отнести: 1) существенное сокращение динамического ряда; 2) исчезновение из анализа движения уровней внутри укрупненных интервалов.

Эти недостатки могут быть устранены использованием другого метода механического выравнивания – *метода скользящих средних*. Он заключается в замене фактических уровней рядом подвижных (скользящих) средних, которые рассчитываются для определенных последовательно (скользящих) интервалов и относятся к середине каждого из них. В результате исключаются колебания за счет случайных факторов.

Рассмотрим применение механического выравнивания методом скользящей средней на примере динамики урожайности картофеля по Российской Федерации за 2010 – 2024 гг. Динамика сельскохозяйственных показателей включает в себя влияние основополагающих факторов (агротехника, качество земли и др.) и случайных (погодные условия).

Таблица 6.8

**Урожайность картофеля по Российской Федерации за 2010 – 2024 гг.
(хозяйства всех категорий; центнеров с одного гектара убранной площади)**

Год	Урожайность, ц/га y_t	Трехлетняя средняя $\bar{y}_t$	Трехлетняя скользящая средняя, $\hat{y}_t$
2010	100	-	-
2011	150	128,7	128,7
2012	136	-	144,3
2013	147	-	145,3
2014	153	154,7	154,7
2015	164	-	158,3
2016	158	-	161,7
2017	163	163,7	163,7
2018	170	-	170,3
2019	178	-	171,3
2020	166	169	169,0
2021	163	-	167,7
2022	174	-	176,0
2023	191	181,3	181,3
2024	179	-	

Источник: URL: https://www.rosstat.gov.ru/enterprise_economy

$$\begin{aligned}\hat{y}_1 &= \frac{100 + 150 + 136}{3} = 128,7 \text{ (ц/га)}, \\ \hat{y}_2 &= \frac{150 + 136 + 147}{3} = 144,3 \text{ (ц/га)}, \\ \hat{y}_3 &= \frac{136 + 147 + 153}{3} = 145,3 \text{ (ц/га)}\end{aligned}$$

и т.д.

Дадим графическое отображение скользящей средней (рис.6.1).

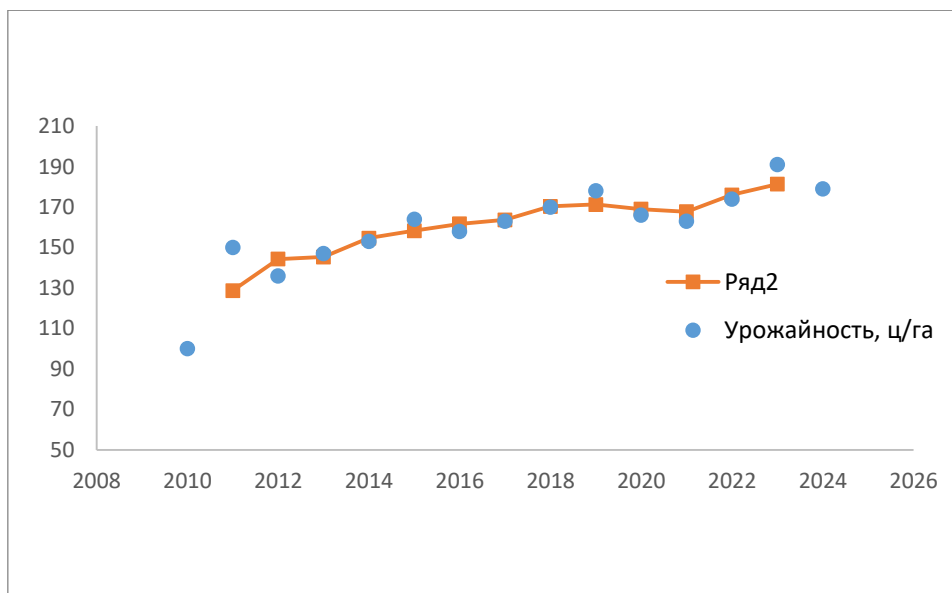


Рис. 6.1. Скользящая средняя урожайности картофеля по Российской Федерации за 2010 - 2024 гг.

Источник: составлено по данным Росстата: URL: https://www.rosstat.gov.ru/enterprise_economy

Динамика преобразованных уровней подтверждает общую тенденцию роста урожайности картофеля за исследуемый период, хотя этот рост не является неуклонным.

Методы сглаживания динамических рядов у укрупнения интервалов и расчета средней скользящей величины дают возможность выявить общую тенденцию развития явления за период. Но в то же время они не позволяют получить обобщенную статистическую модель тренда.

Для этого необходимо использовать *метод аналитического выравнивания*.

Общая тенденция изучаемого явления в этом случае представляет собой функцию времени: $\hat{y}_t = f(t)$, где $\hat{y}_t$ – уровни ряда динамики, которые рассчитаны по соответствующему аналитическому уравнению.

Выбор формулы кривой, то есть вида функции основан на содержательном анализе изучаемого явления, при этом используются результаты предыдущих исследований в данной области. Также необходимо оценить графическое изображение ряда динамики в форме линейной диаграммы, которая может быть выстроена на основе анализа первичного ряда динамики, в том числе с использованием метода укрупнения интервалов или метода скользящей средней.

Основными *функциями, используемыми для выявления тенденций*, являются следующие.

1. *Линейная зависимость* – применяется, если цепные абсолютные изменения относительно стабильны, не имеют отчетливой тенденции к росту или снижению, то есть уровень изменяется с достаточной постоянной абсолютной скоростью:

$$\hat{y}_i = a_0 + a_1 t_i. \quad (6.19)$$

Параметр a_1 определяет направление развития. Если a_1 – положительное число, то ряд возрастающий, если a_1 – отрицательное число, то ряд убывающий. Параметр b количественно представляет собой средний прирост y_t за единицу временного периода t ;

2. *Показательная функция* (экспонента) – применяется в случае, если цепные коэффициенты изменения относительно стабильны, то есть уровень ряда изменяется приблизительно с постоянной скоростью:

$$\hat{y}_i = a_0 a_1^t. \quad (6.20)$$

Параметр a_1 – темп роста (снижения) изучаемого явления.

3. *Парабола второго порядка* – применяется в случае, когда абсолютные приросты равномерно возрастают или снижаются:

$$\hat{y}_i = a_0 + a_1 t_i + a_3 t_i^2. \quad (6.21)$$

4. *Парабола третьего порядка* – применяется в случае изменяющихся цепных темпов прироста:

$$\hat{y}_i = a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2 + a_3^3. \quad (6.22)$$

Параметр a_3 отражает изменение интенсивности развития: при его положительном значении – ускорение, при отрицательном – замедление.

Кроме перечисленных функций могут быть подобраны другие математические формулы, адекватно отражающие временные изменения анализируемого показателя. Особенности и основные свойства функций, используемых в экономическом анализе рядов динамики, рассматриваются в специальном курсе «Экономико-математические методы».

Параметры уравнения определяются методом наименьших квадратов, при котором сумма квадратов отклонения выравненных (теоретических) значений от эмпирических минимальна:

$$\Sigma (y_i - \hat{y}_i)^2 \rightarrow \min, \quad (6.23)$$

где $\hat{y}_i$ – выровненные (расчетные) уровни динамического ряда; y_i – его фактические значения.

Это обеспечивает нахождение именно той заданной кривой, которая наилучшим образом отражает динамику фактического ряда.

Таким образом, помимо выявления направления основной тенденции, аналитическое выравнивание дает числовую характеристику, что делает этот метод наиболее востребованным. При выборе трендовой модели из

достаточно схожих уравнений стоит отдавать предпочтение более простой линии, так как надежность ее параметров, как правило, выше. Построенная динамическая модель может использоваться для прогнозирования дальнейшего развития изучаемого явления.

Самым простым уравнением и с точки зрения построения, и с точки зрения интерпретации является уравнение прямой.

Построение линейного тренда $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t_i$ сводится к определению двух параметров: свободного члена a_0 и коэффициента a_1 .

Для прямой $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t_i$ система таких уравнений выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t_i = \sum y_i, \\ a_0 \sum t_i + a_1 \sum t_i^2 = \sum y_i t_i, \end{cases} \quad (6.24)$$

где n – число уровней ряда; t_i – порядковый номер периода времени; y_i – эмпирическое значение уровней ряда.

Из системы нормальных уравнений следуют представленные ниже выражения для параметров a_0 и a_1 :

$$a_0 = \frac{\sum y_i \sum t_i^2 - \sum t_i y_i \sum t_i}{n \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2} \quad (6.25)$$

$$a_1 = \frac{n \sum t_i y_i - \sum y_i \sum t_i}{n \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2} \quad (6.26)$$

На основе данных табл. 6.8 сформируем табл. 6.9. Имеющиеся данные (гр. 2 – 5) позволяют рассчитать конкретные значения a_0 и a_1 :

$$a_0 = \frac{2392 \cdot 1240 - 20268 \cdot 120}{15 \cdot 1240 - (120)^2} = \frac{533920}{4200} = 127,12;$$

$$a_1 = \frac{15 \cdot 20268 - 2392 \cdot 120}{15 \cdot 1240 - (120)^2} = \frac{16980}{4200} = 4,043;$$

Следовательно, искомая функция выглядит так:

$$\hat{y}_t = 127,12 + 4,043 t \quad (6.27)$$

Это означает, что в среднем ежегодно урожайность картофеля увеличивалась приблизительно на 4,0 ц/га.

Таблица 6.9

Расчет теоретических (выровненных) уровней линейного тренда урожайности картофеля по Российской Федерации за 2010 – 2024 гг. (хозяйства всех категорий; центнеров с одного гектара убранной площади)

Год	Урожайность, ц/га, y_t	t_i	t_i^2	$y_i t_i$	$\hat{y}_i$
1	2	3	4	5	6
2010	100	1	1	100	131,2
2011	150	2	4	300	135,2
2012	136	3	9	408	139,2
2013	147	4	16	588	143,3
2014	153	5	25	765	147,3
2015	164	6	36	984	151,3
2016	158	7	49	1106	155,4
2017	163	8	64	1304	159,4
2018	170	9	81	1530	163,5
2019	178	10	100	1780	167,5
2020	166	11	121	1826	171,5
2021	163	12	144	1956	175,6
2022	174	13	169	2262	179,6
2023	191	14	196	2674	183,7
2024	179	15	225	2685	187,7
Σ	2392	120	1240	20268	2391,4

Источник: URL: https://www.rosstat.gov.ru/enterprise_economy

При правильно выполненных расчетах соблюдается равенство: $\Sigma \hat{y}_t = \Sigma y_t$.

В нашем примере $2392,4 \approx 2392$.

Результаты выравнивания представлены на рис. 6.2.

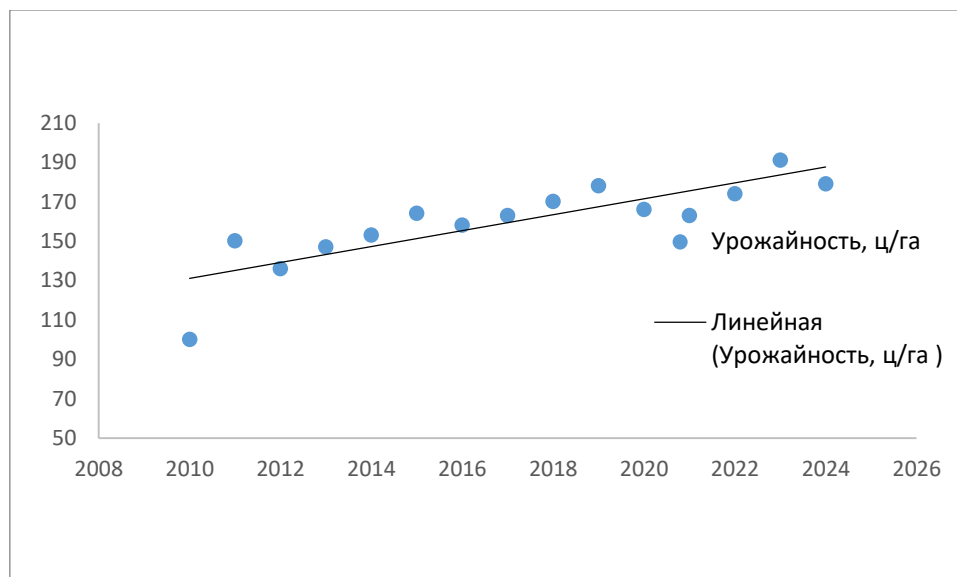


Рис. 6.2. Изменение средней урожайности картофеля по Российской Федерации за 2010 – 2024 гг. на основе выровненного тренда

В соответствии с сущностью метода наименьших (минимальных) квадратов важнейшим показателем адекватности выбранной для выравнивания

функции является *стандартизированная ошибка аппроксимации*, которая рассчитывается как средняя квадратическая из величины отклонений расчетных уровней динамического ряда от фактических

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{(y_{t_i} - \hat{y}_{t_i})^2}{n}} \quad (6.28)$$

В примере: 1928,912

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{1928,9}{15}} = 11,3 \text{ ц/га.}$$

Сравнение по этому критерию различных функций позволяет выбрать функцию, наиболее подходящую для данного динамического ряда.

Экстраполяция в рядах динамики.

Тренды динамических рядов создают базу для прогнозирования. Один из основных методов – *экстраполяция*. Под экстраполяцией понимается продление в будущем тенденции, наблюдающейся в прошлом. Прогнозные оценки, полученные путем экстраполяции, рассматриваются как вероятностные. Последовательность расчета следующая: в уравнение, полученное в результате выравнивания динамического ряда, подставляется значение t , находящееся за пределами этого ряда, и рассчитывается для выбранного t вероятностное значение $\hat{y}_t$.

