

УДК 681.5.09

О.В. Филипович, В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин
МОДЕЛИРОВАНИЕ УЧАСТКОВ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ
ЛИНИЙ

Рассматриваются вопросы моделирования различных типов участков асинхронных автоматизированных линий, приводятся практические результаты моделирования участков с абсолютно надежным накопителем и стохастическим временем резерва.

Полумарковская итерационная модель однопоточной асинхронной автоматизированной линии (ААЛ), рассмотренная в [1], позволяет определить ее производительность с учетом надежностных характеристик входящего в линию основного и вспомогательного технологического оборудования, а также средние величины очередей в накопителях. В данную модель ААЛ в виде составляющих входят полумарковские модели участков линии. Под участком понимается совокупность последовательно стоящих технологической ячейки (ТЯ) и накопителя (H), структура участков различного типа в формализованном виде показана на рисунке 1.

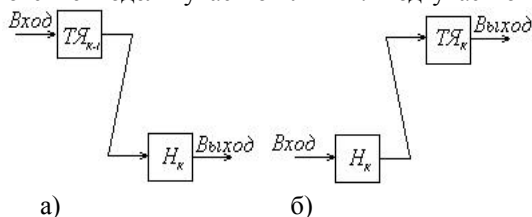


Рисунок 1 – Структура участков ААЛ

Участок, показанный на рисунке 1,а называется сопряженным, накопитель H_k создает временной резерв в случае отказа ячейки $ТЯ_{k-1}$, производя выдачу деталей на последующий элемент линии. На рисунке 1,б изображен основной участок линии. При отказе $ТЯ_k$ резервирование времени на ее восстановление также осуществляется H_k . Математическое описание участков обоих типов идентично, различие состоит лишь в определении временного резерва, создаваемого накопителем.

В настоящее время существуют несколько полумарковских моделей рассмотренных элементов ААЛ. Модель, рассмотренная в [2], исходными данными которой являются функции распределения времен отказов и восстановлений ТЯ (H считается абсолютно надежным), а также временной резерв, обеспечиваемый накопителем, позволяет заменить участок (как основной так и сопряженный) простейшим эквивалентным элементом с двумя факторными состояниями. Недостатком модели является допущение о постоянном (неслучайном) временном резерве накопителя, который, на самом деле, является произведением двух случайных величин: очереди и времени обслуживания ТЯ, стоящей до или после H (в зависимости от того,

какого типа участок рассматривается).

Модель, рассмотренная в [3], является более адекватной с точки зрения математического описания времени резерва, создаваемого межоперационным накопителем: для нахождения функции распределения данной случайной величины там принималось допущение о том, что длина очереди в H_k является неслучайной величиной, равной математическому ожиданию L_k . При этом плотности распределения временного резерва накопителя основного и сопряженного участков соответственно определяются по формулам [3]

$$f_{12}(t) = \left| \frac{1}{K_k - L_k} \right| f_{k-1} \left(\frac{t}{K_k - L_k} \right); \quad (1)$$

$$f_{12}(t) = \left| \frac{1}{L_k} \right| f_k \left(\frac{t}{L_k} \right), \quad (2)$$

где $f_{k-1}(t)$ ($f_k(t)$) – плотность распределения времени обслуживания единицы продукции технологической ячейкой $ТЯ_{k-1}$ ($ТЯ_k$); K_k – емкость k -го накопителя.

Зная плотности распределения, определяемые соотношениями (1) и (2), можно найти функцию распределения временного резерва H_k :

$$F_{12}(t) = \int_0^t f_{12}(\xi) d\xi.$$

Функция распределения времени восстановления участка в целом (с абсолютно надежным накопителем) определяется соотношением:

$$G(t) = \frac{\int_0^\infty [F_{10}(t+y) - F_{10}(y)] F_{12}(dy)}{\int_0^\infty [1 - F_{10}(y)] F_{12}(dy)}, \quad (3)$$

где $F_{10}(t)$ ($f_{10}(t)$) – функция (плотность) распределения времени восстановления технологической ячейки.

