

УДК 65.011.56

К.В. Кротов, доцент, канд. техн. наук,

Т.Ю. Кротова, ассистент

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: krotov_kv@mail.ru

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ КОНВЕЙЕРА МЕХАНООБРАБОТКИ С УЧЕТОМ ОТКАЗОВ ОБОРУДОВАНИЯ

Рассматривается формализация математической модели функционирования конвейера с учетом отказов, сформированная на основе событийно-временного метода моделирования дискретных объектов.

В основу построения модели функционирования конвейера механообработки (гибкой производственной системы – ГПС) положен подход к описанию систем, принятый в теории автоматического управления. Для этого функционирование каждого станка определяется фазовыми координатами, характеризующими состояния оборудования.

Функционирование каждого станка в течение времени (в ходе технологического процесса механообработки) определяется пятью фазовыми координатами, характеризующими:

- 1) состояние функционирования единицы оборудования, входящей в состав определенной технологической цепочки;
- 2) состояние отказа соответствующей единицы оборудования;
- 3) состояние блокировки (простоя) оборудования, связанное с ожиданием окончания ремонта отказавшего станка, входящего в ту же технологическую цепочку, ожиданием окончания переналадки ГПС на выпуск изделия другого типа;
- 4) состояние ремонта оборудования;
- 5) состояние переналадки оборудования.

Введенные фазовые координаты обозначены следующим образом: $X_{i1}, X_{i2}, X_{i3}, X_{i4}, X_{i5}$. С каждой фазовой координатой связано множество ее возможных значений, имеющее вид $\{0,1\}$. Возможные воздействия на оборудование ГПС в процессе его функционирования с точки зрения понятий теории дифференциальных игр [1] определены следующим образом:

- 1) случайные воздействия, вызывающие отказ оборудования, определяемый действием стратегий «природы»;
- 2) управляющие воздействия, реализуемые планировщиком загрузки ГПС, связанные с ремонтом отказавшего оборудования либо с совмещением ремонта отказавшего оборудования и переналадки работоспособного на выпуск другого типа изделий.

Обозначения стратегий природы и управления имеет вид: V_i и U_i (где индекс i определяет i -ю единицу оборудования конвейерной цепочки, к которой применяются эти стратегии). Возможные значения стратегии природы V_i определяется множеством $\{0,1\}$ (где единичное значение V_i определяет действие стратегии, вызывающее отказ оборудования). Стратегия управления U_i характеризуется значениями из множества $\{-1,0,1\}$. При $U_i=1$ реализуется ремонт соответствующего отказавшего станка, при $U_j=-1$ выполняется переналадка j -го станка (возможность переналадки этого станка обуславливает технологическую гибкость ГПС). Естественно, что при отказе i -й единицы оборудования, соответствующая ему стратегия $U_i=1$, а стратегия управления для станка, допускающего переналадку (U_j) может принимать значение -1.

В силу понятий теорий дискретных САУ и дифференциальных игр векторное уравнение для фазовых координат (переменных состояния) определенной единицы оборудования, входящей в ГПС, имеет вид:

$$x_i(k+1) = f(k, x_i(k), u_i(k, x_i(k)), v_i(k, x_i(k))). \quad (1)$$

Интерпретация оборудования ГПС в виде последовательного соединения блоков в дискретной САУ (по аналогии с [2]) позволяет исследовать и учесть в модели влияние неработоспособных элементов на функционирование других элементов и ГПС в целом (рисунок 1).

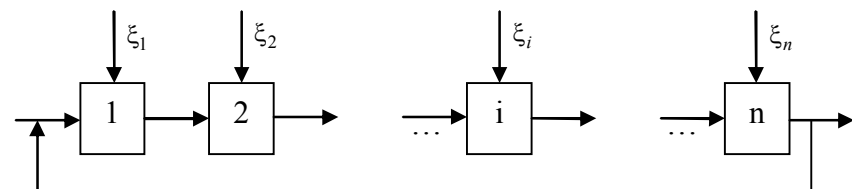


Рисунок 1 – Организация последовательности ячеек обработки для учета их взаимовлияния

На рисунке 1 через ξ_i обозначены воздействия на оборудование ГПС, предполагающие реализацию стратегии природы $V_i(k)$, связанной с отказами оборудования, и стратегии управления $U_i(k)$, связанной с ремонтом либо переналадкой оборудования.

Представляется предпочтительным логику построения модели функционирования конвейера формулировать применительно к некоторому виду технологических цепочек. В данном случае речь может идти о двух технологических цепочках, включающих оборудование ГПС так, как это показано на рисунке 2.

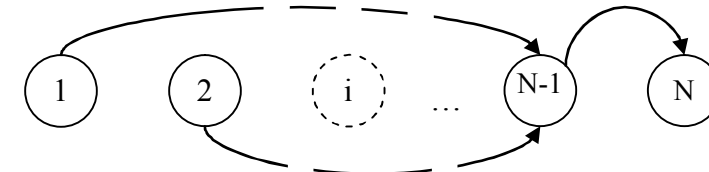


Рисунок 2 – Вид технологических цепочек, на основе которых формируется модель ГАП

Для простоты предполагается, что технологическая гибкость обеспечивается переналадкой (N-1)-го станка.

Формирование модели необходимо предварить вводом обозначений: T_0 – длительность интервала времени (шага квантования процесса), через который определяется новое состояние оборудования, $T_{отк}^i$ – момент времени отказа i -ой единицы оборудования, $t_{рем}^i$ – длительность ремонта i -ой единицы оборудования, $t_{пер}^i$ – длительность переналадки i -ой единицы оборудования, S – идентификатор (переменная-флаг) технологической цепочки (при $S=0$ является активной первая технологическая цепочка, при $S=1$ является активной вторая технологическая цепочка).

Для определенности предположим, что в начальный момент времени является активной первая технологическая цепочка ($S=0$). Начальными условиями для фазовых координат являются: $X_{i1}(0)=1$, $X_{i2}(0)=0$, $X_{i3}(0)=0$, $X_{i4}(0)=0$, $X_{i5}(0)=0$, где $i \in \{1, \dots, N\}$.