Так, на основе тренда

$$\hat{y}_t = 127,12 + 4,043 t$$

Можно определить ожидаемую урожайность, например, в 2025 г. – это 16 номер динамического ряда:

$$\hat{y}_{16} = 127,12 + 4,043 \cdot 16 = 191,8 \text{ ц/га;}$$

Такой прогноз называется *точечным*. На практике чаще используют интервальный прогноз, то есть определяют границы интервала, в который с определенной вероятностью попадает прогнозная оценка. Такой интервал называют *доверительным*, рассчитывается по следующей формуле:

$$\hat{y}_t \pm t_\alpha \cdot \sigma_{y_t}, \quad (6.29)$$

где t_α – табличное значение вероятностного коэффициента (критерия Стьюдента), значение которого меняете в зависимости от того, с какой вероятностью рассчитывается доверительный интервал; σ_{y_t} – среднее

квадратическое отклонение, рассчитанное по скорректированной на число степеней свободы формуле:

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{(y_{t_i} - \widehat{y}_{t_i})^2}{n-p}}, \quad (6.30)$$

где p – число степеней свободы, равное для линейной функции двум.

В примере скорректированная величина среднего квадратического отклонения составит:

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{(y_{t_i} - \widehat{y}_{t_i})^2}{n}}$$

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{1928,9}{15-2}} = 12,2 \text{ ц/га.}$$

В результате доверительный интервал прогнозной оценки на 2025 г. будет выглядеть следующим образом: $191,8 \pm t_{\alpha} \cdot 12,2$. При $\alpha = 0,05$, что соответствует вероятности 0,95, $t_{\alpha} = 2,306$. Следовательно, искомая прогнозная оценка будет находиться в интервале: $191,8 \pm 2,306 \cdot 12,2$, то есть в интервале $191,8 \pm 28,1$ ц/га.

Следовательно, в 95 случаях из 100 рассчитанная в данном примере прогнозная оценка обязательно будет находиться в интервале 163,7 – 219,9 ц/га. Повышение уровня вероятности приводит к увеличению доверительного интервала.

В целом, экстраполяция носит не только приближенный, но и условный характер. Отсюда при разработке прогнозов социально-экономических явлений привлекается дополнительная информация, на основе которой в полученные методом экстраполяции количественные оценки вносятся соответствующие коррективы.

Перечень рекомендуемой литературы

1. Статистика: учебник для вузов / ответственный редактор И.И. Елисеева. – 6-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 619 с.
2. Дудин, М.Н. Статистика: учебник и практикум для вузов / М.Н. Дудин, Н.В. Лясников, М.Л. Лезина. – 2-е изд. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 381 с.
3. Теория статистики. Статистика с элементами эконометрики. Практический курс: учебное пособие для вузов / ответственный редактор В. В. Ковалев. – 2-е изд. – Москва : Издательство Юрайт, 2026. – 421 с.

ПРАКТИКУМ

6.1. Понятие о рядах динамики. Показатели анализа ряда динамики

Контрольные вопросы

1. Дайте определение ряда динамики. Из каких элементов он состоит?
2. В чем отличие моментного ряда динамики от интервального?
3. Охарактеризуйте показатели интенсивности изменения уровней динамического ряда.
4. Какие показатели дают характеристику среднего уровня ряда?
5. В чем состоит различие базисных и цепных коэффициентов роста?

Практические задания

Задание 1. На основании данных, представленных в табл. 6.10, в самостоятельно составленной таблице необходимо рассчитать в целом по агрохолдингу, в том числе по отраслям:

- 1) темпы роста объемов производства сельскохозяйственной продукции (цепные);
- 2) среднегодовые темпы прироста.

На основе полученных результатов сделайте выводы. Для принятия каких управленческих решений в сфере государственного и муниципального управления может быть использоваться данная информация?

Таблица 6.10

Продукция регионального агрохолдинга за 2020 – 2025 гг.

Годы	2021	2022	2023	2024	2025
Продукция растениеводства	256	301	324	378	401
Продукция животноводства	187	190	185	197	156
Итого	443	491	509	575	557

Задание 2. На основании данных о величине товарных запасов на предприятиях региональной торговой сети – моментный ряд динамики (табл. 6.11), рассчитайте среднюю величину запасов, сравнив полученный показатель с нормативом (200 млн руб.). Сделайте выводы. Для принятия каких управленческих решений в сфере государственного и муниципального управления может быть использоваться данная информация?

Товарные запасы региональной торговой сети на отчетные даты 2025 г.

Отчетные даты	Величина товарных запасов, млн руб.
01.01.2025	265,3
01.04.2025	198,7
01.07.2025	250,9
01.10.2025	272,6
01.01.2026	199,7

Тест

1. Коэффициент роста цепной представляет собой:

- ☐ отношение сравниваемого уровня ряда к предыдущему уровню ряда
- ☐ отношение сравниваемого уровня ряда к базисному уровню ряда
- ☐ отклонение сравниваемого уровня ряда от предыдущего уровня ряда
- ☐ отклонение сравниваемого уровня ряда от базисному уровню ряда

2. Средний уровень интервальных рядов динамики из абсолютных величин определяется по формуле:

- ☐ $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$
- ☐ $\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{n}$
- ☐ $\bar{y} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}}{n-1}$
- ☐ $\bar{\Delta y} = \frac{\sum \Delta y_i^{\text{ц}}}{n-1}$

3. Средний коэффициент роста определяется по формуле:

- ☐ $\bar{K} = \sqrt[n-1]{K_1^{\text{ц}} \cdot K_2^{\text{ц}} \dots K_{n-1}^{\text{ц}}}$
- ☐ $\bar{K} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$
- ☐ $T_{\text{пр}}^{\text{б}} = \frac{y_i - y_6}{y_6} \cdot 100\%$
- ☐ $T_{\text{пр}}^{\text{ц}} = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100\%$

4. Рассчитайте среднесписочную численность работников предприятия:

- с 1 по 12 мая – 15 чел.;
- с 13 по 17 мая – 29 чел.;
- с 18 по 25 мая – 30 чел.;
- с 26 по 31 мая – 32 чел.

5. Рассчитайте средний коэффициент роста на основе цепных коэффициентов роста:

$K_1=1,025$; $K_2=1,257$; $K_3=0,997$; $K_4=1,015$; $K_5=0,998$

6.2. Основная тенденция развития. Экстраполяция в рядах динамики

Контрольные вопросы

1. Что понимается под тенденцией ряда динамики?
2. Охарактеризуйте сущность метода укрупненных интервалов.
3. Чем отличается метод скользящих средних от других методов механического выравнивания?
4. Охарактеризуйте значение основных параметров уравнения линейной зависимости: $\hat{y}_i = a_0 + a_1 t_i$.
5. Что означает стандартизированная ошибка аппроксимации?

Практические задания

Задание 1. На основании данных, представленных в табл. 6.12, необходимо: 1) определить основную тенденцию развития на основе метода скользящих средних; 2) представить графическое изображение скользящей средней; 3) сделать выводы.

Таблица 6.12

**Инвестиции в основной капитал Российской Федерации
за 2010 – 2025 гг., млн руб.**

Год	Инвестиции в основной капитал, млн руб.	Трехлетняя средняя	Трехлетняя скользящая средняя
	y_t	$\bar{y}_t$	$\hat{y}_t$
2010	9152096		
2011	11035652		
2012	12586090		
2013	13450238		
2014	13902645		
2015	13897188		
2016	14748847		
2017	16027302		
2018	17782012		
2019	19329038		
2020	20393742		
2021	23239504		
2022	28413875		
2023	34038863		
2024	39920018		
2025	42640705		

Источник: URL: https://rosstat.gov.ru/investment_nonfinancial

Задание 2. На основе данных табл. 6.12 задания 1 необходимо: 1) построить линейный тренд $\hat{y}_i = a_0 + a_1 t_i$; 2) рассчитать теоретические (выровненные) уровни линейного тренда инвестиций в основной капитал; 3) представить графическое изображение результатов выравнивания.

Тест

1. К механическим методам определения основной закономерности развития динамического ряда относятся:

- ☐ метод укрупненных интервалов
- ☐ метод скользящих средних
- ☐ метод регрессии
- ☐ метод экстраполяции

2. Важнейшим показателем адекватности выбранной для выравнивания функции является:

- ☐ стандартизированная ошибка аппроксимации
- ☐ коэффициент корреляции
- ☐ коэффициент детерминации
- ☐ средняя квадратическая из величины расчетных отклонений расчетных уровней динамического ряда от фактических

3. Стандартизированная ошибка аппроксимации рассчитывается по формуле:

- ☐ $\bar{K} = \sqrt[n-1]{K_1^u \cdot K_2^u \cdots K_{n-1}^u}$
- ☐ $\hat{y}_i = a_0 + a_1 t_i$
- ☐ $\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{(y_{t_i} - \hat{y}_{t_i})^2}{n}}$
- ☐ $\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{(y_{t_i} - \hat{y}_{t_i})^2}{n}}$

4. Уравнение $\hat{y}_i = a_0 + a_1 t_i + a_3 t_i^2$ отражает зависимость, соответствующую функции:

- ☐ линейной
- ☐ гиперболы
- ☐ параболы второго порядка
- ☐ параболы третьего порядка

5. Должны ли совпадать теоретические (выровненные) уровни линейного тренда и фактические их значения:

- ☐ должны совпадать
- ☐ не должны совпадать
- ☐ допускается разница не более 5 – 10 %
- ☐ допускается разница не более 15%

Тема 7

**ИНДЕКСНЫЙ МЕТОД
В ЭКОНОМИКО-СТАТИСТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ**

В результате изучения темы студенты должны:

- **знать:** сущность и назначение статистических индексов (агрегатных, сводных, средних величин), их базисное и цепное измерение;
 - **уметь:** рассчитывать индексы (агрегатные, сводные, средних величин) для оценки макро- и микроэкономической динамики, выявлять взаимосвязь цепными и базисными индексами для решения практических задач;
 - **владеть:** навыками применения результатов индексного метода анализа социально-экономических явлений в процессе государственного и муниципального управления.
-

7.1. Сущность и значение статистических индексов.**Индивидуальные и агрегатные индексы**

В процессе анализа социально-экономических явлений широкое распространение получил индексный метод. *Индекс (I)* является относительной величиной, которая получается в результате сопоставления уровней тех или иных экономических показателей. Сопоставление уровней может быть динамическим, когда сопоставляются показатели, относящиеся к разным периодам (индексы динамики). Если сопоставляются показатели, относящиеся к различным территориям, то получают пространственные индексы. Кроме того, сопоставляются фактические значения с планами, прогнозами, нормативами, эти индексы характеризуют, выполнение планов, достижение прогнозов, соблюдение нормативов.

На основе использования индексного метода решают следующие задачи:

- оценка общего изменения сложных социально-экономических явлений, например, динамики ВВП, объемов производства, реализации продукции за ряд периодов и определяющих факторов;
- сравнение результатов деятельности отдельных предприятий, сегментов экономики, развития территорий др.

Изменение признака, который анализируется с использованием индексного метода, принято называть *индексируемой величиной*.

Классификация индексов.

1. В зависимости от содержания изучаемых показателей различают:

- *индекс количественного показателя*. В эту группу входят индекс объемов производства продукции, индекс товарооборота в розничной торговле, индекс ВВП. Индексируемые показатели в данном случае называются объемными, поскольку они дают характеристику общего размера исследуемого явления, и эти показатели выражают в абсолютных величинах;

- *индекс качественного показателя*. К этой группе относят индекс средних издержек в розничной торговле, индекс производительности труда работников, индекс средней заработной платы. Индексируемые показатели именуют расчетными (средними или относительными), поскольку они характеризуют уровень явления в расчете на единицу той или иной абсолютной величины.

2. В зависимости от степени охвата единиц статистической совокупности принято различать два вида индексов:

- под *индивидуальными индексами* (обозначают малой литерой i с добавлением подстрочного знака индексируемого признака, например, индекс цены: i_p) принято понимать индексы, которые дают характеристику изменения явления по отдельным единицам совокупности. Например, индексы цен на те или иные товары (работы, услуги), индекс объемов производства станков, автомобилей и т.п.;

- под *общими (или сводными) индексами* принято понимать индексы, которые дают характеристику изменения сложного явления по всем элементам совокупности. Если индекс отражает изменения явления не по всей совокупности, а по группе, то такой индекс называют групповым. Так, общий (или сводный) индекс может характеризовать динамику объемов производства продукции растениеводства, а групповой будет отражать динамику зернобобовых.

С помощью индексного метода и индексного анализа исследуют сложные явления, в которых отдельные его образующие элементы не являются непосредственно соизмеримыми не подлежат суммированию. Так, нельзя суммировать и соизмерять физические объемы производства отдельных видов пищевой промышленности: объем продаж хлебобулочных изделий в тоннах, мясных изделий в тоннах, безалкогольных напитков в декалитрах, обуви – в парах и т.п.

Для того чтобы рассчитать тот или иной индекс, необходимо сопоставить две величины (или два уровня):

- 1) *сравниваемый (текущий) уровень* – находится в числителе отношения;
- 2) *сравнительный (базисный) уровень* – это уровень, с которым производится сравнение, является знаменателем отношения.

Различают два способа расчета индексов: *цепной* и *базисный*.

При расчете *цепного индекса* текущий уровень сопоставляется с предшествующим ему уровнем показателя. При расчете *базисного индекса* текущий уровень сопоставляется с уровнем, принятым за базу сравнения, как правило за базу сравнения принимается первый уровень ряда динамики.

Отношение двух уровней индексируемого показателя представляет собой индивидуальный индекс. Так, например, *индивидуальный индекс динамики физического объема* продукции рассчитывается следующим образом:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}, \quad (7.1)$$

где q_1 и q_0 – это объем производства одноименной продукции в количественном выражении за текущий и предыдущий (базисный) периоды соответственно.

Для других показателей индивидуальные индексы выстраиваются аналогичным образом. Например, индивидуальный индекс цены:

$$i_q = \frac{p_1}{p_0}, \quad (7.2)$$

где p_1 и p_0 – это цена одноименной продукции в количественном выражении за текущий и предыдущий (базисный) периоды соответственно.

Полученное расчетное значение индекса может быть равно единицы, больше или меньше единицы.

Если индекс равен единице, то текущий и предыдущий (или базисный) уровни совпадают, если значение индивидуального индекса более единицы, то текущий уровень больше базисного и наоборот.

Получаемые значения индексов принято выражать в коэффициентах или процентах: индексы динамики по содержанию и методике расчета идентичны коэффициентам и темпам роста (тема 6).

Методика расчета сводных индексов сложнее, чем индивидуальных и зависит от сущности индексируемых показателей. Различают агрегатные индексы и средние из индивидуальных индексов.

