

УДК 519.866:338.47

А.В. Цуканов, проф., д-р техн. наук; М.В. Ярославцева

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: yamv@mail.ru

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ АВТОСТОЯНОК

Предложена методика определения оптимального размещения автостоянок с использованием математико-статистических методов многомерного анализа. За основу берется двумерный нормальный закон распределения.

Анализ и нерешенные вопросы последних исследований расположения. Проблема размещения на территории достаточно остро стоит перед любой бизнес-системой. Для решения данной проблемы используются стандартные методы принятия управленческих решений: опыт и интуиция руководителя, экспертные оценки, модели деловых игр [1]. Но перечисленные методы имеют недостатки: они не дают точной количественной оценки решаемых проблем и не являются достаточно универсальными. Более эффективно при решении вопроса размещения бизнес-системы использовать методы количественного анализа. Например, можно выполнить географический анализ данных с помощью картографирования [2], поскольку любая бизнес-система при рассмотрении ее в пространстве имеет географические или пространственные координаты. Моделирование и анализ пространственных данных можно осуществить с помощью географических информационных систем (ГИС) [3, 4] или с помощью методов теории случайных полей [5]. При этом ГИС – это лишь визуализация реального мира путем объединения нескольких слоев информации без использования статистических методов обработки информации, а математическая модель случайного поля применима к стационарным полям.

В работе ставится задача разработки математической модели размещения бизнес-системы, применимой к нестационарным полям. Математическое описание проблемы оптимального размещения бизнес-системы поможет выявить тенденции развития явлений и процессов на конкретной территории и позволит своевременно отреагировать на возможные изменения внешних факторов. В настоящей работе в качестве бизнес-системы рассматривается автостоянка.

Методика определения оптимального расположения. На первом этапе методики необходимо получить данные о потребностях потребителей в стоянках с помощью опросов, анкетирования, наблюдений и других методов проведения маркетинговых исследований [6]. Сбор данных о потребностях клиентов предполагает также определение координат потребностей.

На втором этапе с помощью критерия согласия χ^2 Пирсона проверяется гипотеза о том, что собранные данные имеют нормальное распределение [7]. Если после проверки гипотеза принимается, то данные о потребностях клиентов в k стоянках описываются суммой двумерных нормальных законов распределения, умноженных на коэффициенты N'_j :

$$n'(x, y) = \sum_{j=1}^k N'_j \frac{1}{2\pi \sigma_{xj} \sigma_{yj} \sqrt{1 - r_{xyj}^2}} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{1}{2(1 - r_{xyj}^2)} \left[\frac{(x - m_{xj})^2}{\sigma_{xj}^2} - \frac{2r_{xyj}(x - m_{xj})(y - m_{yj})}{\sigma_{xj} \sigma_{yj}} + \frac{(y - m_{yj})^2}{\sigma_{yj}^2} \right] \right\},$$

где n' — теоретические потребности клиентов в стоянках; x и y — координаты потребностей; N'_j — коэффициенты перехода от относительных единиц к абсолютным; m_{xj} , m_{yj} — математические ожидания; σ_{xj} , σ_{yj} — средние квадратические отклонения; r_{xyj} — коэффициент корреляции.

Введем следующие допущения: $\sigma_{xj} = \sigma_{yj} = \sigma$, $r_{xyj} = 0$. Смысл коэффициента σ заключается в том, что он отражает готовность людей идти пешком от своей автомашины на определенное расстояние. Коэффициент σ — это психологический параметр. Для упрощения решения задачи коэффициент σ принимается равным для всех потребностей в стоянках. Определяется коэффициент σ в процессе аппроксимации экспериментальных данных по методу наименьших квадратов [7]. Коэффициент N'_j определяется как сумма всех фактических потребностей в каждой стоянке. Числа m_{xj} и m_{yj} задают координаты j мест, в которые стремятся попасть потребители, например, крупные торговые точки, культурные центры, различные государственные учреждения и т.п.

