

УДК 681.323

В.В. Кирюхин

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: kvt@sevgtu.sebastopol.ua

ОБ ЭФФЕКТИВНОМ ИСПОЛЬЗОВАНИИ КВАДРУПЛЕТА КОМПЬЮТЕРОВ В ЦИФРОВЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ

Анализируется известный принцип принятия решения – принцип Apollo – компьютерной системой, включающей квадруплет (четверку) компьютеров для обеспечения высоконадежного управления. Показано, что при определенных условиях квадруплет функционирует не лучше, чем триплет. Предложены другие способы использования квадруплета, при которых надежность функционирования оказывается выше, чем в режиме Apollo.

Несмотря на успехи интегральной технологии в повышении надежности электронных средств обработки данных и управления, вероятность выдачи ошибочного решения системой управления сложными и дорогостоящими объектами остается заметно отличной от нуля. Выдача таких решений обусловлена в основном сбоями в работе оборудования, которые не фиксируются схемами контроля и диагностики; по существу «фиксируются» лишь последствия этих сбоев в виде аварий и катастроф, когда откорректировать систему управления уже невозможно. По-видимому, единственным методом, способным уменьшить эту вероятность, является метод маскирования, или нейтрализации последствий, сбоев. Метод предлагает введение в систему аппаратной или временной избыточности. Практика маскирования сбоев выработала довольно много способов использования такой избыточности, ставших уже классическими.

Одним из таких способов является метод, который, насколько нам известно, был впервые использован в вычислительной системе, управлявшей бортовым оборудованием американского космического корабля в проекте Apollo (высадка астронавтов на Луну) [1]. Система включала квадруплет, или четверку, компьютеров, из которых один был ведущим, а три остальных – ведомыми. В идеальных условиях для управления достаточно было бы одного из этих компьютеров. Однако в условиях сбоев каждый компьютер мог в принципе выдавать неверный сигнал, и потому было решено повысить надежность системы, организовав ее по схеме, изображенной на рисунке

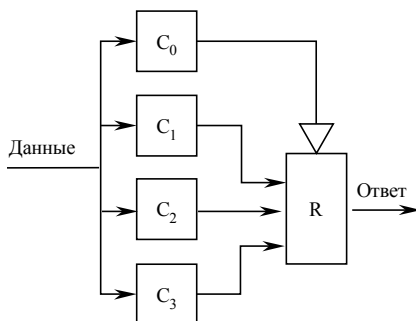


Рисунок 1 – ВС Apollo

1.

В начале цикла обработки длительностью τ на вход всех компьютеров поступают данные; компьютеры функционально идентичны и обрабатывают эти данные по идентичным программам. В конце цикла результаты обработки в форме двоичных ответов поступают на входы решающего элемента R . Этот элемент в качестве ответа системы выдает ответ ведущего компьютера C_0 , если он (ответ) подтвержден ответом хотя бы одного из ведомых компьютеров C_i , $i = 1, 2, 3$. В противном случае R выдает ответ ведомого компьютера

Надежность ВС Apollo можно охарактеризовать величиной Q_A – вероятностью выдачи неверного ответа после цикла обработки.

Для оценки Q_A воспользуемся следующей моделью. Пусть q_i – вероятность выдачи неверного ответа компьютером C_i , $i = 1, 2, 3$. Будем считать, что решающей элемент R абсолютно надежен – его сложность на несколько порядков меньше сложности любого компьютера.

Введем булевы переменные x_i , определив их следующим образом:

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{если компьютер } C_i \text{ выдает правильный ответ;} \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad i = 0, 1, 2, 3. \quad (1)$$

Определим далее булеву функцию $y(x_0, x_1, x_2, x_3)$:

$$y = \begin{cases} 1, & \text{если ВС выдает неправильный ответ;} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (2)$$

В соответствии с принципом Apollo теперь можно легко записать выражение для соответствующей функции y_A в совершенной дизъюнктивной нормальной форме:

$$y_A = \bar{x}_0 \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_0 x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_0 x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_0 x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_0 x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_0 \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3. \quad (3)$$

С помощью определений (1) и (2) и формы (3) можно вычислить искомую вероятность Q_A . Обозначим через $\Pr(\alpha)$ вероятность того, что функция (или переменная) α равна единице. Тогда, по определению, $\Pr(y_A) = Q_A$, $\Pr(\bar{x}_i) = q_i$, $\Pr(x_i) = 1 - \Pr(\bar{x}_i) = 1 - q_i$. Учитывая взаимную ортогональность (несовместимость) конъюнкций в представлении y_A по форме (3), имеем:

$$\Pr(y_A) = \Pr(\bar{x}_0) \Pr(\bar{x}_1) \Pr(\bar{x}_2) \Pr(\bar{x}_3) + \dots + \Pr(x_0) \Pr(\bar{x}_1) \Pr(\bar{x}_2) \Pr(\bar{x}_3),$$

