

УДК 681.5.09

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ОДНО-ПОТОЧНОЙ АСИНХРОННОЙ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ЛИНИИ С УЧЁТОМ БЛОКИРОВОК И ВОЗМОЖНОСТЬЮ ПЕРЕДАЧИ ПРОДУКЦИИ, МИНУЯ НАКОПИТЕЛЬ

Копп В.Я., Швехер М.Р.

Рассмотрены вопросы моделирования асинхронной автоматизированной линии гибкой структуры, позволяющей передавать продукцию с ячейки на ячейку, минуя накопитель при его выходе из строя. Учтено влияние накопительных элементов на функционирование ячеек.

Автоматическая линия (АЛ) является в настоящее время одним из наиболее мощных средств автоматизации механосборочного производства. Применяясь в условиях серийного, крупносерийного и массового производства, она способна дать значительный прирост производительности труда. Даже незначительный прирост производительности АЛ (до 10%) может дать выигрыш в десятки и сотни тысяч гривен. Во многих случаях математическое моделирование позволяет осуществить повышение производительности без дополнительных капиталовложений, например, за счёт оптимизации параметров накопительных устройств. Этому процессу должно предшествовать построение адекватной математической модели АЛ.

Предполагается, что линия приведена к нормальному виду: все ячейки последовательно соединены друг с другом через накопитель. Рассматриваемая ниже модель АЛ является марковской: все случайные процессы, протекающие в системе, являются простейшими, а времена обслуживания продукции на ячейках распределены экспоненциально. Из [1] известно, что АЛ может быть структурно представлена состоящей из основных и сопряжённых участков: основной участок содержит k -й накопитель (Н) и последующую k -ю ячейку (Я), а сопряжённый – $(k-1)$ -ю Я и последующий k -й Н. В целом модель является итерационной и сохраняется подход, предложенный в [1,2], с использованием метода приведения к наихудшему элементу. При работе могут возникать блокировки ячеек, вызванные отсутствием продукции на их входе или невозможностью передать продукцию далее. Накопительные элементы предназначены для уменьшения влияния блокировок, однако полностью их исключить они не в состоянии. Накопители в процессе работы фактически изменяют надёжностные параметры ячеек. Для учёта этого влияния необходимо рассмотреть части АЛ, состоящие из накопителя и соседних с ним ячеек (предыдущей $(k-1)$ -ой и последующей k -ой). Граф состояний такой части АЛ с учётом блокировок и возможностью передачи продукции с ячейки на ячейку, минуя накопитель, изображен на рисунке 1.

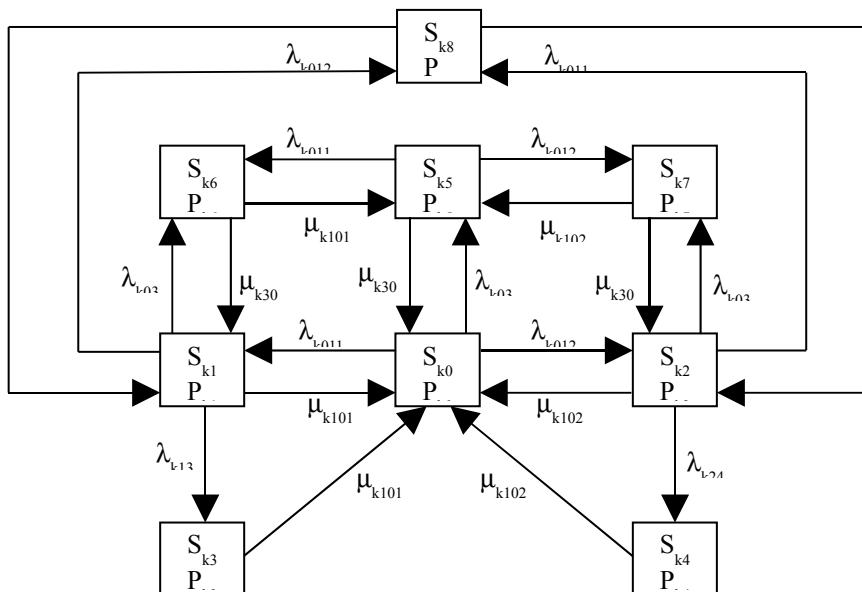


Рисунок 1 – Граф состояний части АЛ с учётом блокировок и возможностью передачи продукции с ячейки на ячейку, минуя накопитель

