

УДК 681.5

А.Т. Барабанов, проф., д-р техн. наук,

С.А. Конева

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua

МЕТОДЫ АНАЛИЗА ТОЧНОСТИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛООБМЕННЫМ АППАРАТОМ ОДНОГО ТИПА

Рассматривается задача анализа точности системы управления теплообменным аппаратом конвективного типа в классе систем с распределенными параметрами. В анализе проблемы учитываются главные особенности изображений по Лапласу реакций системы на возмущающие воздействия. Показываются возможности применения традиционных методов анализа точности.

В настоящее время для обеспечения высоких эксплуатационных характеристик энергетических установок все шире применяются средства автоматического регулирования и управления. В частности, для поддержания температуры топлива, подаваемого в энергетическую установку, с требуемой точностью широко применяются регулируемые теплообменные аппараты (ТОА) обычно конвективного типа. Точность поддержания температуры топлива обеспечивает высокое качество его сгорания, что существенно повышает энергетическую эффективность установки.

Методы исследования САУ ТОА, сложных по своей природе (они относятся к классу систем с распределенными параметрами в силу свойств самого процесса теплообмена), известные в литературе (см., например, [1]) серьезно упрощают математические модели САУ ТОА и в недостаточной степени охватывают проблему анализа точности системы. Это обстоятельство делает актуальной разработку проблемы точности с достаточно полным отражением характерных особенностей модели САУ ТОА как системы с распределенными параметрами. В настоящей работе мы продолжаем разработку подхода к анализу САУ ТОА, представленного в [2,3] акцентируя внимание на задаче анализа точности системы.

1. Общие положения и постановка задачи

В [2,3] для температуры подогреваемого в ТОА теплоносителя (топлива), рассматриваемой в виде $T(x, t)$ – функции безразмерной координаты x и времени t соответственно, получены изображения $T(x, p)$ по Лапласу как в произвольном ($0 \leq x \leq 1$), так и в выходном сечении ($x=1$) ТОА (x – относительная координата). Определяя ошибку управления как

$$\varepsilon(t) = T_3(t) - T(1, t),$$

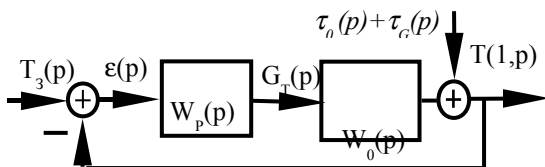


Рисунок 1.- Структурная схема САУ теплообменом

где $T_3(t)$ – заданная температура на выходе ТОА, представим САУ структурной схемой, изображенной на рисунке 1.

В соответствии с полученными в [2,3] результатами передаточная функция объекта управления имеет вид

$$W_O(p) = \frac{a_2 b_3 (1 - e^{-A(p)})}{q_0(p)},$$

где $q_0(p) = \nu b_1 p^2 + (b_2 \nu + b_1)p + b_2 - b_3$ – характеристический многочлен объекта управления

$$A(p) = b_1 p + b_2 - \frac{b_3}{\nu p + 1}, \quad (1)$$

а приведенные возмущения в контуре управления равны

$$\tau_0(p) = e^{-A(p)} T_0(p), \quad \tau_G(p) = \frac{b_4}{A(p)} [1 - e^{-A(p)}] G(p).$$

Передаточную функцию регулятора будем рассматривать как и в [3] в виде

$$W_p(p) = \frac{b(p)}{a(p)},$$

где заданные многочлены $a(p)$, $b(p)$ удовлетворяют условию

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{b(p)}{pa(p)} \neq \infty.$$

Определим теперь передаточную функцию прямой цепи контура как

$$W(p) = W_p(p) W_O(p) = \frac{c(p)}{q(p)} [1 - e^{-A(p)}], \quad (2)$$

где

$$c(p) = a_2 b_3 b(p), \quad q(p) = a(p) q_0(p). \quad (3)$$

Будем рассматривать далее вход–выходные соотношения замкнутой системы

$$T(1, p) = \Phi(p) T_3(p), \quad T_G(1, p) = \Phi_G(p) G(p), \quad (4)$$

$$T_0(1, p) = \Phi_0(p) T_0(p)$$

для ее реакции на задающее и возмущающие воздействия (расход топлива и температуру на входе ТОА) соответственно.