Факторы, влияющие на изменение значения фазовой координаты $X_{N1}(k+1)$ при начальном состоянии функционирования N -го станка ($X_{N1}(k)=1$) следующие:

- 1) действие стратегии $V_N(k)$;
- 2) реализация «распространения» отказа предшествующих (предшествующего) станков по технологической цепочке.

Под «распространением» отказа подразумевается постепенное (то есть через интервал дискретизации T_0) прекращение работы станков (перевод их в состояние блокировки), находящихся в цепочке вслед за отказавшим станком. Введенные выше соображения позволяют представить начальную форму уравнения для фазовой координаты $X_{N1}(k)$ в следующем виде:

$$X_{N1}(k+1) = [1 - \delta(T, T_{отк}^i + (N' - p)T_0)]X_{N1}(k) - \delta(T, T_{отк}^N)V_N(k), \quad (2)$$

где l' – индекс станка в цепочке, предшествующего N -ому, p – порядковый номер станка в цепочке, T – текущее время, $T_{отк}^l$ – момент времени отказа l' -го станка, $\delta(\cdot)$ – символ Кронекера, N' – порядковый номер N -го станка в первой технологической цепочке.

При реализации отказа N -го станка управление связано с реализацией стратегии ремонта $U_N(k)$, которая принимает единичное значение на следующем шаге после отказа станка. Перевод фазовой координаты $X_{N1}(k)$ в состояние, характеризующее продолжение функционирования станка N , связан со следующими факторами:

- 1) окончание ремонта N -го станка, характеризуемое соответствующим временем восстановления $t_{рем}^N$;
- 2) окончание ремонта некоторого l' -го станка, расположенного в технологической цепочке перед N -ым станком. В этом случае моделью реализуется «распространение» восстановления работоспособности по ГПС. При формировании нового значения фазовой координаты должно контролироваться работоспособное состояние предшествующего станка, входящего в активную технологическую цепочку ((N-1)-го).

Выполненные рассуждения позволяют модифицировать уравнение (2) следующим образом:

$$X_{N1}(k+1) = [1 - \delta(T, T_{отк}^i + (N' - p)T_0)]X_{N1}(k) - \delta(T, T_{отк}^N)V_N(k) + \delta(T - (T_{отк}^N + T_0), t_{рем}^N)U_N(k) + \delta(T - (T_{отк}^l + T_0), t_{рем}^l + (N' - p)T_0)X_{N-1.1}(k), \quad (3)$$

где обозначения l' и p аналогичны выражению (2).

Начальное значение фазовой координаты $X_{N2}(k)$ является нулевым. В момент активизации стратегии природы $V_N(k)$, связанной с отказом (т.е. есть при $T = T_{отк}^N$), состояние переменной $X_{N2}(k)=1$. При реализации стратегии $U_N(k)$, связанной с ремонтом, начинающимся через интервал T_0 после отказа (то есть при $T = T_{отк}^N + T_0$), нулевое состояние переменной $X_{N2}(k)$ восстанавливается. В соответствии с этим уравнение состояния для фазовой координаты $X_{N2}(k)$ сформировано в следующем виде:

$$X_{N2}(k+1) = X_{N2}(k) + \delta(T, T_{отк}^N) V_N(k) - \delta(T, T_{отк}^N + T_0) U_N(k),$$

Пребывание N -го станка в состоянии блокировки обуславливается следующими факторами:

- 1) ремонтом отказавшего l -го станка;
- 2) переналадкой i -го станка, связанной с принятием соответствующей стратегии $U_i(k)$ ($U_i(k)=-1$), вызванной отказом l -го станка и реализацией совмещенного его ремонта и переналадки i -го;
- 3) простоем после окончания ремонта N -го станка, вызванным продолжающейся переналадкой i -го станка при реализации стратегии, предполагающей совмещение ремонта и переналадки;
- 4) простоем по причине реализации другого изделия, в технологическую цепочку выпуска которого N -ый станок не входит.

Начальный вид уравнения состояния для фазовой координаты $X_{N3}(k)$, обусловленный простоем предшествующего станка, являющегося следствием отказа l' -го, следующий:

$$X_{N3}(k+1) = X_{N3}(k) + \delta(T, T_{отк}^{l'} + (N' - p)T_0) X_{N-1,3}(k). \quad (4)$$

В случае отказа $(N-1)$ -го станка определять значение переменной $X_{N3}(k)$ на основе анализа значения переменной $X_{N-1,3}(k)$ не представляется возможным. Тогда в уравнении (4) значение $X_{N3}(k+1)$ формируется на основе переменной $X_{N-1,4}(k)$, характеризующей пребывание $(N-1)$ -го станка в ремонте. В тоже время предшествующий станок обеспечивает технологическую гибкость ГПС, поэтому при отказе l' -го станка единичное значение принимает (при реализации соответствующей стратегии переналадки) $X_{N-1,5}(k)$. Таким образом, в уравнении (4) необходимо включение дополнительных слагаемых, учитывающих значения фазовых переменных $X_{N-1,4}(k)$ и $X_{N-1,5}(k)$. Для того, чтобы не усложнять уравнение (4), формирование значения переменной $X_{N3}(k+1)$ осуществляется не на основе значений указанных фазовых координат, а с учетом стратегии управления $U_{N-1}(k)$, связанной с $(N-1)$ -ым станком. Выполненная модификация выражения (4) позволила получить уравнение состояния в виде:

$$X_{N3}(k+1) = X_{N3}(k) + \delta(T, T_{отк}^{l'} + (N' - p)T_0) X_{N-1,3}(k) + (-1)^f \delta((T, T_{отк}^{l'} + (N' - p)T_0) U_{N-1}(k)), \quad (5)$$

где показатель степени f определяется следующим образом:

$$f = \begin{cases} 1, & npu U_{N-1}(k) = -1; \\ 2, & npu U_{N-1}(k) = 1. \end{cases}$$

В выражении (5) при $U_{N-1}(k)=1$ индекс l' принимает значение, равное $N-1$.