Таким образом, зависимость потребностей потребителей в стоянках со всеми введенными упрощениями будет иметь вид:

$$n'(x, y) = \sum_{j=1}^k N'_j \frac{1}{2\pi \sigma^2} \exp \left\{ -\frac{(x - m_{xj})^2 + (y - m_{yj})^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (1)$$

По максимуму функции (1) можно определить оптимальное месторасположение и масштаб стоянки и симитировать ее размещение. Но зависимость (1) является простейшим случаем рассматриваемой проблемы, потому что она не учитывает различные факторы: специфику рассматриваемого района, карту дорог, рельеф, административные ограничения и т.п. Всякий учет вышеперечисленных факторов повлечет за собой усложнение полученной зависимости. Возьмем во внимание территориальные ограничения. Например, потребители желают оставлять машину близко от парка или учреждения, возле которых нет места для размещения стоянки. Следовательно, нагрузка возрастет на прилегающие к этим диапазонам области.

Таким образом, на третьем этапе методики вычисляются объемы недоступных для размещения стоянки территорий (интегрированием) и корректируется на них функция распределения:

$$n^*(x,y) = \sum_{j=1}^k (N'_j + N_j^*) \frac{1}{2\pi \sigma^2} \exp \left\{ - \frac{(x - m_{xj})^2 + (y - m_{yj})^2}{2\sigma^2} \right\}, \quad (2)$$

где n^* – потребности потребителей в стоянках с учетом территориальных ограничений; N_j^* – объемы областей, на которые наложены территориальные ограничения.

Необходимо отметить, что от формы нового распределения изменится только масштаб стоянки, но местоположение ее можно определить и по зависимости (1), зная лишь объемы ограничений.

На четвертом этапе определяется оптимальное месторасположение стоянки по максимуму функции (2). Если максимум оказался одинаковым в нескольких координатах, то для выбора одного местоположения необходимо теперь руководствоваться дополнительными факторами (экономическими, экологическими, политическими и др.). Если максимум попадает в область ограничений, то необходимо найти условный максимум: максимальное значение функции на линии периметра ограничения. Масштаб стоянки можно также первоначально определить из максимального значения функции, а в дальнейшем скорректировать с учетом экономических и других соображений.

На пятом этапе осуществляется имитация размещения стоянки. Для этого необходимо величины $(N'_j + N_j^*)$ в формуле (2) заменить на величины N''_j , которые показывают пропорциональное снижение потребностей потребителей в j -ой стоянке из-за появления новой стоянки:

$$N''_j = (N'_j + N_j^*) - N_n \frac{1/r_j}{\sum_{j=1}^k 1/r_j},$$

где N_n – масштаб новой стоянки; r_j – расстояние от новой стоянки до максимального значения потребностей в j -ой стоянке:

$$r_j = \sqrt{(x_n - m_{xj})^2 + (y_n - m_{yj})^2},$$

где x_n и y_n – координаты новой стоянки.

На последнем этапе методики полученная зависимость анализируется и при необходимости изменяется. Можно изменить выбранное месторасположение стоянки, а также симитировать размещение нескольких стоянок.

Пример. Для наглядности рассмотрим сначала одномерный случай решения проблемы размещения автостоянки. В таблице 1 показаны гипотетические данные потребностей потребителей в двух стоянках.

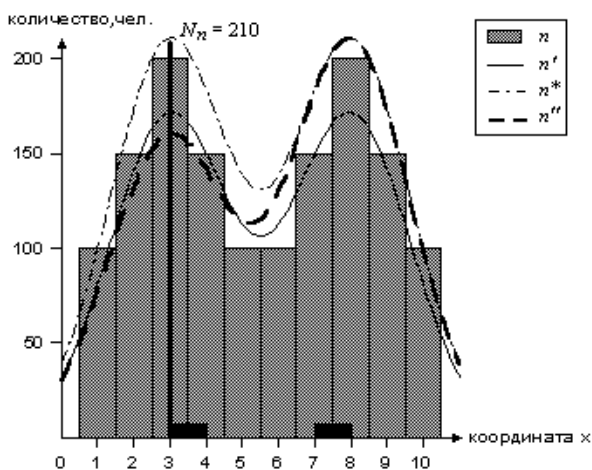
Таблица 1 – Гипотетические данные потребностей в стоянках в одномерном случае

x – координата	n – гипотетические потребности в стоянках, чел.
1	100
2	150
3	200
4	150
5	100
6	100
7	150
8	200
9	150
10	100

Данные из таблицы 1 описываются суммой одномерных нормальных законов распределения, умноженных на коэффициенты N'_j :

$$n' = \sum_{j=1}^k N'_j \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(x - m_j)^2}{2\sigma^2} \right\} =$$

$$= 700 \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(x - 3)^2}{2\sigma^2} \right\} + 700 \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(x - 8)^2}{2\sigma^2} \right\}.$$



Аппроксимация по гипотетическим данным даст значение коэффициента $\sigma = 1,64$. Полученная зависимость потребностей потребителей в стоянках показана на рисунке 1 сплошной тонкой линией.