Агрегатные индексы

На практике результаты различных социальных и экономических явлений не обладают соизмеримостью. Так, например, крупный агрохолдинг может производить отдельные группы сельскохозяйственной продукции – пшеница, рожь, бобовые, а также пищевую продукцию – мука, крупы и др. Соответственно, если имеются данные об объеме произведенной продукции только в натуральном измерении, то динамику производства всей продукции непосредственно оценить нельзя, поскольку нельзя складывать объемы разнородной продукции.

Для получения общего итога объемы продукции разного вида приводят к единой общей мере, чаще всего к стоимостной оценке, используя показатель цены различных видов продукции. Тогда общий итог выразится как:

$$\sum_{i=1}^n q_i p_i, \quad (7.3)$$

где q_i и p_i – физический объем и цена i -го вида продукции соответственно; n – количество видов продукции.

В данном случае соизмерителем, позволяющим привести объемы различных видов продукции к единой стоимостной оценке, является цена продукции.

Делением стоимости произведенной продукции текущего периода на стоимость произведенной продукции в предыдущем или базисном периоде рассчитывается общий индекс стоимости продукции или товарооборота:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_i^1 q_i^1}{\sum p_i^0 q_i^0}. \quad (7.4)$$

Общий индекс стоимости продукции или товарооборота дает информацию об изменении стоимости продукции в текущем периода по сравнению с базисным (предыдущим). Общий индекс будет больше единицы ($I_{pq} > 1$) если стоимость продукции в текущем периоде возросла по сравнению с базисным периодом, и наоборот.

Если рассчитать разность между числителем и знаменателем общего индекса стоимости продукции, то можно получить абсолютное изменение стоимости продукции в текущем периоде в сравнении с базисным (предыдущим) периодом.

$$\Delta pq = \sum p_i^1 q_i^1 - \sum p_i^0 q_i^0. \quad (7.5)$$

Индекс стоимости продукции (I_{pq}) показывает ее изменение в результате влияния двух факторов – цен (p) и количества/объема (q) выпускаемой на предприятии продукции.

Для того, чтобы оценить влияние на изменение стоимости продукции только одного фактора (цены или физического объема), необходимо устранить (элиминировать) влияние другого фактора (цены или объема). Эта задача решается фиксированием в числителе и знаменателе формулы одного из факторов на уровне одного и того же (текущего или базисного) периода.

Если продукция сравниваемых периодов оценивается по одним и тем же ценам, то индекс стоимости продукции преобразуется в агрегатный индекс физического объема (I_q) и отражает влияние на изменение стоимости продукции только одного фактора – физического объема.

Для преобразования могут быть использованы цены как базисного, так и текущего периода. В первом случае получаем следующий агрегатный индекс физического объема:

$$I_q = \frac{\sum q_i^1 p_i^0}{\sum q_i^0 p_i^0}, \quad (7.6)$$

где в числителе отражена расчетная стоимость продукции текущего периода в ценах базисного периода, а в знаменателе – реальная стоимость продукции базисного периода. Этот индекс называется индексом Ласпейреса (предложен в 1864 г.).

Если же в качестве соизмерителя используются цены текущего периода, агрегатный индекс физического объема выглядит следующим образом:

$$I_q = \frac{\sum q_i^1 p_i^1}{\sum q_i^0 p_i^1}, \quad (7.7)$$

где в числителе отражена реальная стоимость продукции текущего периода, а в знаменателе – расчетная стоимость продукции базисного периода в ценах текущего периода. Этот индекс называется индексом Пааше (предложен в 1874 г.).

Общепринято, что первым сомножителем в формулах индекса записывают обозначение индексируемой величины, а вторым – обозначение соизмерителя.

Рассчитанные по разным формулам агрегатные индексы физического объема несколько отличаются по величине, но всегда отражают одну и ту же тенденцию в изменении объема производимой продукции: рост или сокращение. В российской и мировой практике статистических наблюдений оценка изменений объемов производства проводится преимущественно на основании агрегатного индекса Ласпейреса.

Агрегатный индекс физического объема свидетельствует об изменении стоимости продукции при условии постоянства цен. Получаемая разность числителя и знаменателя формулы (7.7) показывает абсолютное изменение стоимости продукции за счет изменения только физического объема (при условии постоянства цен). Это изменение рассчитывается следующим образом:

$$\Delta pq(q) = \sum q_i^1 p_i^0 - \sum q_i^0 p_i^0 \quad (7.8)$$

$$\Delta pq(q) = \sum q_i^1 p_i^1 - \sum q_i^0 p_i^1 \quad (7.9)$$

Агрегатный индекс физического объема относится к числу индексов количественных показателей.

Типичным индексом качественных показателей является *агрегатный индекс цен*. Этот индекс получим преобразованием формулы (7.4). В данном случае индексируемой величиной является цена, а соизмерителем – физический объем продукции.

Зафиксировав объем продукции (q) на уровне базисного периода получим агрегатный индекс цен Ласпейреса:

$$I_p = \frac{\sum p_i^1 q_i^0}{\sum p_i^0 q_i^0}, \quad (7.10)$$

Зафиксировав объем продукции (q) на уровне текущего периода получим агрегатный индекс цен Пааше:

$$I_p = \frac{\sum p_i^1 q_i^1}{\sum p_i^0 q_i^1}, \quad (7.11)$$

Агрегатный индекс цен показывает, как изменилась стоимость продукции под влиянием изменения только ее цены – при условии, что физический объем продукции не менялся.

Разница между числителем и знаменателем формул (7.10) и (7.11) показывает абсолютную величину изменения стоимости продукции за счет роста (или снижения) цен:

$$\Delta pq(p) = \sum p_i^1 q_i^0 - \sum p_i^0 q_i^0 \quad (7.12)$$

$$\Delta pq(p) = \sum p_i^1 q_i^1 - \sum p_i^0 q_i^1 \quad (7.13)$$

Агрегатные индексы физического объема и цен являются факторными по отношению к индексу стоимости продукции (товарооборота). Эти три индекса образуют *индексную систему*, и связь между ними выражается следующим равенством:

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q \quad (7.14)$$

Равенство (7.14) выполняется при условии, что индекс цен является индексом Пааше, а индекс физического объема – индексом Ласпейреса, или наоборот. Справедливость этого равенства следует из формул (7.11), (7.6). Действительно:

$$I_p \cdot I_q = \frac{\sum p_i^1 q_i^1}{\sum p_i^0 q_i^1} \cdot \frac{\sum q_i^1 p_i^0}{\sum q_i^0 p_i^0} = \frac{\sum p_i^1 q_i^1}{\sum q_i^0 p_i^0} = I_{pq}. \quad (7.15)$$

Общий прирост стоимости продукции (товарооборота) складывается из прироста ее за счет изменения цен и за счет изменения физического объема:

$$\Delta pq = \Delta pq(q) + \Delta pq(p) \quad (7.16)$$

Справедливость этого равенства следует из формул (7.12), (7.13) и (7.16):

$$\begin{aligned} \Delta pq &= \Delta pq(q) + \Delta pq(p) = (\sum q_i^1 p_i^0 - \sum q_i^0 p_i^0) + (\sum p_i^1 q_i^1 - \sum p_i^0 q_i^1) = \\ &= \sum p_i^1 q_i^1 - \sum p_i^0 q_i^0 = \Delta pq \end{aligned}$$

С помощью данных соотношений можно количественно оценить влияние каждого из факторов (цены и физического объема) на изменение стоимости продукции.

Доля прироста (уменьшения) стоимости произведенной продукции за счет изменения физического объема определяется так:

$$d\Delta pq = \frac{\Delta pq(q)}{\Delta pq} = \frac{I_q - 1}{I_{pq} - 1}. \quad (7.17)$$

Доля прироста (уменьшения) стоимости произведенной продукции за счет изменения цены продукции определяется следующим образом:

$$d\Delta pq = \frac{\Delta pq(p)}{\Delta pq} = \frac{I_{pq} - I_q}{I_{pq} - 1}. \quad (7.18)$$

Индексная система позволяет по двум известным индексам найти значение третьего – неизвестного. Например, если известны индексы I_{pq} и I_q , то индекс цены можно рассчитать так: $I_p = I_{pq} : I_q$.

Аналогичную индексную систему представляют собой общий индекс затрат (I_{zq}) и агрегатные индексы себестоимости единиц продукции (I_z) и физического объема (I_q): $I_{zq} = I_z \cdot I_q$.

Пример 7.1

На основе данных, приведенных в табл. 7.1, необходимо:

- 1) рассчитать агрегатные индексы объема продукции Ласпейреса и Пааше;
- 2) рассчитать агрегатный индекс цен Пааше;
- 3) показать связь между индексами стоимости, цены и физического объема продукции;
- 4) определить абсолютное изменение стоимости всей произведенной продукции за счет роста/снижения физического объема и роста/снижения цен на продукцию.

Таблица 7.1

Показатели деятельности промышленного предприятия за 2024 – 2025 гг.

Вид продукции	Выпуск продукции, шт.		Цена за 1 шт., тыс. руб.		Индивидуальные индексы физического объема	Индивидуальные индексы цен
	2024	2025	2024	2025		
	q_0	q_1	p_0	p_1		
					$i_q = \frac{q_1}{q_0}$	$i_p = \frac{p_1}{p_0}$
1	2	3	4	5	6	7
А	3500	3850	5,4	6,1	1,100	1,130
Б	4700	4650	9,0	8,5	0,989	0,944
В	5200	6440	7,9	8,1	1,238	1,025

Решение:

Приведенные в таблице показатели индивидуальных индексов свидетельствуют о том, что производство продукции А за исследуемый период увеличилось на 10,0%, продукции Б – снизилось на 1,1%, продукции С – увеличилось на 23,8%. Цены на продукцию А и В увеличились соответственно на 13,0% и 2,5%; на продукцию Б – снизились на 5,6%.

Для того, чтобы определить изменение показателей в целом по предприятию необходим расчет агрегатных индексов.

Расчет индексов Ласпейреса и Пааше.

1. По формуле (7.6) рассчитаем агрегатный индекс физического объема Ласпейреса:

$$I_q = \frac{\sum q_i^1 p_i^0}{\sum q_i^0 p_i^0} = \frac{(3850 \cdot 5,4) + (4650 \cdot 9,0) + (6440 \cdot 7,9)}{(3500 \cdot 5,4) + (4700 \cdot 9,0) + (5200 \cdot 7,9)} = \frac{113516}{102280} = 1,110 \text{ или } 111,0\%.$$

Индекс показывает, что за анализируемый период в целом по предприятию объем произведенной продукции в среднем возрос на 11,0%.

За счет роста физического объема стоимость произведенной продукции увеличилась на 11236 тыс. руб. (113516 – 102280).

$$\Delta p q_q = \sum q_i^1 p_i^0 - \sum q_i^0 p_i^0 = 113516 - 102280 = 11236 \text{ тыс. руб.}$$

2. По формуле (7.11) рассчитаем агрегатный индекс цен Пааше:

$$I_p = \frac{\sum p_i^1 q_i^1}{\sum p_i^0 q_i^1} = \frac{(6,1 \cdot 3850) + (8,5 \cdot 4650) + (8,1 \cdot 6440)}{(5,4 \cdot 3850) + (9,0 \cdot 4650) + (7,9 \cdot 6440)} = \frac{115174}{113516} = 1,015 \text{ или } 101,5\%.$$

Индекс показывает, что в целом по предприятию (в среднем) цены на произведенную продукцию за анализируемый период возросли в среднем на 1,5%.

При этом стоимость произведенной продукции за счет изменения цен увеличилась на 1658 тыс. руб.:

$$\Delta p q_p = \sum p_i^1 q_i^1 - \sum p_i^0 q_i^1 = 115174 - 113516 = 165 \text{ тыс. руб.}$$

3. Рассчитаем изменение общей стоимости произведенной продукции на основании формулы (7.15) с учетом произведенных расчетов.

$$I_{pq} = \frac{\sum p_i^1 q_i^1}{\sum p_i^0 q_i^0} = \frac{115174}{102280} = 1,126 \text{ или } 112,6\%.$$

Таким образом, за счет двух названных факторов стоимость произведенной продукции возросла за анализируемый период на 12,6%, в том числе за счет роста физического объема (количества произведенной продукции) на 11,1% и за счет роста цена – на 1,5%:

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q = 1,110 \cdot 1,015 = 1,126.$$

Изменение общей стоимости продукции в абсолютном выражении определяется формулой (7.16):

$$\Delta p q = \sum p_i^1 q_i^1 - \sum p_i^0 q_i^0 = 115174 - 102280 = 12894 \text{ тыс. руб.}$$

Таким образом, стоимость произведенной продукции за отчетный период увеличилась на 12894 тыс. руб., в том числе за счет роста объема произведенной продукции в физическом выражении на 11236 тыс. руб., и за счет роста цен – на 1658 тыс. руб. (на основе вышеприведенных расчетов):

$$\Delta pq = \Delta pq_p + \Delta pq_q = 1658 + 11236 = 12894 \text{ тыс. руб.}$$

Следовательно, $12,9\% \left(\frac{1658}{12894} \cdot 100\% \right)$ прироста стоимости произведенной продукции достигнуто за счет роста цен и $87,1\% \left(\frac{11236}{12894} \cdot 100\% \right)$ – за счет увеличения физического объема производства.

7.2. Сводные индексы. Индексы средних величин

Для определения сводных (общих) индексов физического объема и цен продукции в агрегатной форме, как было рассмотрено выше) необходима информация о количестве и ценах каждого вида продукции.

Если же имеется информация о стоимости продукции и индивидуальных индексах (цен или физического объема), то для получения сводных индексов используется формула сводных индексов в форме средневзвешенной арифметической или гармонической.

