

УДК 681.516.35

В.П. Долгин

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua

МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ САУ

Изложен метод обеспечения заданных динамических характеристик систем автоматического управления на примере системы управления перемещением суппорта станка с ЧПУ.

Точность и производительность станков с ЧПУ в значительной мере зависят от точности и быстродействия приводов подачи формообразующих движений. Для повышения точности обработки применяют замкнутые системы автоматического управления (САУ) приводами таких движений [1,2]. Изменение технологических режимов обработки, жесткости системы и других внешних и внутренних факторов влияет на режим работы САУ и может привести к нарушению ее устойчивости. При малой жесткости упругого элемента технологической системы, включающей деталь, зажимное приспособление, суппорт и инструмент, возникает колебательный процесс, приводящий к изменению величины упругой деформации и ухудшающий качество обрабатываемой поверхности. Итак, возникают две задачи при построении системы управления: обеспечение устойчивости системы и заданного уровня упругой деформации (к настоящему времени не имеет решения) для получения требуемого качества поверхности при возможных изменениях параметров режимов и характеристик упругого элемента.

На рисунке 1 показана типовая САУ токарной обработки станка с ЧПУ, где обозначено: 1 – двигатель постоянного тока, 2 – ходовой винт, 3 – поперечный суппорт, 4 – измерительный прибор угла поворота, 5 – тиристорный

(транзисторный) преобразователь, 6 – деталь, 7 – патрон, 8 – резец, 9 – револьверная головка, УС – устройство сравнения, U_z – задающий сигнал системы ЧПУ, U_0 –

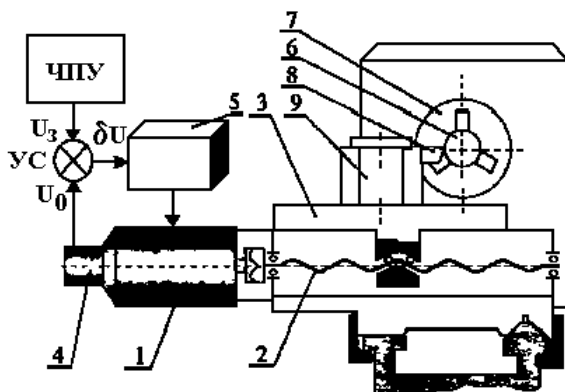


Рисунок 1 - САУ привода поперечного суппорта

сигнал измерительного прибора 4, $\delta U = U_s - U_0$ – сигнал ошибки.

Таким образом, целью управления является обеспечение точности формообразования профиля в процессе резания, которое определяется фактической глубиной резания. Известные подходы к решению этой задачи [1,2] труднореализуемы из-за сложности обеспечения устойчивости нелинейной динамической системы. Рассмотрим рекуррентный метод [3] построения желаемой САУ.

Описание системы. Для аналитического описания системы представим ее структуру в виде блок-схемы (рисунок 2) с указанием

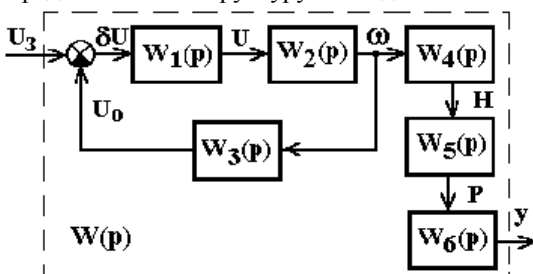


Рисунок 2 - Блок - схема САУ

уравнений каждого из блоков.

Дифференциальные уравнения звеньев системы, представленной рисунком 1, и их передаточные функции по блок-схеме, изображенной на рисунке 2, для удобства анализа сведены в таблицу 1. При большом

разнообразии возможных параметров блоков системы и технологических режимов (подачи S , глубины резания H и скорости резания V в зависимости от условий механической обработки и используемого технологического оборудования) система управления может оказаться неустойчивой. Поэтому необходимо применить тот или иной метод обеспечения устойчивости системы управления.