Состояния графа: $S_{k0} (P_{k0})$ – обе ячейки $(k-1)$ и k , а также k -й Н исправны; $S_{k1} (P_{k1})$ – $(k-1)$ -я Я вышла из строя, k -я Я исправна и работает, k -й Н исправен и в нём есть продукция; $S_{k2} (P_{k2})$ – k -я Я неисправна, $(k-1)$ -я Я исправна и работает, k -й Н исправен и в нём есть свободные места; $S_{k3} (P_{k3})$ – $(k-1)$ -я Я неисправна, k -я Я и k -й Н исправны, но не работают, так как накопитель полностью опорожнен; $S_{k4} (P_{k4})$ – k -я Я неисправна, $(k-1)$ -я Я и k -й Н исправны, но не работают, так как накопитель заполнен до отказа; $S_{k5} (P_{k5})$ – k -й Н неисправен, обе ячейки $(k-1)$ и k исправны и работают, так как возможна прямая передача деталей, минуя накопитель; $S_{k6} (P_{k6})$ – $(k-1)$ -я Я исправна, а k -я Я и k -й Н неисправны; $S_{k7} (P_{k7})$ – k -я Я исправна, а $(k-1)$ -я Я и k -й Н неисправны; $S_{k8} (P_{k8})$ – обе ячейки $(k-1)$ и k неисправны, а k -й Н исправен. В графе, показанном на рисунке 1, стрелками обозначены потоки событий со следующими интенсивностями: λ_{k011} , μ_{k101} – интенсивность потока отказов и восстановлений $(k-1)$ -й Я; λ_{k012} , μ_{k102} – интенсивность потока отказов и восстановлений k -й Я; λ_{k03} , μ_{k30} – интенсивность потока отказов и восстановлений k -го Н; λ_{k13} – интенсивность потока прекращения работы накопителя при его полном опорожнении из состояния S_{k1} ; λ_{k24} – интенсивность потока прекращения работы k -го Н при его абсолютном заполнении из состояния S_{k2} .

Составим систему уравнений состояний, решая которую, определим финальные вероятности

$$\begin{cases}
P_{k0}(\lambda_{k011} + \lambda_{k012} + \lambda_{k03}) = P_{k1}\mu_{k101} + P_{k2}\mu_{k102} + P_{k3}\mu_{k101} + P_{k4}\mu_{k102} + P_{k5}\mu_{k30}; \\
P_{k1}(\mu_{k101} + \lambda_{k012} + \lambda_{k13} + \lambda_{k03}) = P_{k0}\lambda_{k011} + P_{k6}\mu_{k30} + P_{k8}\mu_{k102}; \\
P_{k2}(\mu_{k102} + \lambda_{k011} + \lambda_{k24} + \lambda_{k03}) = P_{k0}\lambda_{k012} + P_{k7}\mu_{k30} + P_{k8}\mu_{k101}; \\
P_{k3}\mu_{k101} = P_{k1}\lambda_{k13}; \\
P_{k4}\mu_{k102} = P_{k2}\lambda_{k24}; \\
P_{k5}(\mu_{k30} + \lambda_{k011} + \lambda_{k012}) = P_{k0}\lambda_{k03} + P_{k6}\mu_{k101} + P_{k7}\mu_{k102}; \\
P_{k6}(\mu_{k101} + \mu_{k30}) = P_{k1}\lambda_{k03} + P_{k5}\lambda_{k011}; \\
P_{k7}(\mu_{k102} + \mu_{k30}) = P_{k2}\lambda_{k03} + P_{k5}\lambda_{k012}; \\
P_{k8}(\mu_{k101} + \mu_{k102}) = P_{k1}\lambda_{k012} + P_{k2}\lambda_{k011}; \\
P_{k0} + P_{k1} + P_{k2} + P_{k3} + P_{k4} + P_{k5} + P_{k6} + P_{k7} + P_{k8} = 1.
\end{cases} \quad (1)$$

Интенсивности λ_{k13} и λ_{k24} , входящие в (1), определяются по формулам

$$\lambda_{k13} = \frac{\mu_{k102}}{\mu_{k102} + \lambda_{k012}} \frac{1}{Lt_2}; \quad (2)$$

$$\lambda_{k24} = \frac{\mu_{k101}}{\mu_{k101} + \lambda_{k011}} \frac{1}{(m-L)\bar{t}_1}, \quad (3)$$

где L – средняя длина очереди в накопителе; m – число мест в накопителе; $\bar{t}_1$, $\bar{t}_2$ – средние времена обслуживания продукции на $(k-1)$ -й и k -й ячейках соответственно.