или

$$Q_A = q_0 q_1 q_2 q_3 + q_0 q_1 (1 - q_2)(1 - q_3) + q_0 (1 - q_1) q_2 (1 - q_3) + q_0 (1 - q_1)(1 - q_2) q_3 + \\ + q_0 q_1 q_2 (1 - q_3) + q_0 q_1 (1 - q_2) q_3 + q_0 (1 - q_1) q_2 q_3 + (1 - q_0) q_1 q_2 q_3. \quad (4)$$

Формула (4) позволяет вычислить Q_A при произвольных значениях q_i . Нас же интересует случай, когда ненадежности всех ведомых компьютеров одинаковы, т.е. $q_i = q$, $i = 1, 2, 3$, но отличны от ненадежности q_0 ведущего компьютера. Подставляя эти значения в (4), получаем:

$$Q_A = 3q_0q - q^2(3q_0 - q). \quad (5)$$

Рассмотрим теперь систему из трех ведомых компьютеров, которые образуют триплет, работающий по мажоритарному принципу выдачи ответа (т.е. выходом системы является ответ большинства компьютеров). Известно (см., например, [2]), что вероятность Q_T выдачи неверного ответа такой системой определяется формулой:

$$Q_T = 3q^2 - 2q^3. \quad (6)$$

Квадруплет Apollo работает не хуже триплета только в случае, если

$$Q_A \leq Q_T. \quad (7)$$

Подставляя в (7) выражения Q_A и Q_T из (5) и (6), после несложных преобразований получаем:

$$q_0 \leq q. \quad (8)$$

Неравенство (8) означает, что применение системы Apollo целесообразно, если только надежность ведущей машины не меньше надежности ведомых. В случае $q_0 = q$ необходимость в ведущем компьютере отпадает, поскольку, как это следует из (5), $Q_A = Q_T$; более того, при $q_0 > q$ наличие ведущего компьютера только ухудшает надежность характеристики системы.

В случае $q_0 = q$ естественно задать вопрос, каким образом нужно изменить статус ведущего компьютера, чтобы повысить надежность системы-квадруплета, если такое вообще возможно.

Можно предложить, по меньшей мере, два режима работы такого квадруплета. Оба режима предполагают одну и ту же структуру квадруплета, отображенную на рисунке 2, но отличаются способом принятия решения элементом R . Соответствующую вычислительную систему назовем ВС Quadro.

В этой системе, в отличие от Apollo, все компьютеры равноправны. Они в течение времени τ обрабатывают одни и те же данные, после чего выдают двоичные ответы на входы решающего элемента R . Элемент R выдает ответ системы соответственно выбранному режиму, если для этого есть условия, либо дает команду на повторение обработки тех же данных, и т.д. Определим эти режимы.

Режим Quadro-Veto: элемент R выдает ответ лишь в случае совпадения ответа на выходах всех четырех компьютеров (режим вето).

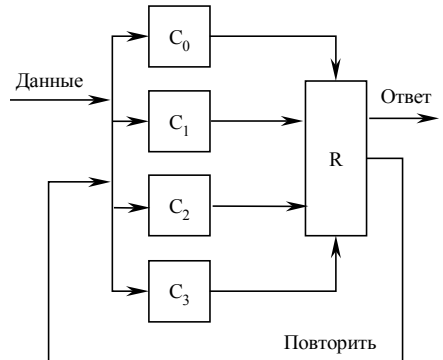


Рисунок 2 – ВС Quadro

Режим Quadro-Majority: элемент R выдает ответ по мажоритарному принципу (режим большинства).

Оба режима предполагают возможность отсутствия условия для выдачи ответа; это происходит в случае, когда два компьютера выдают один ответ, а два других – противоположный. Именно в таких случаях элемент R дает команду повторить вычисления. Введем в рассмотрение булеву функцию $z(x_0, x_1, x_2, x_3)$, определив ее следующим образом:

$$z = \begin{cases} 1, & \text{если элемент } R \text{ выдает ответ системы после цикла обработки;} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (9)$$

В режиме Quadro-Veto функция z (обозначим ее через z_V) имеет вид:

$$z_V = x_0 x_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3. \quad (10)$$

Далее, функция y_V , определенная по (2), в этом режиме выглядит как

$$y_V = \bar{x}_0 \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3. \quad (11)$$