Для передаточных функций замкнутой системы находим:

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)} = \frac{c(p)}{Q(p)} [1 - e^{-A(p)}], \quad (5)$$

$$\Phi_G(p) = - \frac{b_4 [1 - e^{-A(p)}]}{[1 + W(p)]A(p)} = \frac{b_4(vp + 1)a(p)}{Q(p)} [1 - e^{-A(p)}], \quad (6)$$

$$\Phi_o(p) = \frac{e^{-A(p)}}{1 + W(p)} = \frac{q(p)}{Q(p)} e^{-A(p)}. \quad (7)$$

В этих соотношениях

$$Q(p) = q(p) + c(p) [1 - e^{-A(p)}] \quad (8)$$

—аналитическая функция, нули которой определяют полюсы передаточных функций (5)-(7). По своей роли в анализе динамики рассматриваемой САР с распределенными параметрами она аналогична характеристическому многочлену обыкновенной САУ (с рациональными передаточными функциями). Поэтому далее будем ее называть характеристической функцией замкнутой САУ ТОА.

Как видно из соотношений (4)-(8), а также (1), особыми точками изображений переменных САУ ТОА являются их полюсы — нули функции $Q(p)$ и существенно-особая точка $p = -\frac{1}{v}$. В [3] показана роль нулей характери-

стической функции системы $Q(p)$ и существенно особой точки $p = -\frac{1}{v} < 0$.

Показано, что если нули функции λ_i , $i = 1, 2, \dots$ $Q(p)$ располагаются строго в левой полуплоскости, то система асимптотически устойчива, причем экспоненциально. Это означает, что, если рассматривается, например, реакция системы $T(1, t)$ на задающее воздействие $T_3(p)$, то имеет место неравенство

$$|T(1, t) - T_y(1, t)| < \gamma e^{-\alpha t}, \quad \gamma > 0, \alpha > 0 \quad (9)$$

где $T_y(1, t)$ установившаяся составляющая реакции, т.е. сумма вычетов по полюсам изображения задающего воздействия, γ — некоторая постоянная и $\alpha = \min(\lambda, \ell) > 0$, где $0 < \ell < \frac{1}{v}$, а $\lambda > 0$ — расстояние до мнимой оси от ближайшего к ней корня (корней).

Для изображения ошибки $\varepsilon(t)$ с помощью вход - выходных соотношений (4) находим

$$\varepsilon(t) = \Phi_\varepsilon(p) T_3(p) - \Phi_G(p) G(p) - \Phi_o(p) T_0(p), \quad (10)$$

где

$$\Phi_{\varepsilon}(p) = 1 - \Phi(p) = \frac{1}{1 + W(p)} = \frac{q(p)}{Q(p)}. \quad (11)$$

Равенство (10) представляет собой вход–выходное соотношение для ошибки регулирования в виде суммы трех компонент ошибки: от задающего воздействия, возмущения от расхода (интенсивности подачи) топлива $G(p)$ и возмущения от температуры топлива $T_0(1, p)$ на входе ТОА.

Рассмотрим задачу анализа ошибки регулирования на примере анализа ее первой компоненты – ошибки от задающего воздействия $T_3(t)$. Интересно и важно выяснить, возможны ли традиционные методы анализа ошибки в рассматриваемой системе с распределенными параметрами.

2. Анализ точности САУ ТОА при детерминированных возмущениях. Метод системных коэффициентов

Одним из них является метод разложения установившейся ошибки в ряд по производным воздействия или метод системных коэффициентов – коэффициентов ошибки. Покажем, что в нашем случае также возможно представление

$$\varepsilon(t) = c_0 T_3(t) + c_1 \dot{T}_3(t) + c_2 \ddot{T}_3(t) + \dots, \quad (12)$$

где

$$c_0 = \Phi_{\varepsilon}(0), \quad c_1 = \left. \frac{d\Phi_{\varepsilon}(0)}{dp} \right|_{p=0}, \quad c_2 = \left. \frac{1}{2!} \frac{d^2 \Phi_{\varepsilon}(0)}{d^2 p} \right|_{p=0}, \dots$$