Восстановление работоспособности станков, предшествующих N -ому в технологической цепочке, обуславливает перевод переменной $X_{N3}(k)$ в нулевое состояние. Выражения (5) преобразовано к следующему виду:

$$X_{N3}(k+1) = [1 - \delta(T - (T_{отк}^{l'} + T_0), t_{рем}^{l'} + (N' - p)T_0) X_{N3}(k) + \delta(T, T_{отк}^{l'} + (N' - p)T_0) X_{N-1,3}(k) + (-1)^f \delta(T, T_{отк}^{l'} + (N' - p)T_0) U_{N-1}(k)]. \quad (6)$$

Однако окончание ремонта l' -го станка, осуществляемого совместно с переналадкой $(N-1)$ -го, не должно обуславливать перевод переменной $X_{N3}(k)$ в нулевое состояние в том случае, если переналадка $(N-1)$ -го станка еще не закончена. В данной ситуации при продолжающемся действии стратегии $U_{N-1}(k)=-1$, связанной с переналадкой, до окончания переналадки состояние переменной $X_{N3}(k)$ является единичным. Выражение (6) модифицировано следующим образом:

$$X_{N3}(k+1) = [1 - \delta(T - (T_{отк}^{l'} + T_0), t_{рем}^{l'} + (N' - p)T_0) X_{N3}(k) + \delta(T, T_{отк}^{l'} + (N' - p)T_0) X_{N-1,3}(k) + (-1)^f [\delta(T, T_{отк}^{l'} + (N' - p)T_0) + \delta(T - (T_{отк}^m + T_0), t_{рем}^m + (N' - p)T_0)] U_{N-1}(k)]. \quad (7)$$

Выражение (7) позволяет моделировать пребывание оборудования в состоянии простоя при окончании ремонта N -го станка и продолжающейся переналадке $(N-1)$ -го (то есть при продолжающемся действии стратегии $U_{N-1}(k)=-1$). В этом случае индекс l' в слагаемом, связанном со стратегией $U_{N-1}(k)$ принимает значение N . Однако индекс $m \neq N-1$, то есть введенное в (7) слагаемое с индексом m не связано со станком, переналадка которого возможна, а только со станками, ремонт которых может быть совмещен с переналадкой.

Недостатком выражения (7) является то, что оно не учитывает возможность более раннего окончания переналадки ГПС на выпуск другого типа изделий по сравнению с окончанием ремонта N -го станка и станков, предшествующих переналаживаемому $(N-1)$ -ому. Для учета ситуации более раннего окончания переналадки введена переменная-флаг технологической цепочки S . Значение переменной $S=0$ в случае активной цепочки, включающей в свой состав N -й станок, $S=1$ если технологическая цепочка не включает в своем составе станок N . Для учета окончания ремонта N -го станка, происходящего после окончания переналадки, использовано значение стратегии $U_N(k)$, связанной с ремонтом, которая имеет единичное значение вплоть до окончания ремонта. Тогда модификация уравнения (7) имеет вид:

$$X_{N3}(k+1) = [1 - \delta(T - (T_{отк}^{l'} + T_0), t_{рем}^{l'} + (N' - p)T_0) + S \delta(T - (T_{отк}^m + T_0), t_{рем}^m + (N' - p)T_0)] X_{N3}(k) + \delta(T, T_{отк}^{l'} + (N' - p)T_0) X_{N-1,3}(k) + (-1)^f (\delta(T, T_{отк}^{l'} + (N' - p)T_0) + \delta(T - (T_{отк}^m + T_0), t_{рем}^m + (N' - p)T_0)) U_{N-1}(k) + S \delta(T - (T_{отк}^N + T_0), t_{рем}^N) U_N(k), \quad (8)$$

где $m \neq N-1$.

Сформулированные рассуждения, затрагивающие более позднее по сравнению с переналадкой окончание ремонта станков конвейера, позволяют выполнить модификацию уравнения (3) для фазовой координаты $X_{Nl}(k)$. При этом должны быть учтены следующие факторы, влияющие на пребывание станка N в состоянии блокировки:

- 1) ремонт отказавших станков (то есть N -го и других, не допускающих переналадку) завершился ранее, чем закончилась переналадка $(N-1)$ -го станка;
- 2) переналадка $(N-1)$ -го станка закончилась раньше, чем ремонт указанных выше станков.

В первой из ситуаций окончание ремонта любого из отказавших не переналаживаемых станков, не вызывает перевода переменной $X_{Nl}(k)$ в единичное состояние при условии «распространения» восстановления.

Событие окончания ремонта l' -го станка ранее, чем переналадки $(N-1)$ -го, не будет обуславливать перевод значения переменной $X_{Nl}(k)$ в единичное состояние автоматически в силу пребывания переменной $X_{N-1,1}(k)$ при этом в нулевом состоянии. В случае более раннего окончания переналадки значение $X_{N-1,1}(k)$ является единичным и при окончании ремонта l' -го станка, событие окончание ремонта не должно влиять на перевод $X_{Nl}(k)$ в единичное состояние. Аналогичным образом, событие окончания ремонта N -го станка после завершения переналадки не является определяющим состояние координаты $X_{Nl}(k)=1$. Завершившийся ремонт N -го станка при продолжающемся действии стратегии $U_{N-1}(k)=-1$ определяет продолжение пребывания переменной $X_{Nl}(k)$ в нулевом состоянии. Выполненные таким образом рассуждения позволяют сформировать новый вид уравнения (3) в следующей форме:

$$X_{N1}(k+1) = (1 - \delta(T, T_{отк}^{l'} + (N' - p)T_0)) X_{N1}(k) - \delta(T, T_{отк}^N) V_N(k) + (1 - S) \delta(T - (T_{отк}^N + T_0), t_{рем}^N) U_N(k) + \delta(T - (T_{отк}^N + T_0), t_{рем}^N) U_{N-1}(k) + (1 - S) \delta(T - (T_{отк}^{l'} + T_0), t_{рем}^{l'} + (N' - p)T_0) X_{N-1}(k) \quad (9)$$