Таблица 1 – Передаточные функции звеньев системы

Уравнение	Передаточная функция	Звено
$T_{mn} \frac{dU_{ex}}{dt} + U_{ex} = k_{mn} U_{ex}$	$W_1(p) = \frac{k_1}{T_1 p + 1}; k_1 = k_{mn};$ $T_1 = T_{ex}$	Преобразователь (5), $U_{ex} = \delta U$
$T_J T_M \frac{d^2 \omega}{dt^2} + T_M \frac{d\omega}{dt} + \omega = k_\delta U$	$W_2(p) = \frac{k_2}{T_e T_m p^2 + T_m p + 1};$ $T_e = T_J; T_m = T_M; k_2 = k_\delta$	Двигатель (1)
$H = k_{oc} \int_{t_0}^t \omega dt$	$W_3(p) = \frac{k_3}{p}; k_3 = k_{oc}$	Измеритель угла (4)

$H = k_{en} \int_{t_0}^t \omega dt$	$W_4(p) = \frac{k_4}{p}; k_4 = k_{en}$	Ходовой винт (2)
-------------------------------------	--	------------------

Продолжение таблицы 1

$T_p \frac{dP}{dt} + P = kH;$ $P = C_p H^x S^y V^n k_p;$ $k = C_p H_a^{x-1} x S_a^y V_a^n k_p$	$W_5(p) = \frac{k_5}{T_p p + 1}; k_5 = k;$ $k = \left(\frac{\partial P}{\partial H} \right)_a; a - \text{рабочая точка}$	Процесс резания (6)-(9)
$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} \frac{dy}{dt} + y = \frac{1}{c} P$	$W_6(p) = \frac{k_6}{T_6^2 p^2 + 2\xi T_6 p + 1};$ $k_6 = \frac{1}{c}; T_6 = \frac{1}{\omega_0}; \xi = d6$	Упругая система привода поперечного суппорта (3)

Компенсационный метод динамической коррекции. Рассмотрим метод динамической коррекции неустойчивой САУ введением производных выходного сигнала [3,4]. Пусть САУ описывается операторной дробно-рациональной передаточной функцией вида

$$W(p) = b_0 / (a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n).$$

Представив по определению $W(p) = y/x$, получим после преобразований:

$$b_0 x = (a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n) y \quad \text{или} \quad b_0 x = \sum_{i=0}^n a_i y^{(i)}.$$

Для придания устойчивости системы необходимо изменить коэффициенты $a_0 \dots a_n$. Тогда уравнение системы примет вид $b_0 x = \sum_{i=0}^n (a_i + q_i) y^{(i)}.$

Абсолютно устойчивой будет система [3] с коэффициентами $a_i + q_i = Q_k \tau^i C_n^i; i \in [0..n]$, где τ – постоянная времени, C_n^i – биномиальный коэффициент, Q_k – масштабный коэффициент. Величина Q_k выбирается в зависимости от требуемого значения упругой деформации U_y : $Q_k = U_y b_0 / U_y$. При таком выборе Q_k заданный уровень деформации технологической системы можно обеспечить за счет введения коррекции без изменения ее технологических режимов (подачи, глубины, скорости резания и других). Тогда величина компенсации коэффициентов передаточной функции для придания устойчивости системе при обеспечении заданной величины упругой деформации может быть найдена как

$$q_i = Q_k \tau^i C_n^i - a_i. \quad (1)$$

Для реализации коррекции описанным методом удобно передаточную функцию системы представить в стандартной форме (разделив числитель и знаменатель передаточной функции на коэффициент a_0), приняв, например, постоянную времени как

$$\tau = \sqrt[n]{a_n}. \quad (2)$$

Желаемая переходная характеристика. Полученные результаты позволяют построить желаемую переходную характеристику скорректированной системы управления. Передаточная функция скорректированной системы имеет вид:

$$W_{\text{жс}}(p) = c_0 / \sum_{i=0}^n d_i p^i; \quad c_0 = U_y / U_z; \quad d_i = \tau^i C_n^i. \quad (3)$$

