

УДК 33+336

А.И. Бохонский

*Севастопольский национальный технический университет
Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053*

О ПОСТРОЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РЕКЛАМНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Путем правдоподобных рассуждений моделируется процесс распространения рекламной информации. Показано, что увеличение во времени числа знающих о рекламируемом товаре (возможных покупателей) описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений, анализируются результаты численного интегрирования этой системы.

Постановка задачи. Реклама должна не только эффективно и в достаточно корректной форме способствовать распространению информации о продукте (увеличению числа знающих о продукте виртуальных покупателей), но в той или иной степени отвечать эстетическим вкусам зрителей (покупателей). Кроме непосредственной реализации прямой материальной заинтересованности отдельных лиц в интенсивном распространении информации о рекламируемом продукте весьма желательно соблюдение чувства меры относительно качества рекламного ролика, частоты и продолжительности его трансляции по телевидению.

Поэтому процесс распространения рекламной информации должен не только отражать интересы всех заинтересованных лиц, но и непосредственно учитывать эстетические вкусы покупателей.

Анализ публикаций по математическому моделированию экономических процессов. Математическим моделям экономики посвящена, например, работа [1], но модели распространения рекламной информации в [1] не рассматривались. В [2] показано, что на основании правдоподобных рассуждений можно составить систему нелинейных дифференциальных уравнений для описания взаимодействия легального бизнеса – налоговой структуры – “теневой” экономики и исследовать процесс эволюции во времени “теневой” экономики в легальный бизнес. На возможность моделирования процесса распространения рекламной информации, по-видимому, впервые обращено внимание в [3].

Цель исследований и предпосылки создания математической модели распространения рекламной информации. Целью исследований является построение математической модели рекламирования товара по телевидению, отражение в ней характерных тенденций данного процесса.

В первом приближении при моделировании процесса распространения рекламной информации предполагается, что в создании и трансляции

рекламных роликов заинтересованы в той или иной степени три субъекта (игрока): заказчик, рекламирующий товар для продажи; телевизионная компания; зритель как виртуальный покупатель. У каждого из участников есть свой интерес (своя функция цели), но не исключается, что в обозримом будущем и в этой достаточно сложной сфере человеческих отношений наступит достижение баланса интересов в виде согласованного оптимума [4] или хотя бы появится тенденция в этом направлении.

Построение модели. Математическая модель распространения рекламной информации строится на основании правдоподобных рассуждений, которые сводятся к следующему. Из общей численности виртуальных покупателей N в некоторый момент времени t знает о рекламном продукте x покупателей, из которых, в свою очередь, только ξ непременно купят рекламируемый продукт. Относительная производная по времени от числа знающих о продукте, характеризующая скорость увеличения числа знающих, пропорциональна числу незнающих и, что может быть очень важно в настоящее время, параметру, отражающему эстетическое восприятие или даже наслаждение от рекламного ролика, т.е. следует записать:

$$\frac{dx(t)}{x(t)} = k_1 (N - x(t)) + b_1 n T y(t), \quad (1)$$

где k_1 , b_1 – коэффициенты пропорциональности (они же – масштабные множители), которые предполагается получать на основании статистических данных; n – общее число трансляций рекламного ролика; T – время одной трансляции; $y(t)$ – функция, отражающая эстетическое восприятие рекламного ролика. Здесь попутно следует отметить, что правдоподобные рассуждения лежат в основе многих известных математических моделей в экономике.

Используя аналогию, дальше предположим, что эмоциональное удовлетворение от эстетического восприятия ролика, рекламирующего действительно полезный продукт, подчинено закону Г. Госсена [4], который выражает объективное свойство насыщения человеческих потребностей (в том числе – информационных). Насыщение информацией может происходить до такой степени, что со временем каждая последующая доза рекламной информации неизбежно дает меньший эффект, чем предыдущая (рисунок 1), т.е. этот процесс описывается следующей аналитической функцией времени

$$y = a_1 t - a_2 t^2, \quad (2)$$

где a_1, a_2 – некоторые константы, определяемые экспериментально. Несомненно, что многократное повторение рекламных роликов по телевидению может снизить интерес к рекламируемому продукту. Процесс знакомства с рекламируемым продуктом во времени может проходить следующие фазы (рисунок 1): естественный ин-