Получение значения переменной $X_{Nl}(k)$ осуществляется с учетом особенностей формирования стратегий (управления или природы), являющихся кусочно-постоянными функциями. Стратегия управления активизируется (переводится в состояние 1 либо -1) через интервал T_0 после отказа какого-либо станка и вновь возвращается в исходное состояние также через интервал T_0 после окончания ремонта или переналадки. В этом случае одновременное окончание ремонта N -го станка и переналадка $(N-1)$ -го будет вызывать (в соответствии с уравнением (9)) единичное значение переменной $X_{Nl}(k)$, однако в момент окончания переналадки значение переменной-флага технологической цепочки S переводится в 1. В силу этих соображений окончательный вид уравнения состояния для фазовой координаты $X_{Nl}(k)$ следующий:

$$X_{N1}(k+1) = (1 - \delta(T, T_{отк}^{l'} + (N' - p)T_0)) X_{N1}(k) - \delta(T, T_{отк}^N) V_N(k) + (1 - S) \delta(T - (T_{отк}^N + T_0), t_{рем}^N) U_N(k) + (1 - S) \delta(T - (T_{отк}^N + T_0), t_{рем}^N) U_{N-1}(k) + (1 - S) \delta(T - (T_{отк}^{l'} + T_0), t_{рем}^{l'} + (N' - p)T_0) X_{N-1}(k) \quad (10)$$

Возможна ситуация, когда окончание переналадки происходит во время «распространения» восстановления работоспособности станка по ГПС. При фиксировании данного события значение переменной $X_{N3}(k)$, вычисляемое на основе выражения (8), выходит за пределы множества $\{0,1\}$. Во избежание этого выражение (8) модифицировано следующим образом:

$$X_{N3}(k+1)=[1-\delta(T-(T_{отк}^{l'}+T_0),t_{рем}^{l'}+(N'-p)T_0)+S\delta(T-(T_{отк}^m+T_0),t_{рем}^m+(N'-p)T_0)]X_{N3}(k)+\delta(T,T_{отк}^{l'}+(N'-p)T_0)X_{N-1,3}(k)+\\+(S-1)^f\delta(T,T_{отк}^{l'}+(N'-p)T_0)+\delta(T-(T_{отк}^m+T_0),t_{рем}^m+(N'-p)T_0)U_{N-1}(k)+S\delta(T-(T_{отк}^N+T_0),t_{рем}^N)U_N(k),$$

где $m \neq N-1$.

Пребывание оборудования, входящего в состав ГПС, в состоянии ремонта характеризуется переменной $X_{i4}(k)$, где i – индекс любого из станков, в частности $i=N$. Первоначальное нулевое значение фазовой координаты $X_{N4}(k)$ изменяется на единичное при реализации соответствующей стратегии управления $U_N(k)$, связанной с ремонтом. Восстановление нулевого значения фазовой координаты $X_{N4}(k)$ происходит в момент окончания ремонта N -го станка при реализации стратегии управления $U_N(k)$. В соответствии с выполненными рассуждениями уравнение состояния для фазовой координаты $X_{N4}(k)$ получено в следующем виде:

$$X_{N4}(k+1)=X_{N4}(k)+[\delta(T,T_{отк}^N+T_0)-\delta(T-(T_{отк}^N+T_0),t_{рем}^N)]U_N(k)$$

Это выражение может быть представлено в другой форме:

$$X_{N4}(k+1)=(1-\delta(T-(T_{отк}^N+T_0),t_{рем}^N))X_{N4}(k)+\delta(T,T_{отк}^N+T_0)U_N(k)$$

Так как станок N не является переналаживаемым, то первоначальное нулевое значение фазовой координаты $X_{N5}(k)$ остается неизменным в течении всего времени моделирования, то есть

$$X_{N5}(k+1)=X_{N5}(k).$$

Следующим шагом в формировании модели функционирования конвейера с учетом отказов является построение уравнений состояния для фазовых координат, характеризующих состояние $(N-1)$ -го станка. Исходными предпосылками при формировании уравнений являются: станок находится в «середине» технологической цепочки (то есть не является ни первым, ни последним); станок является переналаживаемым.

По аналогии с уравнением состояния для фазовой координаты $X_{Nl}(k)$ уравнение для переменной $X_{N-1,l}(k)$ также должно учитывать отказы станков ГПС. Однако простой (блокировка) $(N-1)$ -го станка может быть вызвана отказом либо последующего за ним станка конвейера (в рассматриваемом случае N -го), либо отказом предшествующего станка. Блокировка $(N-1)$ -го станка является таким образом опосредованным следствием отказа любого из последующих в конвейерной цепочке станков. В результате состояния $(N-1)$ -го и предшествующих ему станков находятся с зависимости от состояния N -го станка.

Вводимый способ учета влияния состояния (отказа) l -го станка ГПС (при обозначенном через p порядковом номере l -го станка в технологической цепочке) на состояние простоя (блокировки) i -го станка (при обозначенном через h его порядковом номере в технологической цепочке) комментирует рисунок 3.

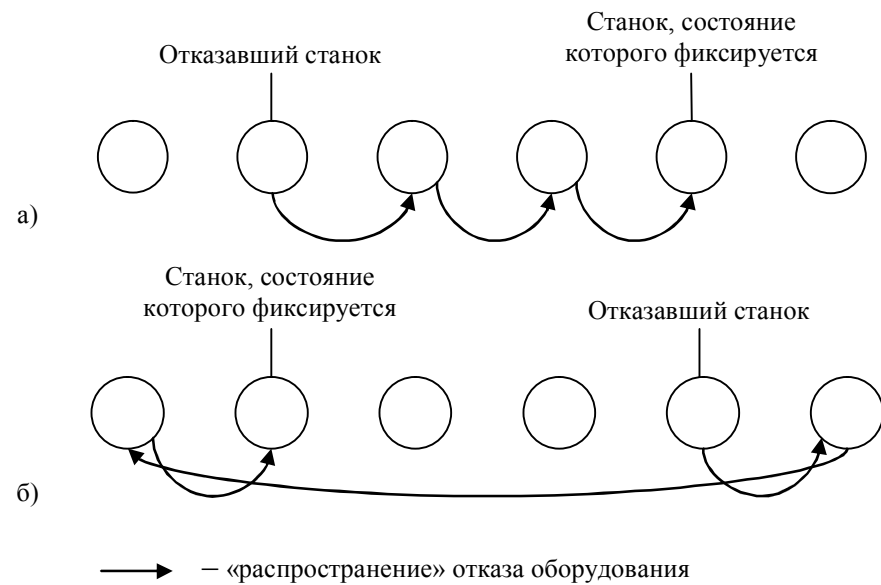


Рисунок 3 – Учет влияния отказов станков на работоспособность конвейера:

а) отказавший станок предшествует станку, для которого формируется состояние простоя ($p < h$);

б) отказавший станок является последующим по отношению к станку, состояние простоя которого фиксируется ($p > h$)

Данный способ учета отказов последующих в конвейерной цепочке станков позволяет не перегружать правую часть уравнения для $X_{N-1,l}(k)$ фазовыми координатами, упрощая его вид. При обозначении через l' индекса станка, предшествующего $(N-1)$ -ому, а через l'' – индекса станка, последующего за $(N-1)$ -ым в технологической цепочке, начальный вид уравнения состояния для фазовой координаты $X_{N-1,l}(k)$ следующий:

$$X_{N-1,l}(k+1)=[1-\delta(T,T_{отк}^{l'}+(h-p)T_0)-\delta(T,T^{l''}+[(N'-p)+h]T_0)]X_{N-1,l}(k),$$

где p – порядковый номер отказавшего, а h – порядковый номер $(N-1)$ -го станков в технологической цепочке, N' – количество станков в технологической цепочке.

Единичное состояние переменной $X_{N-1,l}(k)$ может быть изменено по причине действия стратегии природы, связанной с этим станком $V_{N-1}(k)$. Восстановление единичного значения переменной $X_{N-1,l}(k)$ возможно при окончании ремонта либо переналадки ГПС в случае отказа l' -го либо l'' -го станков. При этом решение о ремонте $(N-1)$ -го станка ($U_{N-1}(k)=1$) принимается через интервал T_0 после его отказа, как и решение об его переналадке ($U_{N-1}(k)=1$), принимаемое через интервал T_0 после отказа l' -го (или l'' -го) станков. Но сама переналадка начинается при достижении «распространения» отказа переналаживаемого $(N-1)$ -го станка. На основе выполненных рассуждений уравнение состояния для фазовой координаты $X_{N-1,l}(k)$ получено в следующем виде:

$$X_{N-1,l}(k)=[1-\delta(T,T_{отк}^{l'}+(h-p)T_0)-\delta(T,T_{отк}^{l''}+[(N'-p)+h]T_0)]X_{N-1,l}(k)-\\-\delta(T,T_{отк}^{N-1})V_{N-1}(k)+[\delta(T-(T_{отк}^{N-1}+T_0),t_{рем}^{N-1})-(\delta(T-(T_{отк}^{l'}+(h-p)T_0),t_{неп}^{N-1})+\\+\delta(T-(T_{отк}^{l''}+[(N'-p)+h]T_0),t_{неп}^{N-1})))U_{N-1}(k). \quad (11)$$

Перевод переменной $X_{N-1,l}(k)$ в единичное значение возможен при окончании ремонта любого из отказавших станков конвейера (l' -го или l'' -го) при условии, что $U_{N-1}(k)=0$ и при этом реализуется «распространение» восстановления работоспособности отказавшего станка по ГПС. В этом случае уравнение (11) модифицировано с учетом влияния определенного таким образом события, результирующее выражение получено в следующем виде:

$$X_{N-1,l}(k+1)=[1-\delta(T,T_{отк}^{l'}+(h-p)T_0)-\delta(T,T_{отк}^{l''}+[(N'-p)+h]T_0)]X_{N-1,l}(k)-\\-\delta(T,T_{отк}^{N-1})V_{N-1}(k)+[\delta(T-(T_{отк}^{N-1}+T_0),t_{рем}^{N-1})-[\delta(T-(T_{отк}^{l'}+(h-p)T_0),t_{неп}^{N-1})+\\+\delta(T-(T_{отк}^{l''}+[(N'-p)+h]T_0),t_{неп}^{N-1}))U_{N-1}(k)+[\delta(T-(T_{отк}^{l'}+T_0),t_{рем}^{l'}+\\+(h-p)T_0)+\delta(T-(T_{отк}^{l''}+T_0),t_{рем}^{l''}+[(N'-p)+h]T_0)]X_{N-2,1}(k) \quad (12)$$

Уравнение (12) характеризует «распространение» восстановления работоспособности l' -го или l'' -го станков по технологической цепочке. При «распространении» восстановления l' -го или l'' -го станков по ГПС единичное значение переменной $X_{N-1,l}(k)$ обуславливается работоспособным состоянием $(N-2)$ -го станка (значение фазовой координаты $X_{N-2,l}(k)=1$).

Уравнение состояния для фазовой координаты $X_{N-1,2}(k)$ сформировано по аналогии с уравнением для фазовой координаты $X_{N2}(k)$ и имеет вид:

$$X_{N-1,2}(k+1)=X_{N-1,2}(k)+\delta(T,T_{отк}^{N-1})V_{N-1}(k)-\delta(T,T_{отк}^{N-1}+T_0)U_{N-1}(k).$$

По аналогии с уравнением для фазовой координаты $X_{N-1,l}(k)$ единичное значение переменной $X_{N-1,3}(k)$ является зависящим от «распространения» отказов предшествующих ему и последующих за ним станков. В данном случае вывод об единичном значении $X_{N-1,3}(k)$ основывается на анализе состояния станка, предшествующего ему в конвейере (то есть $(N-2)$ -го станка и соответствующей ему координаты $X_{N-2,3}(k)$ при условии, что этот станок не является переналаживаемым). Для фиксации события «распространения» отказа l' -го (l'' -го) станка до $(N-1)$ -го станка используется выражение, аналогичное примененному в (10), в этом случае начальный вид уравнения состояния для $X_{N-1,3}(k)$ следующий:

$$X_{N-1,3}(k)=X_{N-1,3}(k)+[\delta(T,T_{отк}^{l'}+(h-p)T_0)+\delta(T,T_{отк}^{l''}+[(N'-p)+h]T_0)]X_{N-2,3}(k) \quad (13)$$