Представление (12) называется разложением ошибки в ряд по производным воздействия (в данном случае – задающего). Оно имеет, как известно асимптотический характер при $t \rightarrow \infty$. Итак, будем считать рассматриваемую систему регулирования конвективного теплообмена устойчивой. Пусть

$$g(t) = L^{-1}\{\Phi(p)\} \quad (13)$$

$$T(1, t) = \int_0^t g(\tau) T_3(t - \tau) d\tau \quad (14)$$

– оригинал передаточной функции (5) замкнутой системы. Введем в рассмотрение интеграл свертки

$$T(1, t) = \int_0^t g(\tau) T_3(t - \tau) d\tau \quad (15)$$

– оригинал изображения выхода замкнутой системы. Заметим, что $g(t)$ имеет смысл весовой функции замкнутой системы для ее реакции $T(1, t)$ на задающее воздействие $T_3(t)$. Примем, что $T_3(t)$ является полиномиальным воздействием. Тогда при всяком фиксированном t справедливо разложение

$$T_3(t - \tau) = \sum_{k=0}^r \frac{1}{k!} T_3^{(k)}(t)(-\tau)^{(k)}, \quad (19)$$

где $T_3^{(k)}(t) = \frac{d^k T_3(t)}{dt^k}$ и r — степень полинома, описывающего воздействия $T_3(t)$. Подставляя (15) в (14), получаем

$$T(1, t) = \sum_{k=0}^m m_k(t) T_3^{(k)}(t), \quad (16)$$

где

$$m_k(t) = \frac{1}{k!} \int_0^t (-\tau)^k g(\tau) d\tau \quad (17)$$

— моменты весовой функции (13).

Теперь заметим, по доказанному выше, устойчивая система устойчива экспоненциально. Это положение справедливо и для весовой функции как оригинала изображения (5). Другими словами, можно указать $\alpha > 0, \gamma > 0$ (см.(9)) такие, что

$$|g(t)| < \gamma e^{-\alpha t}. \quad (18)$$

Поэтому справедливо следующее утверждение.

Утверждение. Если рассматриваемая система устойчива, то существуют пределы при $t \rightarrow \infty$ для моментов (17):

$$C_k = \lim_{t \rightarrow \infty} m_k(t) = \frac{1}{k!} \int_0^{\infty} g(\tau)(-\tau)^k d\tau. \quad (19)$$

Действительно, из равенства (17) в силу неравенства (18) следует

$$|m_k(t)| \leq \gamma \mu_k(t), \quad (20)$$

где

$$\mu_k(t) = \frac{1}{k!} \int_0^t \tau^k e^{-\alpha \tau} d\tau.$$

Интегрируя по частям, находим

$$\mu_k(t) = -\frac{1}{\alpha k!} (-t)^k e^{-\alpha t} + \frac{1}{\alpha} \mu_{k-1}(t), \quad k \geq 1. \quad (21)$$

При $k=0$ имеем

$$\mu_0(t) = \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t}) \quad \mu_0(\infty) = \frac{1}{\alpha}.$$

Из (21) следует, что если существует предел $\mu_{k-1}^{(\infty)}$, то существует и предел $\mu_k^{(\infty)} = \frac{1}{\alpha} \mu_{k-1}^{(\infty)}$. Но при $k=0$ предел существует. Следовательно, он существует и при $k=1, 2, \dots$, а значит, в силу неравенства (20) существует и предельное значение (19). **Утверждение доказано.**

Теперь заметим, что равенство (19) можно записать в виде

$$C_k = \int_0^\infty e^{-pt} g(t) (-t)^k dt \Big|_{p=0} = \frac{d^k}{dp^k} \int_0^\infty e^{-pt} g(t) dt \Big|_{p=0}.$$

Под знаком производной стоит передаточная функция $\Phi(p)$ замкнутой системы (см. соотношение (13)). Таким образом, окончательно получаем

$$\lim_{t \rightarrow \infty} m_k(t) = C_k = \frac{1}{k!} \frac{d^k \Phi(p)}{dp^k} \Big|_{p=0}. \quad (22)$$

Из этого следует, что в устойчивой системе при больших t (формально при $t \rightarrow \infty$ в коэффициентах представления (16)) справедливо асимптотическое представление выхода замкнутой системы

$$T(1, t) = \sum_{k=0}^r C_k T_3^{(k)}(t), \quad (23)$$

где коэффициенты разложения можно вычислить по соотношениям (22).