Например, имеется информация о стоимости продукции каждого вида в базисном периоде ($p_i^0 q_i^0$) и значения индивидуальных индексов физического объема:

$$i_{q_i} = \frac{q_i^1}{q_i^0}. \quad (7.19)$$

В этом случае можно рассчитать сводный индекс физического объема по формуле средней арифметической взвешенной из индивидуальных индексов физического объема, а в качестве «весов» (частот) выступает стоимость продукции каждого вида в базисном периоде:

$$I_q = \frac{\sum i_{q_i} (p_i^0 q_i^0)}{\sum (p_i^0 q_i^0)} \quad (7.20)$$

Базой для получения этой формулы является агрегатный индекс физического объема Ласпейреса (7.6):

$$I_q = \frac{\sum q_i^1 p_i^0}{\sum q_i^0 p_i^0}$$

Подставим в числитель этой формулы $q_i^1 = i_{q_i} q_i^0$, поскольку $i_{q_i} = \frac{q_i^1}{q_i^0}$.

В результате:

$$I_q = \frac{\sum q_i^1 p_i^0}{\sum q_i^0 p_i^0} = \frac{\sum i_{q_i} (p_i^0 q_i^0)}{\sum (p_i^0 q_i^0)}. \quad (7.21)$$

Формула (7.20) может быть преобразована в следующую формулу:

$$I_q = \sum i_{qi} d_i, \quad (7.22)$$

где d_i – доля стоимости i -й продукции в стоимости всей продукции.

Пример 7.2

По данным таблицы необходимо определить сводный индекс физического объема продукции.

Таблица 7.2

Показатели выпуска продукции промышленного предприятия за 2024 – 2025 гг.

Вид продукции	Стоимость продукции в 2024 г.		Индивидуальные индексы физического объема (2025 г. к. 2024 г.)
	млн руб.	%	
	$q_i^0 p_i^0$	d_i	i_{qi}
А	27,3	26,05	1,054
Б	45,8	43,70	0,975
В	31,7	30,25	1,035
Итого	104,8	100,0	-

На основе формулы (7.21) рассчитаем индекс физического объема продукции:

$$I_q = \frac{\sum i_{qi} (p_i^0 q_i^0)}{\sum (p_i^0 q_i^0)} = \frac{1,054 \cdot 27,3 + 0,975 \cdot 45,8 + 1,035 \cdot 31,7}{27,3 + 45,8 + 31,7} = \frac{106,24}{104,8} = 1,014 \text{ или } 101,4\%.$$

Рассчитаем индекс физического объема на основании формулы (7.22), используя данные о структуре выпуска продукции:

$$I_q = \sum i_{qi} d_i = 1,054 \cdot 0,2605 + 0,975 \cdot 0,4370 + 1,035 \cdot 0,3025 = 1,014 \text{ или } 101,4\%.$$

Значения индексов свидетельствуют о том, что в целом по предприятию объем физического выпуска продукции в 2025 г. увеличился в среднем на 1,4%, в том числе во отдельным видам продукции объем выпуска увеличился по продукции А – на 5,4%, В – на 3,5%, по продукции Б производство снизилось на 2,5%.

В процессе анализа развития социально-экономических явлений активно применяются *индексы средних величин*, которые рассчитываются только для качественных показателей, то есть показателей, являющихся либо относительными, либо средними величинами (например, средний уровень цен по региону на социально-значимые товары, средний уровень затрат предприятий агрохолдинга и др.). Индексы средних величин используются не только для изучения динамики средних величин, но и для выявления факторов,

влияющих на эту динамику. Эта задача решается с помощью трех взаимосвязанных индексов: индексов переменного состава, постоянного состава и индекса структурных сдвигов.

Индекс переменного состава представляет собой отношение средних уровней относительных показателей в отчетном и базисном периодах:

$$I_{\bar{X}} = \frac{\bar{X}^1}{\bar{X}^0} = \frac{\sum X_i^1 f_i^1}{\sum f_i^1} : \frac{\sum X_i^0 f_i^0}{\sum f_i^0}, \quad (7.23)$$

где $\bar{X}^0$ и $\bar{X}^1$ – средние уровни анализируемого показателя в базисном и текущем периодах соответственно.

Состав индекса переменного состава свидетельствует о том, что на изменение среднего уровня признака влияют два фактора:

- 1) изменения индивидуальных значений осредняемого признака (значений признака у отдельных единиц совокупности), то есть x_i ;
- 2) структурных изменений, то есть изменения доли отдельных вариантов в общей численности совокупности, то есть d_i – эта доля для каждой варианты определяется как $d_i = f_i : \sum f_i$.

Индекс постоянного состава характеризует динамику средней величины при фиксированной структуре совокупности. Он оценивает изменение среднего уровня признака – под влиянием только одного фактора – изменения индивидуальных значений осредняемого признака:

$$I_X = \frac{\sum X_i^1 f_i^1}{\sum f_i^1} : \frac{\sum X_i^0 f_i^1}{\sum f_i^1}, \quad (7.24)$$

Индекс структурных сдвигов характеризует динамику средней величины под влиянием только изменения структуры:

$$I_{\text{стр}} = \frac{\sum X_i^0 f_i^1}{\sum f_i^1} : \frac{\sum X_i^0 f_i^0}{\sum f_i^0}, \quad (7.25)$$

Индексы переменного, постоянного состава и структуры представляют собой единую систему:

$$I_{\bar{X}} = I_X \cdot I_{\text{стр}}. \quad (7.26)$$

Если в формулах (7.23) – (7.26) в качестве весов использовать не частоту (f), а частоту (d), то все три индекса могут быть представлены следующим образом:

$$I_{\bar{X}} = \frac{\sum X_i^1 d_i^1}{\sum X_i^0 d_i^0}, \quad (7.27)$$

$$I_X = \frac{\sum X_i^1 d_i^1}{\sum X_i^0 d_i^1}, \quad (7.28)$$

$$I_{\bar{X}} = \frac{\sum X_i^0 d_i^1}{\sum X_i^0 d_i^0}, \quad (7.29)$$

Данная система индексов позволяет разложить абсолютное изменение среднего уровня признака на две части:

- 1) за счет изменения индивидуальных значений осредняемого признака;
- 2) за счет изменения структуры (структурных сдвигов), то есть изменения доли отдельных вариантов в общей численности совокупности.

Общий абсолютный прирост (уменьшение) среднего уровня признака определяется как разность числителя и знаменателя в формуле индекса переменного состава (7.23):

$$\Delta \bar{X} = \bar{X}^1 - \bar{X}^0 = \frac{\sum X_i^1 f_i^1}{\sum f_i^1} - \frac{\sum X_i^0 f_i^0}{\sum f_i^0}. \quad (7.30)$$

Также общий абсолютный прирост (уменьшение) среднего уровня признака может быть определено на основе показателя частоты:

$$\Delta \bar{X} = \sum X_i^1 d_i^1 - \sum X_i^0 d_i^0, \quad (7.31)$$

Далее определяем влияние факторов:

Прирост (уменьшение) среднего уровня признака за счет изменения индивидуальных значений осредняемого признака определяется как разность числителя и знаменателя индекса постоянного состава в соответствии с формулой (7.24):

$$\Delta \bar{X}(X_i) = \frac{\sum X_i^1 f_i^1}{\sum f_i^1} - \frac{\sum X_i^0 f_i^1}{\sum f_i^1}. \quad (7.31)$$

Также прирост (уменьшение) среднего уровня признака за счет изменения индивидуальных значений осредняемого признака можно определить с использованием показателей частоты:

$$\Delta \bar{X}(X_i) = \sum X_i^1 d_i^1 - \sum X_i^0 d_i^1. \quad (7.32)$$

Прирост (уменьшение) среднего уровня признака за счет изменения структурных сдвигов определяется как разность числителя и знаменателя индекса структуры в соответствии с формулой (7.25):

$$\Delta \bar{X}(\text{стр}) = \frac{\sum X_i^0 f_i^1}{\sum f_i^1} - \frac{\sum X_i^0 f_i^0}{\sum f_i^0}. \quad (7.33)$$

Также прирост (уменьшение) среднего уровня признака счет изменения структурных сдвигов можно определить на основе использования показателей частоты:

$$\Delta \bar{X}(\text{стр}) = \sum X_i^0 d_i^1 - \sum X_i^0 d_i^0. \quad (7.34)$$

В общем виде разложение всего прироста среднего уровня признака имеет вид:

$$\Delta \bar{X} = \Delta \bar{X}(X_i) + \Delta \bar{X}(\text{стр}). \quad (7.35)$$

Рассмотрим применение средних индексов.

Пример 7.3

По данным табл. 7.3 необходимо определить:

1) общее изменение средней цены на картофель за анализируемый период в целом по городу (в %), в том числе за счет изменения среднего уровня цены на картофель, а также за счет изменения структуры продаж картофеля на рынках города;

2) общее абсолютное изменение цены картофеля по областному городу, в том числе за счет изменения среднего уровня цены на картофель и за счет изменения структуры продаж на рынках города.

Сделайте выводы. Для принятия каких управленческих решений может быть использована данная аналитическая информация?

Таблица 7.3

**Средние уровни цен на картофель на трех рынках областного города
за январь – март отчетного года**

Рынки города	Среднемесячная цена 1 кг картофеля, руб.		Количество проданного картофеля, кг		Доля рынков в общем объеме продаж картофеля, %	
	январь	март	январь	март	январь	март
	X^0	X^1	f^0	f^1	d^0	d^1
Центральный	58,09	59,66	12560	13986	47,90	49,71
Северный	51,40	52,50	8254	9390	31,48	33,37
Южный	65,00	65,00	5405	4760	20,61	16,92
Итого:	-	-	26219	28136	100,0	100,0

Решение:

1. Индекс переменного состава:

$$I_{\bar{X}} = \frac{\bar{X}^1}{\bar{X}^0} = \frac{\sum X_i^1 f_i^1}{\sum f_i^1} : \frac{\sum X_i^0 f_i^0}{\sum f_i^0}$$

$$I_{\bar{X}} = \frac{59,66 \cdot 13986 + 52,50 \cdot 9390 + 65 \cdot 4760}{13986 + 9390 + 4760} :$$

$$\frac{58,09 \cdot 12560 + 51,40 \cdot 8254 + 65 \cdot 5405}{12560 + 8254 + 5405} =$$

$$= \frac{1636779,5}{28136} : \frac{1505191}{26219} = 58,17 : 57,41 = 1,013 \text{ или } 101,3\%$$

2. Индекс постоянного состава:

$$I_X = \frac{\sum X_i^1 f_i^1}{\sum f_i^1} : \frac{\sum X_i^0 f_i^1}{\sum f_i^1}$$

$$I_X = \frac{1636779,5}{28136} : \frac{58,09 \cdot 13986 + 51,40 \cdot 9390 + 65 \cdot 4760}{13986 + 9390 + 4760} =$$

$$= 58,17 : \frac{1604492,7}{28136} = 58,17 : 57,03 = 1,020 \text{ или } 102,0\%.$$

3. Индекс структурных сдвигов:

$$\Delta \bar{X}(\text{стр}) = \frac{\sum X_i^0 f_i^1}{\sum f_i^1} - \frac{\sum X_i^0 f_i^0}{\sum f_i^0}.$$

$$\Delta \bar{X}(\text{стр}) = 57,03 : 57,41 = 0,993 \text{ или } 99,3\%.$$

Взаимосвязь индексов:

$$I_{\bar{X}} = I_X \cdot I_{\text{стр}} = 1,020 \cdot 0,993 = 1,013.$$

Результаты расчета системы средних индексов позволяют сделать следующие выводы:

Средняя цена на картофель на исследуемых рынках города – областного центра составила в марте отчетного года 58,17 руб., увеличившись по сравнению со средней ценой в январе на 1,3 % или на 0,76 руб. (58,17 руб. – 57,41 руб.).

Данная динамика средней цены обусловлена влиянием следующих факторов:

1) изменением цены на Центральном и Северном рынках (на Южном рынке цена осталась без изменений). За счет этого фактора средняя цена увеличилась на 2,0% или на 1,14 руб. (58,17 руб. – 57,03 руб.)

2) изменением структуры продаж картофеля на рынках города. Данные, приведенные в таблице свидетельствуют о том, что значительно уменьшилась доля продаж картофеля на Южном рынке с более высоким уровнем цены (65 руб.) с 20,61% до 16,92%. Соответственно увеличилась доля продаж на Центральном и Северном рынках (на 1,81% и 1,89%). За счет данных структурных сдвигов средняя цена на трех основных рынках города уменьшилась на 0,7% или на 0,38 руб. (57,03 руб. – 57,41 руб.).

$$I_{\bar{X}} = I_X \cdot I_{\text{стр}} = 1,020 \cdot 0,993 = 1,013.$$

Совокупное влияние составило:

- в коэффициентной форме: $1,013 = 1,020 \cdot 0,993$;
- в стоимостной оценке: $0,76 \text{ руб.} = 1,14 \text{ руб.} - 0,38 \text{ руб.}$

Проведение такого анализа позволяет органам государственной власти и местного самоуправления отслеживать динамику средних цен на предприятиях города, определять влияние факторов. Особенно важна данная работа для анализа цен на социально-значимые товары. По результатам анализа необходима разработка мероприятий, направленных на поддержку развития собственного агропромышленного производства, совершенствования товародвижения и улучшения конъюнктуры потребительского рынка.

Перечень рекомендуемой литературы

1. Статистика: учебник для вузов / ответственный редактор И.И. Елисеева. – 6-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 619 с.
2. Дудин М.Н. Статистика: учебник и практикум для вузов / М.Н. Дудин, Н.В. Лясников, М.Л. Лезина. – 2-е изд. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 381 с.
3. Яковлев В.Б. Статистика. Расчеты в Microsoft Excel: учебник для вузов/ В.Б. Яковлев. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 353 с.

ПРАКТИКУМ

7.1. Сущность и значение статистических индексов. Индивидуальные и агрегатные индексы

Контрольные вопросы

1. В чем различие индивидуальных и сводных индексов в статистике?
2. Какова взаимосвязь цепных и базисных индексов?
3. Какие задачи можно решить на основе агрегатных индексов?
4. В чем различие индексов Ласпейреса и Пааше?
5. Охарактеризуйте значение агрегатных индексов цены и физического объема выпуска продукции. Опишите их взаимосвязь.

Практические задания

Задание 1. В таблице отражено изменение цены единицы продукции за ряд периодов.