Ввиду громоздкости выражений конечные формулы для финальных вероятностей приводиться здесь не будут.

Фактически накопитель изменяет параметры надежности $(k-1)$ -й и k -й ячеек. Их коэффициенты готовности стали равны $K_{\Gamma 1} = (P_{k0} + P_{k2} + P_{k5})$ – для $(k-1)$ -й ячейки и $K_{\Gamma 2} = (P_{k0} + P_{k1} + P_{k5})$ – для k -й ячейки. Интенсивности отказов ячеек с учетом влияния накопителя $\lambda_{\Sigma 1}$ и $\lambda_{\Sigma 2}$ равны

$$\lambda_{\Sigma 1} = \frac{P_{k0}}{P_{k0} + P_{k2} + P_{k5}} \lambda_{k03} + \frac{P_{k2}}{P_{k0} + P_{k2} + P_{k5}} (\lambda_{k24} + \lambda_{k03}) + \frac{P_{k5}}{P_{k0} + P_{k2} + P_{k5}} (\lambda_{k011} + \lambda_{k012}), \quad (4)$$

$$\lambda_{\Sigma 2} = \frac{P_{k0}}{P_{k0} + P_{k1} + P_{k5}} \lambda_{k03} + \frac{P_{k1}}{P_{k0} + P_{k1} + P_{k5}} (\lambda_{k13} + \lambda_{k03}) + \frac{P_{k5}}{P_{k0} + P_{k1} + P_{k5}} (\lambda_{k011} + \lambda_{k012}). \quad (5)$$

Если для простейшего элемента известен коэффициент готовности K_{Γ} и интенсивность потока отказов λ , то интенсивность потока восстановлений μ определяется по формуле:

$$\mu = \frac{K_{\Gamma}}{1 - K_{\Gamma}} \lambda. \quad (6)$$

Подставляя в (6) выражение для $K_{\Gamma 1}$ и $K_{\Gamma 2}$, а также $\lambda_{\Sigma 1}$, $\lambda_{\Sigma 2}$ из (4), (5), получаем выражение для интенсивностей $\mu_{\Sigma 1}$ и $\mu_{\Sigma 2}$ потоков восстановлений

ячеек с учетом влияния накопителя

$$\mu_{\text{Э1}} = \frac{K_{\Gamma 1}}{1 - K_{\Gamma 1}} \lambda_{\text{Э1}} = \frac{P_{k0} \lambda_{k03} + P_{k2} (\lambda_{k24} + \lambda_{k03}) + P_{k5} (\lambda_{k011} + \lambda_{k012})}{1 - (P_{k0} + P_{k2} + P_{k5})}, \quad (7)$$

$$\mu_{\text{Э2}} = \frac{K_{\Gamma 2}}{1 - K_{\Gamma 2}} \lambda_{\text{Э2}} = \frac{P_{k0} \lambda_{k03} + P_{k1} (\lambda_{k13} + \lambda_{k03}) + P_{k5} (\lambda_{k011} + \lambda_{k012})}{1 - (P_{k0} + P_{k1} + P_{k5})}. \quad (8)$$

Необходимо заметить, что средняя длина очереди в накопителе определяется итерационно, с использованием формулы для одноканальной СМО с ограничением по длине очереди

$$L = \frac{\rho^2 [1 - \rho^m (m + 1 - \rho_m)]}{(1 - \rho^{m+2}) + (1 - \rho)}, \quad (9)$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu},$$

где λ , μ – интенсивности потоков поступления и обслуживания заявок на СМО. На нулевой итерации они определяются по формулам:

$$\lambda = \frac{\mu_{k102}}{\mu_{k101} + \lambda_{k011}} \frac{1}{t_1}; \quad \mu = \frac{\mu_{k102}}{\mu_{k102} + \lambda_{k012}} \frac{1}{t_2}.$$