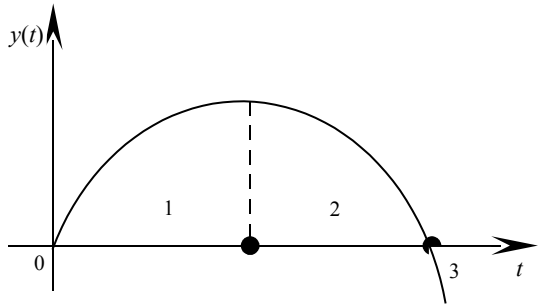


Рисунок 1 – График функции $y(t)$

терес (1), информационное насыщение (2), пресыщение (3), вплоть за которым наступает полное отвращение. Если рекламный ролик примитивен по форме и содержанию, то третья фаза наступит незамедлительно, минуя другие; зритель просто переключится на более интересную программу.

Следует отметить, что реально далеко не все виртуальные покупатели, узнавшие о рекламируемом продукте, купят его. Если обозначить через ξ число зрителей, которые купят рекламируемый продукт, то относительная производная, характеризующая изменение во времени числа купивших, пропорциональна числу не купивших, покупательной способности зрителя и, в определенной степени, эстетическому восприятию рекламного ролика. На основании таких рассуждений справедливо дифференциальное уравнение вида:

$$\frac{d\xi(t)}{\xi(t)} = k_2(x(t) - \xi(t)) + s_1 x(t) D(z) + s_2 \xi(t) T n y(t), \quad (3)$$

где k_2, s_1, s_2 – некоторые константы, которые определяются по экспериментальным наблюдениям. Существуют различные функции спроса $D(z)$ на товары. В частности, например, функция Торнквиста [5] спроса на товары, которые относятся к относительной роскоши, записывается как:

$$D(z) = \frac{\alpha (z - \gamma)}{z + \beta}, \quad (4)$$

где z – доход; α, β, γ – константы. Доход z может зависеть от времени линейно и поэтому дальше с целью упрощения принята зависимость: $z = \Psi_0 + \Psi_1 t$, где Ψ_0, Ψ_1 – константы.

Итак, (1) и (2) образуют систему нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих процесс распространения рекламной информа-

ции и, в конечном счете, отражают сам процесс реализации рекламируемого продукта:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= k_1 (N - x) x + b_1 n T x y, \\ \frac{d\xi}{dt} &= k_2 (x - \xi) \xi + s_1 x \xi D(t) + s_2 \xi 2 T n y.\end{aligned}\quad (5)$$

Решение существенно нелинейных уравнений (5) найдено численным методом (Рунге-Кутта IV порядка).

Пример. Исходные данные: $N=100000$; $n=50$; $T=0,006$; $k_1=0,0001$; $k_2=k_1/100$; $b_1=0,5$; $\alpha_1=10$; $\alpha_2=2$; $\psi_0=20$; $\psi_1=0,1$; $\gamma=2$; $\delta=40$; $\alpha=10$; $c_3=0.01$; $s_1=1.0$; $s_2=0.01$. Начальные условия: $x(0)=1000$; $\xi(0)=100$. Графики зависимостей $x(t)$ и $\xi(t)$ приведены на рисунке 2. Как следует из графиков, через некоторое время реклама становится неэффективной и процесс купли рекламируемого товара замедляется. Число знающих о товаре (верхняя кривая) со временем достигает максимума, а затем – уменьшается.

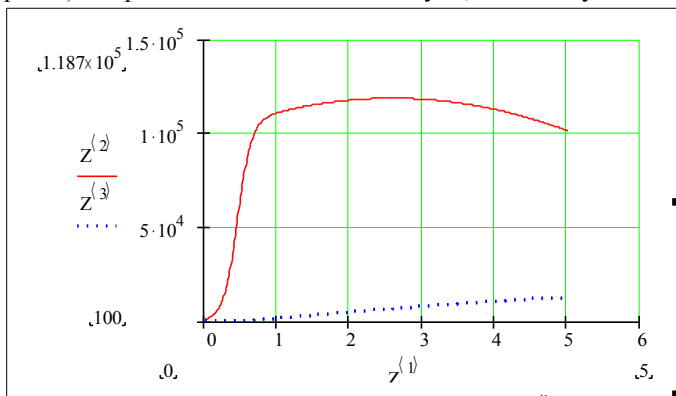


Рисунок 2 – Графики функций $x(t)$ и $\xi(t)$

В игровой ситуации с участниками рекламодатель – телекомпания – потребитель рекламной информации (зритель), безусловно, следует стремиться в обозримом будущем к согласованному оптимуму, когда каждый из игроков не может чрезмерно улучшить свое состояние, не причинив своими действиями дискомфорта или даже ощутимого ущерба другим игрокам. Такой подход в идеале означает справедливое цивилизованное разрешение противоречий (конфликтов интересов). При этом выигрывают все (но без известной в прошлом уравниловки). В данном случае целевые функции основных участников записываются в первом приближении как:

$$\begin{aligned}Y_1 &= C_1 \xi - n T C_2 - T C_3 y, \\ Y_2 &= C_2 n T + s_3 \xi D(z) - \eta C_1 \xi + \beta C_3 n T \xi y - p C_4 n \xi T,\end{aligned}\quad (6)$$

где Y_1 – целевая функция рекламодателя; Y_2 – целевая функция телекомпании и потребителей рекламируемой продукции. Объединение функций телекомпании и потребителей здесь выполнено исключительно для упрощения решения задачи. Введены обозначения: s_1, η, β, p – константы; n – количество рекламных роликов; T – продолжительность трансляции ролика; C_1 – стоимость единицы рекламируемой продукции; C_2 – стоимость единицы времени на телевидении; C_3 – стоимость единицы времени при создании рекламного ролика; C_4 – условная стоимость потери времени зрителем (в денежном выражении) при просмотре рекламного ролика (т.е. условно учитывается моральный ущерб от низкого качества рекламного ролика).

Согласно принятым обозначениям критерий Y_1 означает конечный планируемый доход заказчика рекламы от реализации рекламируемой продукции. Целевая функция Y_2 в данном случае объединяет интересы телекомпании и непосредственных потребителей. Необходимо выбрать такое количество n трансляций и продолжительность T роликов, чтобы достичь согласованного оптимума, т.е. выполнялся принцип В. Парето [4], который в данном случае реализуется в виде определителя

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial Y_1}{\partial n} & \frac{\partial Y_1}{\partial T} \\ \frac{\partial Y_2}{\partial n} & \frac{\partial Y_2}{\partial T} \end{vmatrix} = 0. \quad (7)$$

После вычисления производных от функций цели (6), раскрытия определителя (7) и преобразований, получена следующая зависимость:

$$\xi = \frac{C_2}{pC_4 - \beta C_3 y}. \quad (8)$$

Из (8) следует, что с увеличением затрат C_3 на эстетическое оформление рекламного ролика число покупателей ξ может возрасти; к этому идеалу уже в настоящее время мог бы стремиться заказчик рекламы.

Выводы и перспективы исследований.

Только при должном эстетическом оформлении рекламы как необходимого условия эффективности есть смысл в увеличении продолжительности и частоты трансляций рекламного ролика о действительно полезном продукте. Заказчику рекламы следует обратить внимание на то обстоятельство, что со временем уровень дохода виртуальных покупателей все в меньшей степени будет превышать уровень их развития как личностей. Для таких зрителей рекламная информация несомненно должна быть более высокого качества.

Анализ процесса распространения рекламной информации о продукте дает возможность заказчику установить момент времени, при котором становится неэффективным продолжение финансирования рекламы.

Математическая модель распространения рекламной информации может быть усовершенствована путем уточнения функциональных связей между участниками процесса; ее дальнейшее развитие позволит прогнозировать экономическую эффективность рекламного бизнеса.

Библиографический список

1. Малыхин В.И. Математическое моделирование экономики: Учеб.-метод. пособие / В.И. Малыхин. — М.: Изд-во УРАО, 1998. — 160 с.
2. Бохонский А.И. Математические методы в экономике и модели финансов. Учеб.-метод. пособие / А.И. Бохонский. — Севастополь: СФ КИЭХП, 2000. — 99 с.
3. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях / В.В. Амелькин. — М.: Наука, 1987. — 160 с.
4. Волгин Л.Н. Принцип согласованного оптимума / Л.Н. Волгин. — М.: Изд-во «Советское радио», 1977. — 144 с.
5. Плис А.И. Mathcad: математический практикум для экономистов и инженеров: Учеб. пособие / А.И. Плис, Н.А. Сливина. — М.: Финансы и статистика, 1999. — 656 с.

Поступила в редакцию 15.10.2003 г.