Зная передаточную функцию, можно построить переходную характеристику на основе обратного преобразования Лапласа $h(t) = L^{-1}\{X(p)W_{\text{жс}}(p)\}$, где $X(p)$ – изображение входного сигнала ($X(p) = L\{x\} = 1/p$ для входного единичного сигнала $x = 1(t)$) и определить предельные значения выходного сигнала системы

$$y(\infty) = x \lim_{p \rightarrow 0} (W_{\text{жс}}(p)) = c_0 x, \quad (4)$$

$$y(0) = x \lim_{p \rightarrow \infty} (W_{\text{жс}}(p)) = 0. \quad (5)$$

Реализация коррекции. Для реализации коррекции необходимо производить вычисление производных выходного сигнала. Наиболее простым можно считать метод вычисления производных, основанный на теореме о среднем дифференциального исчисления Лагранжа: $y'(\xi)h = y(k) - y(k-1)$, где $y'(\xi)$ – производная выходного сигнала, $y(k)$ и $y(k-1)$ – значения выходного сигнала на k -м и $(k-1)$ -м шаге соответственно, h – шаг по аргументу, $k-1 \leq \xi \leq k$. В этом случае для вычисления производных на произвольном шаге необходимо получить их начальные значения (при $k=0$). Начальные значения производных определяются [3] величиной входного сигнала в начальный момент времени

$$y_0^{(i)} = b_{n-i} x - \sum_{j=1}^i a_{n-j} y_0^{(i-j)}, \quad (6)$$

где (i) – порядок производной ($i = [0;n]$); 0 – номер шага. Найдем по теореме Лагранжа о среднем R_k^i – разделенную разность i -го порядка на k -м шаге

$$R_k^i = (R_k^{i-1} - R_{k-1}^{i-1})/h, \quad (7)$$

которую можно рекуррентно вычислить, определив начальные значения производных, где R_k^i – представляет значение i -й производной ($i = [1;n]$)

на k -м шаге ($k > 0$), принадлежащей интервалу $[k-1; k]$; $R_k^0 = y_k^0$, $y_k^0 = y_k$ – выходной сигнал системы управления, $R_0^i = y_0^i$ – начальные значения ($i = [0; n]$).

Замечание. Для введения коррекции необходимо вычесть из входного сигнала U_z сигнал коррекции $U_k = \frac{1}{b_0} \sum_{i=0}^n R_k^i q_i$. Тогда на вход САУ будет по-

дан сигнал управления $U_u = U_z - U_k$, как показано на рисунке 3, где

$$W_0(p) = b_0 / \sum_{i=0}^m p^i b_i, \quad m \text{ – порядок}$$

числителя передаточной функции системы $W(p)$, F – возмущение (изменение технологических режимов, жесткости системы и др.). После выполнения коррекции необходимо построить переходную характеристику для оценки качества коррекции.

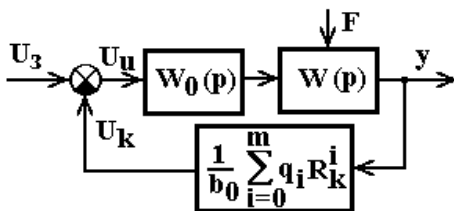


Рисунок 3 - Схема коррекции САУ

Вычисление переходной характеристики введено для сравнения желаемой и полученной характеристик. Вычисление переходной характеристики системы, описанной передаточными функциями ее звеньев и разностной процедурой введения коррекции, может быть осуществлено разностным методом [3]

$$Y_k^{(0)} = Y_{k-1}^{(0)} + hY_{k-1}^{(1)}; Y_k^{(1)} = Y_{k-1}^{(1)} + hY_{k-1}^{(2)}; \dots; Y_k^{(n-1)} = Y_{k-1}^{(n-1)} + hY_{k-1}^{(n)}; \quad (8)$$

$$Y_k^{(n)} = \frac{1}{a_n} \left(b_0 X_k - \sum_{i=0}^{n-1} a_i Y_k^{(i)} \right), \text{ где } (i) \text{ – порядок производной } (i = 0 \dots n).$$