Вероятность $\Pr(z_V)$ выдачи ответа системой Quadro-Veto в случае идентичных по надежности компьютеров, в соответствии с (9) и (10), равна

$$\Pr(z_V) = (1 - q)^4 + q^4, \quad (12)$$

а безусловная вероятность $\Pr(y_V)$ выдачи неверного ответа этой системой, согласно (11), равна

$$\Pr(y_V) = q^4. \quad (13)$$

Надежность ВС Quadro в режиме Veto естественно оценивать условной вероятностью $Q_V = \Pr(y_V/z_V)$ того, что ВС выдает неверный ответ при условии, что она вообще выдает какой-либо ответ. Эту вероятность можно найти из уравнения:

$$\Pr(y_V) = \Pr(y_V/z_V) \cdot \Pr(z_V),$$

откуда

$$\Pr(y_V/z_V) = \frac{\Pr(y_V)}{\Pr(z_V)}. \quad (14)$$

Подставив в (14) значения вероятностей из (12) и (13), получим:

$$Q_V = \frac{q^4}{(1 - q)^4 + q^4}. \quad (15)$$

Адекватной оценкой относительного выигрыша в надежности ВС Quadro-Veto по сравнению с ВС Apollo при равнонадежных компьютерах является величина

$$\delta_V = \frac{Q_A - Q_V}{Q_A}.$$

Подставляя сюда значения Q_A и Q_V из выражений (5) (при $q_0 = q$) и (15), получаем

$$\delta_V(q) = 1 - \frac{q^2}{(3 - 2q)[(1 - q^4) + q^4]}. \quad (16)$$

Для значений q порядка 10^{-2} величина $\delta_V(q)$ приближается к 100%.

Этот выигрыш достигается ценой некоторого увеличения времени выдачи ответа. ВС Apollo выдает ответ через время $T_A = \tau$, а ВС Quadro-Veto – через случайное время, кратное τ . Оценим среднее значение T_V этого времени. По существу, число попыток выдачи ответа системой Quadro-Veto подчиняется закону Бернулли с вероятностью успеха, равной $\text{Pr}(z_V)$ и определяемой по формуле (12). Следовательно,

$$T_V = \frac{\tau}{(1 - q)^4 + q^4}. \quad (17)$$

Нетрудно установить, что максимум функции (17) на отрезке $[0, 1]$ достигается при $q = 1/2$ и равен 8τ . Следовательно, $T_V \leq 8\tau$. Однако представляют интерес значения $q \leq 10^{-2}$. При этом для оценки T_V можно воспользоваться ее разложением в ряд Маклорена

$$T_V(q) = \tau + 4\tau q + O(q^2)\tau, \quad (18)$$

ограничиваясь первыми двумя членами. С учетом (18) относительное удлинение t_V времени принятия решения $t_V = (T_V - T_A)/T_A$ тогда составит величину

$$t_V = 4q, \quad (19)$$

что при $q \leq 10^{-2}$ не больше 4%.

Что касается ВС Quadro-Majority, то эта система есть не что иное, как частный случай ВС NCR, предложенной ранее в работе [3], при $N=4$. Обозначая через δ_M и t_M соответственно относительное увеличение надежности и среднего времени выдачи ответа системой по сравнению с ВС Apollo и воспользовавшись оценками, полученными в [3], имеем, при $q \leq 10^{-2}$:

$$\delta_M = \frac{(1 - q)^2}{1 - \frac{2q}{3}} - O(q^3), \quad (20)$$

$$t_M = 6q^2. \quad (21)$$

Оценки (20) и (21) имеют тот же порядок, что и оценки (16) и (19) для ВС Quadro-Veto.

Таким образом, для достаточно надежных компьютеров, составляющих квадруплет, ВС Quadro обеспечивает почти 100%-ное относительное увеличение надежности по сравнению с ВС Apollo; это достигается ценой незначительного, порядка нескольких процентов, удлинения среднего вре-

мени выдачи ответа системой.

В перспективе дальнейших исследований предполагается получить оптимальное управление переключением режимов, обеспечивающее максимум надежности ВС на всем интервале ее функционирования.

Библиографический список

1. Головкин Б.А. Параллельные вычислительные системы / Б.А. Головкин. — М.: Наука, 1980. — 520 с.
2. Пирс У. Построение надежных вычислительных машин / У. Пирс. — М.: Мир, 1968. — 270 с.
3. Kiryukhin V.V. A quadruple-computer redundant type fault-tolerant system / V.V. Kiryukhin, A.M. Chernykh // Proc. of the 3-rd USA-Japan Computer Conference, San Francisco, oct. 1978 y. — San Francisco, 1978. — P. 374–377.

Поступила в редакцию 29.01.2003 г.