Рисунок 1 – Потребности клиентов в стоянках (n – гипотетические потребности, n' – теоретические потребности, полученные с помощью модели, n^* – теоретические потребности с учетом территориальных ограничений, n'' – теоретические потребности с учетом новой стоянки, N_n – масштаб новой стоянки)

По полученной функции можно определить оптимальное расположение стоянки. Для этого ищется максимум функции – определяются наивысшие потребности в стоянке. Максимумы функции окажутся в координатах 3 и 8. В одной из этих координат и необходимо разместить стоянку.

Далее предположим, что на области в координатах от 3 до 4 и от 7 до 8 наложены ограничения о невозможности использования данных районов для размещения стоянки. Вычисляем площади этих областей интегрированием ($N_1^* = N_2^* = 160,3$). Новое распределение изменяется с учетом вычисленных площадей:

$$n^* = (700 + 160,3) \frac{1}{1,64\sqrt{2\pi}} \exp\left\{\frac{-(x-3)^2}{2 \cdot 1,64^2}\right\} + \\ + (700 + 160,3) \frac{1}{1,64\sqrt{2\pi}} \exp\left\{\frac{-(x-8)^2}{2 \cdot 1,64^2}\right\}. \quad (3)$$

На рисунке 1 показаны черным цветом области, на которые наложены ограничения, и изменение графика функции распределения штрих-пунктирной линией.

Найдем максимальное значение функции (3) на допустимых значениях аргумента: на границах ограничений. Получим максимум функции в координатах 3 и 8, равный 211 чел. Предположим, что наиболее оптимальный вариант размещения стоянки – координата 3. Тогда зависимость (3) изменится на коэффициенты N_1'' и N_2'' :

$$N_1'' = (N_1' + N_1^*) - N_n \frac{1/r_1}{1/r_1 + 1/r_2} = 650,3; \\ N_2'' = (N_2' + N_2^*) - N_n \frac{1/r_2}{1/r_1 + 1/r_2} = 860,3,$$

где N_n – масштаб стоянки (210 чел.); r_1 – расстояние от новой стоянки до максимального значения потребностей в первой стоянке:

$$r_1 = \sqrt{(x_n - m_1)^2} = \sqrt{(3 - 3)^2} = 0; r_2 - \text{расстояние от новой стоянки до максимального значения потребностей во второй стоянке:}$$

$$r_2 = \sqrt{(x_n - m_2)^2} = \sqrt{(3 - 8)^2} = 5.$$

Изменение функции распределения при имитации размещения стоянки показано на рисунке 1 штриховой толстой линией. На рисунке видно, как пропорционально снизились потребности в стоянках из-за появления новой стоянки.

В двумерном случае решение задачи нахождения оптимального местоположения при размещении стоянки происходит аналогичным образом. Гипотетические данные для обработки и анализа показаны на рисунке 2, где в координатах x и y представлено количество человек, желающих появления новой стоянки в данном месте.

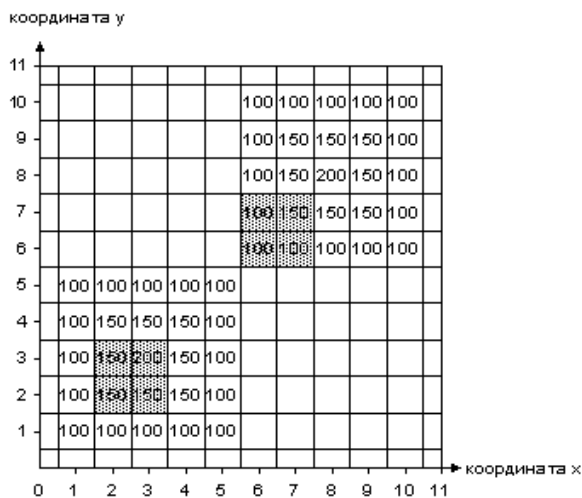


Рисунок 2 – Гипотетические данные потребностей в стоянках в двумерном случае (чел.)