Заметим, что если изображение полиномиального задающего воздействия $T_3(t)$ степени r записать в виде

$$T_3(p) = \frac{1}{p^{r+1}} \tau_3(p),$$

где $\tau_3(p)$ - многочлен степени r , коэффициенты которого определяются по коэффициентам многочлена $T_3(t)$, то в устойчивой системе согласно полученным выше результатам будем иметь представление выхода системы:

$$T(1, t) = \frac{1}{r!} \frac{d^r}{dp^r} \tau_3(p) \Phi(p) \Big|_{p=0} + \gamma e^{-\alpha t}, \quad \alpha > 0. \quad (24)$$

Первое слагаемое в этом представлении является тем же многочленом, что и многочлен (23). Поэтому, сравнивая эти представления, видим, что равенство (23) имеет место с точностью до экспоненциально исчезающего слагаемого.

Соотношения (23), (24) принципиально в равной степени эффективны при анализе установившегося выхода замкнутой системы, обусловленного задающим воздействием полиномиального типа. Вместе с тем, соотноше-

ние (23) полезно для обобщений анализа установившегося выхода на случай и неполоynomialных задающих воздействий с ограниченными высшими производными. Кроме того, как в обычных системах, оно наглядно показывает влияние уровня воздействия, скорости его изменения, ускорения и т.д., что при расчетах и проектировании системы имеет свое значение.

Полученное разложение выхода замкнутой системы (23) позволяет записать и соответствующее разложение для ошибки системы, обусловленной задающим воздействием.

Имеем при $t \rightarrow \infty$ в устойчивой системе

$$\varepsilon(t) = T_3(t) - T(1,t) = T_3(t) - \sum_{k=0}^r C_k T_3^{(k)}(t),$$

или

$$\varepsilon(t) = (1 - C_0)T_3(t) - \sum_{k=1}^r C_k T_3^{(k)}(t). \quad (25)$$

Соотношение (25) перепишем в виде

$$\varepsilon(t) = c_0 T_3(t) + \sum_{k=1}^r c_k T_3^{(k)}(t). \quad (26)$$

Теперь легко находим в силу (22) и (11)

$$c_0 = 1 - \Phi(0) = \Phi_\varepsilon(0),$$

$$c_k = -C_k = -\frac{1}{k!} \frac{d^k \Phi(p)}{dp^k} \bigg|_{p=0} = \frac{1}{k!} \frac{d^k}{dp^k} \Phi_\varepsilon(p) \bigg|_{p=0}.$$

Отметим наглядность представления (26) в анализе таких структурных свойств системы, как статизм и астатизм системы. Например, для первого коэффициента ошибки имеем в соответствии с (2), (11)

$$c_0 = \Phi_\varepsilon(0) = \frac{1}{1 + W(0)} = \begin{cases} \frac{1}{1+k}, & a(0) \neq 0 \\ 0, & a(0) = 0, \end{cases}$$

где $W(0) = k = \frac{a_2 b_3 b(0)}{(b_2 - b_3) a(0)} \cdot [1 - e^{(b_2 - b_3)}]$ имеет место для систем, статического типа, и $W(0) = \infty$ - для систем астатического типа. Как и для обычных систем в последнем случае установившаяся ошибка равна нулю при постоянном задающем воздействии. Нетрудно установить более общее утверждение. Пусть

$$W_p(p) = \frac{b(p)}{a(p)} = \frac{b(p)}{p^\ell a_0(p)},$$

где $\ell \geq 1$ и $b(0) \neq 0$, $a_0(0) \neq 0$. Тогда в соответствии с выражением (2)

$$W(p) = \frac{1}{p^\ell} \widehat{W}(p),$$

$$\widehat{W}(p) = \frac{c(p)[1 - e^{-A(p)}]}{[vb_1 p^2 + (b_2 v + b_1)p + b_2 - b_3]a_0(p)},$$