Период	1	2	3	4	5	6
Цена, руб.	789,4	801,0	800,5	867,3	890,6	854,8

В самостоятельно составленной аналитической таблице на основе приведенных данных рассчитайте индивидуальные цепные и базисные индексы цен за ряд периодов. Проверьте расчеты с использованием взаимосвязи между цепными и базисными индексами.

Задание 2. По данным, представленным в табл. 7.4, необходимо рассчитать: 1) индивидуальные индексы выпуска продукции (физического объема) и индивидуальные индексы цены; 2) сводный индекс стоимости продукции; 3) агрегатные индексы физического объема и цены; 4) подтвердите взаимосвязь рассчитанных индексов. Сделайте выводы. Для каких управленческих решений в сфере государственного и муниципального управления может понадобиться данная аналитическая информация?

Таблица 7.4

Данные по выпуску продукции промышленного предприятия
за 2024 – 2025 гг.

Вид продукции	Выпуск продукции, ед.		Цена за 1 ед., тыс. руб.		Индивидуальные индексы физического объема	Индивидуальные индексы цен
	2024	2025	2024	2025		
	q_0	q_1	p_0	p_1		
1	2	3	4	5	6	7
А	2450	3570	7,0	8,0		
Б	8500	9650	16,0	17,0		

Тесты

1. По содержанию различают:

- качественные и общие индексы
- индивидуальные и общие индексы
- индекс количественных и индекс качественных показателей
- индекс динамических показателей

2. Произведение последовательных цепных индексов дает:

- базисный индекс первого периода
- базисный индекс последнего периода
- цепной агрегированный индекс
- цепной индекс текущего периода

3. Ка какому виду индексов относится $I_p = \frac{\sum p_i^1 q_i^1}{\sum p_i^0 q_i^1}$:

- индекс цены Пааше
- индекс цены Ласпейреса
- индекс количества Пааше
- индекс количества Ласпейреса

4. Если $I_p = \frac{\sum p_i^1 q_i^1}{\sum p_i^0 q_i^1} = 1,016$, то это означает, что:

- цены увеличились на 1,6%
- цены увеличились на 1,016%
- физический объем увеличился на 1,6%
- физический объем увеличился на 1,016%

5. Если $\Delta p q_p = \sum p_i^1 q_i^1 - \sum p_i^0 q_i^1 = 276$ тыс. руб., то это означает, что:

- стоимость продукции увеличилась на 276 тыс. руб.
- стоимость продукции за счет изменения цен увеличилась на 276 тыс. руб.
- стоимость продукции за счет количества произведенной продукции увеличилась на 276 тыс. руб.
- стоимость продукции за счет изменения физического объема увеличилась на 276 тыс. руб.

7.2. Сводные индексы. Индексы средних величин

Контрольные вопросы

1. Какой показатель используется в качестве весов (соизмерителя) для расчета сводного индекса физического объема?
2. Для каких показателей рассчитываются индексы средних величин?
3. Охарактеризуйте содержание индексов переменного состава, постоянного состава.
4. Какова взаимосвязь индексов переменного состава, постоянного состава и структурных сдвигов?
5. Для решения каких управленческих задач органы государственной власти могут использовать результаты анализа сводных средних индексов?

Практические задания

Задание 1. По данным, представленным в табл. 7.5, определите сводный индекс продукции растениеводства. Сделайте выводы. Для решения каких управленческих задач органы государственной власти и местного самоуправления могут использовать результаты анализа сводных средних индексов?

Таблица 7.5

**Данные по выпуску продукции растениеводства регионального агрохолдинга
за 2024 – 2025 гг.**

Вид продукции	Стоимость продукции в 2024 г.		Индивидуальные индексы физического объема (2025 г. к. 2024 г.)
	млн руб.	%	
	$q_i^0 p_i^0$	d_i	
Зерно	876,9		1,055
Сахарная свекла	765,7		0,876
Семена подсолнечника	589,9		1,561
Картофель	879,9		1,237
Овощи	679,5		0,789
Итого		100,0	-

Задание 2. По данным, представленным в табл. 7.6, необходимо провести индексный анализ.

Таблица 7.6

**Данные о средних уровнях цен на огурцы свежие на трех рынках города
за февраль – март отчетного года**

Рынки города	Среднемесячная цена 1 кг картофеля, руб.		Количество проданного картофеля, кг		Доля рынков в общем объеме продаж картофеля, %	
	январь	март	январь	март	январь	март
	X^0	X^1	f^0	f^1	d^0	d^1
Первый	223,0	250,09	15786	12985		
Второй	199,90	201,40	10289	9356		
Третий	203,89	253,99	11879	10760		
Итого:	-	-				

1. Определите общее изменение средней цены на картофель за анализируемый период в целом по городу (в %), в том числе за счет изменения среднего уровня цены на картофель, а также за счет изменения структуры продаж картофеля на рынках города.

2. Сделайте выводы. Для решения каких управленческих задач органы государственной власти и местного самоуправления могут использовать результаты индексного анализа цен на продукты питания?

Тест

1. По какой формуле рассчитывается сводный индекс физического объема выпуска продукции?

- $I_q = \frac{\sum i_{q_i} (p_i^0 q_i^0)}{\sum (p_i^0 q_i^0)}$
- $I_{\bar{X}} = \frac{\sum X_i^1 f_i^1}{\sum f_i^1} : \frac{\sum X_i^0 f_i^0}{\sum f_i^0}$

- $I_{\text{стр}} = \frac{\sum X_i^0 f_i^1}{\sum f_i^1} : \frac{\sum X_i^0 f_i^0}{\sum f_i^0}$
- $I_{\bar{X}} = \frac{\sum X_i^1 d_i^1}{\sum X_i^0 d_i^0}$

2. Укажите верную формулу сводного индекса цены:

- $I_p = \frac{\sum p_i^1 q_i^1}{\sum p_i^0 q_i^1}$
- $I_p = \frac{\sum p_i^1 q_i^1}{\sum p_i^0 q_i^0}$
- $I_p = \frac{\sum p_i^0 q_i^1}{\sum p_i^1 q_i^1}$
- $I_p = \frac{\sum p_i^1 q_i^0}{\sum p_i^0 q_i^1}$

3. Если $I_{\bar{X}}=1,156$; $I_X = 0,985$, то $I_{\text{стр}}$ равен:

- 0,852
- 1,139
- 1,174
- 1,156

4. Для каких показателей можно рассчитывать индекс переменного состава?

- ☐ средняя цена продукции трех видов
- ☐ среднегодовая заработная плата работников организации
- ☐ средняя цена товара на нескольких рынках города
- ☐ ежемесячный товарооборот магазина

5. По какой формуле можно рассчитать сводный индекс физического объема продукции, если известны индивидуальные индексы физического объема и стоимость продукции в отчетном периоде?

- средней арифметической взвешенной
- средней арифметической простой
- средней гармонической взвешенной
- средней геометрической взвешенной

Тема 8

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СВЯЗЕЙ

В результате изучения темы студенты должны:

- **знать:** сущность понятий «статистическая» и «корреляционная связь»;
 - **уметь:** проводить однофакторный и многофакторный корреляционно-регрессионный анализ, проверять адекватность регрессионной модели;
 - **владеть:** навыками использования результатов корреляционно-регрессионного анализа социально-экономических явлений в процессе государственного и муниципального управления.
-

8.1. Понятие о статистической и корреляционной связи. Однофакторный линейный корреляционно-регрессионный анализ

В процессе изучения динамики социально-экономических явлений важным является определение связей между факторами и результатами. Изучение связей между различными явлениями и процессами – одна из важнейших задач статистики. Связь между различными явлениями и их признаками-факторами может быть функциональной или статистической.

Под *функциональной* понимают связь, когда каждому значению независимой переменной (X) соответствует одно или несколько строго определенных значений зависимой переменной (Y). Такую связь можно представить уравнением:

$$Y_i = f(X_i),$$

где Y_i – результативный признак ($i = 1, 2, 3, \dots, n$); X_i – факторный признак; $f(X_i)$ – функция связи результативного и факторного признаков.

В социально-экономической сфере функциональные связи наблюдаются очень редко.

Статистическая связь – это связь, при которой случайная величина Y реагирует на изменение величины X (случайно и неслучайно) изменением закона распределения.

Такая особенность статистической связи обусловлена тем, что помимо рассматриваемого фактора X на изменение Y влияет ряд неучтенных или неконтролируемых (случайных) факторов. В результате статистическая связь может быть представлена следующим уравнением:

$$\hat{Y}_i = f(X_i) + \varepsilon_i,$$

где $\hat{Y}_i$ – расчетное значение результативного признака; $f(X_i)$ – часть расчетного признака $\hat{Y}_i$, сформированная под влиянием X (или нескольких учтенных факторов); ε_i – часть $\hat{Y}_i$, возникающая под влиянием неучтенных факторов.

Важной особенностью статистической связи является то, что она проявляется не в единичных случаях, а только в их массе. Частным случаем статистической связи является *корреляционная связь*. При такой связи среднее значение случайного результативного признака закономерно изменяется под влиянием другой (или других) случайно величины (табл. 8.1).

Таблица 8.1

Проявление статистической корреляционной связи

Значение фактора	Количество единиц в группе	Распределение значений результативного признака	Среднее значение результативного признака
X_1	f_1	$Y_{11}, Y_{12}, \dots, Y_{1n}$	$\bar{Y}_1$
X_2	f_1	$Y_{21}, Y_{22}, \dots, Y_{2n}$	$\bar{Y}_2$
X_3	f_1	$Y_{31}, Y_{32}, \dots, Y_{3n}$	$\bar{Y}_3$

Корреляционные связи присущи многим социально-экономическим явлениям, например, зависимость производительности труда от его квалификации: производительность труда выше у рабочих, имеющих более высокую квалификацию. Это утверждение справедливо в целом для достаточно большого числа случаев, но оно не означает, что у двух рабочих одинаковой квалификации производительность труда обязательно будет равной, так как на производительность труда влияют кроме квалификации и другие неучтенные факторы: уровень организации производства, вид оборудования, здоровье работника и др.

Статистические связи могут быть прямые и обратные, прямолинейные и криволинейные, однофакторные и многофакторные.

При *прямой связи* направление изменения результативного признака совпадает с направлением изменения признака-фактора. Например: с ростом количества внесенных на 1 га удобрений растет урожайность; сокращение кредиторской задолженности уменьшает расходы по статье «Проценты за использованием кредитами».

В противном случае связь между двумя признаками называется *обратной*. Например, рост производительности труда способствует сокращению себестоимости продукции.

Прямолинейной называется связь, которая графически может быть представлена прямой линией, а аналитически уравнением $Y = a + bX$. Если для графического изображения и аналитического выражения используются такие функции, как парабола, гипербола и т.п., называется криволинейной.

Однофакторной (парной) называется связь двух признаков. Например, зависимость между себестоимостью продукции и прибылью предприятия.

Связь, учитывающая влияния на результативный признак множества факторов, называется многофакторной или множественной. Например, связь между производительностью труда в отрасли и социализацией производства, фондовооруженностью труда, уровнем автоматизации и роботизации и т.д.

При изучении корреляционной связи социально-экономических показателей необходимо решить следующие задачи:

- проверить возможность связи между изучаемыми показателями и описать эту связь аналитически;
- количественно оценить тесноту связи между факторным (факторными) и результативным признаком.

Однофакторный линейный корреляционно-регрессионный анализ

Наиболее разработанной в настоящее время является методология парной корреляции, рассматривающая влияние вариации одного факторного признака X на результативный признак Y .

При изучении парной регрессии показателей социально-экономической сферы используются различные функции (уравнения):

- линейная $Y = a_0 + a_1 X$;
- логарифмическая $Y = a_0 + a_1 \lg X$;
- показательная $Y = a_0 + a_1^x$;
- степенная $Y = a_0 X^{a_1}$;
- параболическая $Y = a_0 + a_1 X + a_2 X^2$;
- гиперболическая $Y = a_0 + a_1 \frac{1}{X}$ и др.

Выбор функции, которая наиболее точно отражает связь между анализируемыми показателями, - важнейший этап корреляционно-регрессионного анализа. При решении этой задачи необходимо изучить опыт предыдущих исследований в данной сфере.

Определение параметров выбранной функции осуществляется с помощью метода наименьших квадратов, в основу которого положен критерий минимальности суммы квадратов отклонений эмпирических (фактических) данных (Y_i) от соответствующих им расчетных значений результативного признака ($\hat{Y}_i$):

$$\Sigma(Y_i - \hat{Y}_i)^2 \rightarrow \min.$$

Чаще всего используется линейное уравнение парной регрессии:

$$\hat{Y}_i = a_0 + a_1 X, \quad (8.1)$$

где $\hat{Y}_i$ - теоретическое расчетное значение результативного признака, полученное по уравнению регрессии; a_0 и a_1 - параметры уравнения регрессии.

Коэффициент a_1 (коэффициент регрессии) показывает, на сколько единиц в среднем изменится результативный признак при изменении факторного

признака на одну единицу его измерения. Знак при коэффициенте регрессии свидетельствует о направлении зависимости Y от X :

- при $a_1 \geq 1$ зависимость прямая;
- при $a_1 \leq 1$ зависимость обратная.

Параметр a_0 – показывает среднее значение результативного признака Y при $X = 0$ в случае, если в исходных данных имеется нулевое значение факторного признака. Во всех остальных случаях a_0 экономически не интерпретируется. Параметры уравнения (8.1) в соответствии с методом наименьших квадратов определяются по формулам:

$$a_0 = \frac{\sum Y_i \sum X_i^2 - \sum X_i Y_i \sum X_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}, a_1 = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}. \quad (8.2)$$

Определив значения a_0 и a_1 и подставив их в уравнение (8.1), находим значение $\hat{Y}_i$, зависящее только от заданного уровня X_1 .

Пример 8.1

Построим уравнение парной регрессии, отражающее зависимость среднегодовой численности занятых и уровня инвестиций в основной капитал в разрезе муниципальных образований региона.