Данные о потребностях в стоянках описываются суммой двумерных нормальных законов распределения, умноженных на коэффициенты N'_1 и N'_2 :

$$n'(x,y) = 3000 \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{(x-3)^2 + (y-3)^2}{2\sigma^2}\right\} + 3000 \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{(x-8)^2 + (y-8)^2}{2\sigma^2}\right\}.$$

Двумерная поверхность распределения теоретических потребностей изображена на рисунке 3.

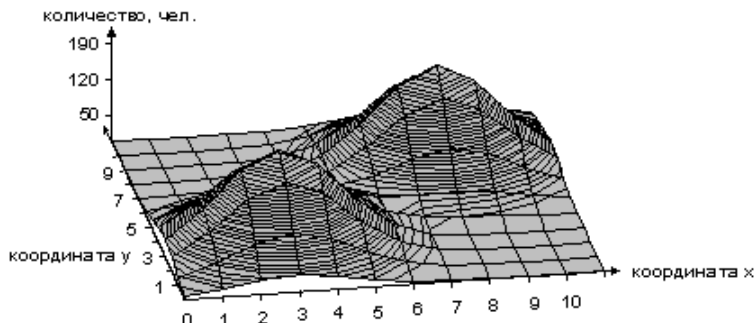


Рисунок 3 – Поверхность распределения теоретических потребностей в стоянках

Находим максимум функции $n'(x,y)$ и получаем координаты (3,3) и (8,8). В одной из этих координат необходимо разместить стоянку. Но предположим, что существуют территориальные ограничения в координатах, показанных на рисунке 2 затемненной областью. Вычисляем объемы этих недоступных для размещения стоянки областей и перераспределяем их на прилегающие области по формуле (2). По полученной зависимости определяем максимум функции и по нему – координату и масштаб стоянки. Наибольший спрос наблюдается в координате (8,8). Имитируем размещение стоянки в найденной координате и анализируем полученный результат. Можно симитировать размещение стоянки в другой координате. В конечном итоге выбирается оптимальное месторасположение новой стоянки.

Выводы. Предложенная методика, описывающая потребности клиентов в стоянках на территории, опирается на методы количественного анализа. Результатом применения методики будут рекомендации менеджеру о возможном варианте решения проблемы размещения автостоянки. При применении методики в реальности может быть рассмотрена территория, на которой уже расположены стоянки и есть места, где существуют потребности потребителей в новой стоянке. Предложенная методика учитывает наличие территориальных ограничений, позволяет симитировать размещение стоянки и при необходимости изменить место ее расположения. Наглядность и информативность полученных данных дает возможность проанализировать текущую ситуацию и обоснованно выбрать наилучшую аль-

тернативу принятия решения. **Перспективами дальнейшего развития исследований** в данном направлении является совершенствование методики оптимального размещения, учет большего количества факторов, адаптация методики для размещения предприятий торговли и других объектов малого и среднего бизнеса.

Библиографический список

1. Пономаренко О.І. Системні методи в економіці, менеджменті та бізнесі / О.І. Пономаренко, В.О. Пономаренко. — К.: Либідь, 1995. — 240 с.
2. Бочаров М.К. Математико-статистические методы в картографии / М.К. Бочаров, С.А. Николаев. — М.: Геодиздат, 1957. — 160 с.
3. Митчелл Э. Руководство по ГИС анализу. Ч.1: Пространственные модели и взаимосвязи / Э. Митчелл. — К.: ЗАО ЕСОММ Со; Стилос, 2000. — 198 с.
4. Ляшенко Д. Исследование потребительского рынка Украины при помощи геоинформационных систем / Д. Ляшенко // Экономика Украины. — 1999. — № 9. — С. 88–90.
5. Pannatier Y. Variowin. Software for spatial data analysis in 2D / Y. Pannatier. — N.-Y.; Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1996. — 91 p.
6. Котлер Ф. Основы маркетинга: Пер. с англ. / Ф. Котлер. — М.: Прогресс, 1994. — 733 с.
7. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. — М.: Наука, 1969. — 576 с.

Поступила в редакцию 16.10.2003 г.