Алгоритмическая модель. Рассмотренный метод коррекции реализован в виде алгоритмической MAPLE-модели DINAM-KOR.mws с разрядностью вычислений Digits:= 20, построенной по модульному принципу, где приняты следующие обозначения: W – передаточная функция системы, $W1; W2; \dots$ – передаточные функции звеньев, m (n) – порядок числителя (знаменателя) передаточной функции системы, $b[i]$ – коэффициенты числителя передаточной функции системы ($i=0 \dots m$), $a[j]$ – коэффициенты знаменателя передаточной функции системы ($j=0 \dots n$), Y – выходной сигнал, Y_u – установившееся значение Y до введения коррекции, U_z – входной сигнал, U_k – сигнал коррекции, U_u – управляющий сигнал, U_y – допустимое значение упругой деформации. В блоке 1 введены параметры звеньев системы.

> restart; Digits:=20:

DINAM-KOR.mws. КОРРЕКЦИЯ САУ ПРИВОДОМ ПОПЕРЕЧНОЙ ПОДАЧИ.

> # Блок 1. Параметры звеньев системы

T1:=.03: Te:=.05: Tm:=.03: T5:=.01: T6:=1/300: d6:=.5: K1:=20.:

K2:=1.: K3:=1.: K4:=8/(2*Pi): K6:=1/50000: Cp:=3000: V:=110:

Kp:=1.2: S:=.23: x:=.9: y:=.75: n:=.3: Uz:=.5: Uy:=.01:

Блок 2 содержит описание последовательности получения передаточной функции замкнутой системы по описанию передаточных функций отдельных ее звеньев (таблица 1).

> # Блок 2. Передаточная функция системы

W1:=K1/(T1*p+1); W2:=K2/(Te*Tm*p^2+Tm*p+1); W3:=K3/p; W4:=K4/p;

W13:=simplify(W1*W2/(1+W1*W2*W3)); W5:=simplify(K5/(T5*p+1));

P:=Cp*N^x*S^y*V^n*Kp: K5:=simplify(diff(P,H)); K5:=algsubs(H=Ha,K5): H:=Uz*W13*W4:Ha:=limit(H,p=0); W6:=simplify(K6/(T6^2*p^2+2*d6*T6*p+1)); W:=simplify(W13*W4*W5*W6); Yu:=Uz*limit(W,p=0);

Нелинейное звено W5 представлено линейной моделью за счет линеаризации зависимости силы резания. По найденной передаточной функции замкнутой системы определено установившееся значение ее выходного сигнала. В результате выполнения процедур блока 2 вычислены $Y_u = 0,3499 \cdot 10^{-2}$; $H_a = 0,63662$; $K_5 = 262,68/H^{0,1}$.

Вычисление коэффициентов нормализованной передаточной функции системы производится в блоке 3.

> # Блок 3. Нормализация передаточной функции

Cn:=numer(W); m:=degree(Cn); Zn:=expand(denom(W)); n:=degree(Zn);

for i from 0 to n do a[i]:=coeff(Zn,p,i):b[i]:=0 od: b[0]:=coeff(Cn,p,0):

for i to n do a[i]:=a[i]/a[0] od: b[0]:=b[0]/a[0]; a[0]:=1;

В качестве тестовых приведены результаты вычисления $m=0$; $n=7$; $a[0]=1$;

$a[1]=0,06333$; $a[2]=0,3711 \cdot 10^{-2}$; $a[3]=0,1623 \cdot 10^{-3}$;

$a[4]=0,39889 \cdot 10^{-5}$; $a[5]=0,35667 \cdot 10^{-7}$; $a[6]=0,11333 \cdot 10^{-9}$; $a[7]=0,25 \cdot 10^{-12}$.