На первой и последующих итерациях, когда уже с учетом определенной на нулевой итерации длины очереди L вычислены P_i ($i=0,1,\dots,5$) из системы (1) с использованием (2), (3), λ и μ имеют вид

$$\lambda = \frac{P_0 + P_2 + P_5}{t_1}; \quad (10)$$

$$\mu = \frac{P_0 + P_1 + P_5}{t_2}. \quad (11)$$

Итерации продолжаютсся до тех пор, пока колебания L от итерации к итерации не станут меньше заданной величины δL .

Таким образом, формулы (10), (11) позволяют учесть влияние блокировок при определении длин очередей в накопителях.

Если имеется многофазная однопоточная автоматизированная линия, то её модель с учетом рассмотренных блокировок строится следующим образом.

Схематично, как указывалось ранее, структура однопоточной гибкой автоматизированной линии (ОГАЛС) представляет собой последовательно соединенные ячейки сборки и накопители между ними. Предполагается, что на вход линии продукция постоянно подается, а с выхода – постоянно убирается. Рассмотрим два участка линии: первый участок (основной) содержит k -й накопитель Н и последующую k -ю ячейку, а второй участок (сопряженный) содержит k -й накопитель и $(k-1)$ -ю ячейку (Я). Граф состояний основного и сопряженного участков с учетом возможностей приёма продукции его ячейкой, минуя накопитель, показан на рисунке 2, а,б. Прини-

маем, что все потоки отказов элементов линии являются простейшими, времена их восстановления и обслуживания на них продукции распределены по экспоненциальному закону.

Состояния графа основного участка (рисунок 2, а): $S_{k0}(P_{k0})$ – k -я Я исправна, k -й Н исправен, кассеты накопителем принимаются; $S_{k1}(P_{k1})$ – k -я Я неисправна, но кассеты k -м Н принимаются, поскольку в нём есть свободные места и он исправен; $S_{k2}(P_{k2})$ – k -я Я неисправна, k -й Н исправен, но кассеты им не принимаются, так как в нём нет свободных мест; $S_{k3}(P_{k3})$ – k -я Я исправна, k -й Н неисправен, кассеты не принимаются; $S_{k4}(P_{k4})$ – k -я Я неисправна, k -й Н неисправен. В графе, показанном на рисунке 2, а, стрелками обозначены потоки событий со следующими интенсивностями: λ_{k01} , μ_{k10} – интенсивность потока отказов и восстановлений k -ой Я; λ_{k03} , μ_{k30} – интенсивность потока отказов и восстановлений k -го Н; λ_{k34} , μ_{k43} – интенсивность потока отказов и восстановлений k -ой Я из состояния S_{k3} ; λ_{k14} , μ_{k41} – интенсивность потока отказов и восстановлений k -го Н из состояния S_{k1} ; λ_{k01} – интенсивность прекращения работы накопителя при его наполнении из состояния S_{k1} .

Состояния графа сопряжённого участка (рисунок 2, б): $\bar{S}_{k0}$ – $(k-1)$ -я Я исправна, k -ый Н исправен, кассеты накопителем принимаются; $\bar{S}_{k1}$ – $(k-1)$ -я Я неисправна, но кассеты k -м Н принимаются, поскольку в нём есть свободные места и он исправен; $\bar{S}_{k2}$ – $(k-1)$ -я Я неисправна, k -й Н исправен, но кассеты им не принимаются, так как в нём нет свободных мест; $\bar{S}_{k3}$ – $(k-1)$ -я Я исправна, k -й Н неисправен, кассеты не принимаются; $\bar{S}_{k4}$ – $(k-1)$ -я Я неисправна, k -й Н неисправен. В графе, показанном на рисунке 2, б), стрелками обозначены потоки событий со следующими интенсивно-