Таблица 8.2

Инвестиции в основной капитал и среднегодовая численность занятых в разрезе муниципальных образований региона

Исходные данные			Расчет					
Муниципаль- ные образования (МО)	инвести- ции в основной капитал, млрд руб.	среднего- довая численность занятых, тыс. чел.	X_i^2	Y_i^2	$X_i Y_i$	$\hat{Y}_i$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(Y_i - \bar{Y})^2$
	X_i	Y_i						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
МО 1	3,8	5,2	14,44	27,04	19,76	6,89	4,67	15,29
МО 2	6,6	8,8	43,56	77,44	58,08	9,77	0,41	0,10
МО 3	1,9	3,7	3,61	13,69	7,03	4,94	16,48	29,27
МО 4	7,8	9,9	60,84	98,01	77,22	11,01	3,39	0,62
МО 5	4,9	4,5	24,01	20,25	22,05	8,02	1,12	21,25
МО 6	5,6	7,7	31,36	59,29	43,12	8,74	0,13	1,99
МО 7	11,5	8,10	132,25	65,61	93,15	14,81	30,69	1,02
МО 8	9,2	17,8	84,64	316,84	163,76	12,45	10,50	75,52
МО 9	6,9	9,7	47,61	94,09	66,93	10,08	0,88	0,35
МО 10	6,1	12,9	37,21	166,41	78,69	9,26	0,02	14,36
МО 11	4,1	9,1	16,81	82,81	37,31	7,20	3,46	0,00
МО 12	3,9	5,9	15,21	34,81	23,01	6,99	4,24	10,30
МО 13	6	7,5	36,00	56,25	45	9,16	0,00	2,59
МО 14	8,1	18,4	65,61	338,56	149,04	11,32	4,58	86,30

Продолжение табл. 8.2

МО 15	3	7,5	9,00	56,25	22,5	6,07	8,76	2,59
Итого	89,4	136,7	622,16	1507,3 5	906,65	136,71	89,34	261,56
	ΣX_i	ΣY_i	ΣX_i^2	ΣY_i^2	$\Sigma X_i Y_i$	$\Sigma \hat{Y}_i$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(Y_i - \bar{Y})^2$

Для количественной оценки связи между анализируемыми показателями определим параметры линейного уравнения регрессии:

$$\hat{Y} = a_0 + a_1 X,$$

где $\hat{Y}$ – теоретические (расчетные) значения результативного признака (среднегодовой численности занятых), полученных по уравнению регрессии; a_0 и a_1 – параметры уравнения регрессии; X – инвестиции в основной капитал.

На основе данных таблицы по формулам (8.2) рассчитаем значения параметров парной регрессии:

$$a_0 = \frac{\Sigma Y_i \Sigma X_i^2 - \Sigma X_i Y_i \Sigma X_i}{n \Sigma X_i^2 - (\Sigma X_i)^2} = \frac{136,7 \cdot 622,16 - 906,65 \cdot 89,4}{15 \cdot 622,16 - (89,4)^2} = \frac{85049,3 - 81054,5}{9332,4 - 7992,36} = \frac{3994,8}{1340,0} = 2,981,$$

$$a_1 = \frac{n \Sigma X_i Y_i - \Sigma X_i \Sigma Y_i}{n \Sigma X_i^2 - (\Sigma X_i)^2} = \frac{15 \cdot 906,65 - 89,4 \cdot 136,7}{15 \cdot 622,16 - (89,4)^2} = \frac{13599,8 - 12220,98}{9332,4 - 7992,36} = \frac{1378,8}{1340,0} = 1,029.$$

Таким образом, регрессионная модель зависимости среднегодовой численности занятых от инвестиций в основной капитал выглядит следующим образом:

$$\hat{Y} = 1,029 X + 2,981$$

Графическое изображение этой функции показано на рисунке сплошной прямой линией. Такая зависимость означает, что с ростом инвестиций в основной капитал на 1 млрд руб., в среднем численность занятых увеличивается на 2,98 тыс. чел.

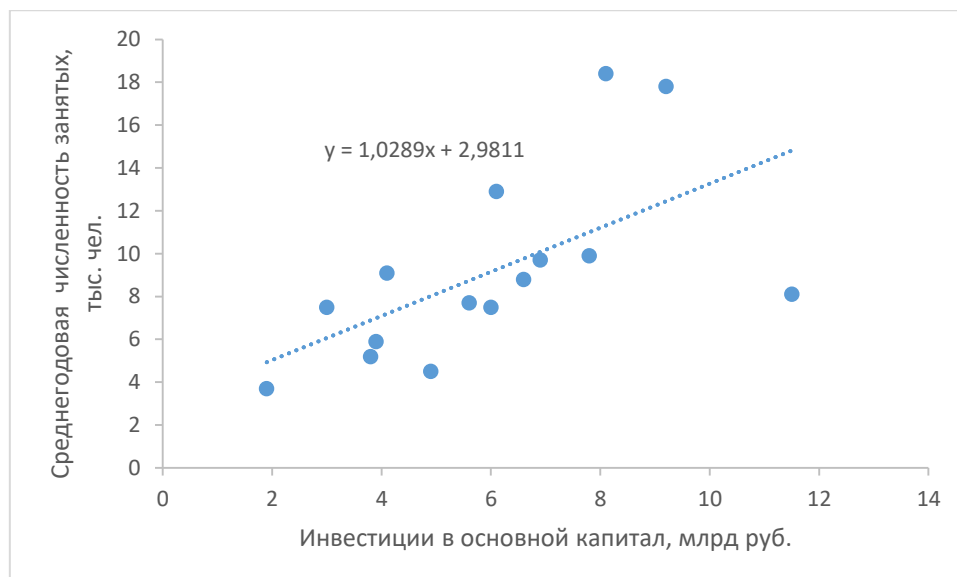


Рис. 8.1. Зависимость среднегодовой численности занятых от величины инвестиций в основной капитал

Величины, представленные в графе 7 табл. 8.2 рассчитываются следующим образом:

$$\hat{Y}_1 = 1,029 \cdot X_1 + 2,981 = 1,029 \cdot 3,8 + 2,981 = 6,89 ,$$

$$\hat{Y}_2 = 1,029 \cdot 6,6 + 2,981 = 9,77 \text{ и т. д.}$$

Правильность расчетов параметров уравнения регрессии подтверждает равенство: $\sum Y_i = \sum \hat{Y}_i = 136,7$

8.2. Оценка результатов построения парной линейной регрессии. Выполнение прогнозных расчетов с использованием регрессионной модели

Использование регрессионных моделей в решении практических задач, в частности в сфере государственного и муниципального управления возможно, если данные модели отражают существенные связи. Важно проверить адекватность моделей для выяснения значимости параметров полученных уравнений регрессии – не являются ли они результатом действия случайных причин.

Результаты построения корреляционно регрессионной модели (пример 8.1) анализируются с помощью целого комплекса оценочных характеристик.

$$\hat{Y} = 1,029 X + 2,981$$

Коэффициент регрессии a_1 характеризует направление выявленной зависимости и является абсолютной оценкой силы влияния величины инвестиций на численность занятых. С изменением величины инвестиций на

1 млрд руб., среднегодовая численность занятых изменится в том же направлении на 1,029 тыс. чел.

Коэффициент a_0 – свободный член уравнения, дает абсолютную оценку и устанавливает направление влияния на результат всех прочих факторов. В рассматриваемом примере влияние всех прочих факторов увеличивает силу воздействия на численность занятых.

Для сравнительного анализа влияния факторов используют *коэффициент эластичности* $\bar{\epsilon}_{xy}$. Он показывает, на сколько процентов (от своей средней) изменяется результата при изменении фактора на 1% (от средней). В нашем примере для линейной формы связи $f'(x) = a_1$, тогда

$$\bar{\epsilon}_{xy} = a_1 \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}} \quad (8.3)$$

$$\bar{\epsilon}_{xy} = 1,029 \cdot \frac{5,96}{9,11} = 0,673 .$$

То есть при изменении величины инвестиций на 1% от своей средней величины численность занятых увеличится на 0,673% от своей средней.

Важной оценкой построенного уравнения является *показатель тесноты* выявленной зависимости численности занятых от величины инвестиций, вложенных в экономику муниципалитетов. Показатели тесноты связи построены на принципе параллельности: если значения фактора и результата изменяются параллельно, то следует вывод о тесной связи между переменными. Показатели тесноты связи дают количественную оценку той роли, которую играет данный фактор в формировании результата среди всех причин, влияющих на него.

Для оценки тесноты парной линейной связи используются *коэффициент корреляции Пирсона* r_{yx} и *коэффициент детерминации* r_{yx}^2 .

Коэффициент корреляции как отношение средних квадратических отклонений фактора и результата $\left(\frac{\sigma_x}{\sigma_y}\right)$ позволяет сравнивать абсолютные размеры их вариации, а соизмерителем разных единиц измерения переменных служит *коэффициент регрессии* a_1 . Отсюда:

$$r_{yx} = a_1 \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} . \quad (8.4)$$

По данным таблицы примера 8.2 (графы 8, 9):

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{89,34}{15}} = \sqrt{5,956} = 2,440 ,$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{261,56}{15}} = \sqrt{17,437} = 4,175 ,$$

$$r_{yx} = a_1 \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 1,029 \cdot \frac{2,440}{4,175} = 0,601 .$$

Отсюда коэффициент детерминации:

$$r_{xy}^2 = 0,601^2 = 0,361 \text{ или } 36,1\% .$$

В соответствии с таблицей атрибутивных оценок тесноты корреляционной зависимости (табл. 8.3) выявленная зависимость численности занятых в муниципальных образованиях в зависимости от величины инвестиций в экономику, характеризуется как *заметная* (поскольку коэффициент корреляции равен 0,601, коэффициент детерминации 36,1%). То есть изменение численности занятых на 36,1% зависит от инвестиций, а от изменений всех прочих причин – на 63,9%.

Таблица 8.3

Атрибутивные оценки тесноты выявленной зависимости переменных

Абсолютное значение показателя корреляции	Атрибутивная оценка тесноты связи	Значение коэффициента детерминации, %
До 0,3	Слабая	До 10
0,3 – 0,5	Умеренная	10 – 25
0,5 – 0,7	Заметная	25 – 50
0,7 – 0,9	Тесная	50 – 80
0,9 и более	Весьма тесная	80 и более

Построенная регрессионная модель может использоваться для анализа социально-экономических процессов, а также для выполнения прогнозных расчетов. Однако при этом необходима полная уверенность в том, что используемая модель является надежной, неслучайной, сформированной под влиянием устойчивого фактора и характеризуется высоким качеством.

Для оценки надежности построенного уравнения применяется *метод дисперсионного анализа*. Он предполагает сравнение двух значений *F-критерия*: фактического и табличного. По результатам анализа приходим к выводу либо о том, что построенное уравнение ненадежно и сформировано под влиянием неустойчивого фактора, поэтому использовать его для получения достоверных результатов анализа и прогноза не следует, либо делаем заключение о его устойчивости, надежности и высоких аналитических и прогнозных возможностях.

Фактическое значение *F-критерия* ($F_{\text{факт}}$) можно определить, используя значение коэффициента детерминации:

$$F_{\text{факт}} = \frac{r_{xy}^2}{1-r_{xy}^2} : \frac{k}{n-k-1} . \quad (8.5)$$

где n – число изучаемых единиц в совокупности; k – число факторов в уравнении

$$F_{\text{факт}} = \frac{0,361}{1 - 0,361} : \frac{1}{15 - 1 - 1} = 7,3.$$

Для оценки надежности необходимо использовать табличное значение F -критерия, которые представлены в таблицах критических значений F -статистики и зависят от трех условий:

1) от степеней свободы факторной вариации ($d.f._1 = k$) – это количество независимых значений, которые могут свободно варьироваться при расчете факторной дисперсии в дисперсионном анализе. Эта величина показывает, что в выборочной совокупности каждая варианта свободна принимать любые значения, кроме одного, которое определяется разностью между суммой всех остальных вариантов и объемом выборки. Таким образом, одна варианта не имеет степени свободы вариации;

2) от степеней свободы остаточной вариации ($d.f._2 = n - k - 1$);

3) от вероятности возможной ошибки при принятии решения о случайной природе полученного уравнения, то есть от уровня значимости α . Уровень значимости обычно принимается равным 10 либо 5, либо 1% и определяет возможную ошибку принятого решения как события маловероятного. Обычно дисперсионный анализ выполняется при 5%-ном уровне значимости.

Если $F_{\text{факт}} < F_{\text{табл}}$, то следует вывод о статистической ненадежности построенного уравнения и невозможности его использования в аналитических и прогнозных целях. Если $F_{\text{факт}} > F_{\text{табл}}$, то делаем вывод о надежности построенного уравнения, его пригодности для аналитических и прогнозных расчетов.

В рассматриваемом примере для столбца $d.f._1 = k = 1$, строки ($d.f._2 = n - k - 1 = 15 - 1 - 1 = 13$ и $\alpha = 0,05$ составляет 4,67.

Эта величина значительно меньше, чем $F_{\text{факт}} = 7,3$. Поэтому следует признать с высокой надежностью ($P = 1 - \alpha = 1 - 0,05 = 0,95$), равной 95%, что построенное уравнение численности занятых в муниципальных округах региона от величины вложенных инвестиций в экономику муниципалитетов, является надежным, статистически значимым и пригодным для решения аналитических задач.

Поскольку для относительно небольших совокупностей (объемом не более 30) значимость параметров уравнения проверяют с помощью t -критерия Стьюдента, рассмотрим алгоритм данной проверки.

Фактические (расчетные) значения t -критерия для a_0 и a_1 рассчитывают по следующим формулам:

$$t_{a_0} = |a_0| \frac{\sqrt{n-2}}{\sigma_{\text{ост}}}, \quad t_{a_1} = |a_1| \frac{\sqrt{n-2}}{\sigma_{\text{ост}}} \sigma_X. \quad (8.6)$$

где n – объем совокупности; $\sigma_{\text{ост}} = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n}}$ – среднее квадратическое отклонение фактических значений результативного признака от его расчетных значений; $\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}}$ или $\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n} - \left(\frac{\sum X_i}{n}\right)^2}$ – среднее квадратическое отклонение фактических значений факторного признака от его среднего уровня.

$$\sigma_{\text{ост}} = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n}} = \sqrt{\frac{166,98}{15}} = 3,34,$$

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{89,34}{15}} = 2,44,$$

$$t_{a_0} = |a_0| \frac{\sqrt{n-2}}{\sigma_{\text{ост}}} = 2,98 \cdot \frac{\sqrt{15-2}}{3,34} = 2,98 \cdot 1,08 = 3,22,$$

$$t_{a_1} = |a_1| \frac{\sqrt{n-2}}{\sigma_{\text{ост}}} \sigma_X = 1,03 \cdot \frac{\sqrt{15-2}}{3,34} \cdot 2,44 = 1,03 \cdot 1,08 \cdot 2,44 = 2,71.$$

Рассчитанные значения t сравниваются с критическим значением t , определяемым по таблице Стьюдента с учетом уровня значимости α и числом степеней свободы v .