В блоке 4 вводятся параметры дискретной корректирующей модели.

> # Блок 4. Параметры дискретной модели

T0:=20*Tu: h:=Tu/80: z:=round(T0/h):

В блоке 5 вычисляются коэффициенты желаемой передаточной функции (формулы (3)-(5)) и вводится аналитическое решение (желаемая переходная характеристика). Для иллюстрации работы приведены вычисленные коэффициенты знаменателя желаемой передаточной функции $d[0]=1$; $d[1]=7Tu$; $d[2]=21Tu^2$; $d[3]=3 \cdot 5Tu^3$; $d[4]=35Tu^4$; $d[5]=21Tu^5$; $d[6]=7Tu^6$; $d[7]=Tu^7$.

> # Блок 5. Желаемая переходная характеристика $F[k]$

```

F:=array(0..z): for i from 0 to n do d[i]:=binomial(n,i)*Tu^i od;
WANT:=proc(k) local t: global F: t:=k*h:
F[k]:=Uy*(1.000-22.34*exp(-34.48*t)+24.68*exp(-38.80*t)*cos( 17.29*t-428)
+.1276*exp(-113.0*t)*cos(49.57*t+1.666)
+3.341*exp(-51.01*t)*cos(40.30*t+1.906)): end:

```

Блок 6 осуществляет вычисление элементов коррекции по формулам (1) и (2). Вычисленные элементы коррекции составили $Tu=0,0158386$; $q[0]=-0,65010$; $q[1]=-0,024541$; $q[2]=-0,18679 \cdot 10^{-2}$; $q[3]=-0,11368 \cdot 10^{-3}$; $q[4]=-0,32183 \cdot 10^{-5}$; $q[5]=-0,28344 \cdot 10^{-7}$; $q[6]=-0,74672 \cdot 10^{-10}$.

> # Блок 6. Коэффициенты коррекции

```

Tu:=a[n]^(1/n); Qk:=Uz*b[0]/Uy:
for i from 0 to n-1 do q[i]:=Qk*d[i]-a[i] od;

```

В блоке 7 вычисляются начальные значения выходного сигнала системы и его производных (формула (6)) для введения динамической коррекции.

> # Блок 7. Начальные значения ($t=0$)

```

XK:=array(0..z): Y:=array(0..n,0..z): Uk:=0:
for i from 0 to n do

```

```

    Y[i,0]:=sum('Uz*b[n-i]-a[n-j]*Y[i-j,0]', 'j'=1..i):
    R[i,0]:=Y[i,0]: od;

```

Блок 8 служит для построения разностным методом [3] переходной характеристики системы (система уравнений (8)).

> # Блок 8. Текущие значения ($t>0$)

```

TEK:=proc(k) local i,q: global Y,a,b,h,Uu:
for i from 0 to n-1 do
    Y[i,k]:=Y[i,k-1]+Y[i+1,k-1]*h: od:
    Y[n,k]:=(Uu*b[0]-sum('a[i]*Y[i,k]', 'i'=0..n-1))/a[n] end:

```

Блок 9 содержит описание процедуры коррекции системы (формула (7)).

> # Блок 9. Процедура коррекции

```

KOR:=proc(k) local i,P: global Uk,q,R: R[0,k]:=Y[0,k]:
for i to n-1 do
    R[i,k]:=(R[i-1,k]-R[i-1,k-1])/h od:
    Uk:=sum('R[i,k]*q[i]', 'i'=0..n-1)/b[0]: end:

```

В головном модуле (блок 10) производится вычисление переходной характеристики системы $y(t) = Y[0, k]$ с введенной коррекцией и желаемой переходной характеристики $F[k]$

> # Блок 10. Головной модуль

```

Tp:=time(): for k to z do Uu:=Uz-Uk:
TEK(k): KOR(k): XK[k]:=Uk:
F[k]:=WANT(k) od: Tp:=time()-Tp;    Tp:=29.30

```

В блоке 11 приведен результат вычисления переходной характеристики системы с введенной коррекцией $Y[0,J]$ (система до введения коррекции неустойчива) и желаемой переходной характеристики $F[J]$.