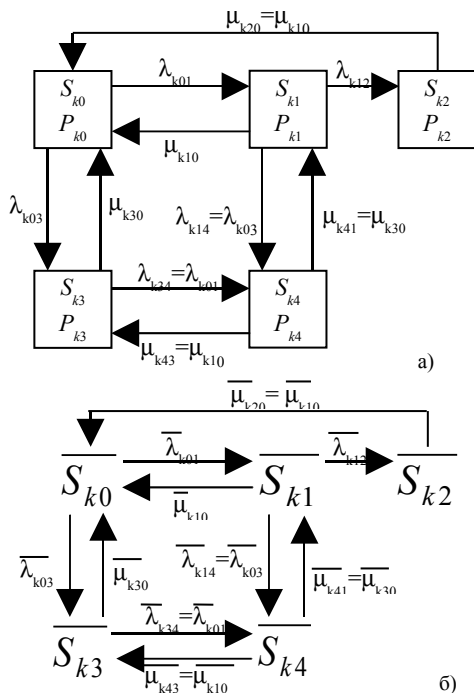


Рисунок 2 – Графы состояний основного (а) и сопряжённого (б) участков

стями: $\overline{\lambda_{k01}}, \overline{\mu_{k10}}$ – интенсивность потока отказов и восстановлений (k-1)-ой Я; $\overline{\lambda_{k03}}, \overline{\mu_{k30}}$ – интенсивность потока отказов и восстановлений k-го Н; $\overline{\lambda_{k34}}, \overline{\mu_{k43}}$ – интенсивность потока отказов и восстановлений (k-1)-й Я из состояния $\overline{S_{k3}}$; $\overline{\lambda_{k14}}, \overline{\mu_{k41}}$ – интенсивность потока отказов и восстановлений k-го Н из состояния $\overline{S_{k1}}$; $\overline{\lambda_{k01}}$ – интенсивность прекращения работы накопителя при его наполнении из состояния $\overline{S_{k1}}$.

Номер накопителя, в основном участке, совпадает с номером последующей ячейки, а номер участка (основного или сопряженного) с номером накопителя. Из [1] известны выражения для P_k и $\overline{P}_k$ коэффициенты готовности основного и сопряженного участков в виду своей громоздкости здесь не приводятся.

Как указывалось в [2], для определения λ_k необходимо определить наихудший элемент части линии с ячейки Я₁ по ячейку Я_{k-1}, а для определения μ_k – с ячейки Я₁ по ячейку Я_n, где n – число ячеек в линии. Для однопоточной линии величины L_k/m_k ($k=2, n$) представляют собой убывающий ряд [2], что и используется для определения наихудшего элемента. Отметим, что во всех случаях сначала определяются эквивалентные параметры ячеек Я_{k-1} и Я_k по выражениям (4), (7) и (5), (8) и уже они подставляются в приведенные ниже формулы. Параметры всех других ячеек при определении λ_k и μ_k не изменяются, т.е. соответствуют исходным данным. Индекс «э» ставится сверху у соответствующего параметра для удобства.

$$\lambda_k = \begin{cases} \frac{\mu_{k-10}^{\text{э}}}{\mu_{k-10}^{\text{э}} + \lambda_{k-101}^{\text{э}}} \prod_{j=2}^{k-1} \overline{P}_j \frac{1}{t_{k-1\max}}, \frac{L_{k-1}}{m_{k-1}} > 0,5 \quad (\text{номер наихудшего элемента } k-1) \\ \frac{1}{t_{l\max}} \frac{\mu_{k-10}^{\text{э}}}{\mu_{k-10}^{\text{э}} + \lambda_{k-101}^{\text{э}}} \prod_{i=2}^{l-1} \overline{P}_i \prod_{j=l}^{k-1} P_j, \left[\left(\frac{L_{l-1}}{m_{l-1}} \geq 0,5 \right) \wedge \left(\frac{L_l}{m_l} < 0,5 \right) \right], (l = \overline{2, k-1}) \end{cases} \quad (12)$$

(номер наихудшего элемента l);

$$\mu_k = \begin{cases} \frac{\mu_{110}^{\text{э}}}{\mu_{k10}^{\text{э}} + \lambda_{k01}^{\text{э}}} \prod_{j=k+1}^n P_j \frac{1}{t_{k\max}}, \frac{L_{k+1}}{m_{k+1}} < 0,5 \quad (\text{номер наихудшего элемента } k) \\ \frac{1}{t_{g\max}} \frac{\mu_{g-10}^{\text{э}}}{\mu_{g-10}^{\text{э}} + \lambda_{g-101}^{\text{э}}} \prod_{i=k+1}^{g-1} \overline{P}_i \prod_{j=g}^n P_j, \left[\left(\frac{L_{g-1}}{m_{g-1}} \geq 0,5 \right) \wedge \left(\frac{L_g}{m_g} < 0,5 \right) \right], (g = \overline{k+1, n}) \end{cases} \quad (13)$$