Функция распределения времени наработки на отказ участка с учетом стохастичности времени резерва накопителя определяется зависимостью [3]

$$F(t) = \int_0^t f_{01}(t-u) \int_0^u F_{12}(z) f_{10}(z) dz du +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t f_{01}(t-u) \int_0^u \theta_n(t-y) \int_0^y F_{12}(z) f_{10}(z) dz dy du, \quad (4)$$

где $f_{01}(t)$ – плотность распределения времени наработки на отказ $ТЯ$; $\theta_n(t)$ – n -кратная свертка плотностей $f_{01}(t)$ и $q_{10}(t) = F_{10}(t)f_{12}(t)$, равная:

$$\theta_n(t) = (q_{10} * f_{01})^{(n)}(t).$$

Коэффициент готовности участка можно оценить как

$$K_G = \frac{M_F}{M_G + M_F}, \quad (5)$$

где M_G, M_F – математические ожидания времен восстановления и наработки на отказ участка в целом соответственно:

$$M_G = \int_0^{\infty} \bar{G}(t) dt; \quad \bar{G}(t) = 1 - G(t);$$

$$M_F = \int_0^{\infty} \bar{F}(t) dt; \quad \bar{F}(t) = 1 - F(t).$$

Средняя длина очереди в накопителе H определяется при помощи модели, рассмотренной в [4] для анализа системы массового обслуживания (ячейка – накопитель – ячейка) типа G/G/1/K, построенной на базе решения стационарного уравнения Фоккера-Планка третьего порядка.

Здесь задача ставится следующим образом: получить практические результаты моделирования основного и сопряженного участков, считая накопитель абсолютно надежным, а временной резерв, создаваемый им – стохастической величиной, используя при этом формулы (3)–(5), определить функции распределения наработки на отказ $F(t)$ и восстановления $G(t)$ соответствующих участков в целом и их коэффициент готовности.

Основную сложность в расчетах представляет определение функции $\theta_n(t)$ при $n > 3$. Для упрощения этой процедуры используется следующий прием: функции $f_{01}(t)$ и $q_{10}(t)$ преобразуются по Лапласу, в области изображений ищется их n -кратное произведение (известно, что свертке оригиналов соответствует произведение изображений), затем полученное изображение при помощи обратного преобразования Лапласа переводится в область оригиналов. Для выполнения указанной операции и моделирования всей системы используется математический пакет Maple VI.

Предположим, что времена обслуживания ячейками единицы продук-

ции и между их отказами распределены в соответствии с обобщенным законом Эрланга второго порядка, а времена восстановлений $TЯ$ распределены экспоненциально, т.е.

$$f(t) = \frac{\theta_1 \theta_2}{\theta_2 - \theta_1} (e^{-\theta_1 t} - e^{-\theta_2 t});$$

$$f_{01}(t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t});$$

$$f_{10}(t) = \mu e^{-\mu t},$$

где $\theta_1, \theta_2, \lambda_1, \lambda_2, \mu$ – параметры соответствующих распределений.

Моделирование участков производится со следующими параметрами (все параметры приведены в условных единицах (у.е.)):

– математические ожидания и дисперсии времен обслуживания, между отказами и восстановления $TЯ_{k-1}$ соответственно равны: $M_{об(k-1)} = 0,02$ у.е., $M_{ом(k-1)} = 0,3$ у.е., $M_{вост(k-1)} = 0,5$ у.е.; $D_{об(k-1)} = 0,0003$ (у.е.)², $D_{ом(k-1)} = 0,06$ (у.е.)²;

– математические ожидания и дисперсии времен обслуживания, между отказами и восстановления $TЯ_k$ соответственно равны: $M_{об(k)} = 0,025$ у.е., $M_{ом(k)} = 0,5$ у.е., $M_{вост(k)} = 0,3$ у.е.; $D_{об(k)} = 0,0004$ (у.е.)², $D_{ом(k)} = 0,19$ (у.е.)²;

– емкость накопителя $K = 15$; порядок сверток $n = 5$.

Следует отметить, что при подборе параметров величин, распределенных в соответствии с обобщенным законом Эрланга второго порядка, коэффициент вариации должен лежать в пределах от 0,7 до 1, что несколько сужает область применения данного закона.

При моделировании системы с указанными выше параметрами очередь в накопителе составляет $L_k = 12,044$. Графики зависимостей функций распределения времен наработки на отказ и восстановления для сопряженного участка изображены на рисунке 2, для основного – на рисунке 3.

