

УДК 681.5.01

С.А. Дубовик, канд. техн. наук

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

root@sevgtu.sebastopol.ua

ФУНКЦИОНАЛ ДЕЙСТВИЯ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ

Для многомерной системы, содержащей малые возмущения, предлагается вероятностно-асимптотический алгоритм композиционного синтеза, основанный на анализе больших уклонений с помощью функционала действия. Процедура анализа сопоставляется с алгоритмом робастного управления и иллюстрируется задачей оперативного анализа устойчивости корабля в условиях ветро-волновых возмущений.

В практике управления часто возникают задачи, в которых возмущения, действующие на систему, проявляются лишь на достаточно протяженных интервалах времени, а на интервалах конечной длины могут считаться незначительными. В таких случаях оказывается целесообразным представление динамики объекта в виде нелинейных слабо возмущенных уравнений. Нормальное функционирование системы в таких случаях связывается с одним из состояний равновесия невозмущенной системы, которое можно назвать основным или штатным. Примером является задача управления кораблем в условиях ветро-волновых возмущений, в рамках которой осуществляется стабилизация положения и контролируется вероятность опрокидывания. В условиях удовлетворительной стабилизации фазовая точка подавляющую часть времени принадлежит малой окрестности основного состояния равновесия. Наряду с этим, существует возможность больших уклонений, в том числе выводящих фазовую точку на границу области устойчивости невозмущенной системы. Таким образом, процедура синтеза в рассматриваемых задачах может формироваться в виде композиции алгоритмов двух типов – локальной стабилизации и глобального контроля больших уклонений. Выделить указанные алгоритмы в общей стохастической задаче удастся с помощью асимптотического анализа по параметру возмущений. Основными элементами этого анализа оказываются конструкции, вполне аналогичные известным средствам теории вероятностей и ее базовых теорем: закона больших чисел, центральной предельной теоремы и оценки вероятности больших уклонений. Функционал действия возникает в связи с анализом больших уклонений и представляет собой аналог функции уклонения [1]. Этот же функционал возникает и в детерминированной задаче H^∞ – управления [2]. Сопоставление указанных подходов является одной из целей настоящей работы. Методика вероятностно-асимптотического композиционного синтеза, основанная на функционале дей-

ствия, иллюстрируется на задаче оперативного анализа остойчивости судна.

1. Постановка задачи. Исследуется задача рационального выбора r -вектора управления U_t объектом, движения которого описываются нелинейным слабо возмущенным дифференциальным уравнением для n -вектора состояния x_t :

$$\dot{x}_t = \alpha(x_t, U_t) + \varepsilon \sigma(x_t) v_t, \quad x_0 = x. \quad (1)$$

Здесь $\varepsilon > 0$ – малый параметр, v_t – k -вектор возмущений, α, σ – гладкие матричные функции. Выбор управления связывается с некоторым состоянием равновесия ξ невозмущенной системы, которая получается из (1) при $\varepsilon = 0$. Поэтому необходимо стабилизировать ξ и при этом обеспечить некоторое качество и надежность стабилизации. Категорию *качества* будем связывать с квадратическим критерием как достаточно универсальным средством синтеза [2,3] многомерных систем. Сформулируем некоторую опорную задачу, связанную с интервалом $[T_1, T_2]$, $T_1 \leq T_2$: минимизировать функционал ($Q = C^T C, \rho > 0$)

$$L = L_{T_1 T_2}(u) = \int_{T_1}^{T_2} (X^T Q X + \rho^2 u^T u) dt \quad (2)$$

на движениях линеаризованной системы

$$\dot{X} = AX + Bu + \varepsilon Gv, \quad (3)$$

в которой $X = X(t) = x_t - \xi$, а матрицы известным образом вычисляются как частные производные по аргументам функций правой части (1) в точке $x = \xi$, причем тройка (A, B, C) – невырождена, а управление выбираем в виде линейной формы состояния $u = DX$, что влечет предположение полной информации о векторе состояния управляемой системы. Второе слагаемое в (2) задает интенсивность управления в (1), (3). Ясно, что требования к качеству должны быть увязаны с интенсивностью возмущения, которую по аналогии будем оценивать посредством функционала ($\gamma \geq 0$)

$$I = I_{T_1 T_2}(v) = \int_{T_1}^{T_2} \gamma^2 v^T v dt. \quad (4)$$

Кроме того, в системе (1) соотношением интенсивностей управления и возмущений определяется *надежность* стабилизации в смысле возможности выхода фазовой точки на границу некоторой критической области D , содержащей состояние равновесия ξ . Для системы (1) рассматриваемого

типа наиболее характерен тот случай, когда критическая область совпадает с областью притяжения ξ , т.е. $D = O_\xi$, но могут представлять интерес и более «узкие» границы: $D \subset O_\xi$.