где

следовательно,

$$\Phi_\varepsilon(p) = \frac{p^\ell}{p^\ell + \widehat{W}(p)}. \quad (27)$$

В этом случае ℓ коэффициентов ошибки равны нулю (аналогично обычным системам). Действительно, записав выражение (27) в виде

$$\Phi_\varepsilon(p) = p^\ell \varphi(p),$$

где $\varphi(p) = \frac{1}{p^\ell + \widehat{W}(p)}$ аналитическая в точке $p=0$ функция (т.е. имеющая

все производные $\varphi^{(k)}(p)$ при $p=0$) и дифференцируя $\Phi_\varepsilon(p)$, получим

$$\Phi_\varepsilon^{(1)}(p) = \ell p^{\ell-1} \varphi(p) + p^\ell \varphi^{(1)}(p).$$

Дифференцируя еще раз, найдем

$$\Phi_\varepsilon^{(2)}(p) = \ell(\ell-1)p^{\ell-2}\varphi(p) + 2\ell p^{\ell-1}\varphi^{(1)}(p) + p^\ell \varphi^{(2)}(p), \text{ и т.д.}$$

Таким образом

$$\Phi_\varepsilon^{(\ell-1)}(p) = \ell(\ell-1)(\ell-2)\dots 1 \cdot p^\ell \varphi^{(\ell-1)}(p) + p^\ell \Psi(p).$$

При $\ell = 1$ имеем

$$c_0 = 0, \text{ но } c_1 = \varphi(0) = \frac{1}{\widehat{W}(0)} = \frac{c(0)[1 - e^{-A(0)}]}{(b_1 - b_3)a_0(0)} \neq 0,$$

так как $c(0) = a_2 b_3 b(0)$ в силу (3).

При $\ell > 1$

$$\Phi_\varepsilon(0) = 0; \quad \Phi_\varepsilon^{(1)}(0) = 0; \quad \Phi_\varepsilon^{(\ell-1)}(0) = 0, \text{ но } \Phi_\varepsilon^{(\ell)}(0) \neq 0.$$

Следовательно, $c_0 = 0, c_1 = 0, \dots, c_{\ell-1} = 0; c_\ell \neq 0$.

Это означает, что при полиномиальном воздействии $T_3(t)$ со степенью полинома, равной $\ell - 1$, установившаяся ошибка равна нулю. Это положение обычно имеет практическое значение при $\ell=1$, в случае $\ell \geq 2$ практически сложно обеспечить устойчивость системы.

Итак, если регулятор САУ ТОА астатического типа со степенью астатизма $\ell=1$, ошибка в установившемся режиме для устойчивой системы равна нулю.

3. Анализ САУ ТОА при случайных возмущениях

Остановимся теперь на задаче анализа случайных возмущений в САУ ТОА. Они могут возникнуть при флуктуациях возмущений в силу разных технических и физических причин. Метод анализа их влияния на точность САУ ТОА в силу оценки (9) оказывается аналогичным принятому для обыкновенных систем. Покажем это на примере учета случайных флуктуаций на входе САУ ТОА. На рисунке 2 рассматривается соответствующая структурная схема САУ ТОА. Пусть $\varphi(t)$ - стационарный центрированный случайный процесс с известной автокорреляционной функцией $k_{\varphi\varphi}(\tau)$ и соответствующей ей спектральной плотностью $S_{\varphi\varphi}(\omega)$. Возмущающее воздействие на входе САУ ТОА $\varphi(t)$ вызывает дополнительную составляющую на выходе системы, которая с точностью до знака является случайной составляющей ошибки управления (случайным процессом). Чтобы не усложнять записи, будем ее обозначать тем же символом $\varepsilon(t)$. Рассмотрим вход - выходное соотношение

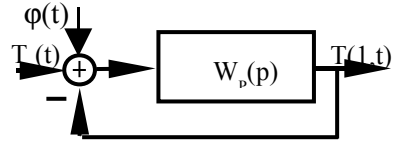


Рисунок 2—структурная схема САУ ТОА

$$\varepsilon(t) = \int_0^t g(t - \nu) \varphi(\nu) d\nu, \quad (28)$$

справедливое в силу принципа суперпозиции. Заметим, что поскольку $\varphi(t)$ - центрированный случайный процесс (т.е. с нулевым математическим ожиданием), то таковым же является и процесс (28).