В том случае, когда отказал сам $(N-2)$ -й станок, определить значение $X_{N-1,3}(k)$ на основе анализа значения переменной $X_{N-2,3}(k)$ не является возможным. По аналогии с выражением (8) вывод о состоянии $(N-2)$ -го станка делается на основе анализа стратегии управления $U_{N-2}(k)$, связанной с его ремонтом. Вид модифицированного уравнения состояния для $X_{N-1,3}(k)$ следующий:

$$X_{N-1,3}(k)=X_{N-1,3}(k)+[\delta(T,T_{отк}^{l'}+(h-p)T_0)+\delta(T,T_{отк}^{l''}+[(N'-p)+h]T_0)]X_{N-2,3}(k)+\delta(T,T_{отк}^{N-2}+T_0)U_{N-2}(k). \quad (14)$$

Однако при принятии стратегии управления, определяющей совмещение ремонта l' -го (l'' -го) станка и переналадки $(N-1)$ -го (при $U_{N-1}(k)=1$), при «распространении» отказа l' -го (l'' -го) станка по конвейеру, переменная $X_{N-1,3}(k)$ не должна принимать единичного значения. Поэтому при условии $U_{N-1}(k)=1$

нулевое значение $X_{N-1,3}(k)$ определяется по следующему выражению (условие реализации совместных переналадки и ремонта отказавших станков):

$$X_{N-1,3}(k) = X_{N-1,3}(k) + [\delta(T, T_{отк}^{I'} + (h-p)T_0) + \delta(T, T_{отк}^{I''} + [(N' - p) + h]T_0)]X_{N-2,3}(k) + \delta(T, T_{отк}^{N-2} + T_0)U_{N-2}(k) + [\delta(T, T_{отк}^{I'} + (h-p)T_0) + \delta(T, T_{отк}^{I''} + [(N' - p) + h]T_0)]U_{N-1}(k).$$

При отказе самого $(N-1)$ -го станка выражение, учитывающее стратегию $U_{N-1}(k)=1$, оказывать влияние на значение переменной $X_{N-1,3}(k)$ не будет (т.е. $I' \neq N-1$, $I'' \neq N-1$).

В случае, когда станок $(N-1)$ не пребывал в состоянии блокировки, а находился в состоянии переналадки (при $U_{N-1}(k)=-1$ переменная $X_{N-1,3}(k)=0$) завершение процесса восстановления отказавшего I' -го (I'' -го) станка не влияет на состояние $(N-1)$ -го станка (значение переменной остается неизменным и $X_{N-1,3}(k)=0$). Поэтому, полученное ранее выражение может быть модифицировано и приведено к виду:

$$X_{N-1,3}(k) = [1 - \delta(T - (T_{отк}^{I'} + T_0), t_{рем}^{I'} + (h-p)T_0) - \delta(T - (T_{отк}^{I''} + T_0), t_{рем}^{I''} + [(N' - p) + h]T_0)]X_{N-1,3}(k) + [\delta(T, T_{отк}^{I'} + (h-p)T_0) + \delta(T, T_{отк}^{I''} + [(N' - p) + h]T_0)]X_{N-2,3}(k) + \delta(T, T_{отк}^{N-2} + T_0)U_{N-2}(k) + [\delta(T, T_{отк}^{I'} + (h-p)T_0) + \delta(T, T_{отк}^{I''} + [(N' - p) + h]T_0)]U_{N-1}(k).$$

Уравнение состояния для фазовой координаты $X_{N-1,4}(k)$ сформировано по аналогии с уравнением для фазовой координаты $X_{N4}(k)$ и имеет вид:

$$X_{N-1,4}(k+1) = X_{N-1,4}(k) + [\delta(T, T_{отк}^{N-1} + T_0) - \delta(T - (T_{отк}^{N-1} + T_0), t_{рем}^{N-1})]U_{N-1}(k). \quad (15)$$

Логика формирования выражения для фазовой координаты $X_{N-1,5}(k)$, характеризующей пребывание станка в состоянии переналадки, аналогична логике формирования уравнения состояния для координаты $X_{N-1,4}(k)$. Полученное выражение имеет вид:

$$X_{N-1,5}(k+1) = X_{N-1,5}(k) - [\delta(T, T_{отк}^{I'} + (h-P)T_0) - \delta(T - (T_{отк}^{I'} + (h-P)T_0), t_{пер}^{N-1}) + \delta(T, T_{отк}^{I''} + [(N-P) + h]T_0) - \delta(T - (T_{отк}^{I''} + [(N-P) + h]T_0), t_{пер}^{N-1})]U_{N-1}(k).$$

Рассуждения, положенные в основу формирования уравнений состояния для фазовых координат не переналаживаемого станка, могут быть использованы для построения аналогичных выражений, посредством которых определяются переменные состояния для первого станка конвейера, который также является не переналаживаемым. Особенности формирования уравнений являются:

1) зависимость состояния первого станка конвейера от состояния последнего, что позволяет учитывать влияние отказов и восстановлений оборудования конвейера и изменять состояния работоспособных станков конвейера при реализации указанных событий;

2) отказывающие и восстанавливаемые станки являются следующими за первым в технологической цепочке, что определяет требования к формированию аргументов символа Кронекера $\delta()$.

Построенное выражение для $X_{I1}(k)$ учитывает влияние возможных отказов «других» единиц оборудования ГПС и действие стратегии природы $V_i(k)$ и имеет вид:

$$X_{I1}(k+1) = [1 - \delta(T, T_{отк}^{I''} + [(N-P) + h]T_0)]X_{I1}(k) - \delta(T, T_{отк}^1)V_1(k) + \delta(T - (T_{отк}^1 + T_0), t_{рем}^1)U_1(k). \quad (16)$$

В силу зависимости состояния первого станка от состояния последнего перевод станка 1 из состояния блокировки в состояние функционирования возможен при работоспособном состоянии N -го станка (т.е. при $X_{I1}(k)=1$). Модифицированное выражение (16) имеет вид:

$$X_{I1}(k+1) = [1 - \delta(T, T_{отк}^{I''} + [(N' - p) + h]T_0)]X_{I1}(k) - \delta(T, T_{отк}^1)V_1(k) + \delta(T - (T_{отк}^1 + T_0), t_{рем}^1)U_1(k) + \delta(T - (T_{отк}^{I''} + T_0), t_{рем}^{I''} + [(N-P) + h]T_0)X_{N1}(k). \quad (17)$$

В выражении (17) индекс p определяет порядковый номер отказавшего I'' -го станка в технологической цепочке, индекс h – порядковый номер 1-го станка в технологической цепочке (соответственно, $h=1$), индекс N' – порядковый номер N -го станка в технологической цепочке.