Относительно модели возмущений рассмотрим два случая – вероятностный и гарантирующий.

2 Вероятностно-асимптотический метод композиционного синтеза. Пусть возмущением в уравнениях (1),(3) является «белый шум» $v_t = \dot{w}_t$, то есть формальная производная от стандартного винеровского процесса. Тогда уравнение (3) аппроксимирует (точный смысл, например, в [1]) решения (1) в ситуации нормальных отклонений от состояния равновесия ξ , то есть отклонений порядка ε . В этом случае для получения стабилизирующих управлений необходимо на решениях стохастического уравнения (3) минимизировать функционал J , представляющий собой усредненное значение предела (2) при $T_2 \rightarrow \infty$, $T_1 = 0$: $J = E [L_{0\infty}(u)]$. Существование предела гарантируется условием невырожденности тройки (A, B, C) и оптимальное в смысле J управление имеет вид:

$$u(t) = u_J(t) = -D X(t), \quad D = -\rho^{-2} B^T P, \quad (5)$$

где матрица P удовлетворяет алгебраическому уравнению Риккати

$$PA + A^T P - P B \rho^{-2} B^T P + Q = 0. \quad (6)$$

Случай нормальных отклонений, хотя и оказывается типичным для стабилизированной слабо возмущенной системы, тем не менее не является абсолютно достоверным событием для (1): сохраняется возможность отклонений от ξ порядка ε^0 вплоть до выхода фазовой точки (1) на границу ∂O_ξ области притяжения точки ξ . Оказывается далее, что вероятность P_∂ такого критического события оценивается с помощью функционала I . Действительно, для вероятности больших отклонений (порядка ε^0) процесса (1) известны грубые оценки, которые выражаются через функционал действия.

Для марковских процессов (2) вероятность больших отклонений будем оценивать именно в грубой форме. Аналогом функции отклонения в этой бесконечномерной задаче оказывается нормированный функционал действия [1]

$$S(\varphi) = S_{T_1 T_2}(\varphi) = \int_{T_1}^{T_2} |(\sigma(\varphi_t))^{-1}(\dot{\varphi}_t - a(\varphi_t))|^2 dt. \quad (7)$$

Приведём результат Вентцеля-Фрейдлина, для чего сформулируем условия относительно системы, которая получается в результате замыкания исходной (1) управлением (5),(6):

$$\ddot{\tilde{x}}_t = \tilde{a}(\tilde{x}_t) + \varepsilon \sigma(\tilde{x}_t) \dot{w}_t, \quad (8)$$

где вектор переноса $\tilde{a}$ зависит регулярным образом от малого параметра.

А. Вектор-функция $\tilde{a}(x)$ и матричная функция $\Sigma(x) = \sigma(x)\sigma^T(x)$ в (8) ограничены и равномерно непрерывны.

Б. Матрица $\Sigma(x) = \sigma(x)\sigma^T(x)$ при любом x симметрична и равномерно невырождена.

Пусть $(\tilde{x}, \tilde{P}_x)$ - диффузионный процесс в R^n с переносом $\tilde{a}(x)$, матрицей диффузии $\varepsilon^2 \Sigma(x)$ и начальной точкой $\tilde{x}_0 = x$, причем $\tilde{a}(x)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ равномерно сходится к $a(x)$, т.е. $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \tilde{a}(x) = a(x)$ и предельный вектор переноса $a(x)$ и матрица диффузии $\Sigma(x)$ удовлетворяют условиям А и Б. Пусть, далее, функционал S задается формулой (7). Тогда $\varepsilon^{-2} S_{0T}(\varphi)$ является функционалом действия для семейства процессов $(\tilde{x}, \tilde{P}_x)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$

в смысле метрики $\rho_{0T}(\varphi, \psi) = \sup_{0 \leq t \leq T} |\varphi_t - \psi_t|$ равномерно относительно начальной точки.