Найдем с помощью этого соотношения автокорреляционную функцию случайной составляющей ошибки управления

$$k_{\varepsilon\varepsilon}(t, t + \tau) = M\varepsilon(t)\varepsilon(t + \tau),$$

где M - символ математического ожидания. Далее в силу (28) находим

$$\begin{aligned} k_{\varepsilon\varepsilon}(t, t + \tau) &= M \int_0^t g(t - \nu) \varphi(\nu) d\nu \int_0^{t+\tau} g(t + \tau - \theta) \varphi(\theta) d\theta = \\ &= M \int_0^t g(t - \nu) \int_0^{t+\tau} \varphi(\nu) \varphi(\theta) g(t + \tau - \theta) d\theta d\nu = \\ &= \int_0^t g(t - \nu) \int_0^{t+\tau} [M\varphi(\nu) \varphi(\theta)] g(t + \tau - \theta) d\theta d\nu = \\ &= \int_0^t g(t - \nu) \int_0^{t+\tau} k_{\varphi\varphi}(\nu, \theta) g(t + \tau - \theta) d\theta d\nu, \end{aligned} \quad (29)$$

где вследствие предположения о стационарности процесса $\Phi(t)$ имеем для автокорреляционной функции $k_{\Phi\Phi}(\nu, \theta)$:

$$k_{\Phi\Phi}(\nu, \theta) = k_{\Phi\Phi}(\theta - \nu) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} e^{j\omega(\theta - \nu)} S_{\Phi\Phi}(\omega) d\omega. \quad (30)$$

Подставляя (31) в (30) и меняя порядок интегрирования, находим

$$\begin{aligned} k_{\varepsilon\varepsilon}(t, t + \tau) &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \left[\int_0^t g(t - \nu) e^{-j\omega\nu} d\nu \right] S_{\Phi\Phi}(\omega) \left[\int_0^{t+\tau} g(t + \tau - \theta) e^{j\omega\theta} d\theta \right] d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} T(1, -j\omega; t) S_{\Phi\Phi}(\omega) T(1, j\omega; t + \tau) d\omega, \end{aligned} \quad (31)$$

где

$$T(1, -j\omega; t) = \int_0^t g(t - \nu) e^{-j\omega\nu} d\nu,$$

$$T(1, j\omega; t) = \int_0^{t+\tau} g(t + \tau - \theta) e^{j\omega\theta} d\theta$$

— реакции выхода САУ ТОА в моменты t и $t + \tau$ на гармонические воздействия $e^{-j\omega t}$ и $e^{j\omega t}$ соответственно. Совершая предельный переход под знаком интеграла (31) в силу представления

$$T(1, j\omega; t) = \Phi(j\omega) e^{j\omega t} + \Delta T(1, j\omega; t),$$

где второе слагаемое удовлетворяет (см. выше) оценке $|T(1, j\omega; t)| \leq \gamma e^{-\alpha t}$, где $\gamma > 0$, $\alpha > 0$ некоторые константы, получаем

$$T(1, -j\omega; t) \rightarrow \Phi(-j\omega) e^{-j\omega t}, \quad T(1, j\omega; t) \rightarrow \Phi(j\omega) e^{j\omega(t + \tau)}$$

при $t \rightarrow \infty$, а равенство (31) принимает вид

$$k_{\varepsilon\varepsilon}(\tau) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} |\Phi(j\omega)|^2 S_{\Phi\Phi}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega. \quad (32)$$

При $\tau = 0$ из (32) следует равенство для дисперсии случайной составляющей ошибки

$$D_\varepsilon = k_{\varepsilon\varepsilon}(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\Phi(j\omega)|^2 S_{\Phi\Phi}(\omega) d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty |\Phi(j\omega)|^2 S_{\Phi\Phi}(\omega) d\omega. \quad (33)$$

Замечание. Поясним использованное в (30) определение спектральной плотности случайного процесса $S_{\Phi\Phi}(\omega)$. Этому соотношению соответствует прямое преобразование Фурье

$$S_{\varphi\varphi}(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega\tau} k_{\varphi\varphi}(\tau) d\tau,$$