Математические ожидания времен наработки на отказ и восстановления, а также коэффициенты готовности сопряженного и основного участков составили соответственно:

$$M_{F_{конп}} = 1,47 \text{ у.е.}; \quad M_{G_{конп}} = 0,5 \text{ у.е.}; \quad K_{Г(конп)} = 0,74;$$

$$M_{F_{осн}} = 0,97 \text{ у.е.}; \quad M_{G_{осн}} = 0,3 \text{ у.е.}; \quad K_{Г(осн)} = 0,76.$$

Целесообразно произвести следующие исследования:

1) проследить за изменением зависимости коэффициентов готовности основного и сопряженного участков от емкости накопителя H_k при данных параметрах моделирования;

2) исследовать зависимость коэффициентов готовности участков от средней длины очереди в накопителе (изменение очереди в H_k

Рисунок 2 – Графики зависимости функций распределения времен наработки на отказ $F(t)$ и восстановления $G(t)$ сопряженного участка

Рисунок 3 – Графики зависимости функций распределения времен наработки на отказ $F(t)$ и восстановления $G(t)$ основного участка

достигается варьированием параметров времени обслуживания ячейкой $ТЯ_{k-1}$ при неизменных параметрах времени обслуживания ячейкой $ТЯ_k$) при емкости накопителя $K_k = 20$ мест.

Результаты моделирования сведены в таблицы 1 и 2 соответственно.

Таблица 1 – Зависимости $K_T=f(K_k)$ для основного и сопряженного участков

Величины	Емкость накопителя K_k						
	0	5	10	15	20	25	30
K_T сопряженного участка	0,61	0,65	0,7	0,74	0,78	0,81	0,83
K_T основного участка	0,72	0,75	0,76	0,76	0,77	0,77	0,77
Средняя длина очереди в H_k	0	3,14	7,33	12,04	16,96	21,94	26,93

Таблица 2 – Зависимости $K_T=f(L_k)$ для сопряженного и основного участков

Исходные данные для моделирования							
Параметры времени обслуживания $ТЯ_k$: $M_{об(k)} = 0,025$ $D_{об(k)} = 0,0004$							
Параметры времени обслуживания $ТЯ_{k-1}$:	$M_{об(k-1)}$	0,03	0,028	0,026	0,024	0,022	0,02
	$D_{об(k-1)}$	0,0007	0,0006	0,0005	0,0004	0,0004	0,0003
Результаты моделирования							
Средняя длина очереди в H_k		3,94	5,53	8,22	11,87	15,06	16,96
K_T сопряженного участка		0,662	0,68	0,71	0,74	0,77	0,79
K_T основного участка		0,89	0,88	0,86	0,83	0,79	0,76

Как видно из таблицы 1, коэффициент готовности основного участка с увеличением емкости накопителя достаточно быстро растет, в то время как прирост коэффициента готовности сопряженного участка осуществляется

незначительно. Это обусловлено, в первую очередь, тем, что очередь в H_k составляет больше половины его емкости (математическое ожидание времени обслуживания $ТЯ_{k-1}$ больше соответствующего параметра $ТЯ_k$), а вследствие этого временной резерв, создаваемый накопителем, основного участка гораздо больше, чем у сопряженного. Результаты моделирования, приведенные в таблице 2, в некотором смысле доказывают адекватность рассматриваемой модели: увеличение времени резерва участка приводит к увеличению его коэффициента готовности и наоборот.

Многочисленное моделирование систем подобного типа позволяет отметить следующую особенность: чем больше емкость накопителя H_k , тем больший порядок сверток n и точность расчетов необходимо брать для схожимости функции $F(t)$ к единице, что резко увеличивает время моделирования системы (в среднем такое время составляет 120...150 с). Полученные результаты в общем доказывают адекватность приведенной модели и могут быть использованы при построении моделей более сложных систем, таких как асинхронные автоматизированные линии.

Библиографический список

1. Копп В.Я. Итерационный подход при построении полумарковских моделей асинхронных автоматизированных линий / В.Я. Копп // Вестн. СевГТУ: Сб. науч. тр. — Севастополь, 2000. — Вып. 27. — С. 73–80.
2. Копп В.Я. Полумарковская модель производственной ячейки, снабженной временным резервом / В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин, Е.Н. Машенко // Вестн. СевГТУ: Сб. науч. тр. — Севастополь, 1996. — Вып. 2. — С. 41–53.
3. Филипович О.В. Моделирование участков автоматизированных линий с учетом стохастического характера межоперационных заделов / О.В. Филипович, В.Я. Копп, Л.В. Галкина // Сб. науч. тр. СИЯЭиП. — Севастополь, 2001. — Вып. 5. — С. 213–217.
4. Филипович О.В. Использование уравнения Фоккера-Планка при анализе СМО типа G/G/1/K / О.В. Филипович, В.Я. Копп, М.В. Заморенов // Оптимизация производств. процессов: Сб. науч. тр. — Севастополь, 2000. — Вып. 3 — С. 56–60.

Поступила в редакцию 11.03.2003 г.