(номер наихудшего элемента g);

$$\text{где } t_{k-1\max} = \max\{\overline{t_i}, \overline{i=1, k-1}\}; \quad t_{1\max} = \max\{\overline{t_i}, \overline{i=l, k-1}\};$$

$$t_{k\max} = \max\{\overline{t_i}, \overline{i=k, n}\}; \quad t_{g\max} = \max\{\overline{t_i}, \overline{i=g, n}\}.$$

Отметим, что в (12) P_{k-1} , а в (13) P_k рассчитываются с учетом эквивалентных параметров, входящих в них ячеек.

Длина очереди L_k вычисляется при известных λ_k и μ_k по формуле (9), после чего определяются λ_{k12} и $\overline{\lambda_{k12}}$ по формулам

$$\lambda_{12} = \frac{\lambda_K}{m_k - L_k}, \quad \overline{\lambda_{12}} = \frac{\lambda_K}{L_k}.$$

Зная λ_{k12} и $\overline{\lambda_{k12}}$, по формулам, приведённым в [1], определяются P_k и $\overline{P_k}$. На этом итерация заканчивается. Повторение итераций производится до тех пор, пока изменения λ_{k12} и $\overline{\lambda_{k12}}$ или L_k от итерации к итерации не станут меньше требуемой точности вычислений δ . Блок-схема алгоритма, реализующего итерационный метод расчета аналогичный описанному, рассмотрена в [1] и поэтому здесь не приводится.

Можно использовать вложенные итерации: на каждой итерации по определению L_k ($k=2, n$) осуществлять внутреннюю итерационную процедуру по определению эквивалентных параметров ячеек по формулам (4), (5), (7), (8), примыкающих к соответствующему накопителю. Однако в этом нет необходимости. Можно на каждом шаге сначала определить эквивалентные параметры ячеек и здесь же, уже с учетом этих параметров, определять длины очередей.

После того как определены L_k , можно определить коэффициент готовности линии $K_{\Gamma}^{ОГАЛС}$ по формуле

$$K_{\Gamma}^{ОГАЛС} = \begin{cases} \frac{\mu_{10}}{\mu_{10} + \lambda_{101}} \prod_{j=k+1}^n P_j, & u = 1; \\ \frac{\mu_{l-10}}{\mu_{l-10} + \lambda_{l-101}} \prod_{i=2}^{l-1} \overline{P_i} \prod_{j=l}^n P_j, & u = l; \\ \frac{\mu_{n0}}{\mu_{n0} + \lambda_{n01}} \prod_{i=2}^n \overline{P_i}, & u = n, \end{cases} \quad (14)$$

где u – номер наихудшего элемента.

Номер u определяется из соотношения

$$u = \begin{cases} u = 1, & \frac{L_2}{m_2} < 0,5; \\ u = l, & \left(\frac{L_{l-1}}{m_{l-1}} \geq 0,5 \right) \wedge \left(\frac{L_l}{m_l} < 0,5 \right); \\ u = n, & \frac{L_n}{m_n} \geq 0,5. \end{cases}$$

Построенная модель ОГАЛС позволяет определять не только производительность и коэффициент готовности линии, но и среднестатистические длины очередей (заделы продукции) в накопителях, что особенно важно при планировании производства и выборе оптимальных вариантов.

Библиография

1 Транспортно-накопительные и загрузочные системы в сборочном производстве: Учеб. пособие / Е.В. Пашков, В.Я. Копп, А.Г. Карлов. — К.: УМК ВО, 1992. — 536 с.

2 Копп В.Я., Обжерин Ю.Е., Гаджибеков И.А. Учет блокировок при моделировании асинхронных автоматизированных линий // Оптимизация производственных процессов: Сб. науч. трудов / Севастоп. отд. ассоц. "Alliance Francaise". — 1997. — Вып. 6. — С. 9–16.

Поступила в редакцию 2.09.1999 г.