Как ранее отмечалось, уровню значимости соответствует вероятность, с которой может быть опровергнута та или иная гипотеза. Уровню значимости 0,05 (5%) и 0,01 (1%) соответствуют вероятности 0,95 и 0,99. Число степеней свободы $v = n - (k + 1)$, где k – число факторных признаков в уравнении. В социально-экономических исследованиях α обычно принимается равным 0,05.

Уровню значимости $\alpha = 0,05$ при $v = 13$ ($15 - (1 + 1)$), соответствует критическое значение t -критерия: $t_{\text{табл}} = 2,160$.

Параметр признается значимым, если $t_{\text{расч}} \geq t_{\text{табл}}$. В этом случае отклоняется гипотеза о том, что значения a_0 и a_1 обусловлены только случайными причинами и связь между X и Y не носит закономерного характера.

В рассматриваемом примере расчетные значения t_{a_0} (3,22) и t_{a_1} (2,71) превосходят табличное значение t -критерия: $t_{\text{табл}} = 2,160$. Это означает, что оба параметра уравнения значимы и связь между инвестициями в экономику муниципалитетов и численностью занятых в исследуемой совокупности не случайна.

Выполнение прогнозных расчетов с использованием регрессионной модели

Регрессионные модели широко применяют для выполнения прогнозных расчетов. Однако необходимо предварительно с помощью средней ошибки

аппроксимации оценить качество уравнения для того, чтобы обеспечить точность и надежность прогноза.

Наиболее часто используется прогноз, основанный на определении средней скорректированной ошибки аппроксимации $\bar{\varepsilon}'$ путем сравнения различий $y_i - \hat{y}_i$ с величиной среднего результата $\bar{y}$ (табл. 8.4).

Таблица 8.4

Расчет средней скорректированной ошибки аппроксимации, тыс. человек

МО	X_i	Y_i	$\hat{Y}_i$	$Y_i - \hat{Y}_i$	$\varepsilon', \%$
МО 1	3,8	5,2	6,9	-1,7	18,7
МО 2	6,6	8,8	9,8	-1,0	11,0
МО 3	1,9	3,7	4,9	-1,2	13,2
МО 4	7,8	9,9	11,0	-1,1	12,1
МО 5	4,9	4,5	8,0	-3,5	38,5
МО 6	5,6	7,7	8,7	-1,0	11,0
МО 7	11,5	8,10	14,8	-6,7	73,6
МО 8	9,2	17,8	12,4	5,4	59,3
МО 9	6,9	9,7	10,1	-0,4	4,4
МО 10	6,1	12,9	9,3	3,6	39,6
МО 11	4,1	9,1	7,2	1,9	20,9
МО 12	3,9	5,9	7,0	-1,1	12,1
МО 13	6	7,5	9,2	-1,7	18,7
МО 14	8,1	18,4	11,3	7,1	78,0
МО 15	3	7,5	6,1	1,4	15,4
Итого	89,4	136,7	136,7	0,0	426,5
Средняя	6,0	9,1	9,1	0,0	28,4

$$\bar{\varepsilon}' = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{\bar{Y}} \right| \cdot 100\% = \frac{1}{n} \sum \varepsilon'.$$

Допустимые пределы значений средней ошибки аппроксимации:

5–7% – свидетельствует о хорошем подборе вида модели к исходным данным.

8–10% – считается допустимым пределом, указывает на повышенную, но приемлемую ошибку аппроксимации.

Выше 10–15% – свидетельствует о среднем или низком качестве аппроксимации.

Расчет скорректированной средней ошибки аппроксимации выявил допустимо невысокое качество построенной модели, что не позволяет надеяться на точный и надежный прогноз по данному варианту модели.

Наличие муниципалитетов с высокой индивидуальной ошибкой (№ 5,7,10,11,14), для которых данная модель не является типичной и слабо отражает фактические соотношения X и Y , ограничивает возможности ее использования для решения прогнозных задач.

Процедура прогноза по избранной регрессионной модели заключается в определении прогнозного значения фактора $\check{x}_i$ и расчете с его участием прогнозного значения результата $\check{y}_i$:

$$\check{y}_i = a_0 + a_1 \cdot \check{x}_i. \quad (8.7)$$

Прогноз может быть выполнен для всего множества изучаемых объектов на основе прогнозных значений среднего уровня фактора, то есть:

$$\check{\bar{x}} = \bar{x} \cdot k, \quad (8.8)$$

где k – темп прогнозного изменения фактора.

Возможен прогноз для конкретного i -го муниципалитета с использованием индивидуального значения фактора, то есть:

$$\check{x} = \bar{x} \cdot k. \quad (8.9)$$

Так, рассмотрим процесс прогнозирования на примере муниципального образования МО 9, с ошибкой аппроксимации 4,4:

$$X_9 = 6,9 \text{ млн руб.}; Y_9 = 9,7 \text{ тыс. чел.}$$

Предположим, что сумма инвестиций в основные фонды предприятий муниципального образования увеличится на 2,5%, то есть прогнозная величина инвестиций составит:

$$\check{X}_9 = X_9 \cdot k = 6,9 \cdot 1,025 = 7,07 \text{ млн руб.}$$

Тогда прогнозное значение численности занятых в экономике муниципалитета исходя из построенного уравнения регрессии $\hat{Y} = 1,029 X + 2,981$, составит:

$$\check{Y}_9 = 1,029 \cdot 7,07 + 2,981 = 10,26 \text{ тыс. чел.}$$

Сравним темп прироста результата с темпом прироста фактора:

$$\text{Прирост } \check{X}_9 = \frac{7,07}{6,9} \cdot 100\% = 102,5\% - 100\% = 2,5\%,$$

$$\text{Прирост } \check{Y}_9 = \frac{10,26}{9,70} \cdot 100\% = 105,8\% - 100\% = 5,8\%.$$

$$\text{Прирост } \check{X}_9 = 2,5 < \text{Прирост } \check{Y}_9 = 5,8.$$

В данном случае прирост фактора на 2,5% вызывает прирост результата на 5,8%.

Для оценки точности выполненного прогноза рекомендуется рассчитывать показатели (рассмотренные в теме 4) погрешности прогноза и определять для избранного уровня вероятности верхнюю и нижнюю границы доверительного интервала, в которых возможна реализация данного прогноза.

Перечень рекомендуемой литературы

1. Статистика: учебник для вузов / ответственный редактор И.И. Елисеева. – 6-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 619 с.
2. Дудин М.Н. Статистика: учебник и практикум для вузов / М.Н.Дудин, Н.В. Лясников, М.Л. Лезина. – 2-е изд. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 381 с.
3. Яковлев В.Б. Статистика. Расчеты в Microsoft Excel: учебник для вузов/ В.Б. Яковлев. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2026. – 353 с.

ПРАКТИКУМ

8.1. Понятие о статистической и корреляционной связи. Однофакторный линейный корреляционно-регрессионный анализ

Контрольные вопросы

1. Что понимают под функциональной связью?
2. В чем различие между статистической и корреляционной связью?
3. Каким образом можно определить параметры линейного уравнения парной регрессии?
4. Каким образом можно подтвердить правильность расчетов параметров уравнения регрессии?
5. Для анализа каких социально-экономических явлений и процессов можно использовать линейный корреляционно-регрессионный анализ в системе государственного и муниципального управления?

Практические задания

Задание 1. На основе данных, приведенных в табл. 8.5, рассчитайте параметры линейного уравнения регрессии, характеризующего зависимость между результативным (уровень рентабельности) и факторным (доля собственных оборотных средств) признаками. Охарактеризуйте регрессионную модель, постройте графическое изображение функции. Сделайте выводы. Для принятия каких управленческих решений в сфере государственного и муниципального управления могут быть использованы данные регрессионного анализа?

Таблица 8.5

**Доля собственных оборотных средств и уровень рентабельности
промышленных предприятий региона за отчетный год**

Номер предприятия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Доля собственных оборотных средств, %	10	5	15	20	24	16	20	12	10	21
Уровень рентабельности, %	12	1	19	17	28	10	31	6	7	25

Задание 2. На основе результатов выполненного задания 1 проверьте значимость коэффициентов регрессии с помощью t -критерия Стьюдента при уровне значимости $\alpha = 0,05$. Дайте экономическую интерпретацию полученному уравнению. *Справочно:* табличное значение t -критерия Стьюдента при уровне значимости $\alpha = 0,05$ и числе степеней свободы – 8, равно 2,306.

Тест

1. Парная корреляция – это:

- влияние результативного признака (Y) на факторный признак (X)
- влияние факторного признака (X) на результативный признак (Y)
- влияние двух факторных признаков $X_{1,2}$ на результативный признак (Y)
- влияние n факторных признаков $X_{1...n}$ на результативный признак (Y)

2. Прямолинейной называется связь, которая графически может быть выражена функцией:

- логарифмической
- линейной
- степенной
- гиперболической

3. В линейном уравнении парной регрессии $\widehat{Y}_i = a_0 + a_1X$ коэффициент a_1 показывает:

- на сколько единиц в среднем изменится результативный признак при изменении факторного признака на одну единицу его измерения
- показывает среднее значение результативного признака Y при $X = 0$
- наличие прямой зависимости
- наличие обратной зависимости

4. Параметры уравнения $\widehat{Y}_i = a_0 + a_1X$ определяются на основе:

- дисперсии вариативных признаков

- метода наименьших квадратов
- с помощью t-критерия Стьюдента
- графической модели линейной функции

5. В основу метода наименьших квадратов положен критерий:

- $\Sigma(Y_i - \hat{Y}_i)^2 \rightarrow \min$
- $\Sigma(Y_i - \hat{Y}_i)^2 \rightarrow \max$
- $\Sigma(\hat{Y}_i - Y_i)^2 \rightarrow \min$
- $\Sigma(\hat{Y}_i - Y_i)^2 \rightarrow \max$

8.2. Оценка результатов построения парной линейной регрессии. Выполнение прогнозных расчетов с использованием регрессионной модели.

Контрольные вопросы

1. Охарактеризуйте параметры уравнения регрессии.
2. Каково содержание коэффициента детерминации?
3. Какие можно сделать выводы по результатам сравнения F -критерия?
4. Для каких совокупностей значимость параметров уравнения регрессии проверяют с помощью t -критерия Стьюдента?
5. Каким образом осуществляется процедура прогнозных расчетов по избранной регрессионной модели?

Практические задания

Задание 1. На основе данных, представленных в табл. 8.6: 1) рассчитайте параметры парной линейной регрессии; 2) определите среднюю ошибку аппроксимации; 3) оцените тесноту связи с помощью показателя корреляции и детерминации, проанализируйте их значения.

Таблица 8.6

Результаты деятельности предприятий региона за отчетный период

Номер предприятия	Объем реализованной продукции, млн. руб.	Чистая прибыль, млн. руб.
1	738	67
2	866	160
3	760	89
4	823	154
5	879	176
6	766	81
7	549	67
8	498	65
9	769	127
10	865	171
Итого	7513	1157

Сделайте выводы. Для принятия каких управленческих решений в сфере государственного и муниципального управления могут быть использованы данные регрессионного анализа?

Задание 2. На основе данных табл. 8.7 оцените зависимость численности занятых от инвестиционных вложений в экономику региона. Для этого:

- 1) рассчитайте параметры парного линейного уравнения регрессии;
- 2) оцените тесноту связи с помощью показателя корреляции и детерминации;
- 3) определите среднюю ошибку аппроксимации;
- 4) рассчитайте прогнозное значение результата, если прогнозное значение фактора составит 1,105 от среднего уровня.

Таблица 8.7

Среднегодовая численность занятых в экономике, инвестиции в основной капитал по субъектам Российской Федерации, входящих в состав Южного федерального округа

Субъекты Российской Федерации	Численность занятых в возрасте 15 лет и старше, тыс. чел.	Инвестиции в основной капитал, млн. руб.
Республика Адыгея	208,5	80385
Республика Калмыкия	131,1	23615
Республика Крым	988,2	368893
Краснодарский край	2896,8	1010576
Астраханская область	490,3	139054
Волгоградская область	1265,7	398567
Ростовская область	2184,7	812444
г. Севастополь	290,8	87096

Сделайте выводы. Для принятия каких управленческих решений в сфере государственного и муниципального управления могут быть использованы данные регрессионного анализа?

ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. Дудин, М. Н. Теория статистики : учебник и практикум для вузов / М. Н. Дудин, Н. В. Лясников, М. Л. Лезина. — Москва : Юрайт, 2026. — 148 с. — (Высшее образование). — URL: <https://urait.ru/bcode/585813> (дата обращения: 23.04.2026). — ISBN 978-5-534-10094-5. — Текст : электронный.
2. Долгова, В. Н. Теория статистики: учебник и практикум для вузов / В. Н. Долгова, Т. Ю. Медведева. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2026. — 278 с. — (Высшее образование). — URL: <https://urait.ru/bcode/583793> (дата обращения: 12.03.2026). — ISBN 978-5-534-16052-9. — Текст : электронный.
3. Статистика : учебник для вузов/ ответственный редактор И. И. Елисеева. — 6-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2026. — 619 с. — (Высшее образование). — URL: <https://urait.ru/bcode/587195> (дата обращения: 12.03.2026). — ISBN 978-5-534-15117-6. — Текст : электронный.
4. Теория статистики. Статистика с элементами эконометрики. Практический курс : учебное пособие для вузов / ответственный редактор В. В. Ковалев. — 2-е изд. — Москва : Юрайт, 2026.— 421 с. — (Высшее образование). — URL: <https://urait.ru/bcode/583285> (дата обращения: 12.03.2026). — ISBN 978-5-534-18906-3. — Текст : электронный.
5. Шимко, П. Д. Теория статистики: учебник и практикум для вузов / П. Д. Шимко. — Москва : Юрайт, 2026. — 254 с. — (Высшее образование). — URL: <https://urait.ru/bcode/583785> (дата обращения: 12.03.2026). — ISBN 978-5-9916-9066-9. — Текст : электронный.