В тоже время выражение (17) не учитывает возможность совместной с ремонтом 1-го или I'' -го станков переналадки $(N-1)$ -го станка (т.е. $U_{N-1}(k)=-1$). При этом возможно:

- 1) более раннее окончание ремонта станка 1, чем переналадки $(N-1)$ -го станка;
- 2) более раннее окончание переналадки $(N-1)$ -го станка по сравнению с ремонтом 1-го.

Соответствующие уравнения состояния для переменной $X_{I1}(k)$, учитывающее две приведенные выше особенности реализации совмещенных ремонта 1-го станка и переналадки $(N-1)$ -го, имеет вид:

$$X_{I1}(k+1) = [1 - \delta(T, T_{отк}^{I''} + [(N' - p) + h]T_0)]X_{I1}(k) - \delta(T, T_{отк}^1)V_1(k) + (1-S)\delta(T - (T_{отк}^1 + T_0), t_{рем}^1)U_1(k) + \delta(T - (T_{отк}^{I''} + T_0), t_{рем}^{I''} + [(N' - p) + h]T_0)X_{N1}(k) + (1-S)\delta(T - (T_{отк}^1 + T_0), t_{рем}^1)U_{N-1}(k). \quad (18)$$

Коэффициент $(1-S)$ в слагаемом, содержащем стратегию $U_1(k)$ позволяет учитывать более раннее окончание переналадки $(N-1)$ -го станка, а в слагаемом, содержащем стратегию $U_{N-1}(k)$ – одновременное окончание ремонта 1-го и переналадки $(N-1)$ -го станков.

Фазовая координата $X_{I2}(k)$ определяет пребывание станка 1 в состоянии отказа. Вид уравнения состояния для фазовой координаты $X_{I2}(k)$ следующий:

$$X_{I2}(k+1) = X_{I2}(k) + \delta(T, T_{отк}^1)V_1(k) - \delta(T, T_{отк}^1 + T_0)U_1(k).$$

Исходные предпосылки при формировании уравнения состояния для фазовой координаты $X_{I3}(k)$ предполагают:

1) реализацию отказа I'' -ой единицы оборудования конвейера, что в силу осуществляемого “распространения” отказа I'' -го станка обеспечит простой (блокировку) N -го станка (переменная $X_{N3}(k)=0$); по причине связи (логической) первый станок через интервал времени T_0 должен быть переведен в состояние блокировки ($X_{I3}(k)=0$).

2) реализацию отказа N -го станка конвейера, который контролируется путем анализа стратегии ремонта $U_N(k)$;

3) реализацию восстановления I'' -ого станка, следующего в конвейерной цепочке за первым, что обуславливает (при условии $U_{N-1}(k)=0$) перевод фазовой координаты $X_{I3}(k)$ в нулевое состояние.

В силу выполненных рассуждений уравнение состояния для фазовой координаты $X_{I3}(k)$ сформировано в следующем виде:

$$X_{I3}(k+1) = [1 - \delta(T - (T_{отк}^{I''} + T_0), t_{рем}^{I''} + [(N' - p) + h]T_0)]X_{I3}(k) + \delta(T, T_{отк}^{I''} + [(N' - p) + h]T_0)]X_{N3}(k) + \delta(T, T_{отк}^N + T_0)U_N(k) \quad (19)$$

где в символе Кронекера $\delta()$, учитывающем окончание ремонта, индекс I'' может принимать значение N .

При реализации совместных стратегий управления, связанных с ремонтом 1-го (I'' -го) станка и переналадкой $(N-1)$ -го ($U_{N-1}(k)=-1$), более раннее окончание ремонта 1-го или I'' -го станков не должно (при реализации $U_{N-1}(k)=-1$) обеспечивать перевод $X_{I3}(k)$ в нулевое состояние. Отсюда модифицированный вид уравнения состояния (19) следующий:

$$X_{I3}(k+1) = [1 - \delta(T - (T_{отк}^{I''} + T_0), t_{рем}^{I''} + [(N' - p) + h]T_0)]X_{I3}(k) + \delta(T, T_{отк}^{I''} + [(N' - p) + h]T_0)]X_{N3}(k) + \delta(T, T_{отк}^N + T_0)U_N(k) - [\delta(T - (T_{отк}^1 + T_0), t_{рем}^1) + \delta(T - (T_{отк}^m + T_0), t_{рем}^m + [(N' - p) + h]T_0)]U_{N-1}(k) \quad (20)$$

где индекс $m \neq N-1$, в то время как может быть $I''=N-1$ при отказе $(N-1)$ -го станка, т.е. I'' может принимать любые значения, больше 1.