которое определяет функцию $S_{\varphi\varphi}$ от аргумента $j\omega$. Вместе с тем, если использовать свойство четной симметрии автокорреляционной функции $k_{\varphi\varphi}(-\tau) = k_{\varphi\varphi}(\tau)$, то получим

$$\begin{aligned} S_{\varphi\varphi}(j\omega) &= \int_{-\infty}^0 e^{-j\omega\tau} k_{\varphi\varphi}(\tau) d\tau + \int_0^{\infty} e^{-j\omega\tau} k_{\varphi\varphi}(\tau) d\tau = \int_0^{\infty} e^{j\omega\tau} k(-\tau) d\tau + \int_0^{\infty} e^{-j\omega\tau} k_{\varphi\varphi}(\tau) d\tau = \\ &= \int_0^{\infty} e^{j\omega\tau} k(\tau) d\tau + \int_0^{\infty} e^{-j\omega\tau} k_{\varphi\varphi}(\tau) d\tau = k_{\varphi\varphi}(-j\omega) + k_{\varphi\varphi}(j\omega) = 2\operatorname{Re} k_{\varphi\varphi}(j\omega), \end{aligned} \quad (34)$$

где

$$k(p) = \int_0^{\infty} e^{-p\tau} k_{\varphi\varphi}(\tau) d\tau$$

—преобразование Лапласа автокорреляционной функции $k_{\varphi\varphi}(\tau)$ (точнее ее сужения на вещественную положительную полуось).

Таким образом, поскольку правая часть (34) является вещественной функцией переменной ω , таковой же является и функция $S_{\varphi\varphi}(j\omega)$, т.е. символ j в записи этой функции можно опустить, причем функция $S_{\varphi\varphi}(\omega)$ обладает свойством четной симметрии $S_{\varphi\varphi}(-\omega) = S_{\varphi\varphi}(\omega)$, что использовано в равенстве (33).

Это замечание можно наглядно пояснить на примере корреляционной функции

$$k_{\varphi\varphi}(\tau) = \alpha e^{-\beta|\tau|}, \quad -\infty < \tau < +\infty,$$

широко применяемой в практических расчетах. Имеем в этом случае

$$k_{\varphi\varphi}(p) = \int_0^{\infty} e^{-p\tau} k_{\varphi\varphi}(\tau) d\tau = \alpha \int_0^{\infty} e^{-(p+\beta)\tau} d\tau = \frac{\alpha}{p+\beta},$$

а значит

$$S_{\varphi\varphi}(\omega) = 2\operatorname{Re} \frac{\alpha}{\beta + j\omega} = \frac{2\alpha\beta}{\beta^2 + \omega^2}$$

—четно-симметричная функция частоты.

Закключение

Основной результат настоящего исследования, полученный на основе анализа асимптотических свойств реакций САУ ТОА конвективного типа и экспоненциальной оценки их поведения при $t \rightarrow \infty$ (см. [3,2]), состоит в распространении традиционных методов анализа точности САУ на рассматриваемый класс систем с распределенными параметрами.

Специфика системы адекватно дифференциальным уравнениям в частных производных ТОА отражается ее передаточными функциями (которые уже не принадлежат классу рациональных или мероморфных функций). Сама же форма оценки и расчета ошибок управления полностью сохраняется. Заметим также, что выполненное исследование может быть с точностью до обозначенной повторено и для случаев двух других возмущающих воздействий в соотношениях (4).

Библиографический список

1. Сыромятников В.Ф. Наладка автоматики судовых энергетических установок / В.Ф. Сыромятников. — Л.: Судостроение, 1980. — 352 с.
2. Барабанов А.Т. Об одной одномерной задаче теплообмена / А.Т. Барабанов, С.А. Конева // Динамические системы: Межведом. науч. сб. — Симферополь, 2001. — Вып. 17. — С. 190 – 195.
3. Барабанов А.Т. Задача анализа устойчивости системы автоматического регулирования конвективного теплообмена / А.Т. Барабанов, С.А. Конева // Динамические системы: Межведом. науч. сб. — Симферополь, 2004. — Вып. 18. — С. 14 – 23.

Поступила в редакцию 08.12.2003 г.