Дополнительная литература

1. Бычкова, С. Г. Статистика информационного общества : учебник и практикум для вузов / С. Г. Бычкова, Л. С. Паршинцева. — Москва : Юрайт, 2026. — 47 с. — (Высшее образование). — URL: <https://urait.ru/bcode/588980> (дата обращения: 12.03.2026). — ISBN 978-5-534-17895-1. — Текст : электронный.
2. Бычкова, С. Г. Социально-экономическая статистика : учебник и практикум для вузов / С. Г. Бычкова, Л. С. Паршинцева; под общей редакцией С. Г. Бычковой. — Москва : Юрайт, 2026. — 488 с. — (Высшее образование). — URL: <https://urait.ru/bcode/588647> (дата обращения: 12.03.2026). — ISBN 978-5-534-14952-4. — Текст : электронный.
3. Дегтярева, И. Н. Теория статистики : учебник / И. Н. Дегтярева. — 2-е изд. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2025. — 303 с. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/150463.html> (дата обращения: 22.04.2026). — Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/150463> — ISBN 978-5-4497-4358-9. — Текст : электронный.
4. Долгова, В. Н. Статистика : учебник и практикум для вузов / В. Н. Долгова, Т. Ю. Медведева. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт,

2026. – 564 с. – (Высшее образование). – URL: <https://urait.ru/bcode/583009> (дата обращения: 12.03.2026). – ISBN 978-5-534-16050-5. – Текст : электронный.

5. Дронов, С. В. Анализ многомерных статистических данных : монография / С. В. Дронов. — Москва, Вологда : Инфра-Инженерия, 2025. — 308 с. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/155978.html> (дата обращения: 22.04.2026). — Режим доступа: для авторизир. пользователей. — ISBN 978-5-9729-2524-7. — Текст : электронный.

6. Дудин, М. Н. Социально-экономическая статистика : учебник и практикум для вузов / М. Н. Дудин, Н. В. Лясников, М. Л. Лезина. – Москва : Юрайт, 2026. – 233 с. – (Высшее образование). – URL: <https://urait.ru/bcode/585816> (дата обращения: 12.03.2026). – ISBN 978-5-534-04447-8. – Текст : электронный.

7. Дудин, М. Н. Статистика : учебник и практикум для вузов / М. Н. Дудин, Н. В. Лясников, М. Л. Лезина. – 2-е изд. – Москва : Юрайт, 2026. – 381 с. – (Высшее образование). – URL: <https://urait.ru/bcode/584074> (дата обращения: 12.03.2026) – ISBN 978-5-534-18546-1. – Текст : электронный.

8. Дюкина, Т.О. Дисперсионный анализ : учебник для вузов / Т. О. Дюкина ; ответственный редактор В. В. Ковалев. – Москва : Юрайт, 2026. – 43 с. – (Высшее образование). – URL: <https://urait.ru/bcode/589598> (дата обращения: 12.03.2026). – ISBN 978-5-534-18392-4. – Текст : электронный.

9. Илышев, А. М. Общая теория статистики : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления / А. М. Илышев. — Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2023. — 535 с. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/141395.html> (дата обращения: 22.04.2026). — Режим доступа: для авторизир. пользователей. — ISBN 978-5-238-01446-3. — Текст : электронный.

10. Логинова, С. Л. Общая теория статистики : практикум / С. Л. Логинова. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2024. — 105 с. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/141854.html> (дата обращения: 22.04.2026). — Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/141854> — ISBN 978-5-4497-3394-8. — Текст : электронный.

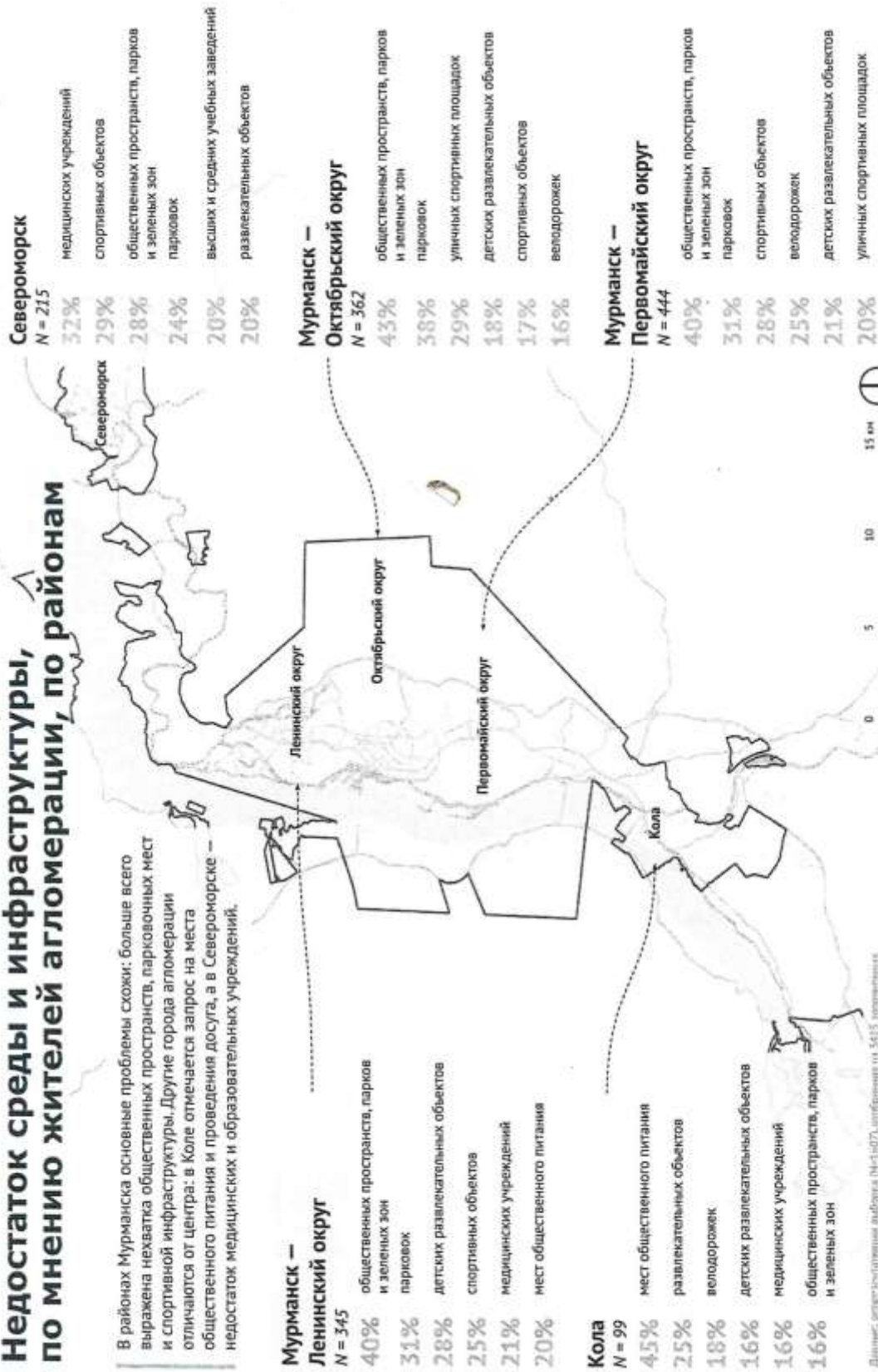
11. Попова, И. Н. Анализ временных рядов: учебник для вузов / И. Н. Попова ; ответственный редактор В. В. Ковалев. – Москва : Юрайт, 2026. – 74 с. – (Высшее образование). – URL: <https://urait.ru/bcode/589531> (дата обращения: 12.03.2026). – ISBN 978-5-534-18394-8. – Текст : электронный.

12. Практикум по теории статистики : учебно-методическое пособие для студентов, обучающихся по укрупненной группе специальностей 38.00.00 Экономика и Управление / О. С. Балаш, Н. И. Голуб, М. Н. Голуб, Е. В. Чистопольская ; под редакцией О. С. Балаш. — Саратов : Издательство Саратовского университета, 2023. — 264 с. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/137612.html> (дата обращения: 22.04.2026). — Режим доступа: для авторизир. пользователей — ISBN 978-5-292-04827-5. — Текст : электронный.

13. Статистика: учебник и практикум для вузов/ под редакцией И. И. Елисеевой. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Юрайт, 2026. – 380 с. – (Высшее образование). – URL: <https://urait.ru/bcode/582564> (дата обращения: 12.03.2026). – ISBN 978-5-534-19581-1. – Текст : электронный.
14. Фёдоров, А. А. Введение в статистический и качественный анализ данных для психологов : учебное пособие / А. А. Фёдоров, О. В. Киселёва. — Новосибирск : Новосибирский государственный университет, 2025. — 221 с. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/154519.html> (дата обращения: 22.04.2026). — Режим доступа: для авторизир. пользователей — ISBN 978-5-4437-1629-9. — Текст : электронный.
15. Черткова, Е. А. Статистика. Автоматизация обработки информации : учебник для вузов / Е. А. Черткова. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 195 с. — (Высшее образование). — URL: <https://urait.ru/bcode/584738> (дата обращения: 22.04.2026). — ISBN 978-5-534-01429-7. — Текст : электронный.
16. Шаныгин, С. И. Корреляционный и регрессионный анализ : учебник для вузов / С. И. Шаныгин; ответственный редактор В. В. Ковалев. – Москва : Юрайт, 2026. – 70 с. – (Высшее образование). – URL: <https://urait.ru/bcode/589599> (дата обращения: 12.03.2026). – ISBN 978-5-534-18393-1. – Текст : электронный.
17. Яковлев, В. Б. Статистика. Расчеты в Microsoft Excel : учебник для вузов / В. Б. Яковлев. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Юрайт, 2026. – 353 с. – (Высшее образование). – URL: <https://urait.ru/bcode/585173> (дата обращения: 12.03.2026). – ISBN 978-5-534-01672-7. – Текст : электронный.

Недостаток среды и инфраструктуры, по мнению жителей агломерации, по районам

В районах Мурманска основные проблемы схожи: Больше всего выражена нехватка общественных пространств, парковочных мест и спортивной инфраструктуры. Другие города агломерации отличаются от центра: в Коле отмечается запрос на места общественного питания и проведения досуга, а в Североморске – недостаток медицинских и образовательных учреждений.



Данные: опрос общественного мнения (№4-107), проведенный на 5415 опрошенных жителях агломерации (по состоянию на 31 января 2024 г.)

Муниципальное управление Мурманска
Исполнительный отдел
Исполнительный отдел
Исполнительный отдел

Приложение 2

**Средние потребительские цены по данным Федеральной службы
государственной статистики, г. Севастополь**

№ п/п	Товар	Средние потребительские цены		
		02.02.2026	02.03.2026	30.03.2026
1	Мука пшеничная, кг	48,07	47,66	49,16
2	Рис шлифованный, кг	104,25	99,87	98,92
3	Крупа гречневая-ядрица, кг	67,14	65,87	69,50
4	Пшено, кг	60,42	59,72	59,72
5	Макаронные изделия из пшеничной муки высшего сорта, кг	139,01	139,77	142,48
6	Вермишель, кг	133,86	132,21	134,28
7	Масло подсолнечное, кг	162,17	157,66	161,89
8	Сахар-песок, кг	70,00	69,55	71,24
9	Соль поваренная пищевая, кг	37,30	36,27	36,27
10	Чай черный байховый, кг	1354,03	1340,80	1340,80
11	Колбаса вареная, кг	625,36	628,61	625,11
12	Колбаса полукопченая и варено-копченая, кг	783,63	793,77	793,77
13	Баранина (кроме бескостного мяса), кг	721,09	721,09	721,09
14	Говядина (кроме бескостного мяса), кг	616,98	649,67	692,38
15	Свинина (кроме бескостного мяса), кг	400,63	370,24	372,40
16	Куры охлажденные и мороженые, кг	232,39	213,26	206,66
17	Рыба мороженая неразделанная, кг	418,82	412,37	403,40
18	Хлеб из ржаной муки и из смеси муки ржаной и пшеничной, кг	76,07	76,07	76,60
19	Хлеб и булочные изделия из пшеничной муки 1 и 2 сортов, кг	81,01	81,01	81,01
20	Молоко питьевое цельное пастеризованное 2,5-3,2% жирности, л	115,95	117,28	117,28
21	Творог жирный, кг	585,56	586,32	590,77
22	Масло сливочное, кг	1474,71	1475,29	1450,25
23	Сметана, кг	423,30	428,31	426,89
24	Сыры сычужные твердые и мягкие, кг	1089,87	1090,55	1101,56
25	Картофель, кг	53,69	54,64	56,99

26	Лук репчатый, кг	40,87	41,48	40,55
27	Капуста белокочанная свежая, кг	28,08	28,29	28,84
28	Морковь, кг	45,95	48,16	49,80
29	Свекла, кг	35,96	37,14	37,14
30	Огурцы свежие, кг	387,78	323,77	253,29
31	Помидоры свежие, кг	281,41	324,54	351,11
32	Яблоки, кг	145,17	150,38	143,48
33	Яйца куриные, 10 шт.	94,11	127,91	126,18

Источник: URL: <https://dshpr.sev.gov.ru/tseny-na-sotsialno-znachimye-produkty-pitaniya-v-gorode-sevastopole/?20042026> (дата обращения 30.03.2026).

Учебное издание

Намханова Маргарита Валентиновна

**СТАТИСТИКА В ГОСУДАРСТВЕННОМ
И МУНИЦИПАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ:
РАЗДЕЛ I. ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ**

Учебно-методическое пособие

Редактирование, компьютерная верстка – М.В. Намханова

Изд. № 37/2026. Объем 9,5 п.л. Усл. печ. л. 8,83. Уч.-изд. л. 9,31
Издательский центр ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»