> # Блок 11. Переходная характеристика

Digits:=10:

G1:=plot([J*h,Y[0,J],J=1..z], legend="y(t)");

G2:=plot([J*h,F[J],J=1..z],

style=point, symbolsize=11, legend="h(t)");

G3:=plot([J*h,Uy,J=1..z], linestyle=4, legend="Uy");

plots[display]({G1,G2,G3}, title="Переходная характеристика");

Характер корректирующего сигнала $XK[J]$ представлен графиком блока 12.

> # Блок 12. График корректирующего сигнала

G1:=plot([J*h,XK[J],J=1..z], thickness=3, legend="Xk(t)");

G2:=plot([J*h,Uz,J=1..z], linestyle=4, legend="Uz");

G3:=plot([J*h,q[0]*Uy/b[0],J=1..z], linestyle=2, legend="q0");

plots[display]({G1,G2,G3}, title="График корректирующего сигнала");

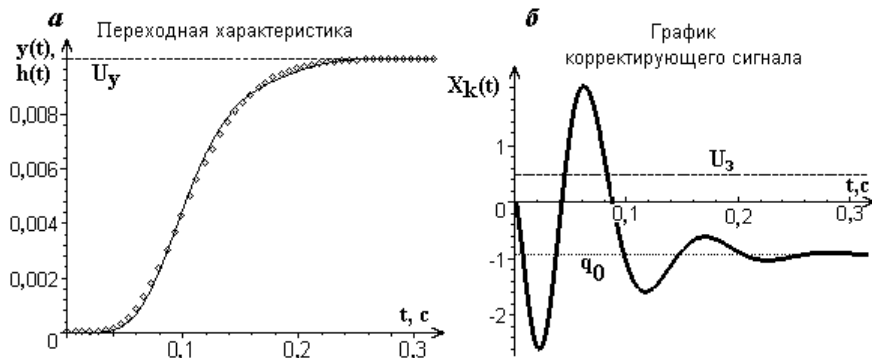


Рисунок 4 - Характеристики системы:

Legend ——— $y(t)$
 ♦♦♦♦♦ $h(t)$
 - - - - U_y

Legend ——— U_z
 ——— $X_k(t)$
 - - - - q_0

Результаты моделирования в виде графиков (блоки 11 и 12) приведены на рисунках 4,а и 4,б. Рассмотренный метод коррекции позволяет обеспечить требуемое качество САУ с сосредоточенными параметрами произвольного класса.

Библиографический список

1. Краснопрошина А.А. Современный анализ систем управления с применением MATLAB, Simulink, Control System: Учеб. пособие / А.А. Краснопрошина, Н.Б. Репникова, А.А. Ильченко. — К.: Изд-во "Корнійчук", 1999. — 144 с.

2, Петраков Ю.В. Теорія автоматичного управління в металообробці: Навч. посібник / Ю.В. Петраков. — К.: Вид-во "ІЗМН", 1999. — 212 с.

3. Долгин В.П. Метод построения рекуррентного алгоритма численной имитации динамического объекта / В.П. Долгин // Электронное моделирование. — 2001. — Т. 23. — № 1. — С. 14–31.

4. Долгин В.П. Метод синтеза инвариантной до ε системы управления / В.П. Долгин // Автоматизация: проблемы, идеи, решения: Материалы науч. техн. конф., Севастополь, 20-24 мая 2002 г. — Севастополь, 2002. — С. 40–43.

Поступила в редакцию 12.02.2003 г.

УДК 681.5.09