Окончания переналадки приведет к переводу флага S технологической цепочки в единичное состояние, что обусловит единичное значение $X_{I3}(k)$ при окончании ремонта m -го станка ($m \neq N-1$) либо 1-го станка технологической цепочки. Вид уравнения состояния для $X_{I3}(k)$, вытекающий из сформулированных на основе анализа происходящих в конвейере событий, следующий:

$$X_{I3}(k+1) = [1 - \delta(T - (T_{отк}^{I''} + T_0), t_{рем}^{I''} + [(N' - p) + h]T_0) + S\delta(T - (T_{отк}^m + T_0), t_{рем}^m + [(N' - p) + h]T_0)]X_{I3}(k) + \delta(T, T_{отк}^{I''} + [(N' - p) + h]T_0)]X_{N3}(k) + \delta(T, T_{отк}^N + T_0)U_N(k) - [\delta(T - (T_{отк}^m + T_0), t_{рем}^m + [(N' - p) + h]T_0) + \delta(T - (T_{отк}^1 + T_0), t_{рем}^1)]U_{N-1}(k) + S\delta(T - (T_{отк}^1 + T_0), t_{рем}^1)U_1(k). \quad (21)$$

Недостатком выражения (21) является то, что при реализуемом “распространении” восстановления m -го станка и закончившейся переналадкой ($U_{N-1}(k)=-1$ и $S=1$) значение переменной $X_{I3}(k)$ не будет соответствовать допустимому множеству значений $\{0,1\}$. Для устранения данного недостатка необходимо при завершении переналадки исключить влияние стратегии $U_{N-1}(k)=-1$ на значение $X_{I3}(k)$. Модифицированный вид уравнения (21):

$$X_{13}(k+1)=[1-\delta(T-(T_{отк}^{l''}+T_0),t_{рем}^{l''})+[(N-P)+h]T_0)+S\delta(T-(T_{отк}^m+T_0),t_{рем}^m+[(N'-p)+h]T_0)]X_{13}(k)+\delta(T,T_{отк}^{l''}+[(N'-p)+h]T_0)]X_{N3}(k)+\delta(T,T_{отк}^N+T_0)U_N(k)-(1-S)[\delta(T-(T_{отк}^m+T_0),t_{рем}^m+[(N'-p)+h]T_0)+\delta(T-(T_{отк}^1+T_0),t_{рем}^1)]U_{N-1}(k)+S\delta(T-(T_{отк}^1+T_0),t_{рем}^1)U_1(k).$$

Уравнения состояния для фазовых координат $X_{14}(k)$ и $X_{15}(k)$ сформированы по аналогии с такими же уравнениями для N -го станка и имеют вид:

$$X_{14}(k+1)=1-\delta(T-(T_{отк}^1+T_0),t_{рем}^1)X_{14}(k)+\delta(T,T_{отк}^1+T_0)U_1(k)$$

$$X_{15}(k+1)=X_{15}(k),$$

при этом $-X_{14}(0)=0, X_{15}(0)=0$.

Уравнения состояния для фазовых координат, определяющих функционирование другой (второй) технологической цепочки формируются в соответствии с аналогичными рассуждениями.

Сформированная дискретная модель технологического процесса позволяет фиксировать изменение состояний оборудования под влиянием стратегий природы (отказы и восстановления) и управлений. Для моделирования задач оптимизации планирования сформирована система уравнений, позволяющая на основе анализа состояний оборудования определять количественные характеристики, связанные с эффективностью работы ГПС. Система уравнений, позволяющая определять количественные характеристики работы конвейера для оценки ее эффективности имеет вид:

$$G_1^1(k+1)=G_1^1(k)+q_1\prod_{k=1}^{N'}X_{k1}^1(k),$$

$$G_1^2(k+1)=G_1^2(k)+(1-s)q_1(1-\prod_{k=1}^{N'}X_{k1}^1(k)),$$

$$G_2^1(k+1)=G_2^1(k)+q_2\prod_{k=1}^{N''}X_{k1}^2(k),$$

$$G_2^2(k+1)=G_2^2(k)+sq_2(1-\prod_{k=1}^{N''}X_{k1}^2(k)),$$

где G_i^1 – количество выпущенных изделий первого и второго типов (доход от оптимального планирования загрузки ГПС), G_i^2 – «доход» природы от пребывания ГПС в неработоспособном состоянии для первого и второго изделий соответственно, q_i – производительность работы конвейера при выпуске первого и второго изделий, s -индекс технологической цепочки, переменная X_{k1}^j является фазовой координатой процесса, определяющей работоспособное состояние k -го станка, входящего в j -ю технологическую цепочку. Критерий качества процесса управления определен в следующем виде

$$J=[\sum_{k=0}^M(G_2^1(k)+G_2^2(k))+[(N_{mp}^1-G_1^1(M))+(N_{mp}^2-G_1^2(M))],$$

где N_{mp}^1, N_{mp}^2 – требуемое количество изделий первого и второго типов, которое должно быть выпущено к окончанию периода планирования. Выбор управляющих воздействий, предполагающих определенную последовательность ремонтов и переналадок, осуществляется в соответствии с требованием минимизации функционала J .

Другим возможным вариантом системы уравнений, построенной для количественной оценки эффективности процесса управления, является модель, сформированная по схеме «убегающий - догоняющий». В качестве убегающего здесь рассматривается процесс выпуска изделий без учета действия стратегий природы, связанных с отказами и восстановлением (т.е. невозмущенный процесс). Догоняющим, в свою очередь, является реальный процесс выпуска изделий, связанный с реализацией стратегий природы, определяющих отказы оборудования:

$$G_1(k+1)=G_1(k)+(1-s)q_1+sq_2,$$

$$G_2(k+1)=G_2(k)+q_1\prod_{k=1}^nX_{k1}^1(k)+q_2\prod_{k=1}^mX_{k1}^2(k),$$

где $G_1(k)$ – ожидаемый доход от выпуска изделий первого и второго типов (общее ожидаемое количество изделий) при функционировании технологического процесса без учета отказов оборудования, $G_2(k)$ – реальный доход (реальное количество выпущенных изделий) при учете отказов и восстановления оборудования. В этом случае функционал качества может быть сформулирован в следующем виде:

$$J=\sum_{k=0}^MG_1(k)-G_2(k).$$

Сформулированный в работе подход к формализации моделей функционирования конвейера механообработки может быть определен как событийно-временной метод моделирования дискретных систем.

Дальнейшее развитие выполненной работы связано с разработкой методов, позволяющих на основе использования сформулированной математической модели технологического процесса с отказами формировать оптимальную, с точки зрения минимизации простоев оборудования, последовательность ремонтов и переналадок.

Библиографический список

- Красовский Н.Н. Управление динамической системой / Н.Н. Красовский. — М.: Наука, 1985. — 520 с.
- Изерман Р. Цифровые системы управления / Р. Изерман. — М.: Мир, 1984. — 541 с.

Поступила в редакцию 02.03.2007 г.