Это означает, что для любого регулярного борелевского множества $F_D \subset X$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \varepsilon^{-2} \ln P(F_D) = - \inf \{S(x) : x \in F_D\}. \quad (9)$$

Обозначим в (7) $(\sigma(\varphi_t))^{-1} (\dot{\varphi}_t - a(\varphi_t)) = v_t = v(t)$, что равносильно введению функционала действия в форме

$$I(v) = I_{0t_f}(v) = \varepsilon^{-2} S_{0t_f}(v) = \int_0^{t_f} \gamma^2 v^T v dt, \quad 1/\gamma = \varepsilon. \quad (10)$$

Теперь, по построению, ограничение необходимо записать в виде:

$$\dot{\varphi}_t = a(\varphi_t) + \sigma(\varphi_t) v_t, \quad \varphi_0 = x. \quad (11)$$

Сюда еще следует добавить условие принадлежности траектории φ множеству A (событие, вероятность которого оценивается) из семейства функций, непрерывных на отрезке:

$$\varphi \in F_D \subset X = C_{0t_f}. \quad (12)$$

Результатом решения этой задачи Лагранжа-Понтрягина (ЛП) в случае $D = O_\xi$ является тройка $(\hat{v}, \hat{\varphi}, \hat{t}_f)$, определяющая минимальное значение (10) $\hat{I} = I_0 \hat{t}_f(\hat{v}) = \varepsilon^{-2} \hat{S}$, и искомую оценку

$$P_\partial = \exp(-\varepsilon^{-2} \hat{S}) \quad (13)$$

вероятности P_∂ выхода фазовой точки (1) на границу ∂O_ξ области притяжения состояния ξ . В случае превышения этой величиной некоторого порогового значения P_∂ , в системе должен быть предусмотрен переход на более интенсивное управление $u_*(t)$, парирующее кризисное развитие процесса. Процедура построения такого управления представляется достаточно ясной, в отличие от алгоритма нахождения экстремали действия (ЭД) в задаче ЛП (10)-(12). Заметим, что все приведённые построения справедливы только в случае выполнения условия Б, что существенно сужает их область практического использования. Действительно, матрицы диффузии в реальных многомерных системах, а с ними и матрицы $\Sigma(x)$, как правило, вырождены. В [4] показано, что введением ещё одного малого параметра λ задача регуляризуется в том смысле, что добавление шумов со сколь угодно малой интенсивностью позволяет удовлетворить условию Б на любом конечном интервале $[T_1, T_2]$. Между тем, могут представлять интерес задачи с неограниченным интервалом времени. Примером является задача о выходе фазовой точки из окрестности устойчивого состояния равновесия. В предположении линейности уравнения (11), покажем, что в таких случаях регуляризация по λ позволяет построить аппроксимации только ограниченных отрезков экстремали, примыкающих к точке выхода из D .

Итак, пусть уравнение (11) имеет вид:

$$\dot{\varphi}_t = \bar{A} \varphi_t + \bar{G}(\lambda) v_t, \quad \varphi_0 = x, \quad (14)$$

где $\bar{A}$ и $\bar{G}$ – постоянные матрицы, из которых последняя регулярным образом зависит от параметра λ и так, что:

С) матрица $\bar{\Sigma} = \bar{\Sigma}(\lambda) = \bar{G}(\lambda) \bar{G}^T(\lambda)$ – невырождена при $\lambda > 0$.

Заметим, что $\bar{\Sigma}_0 = \bar{\Sigma}(0)$ может быть вырожденной, что и означает невыполнение условия Б для (14).

В задаче (12),(14) совершим преобразование подобия $\varphi = L \xi$, приводящее матрицу системы к нормальному виду. В результате получим:

$$\dot{\xi}_t = A \xi_t + G(\lambda) v_t, \quad L \xi \in F, \quad (15)$$

где $A = L^{-1} \bar{A} L, \quad G = L^{-1} \bar{G}, \quad A A^T = \bar{A}^T \bar{A}. \quad (16)$

Уравнению (15) соответствует невозмущенная система $\dot{x}_t = Ax_t$, векторное поле которой допускает разложение (∇ – градиент):

$$Ax = -\nabla((A + A^T)x, x)/4 + (A - A^T)x/2 = -\nabla U(x)/2 + l(x),$$

где $U(x) = -((A + A^T)x, x)/2$, $l(x) = (A - A^T)x/2$, причём, как легко видеть, в силу (12) $(l(x), \nabla U(x)) = -x^T(A^T + A)(A - A^T)x/2 = 0$.

Это означает, что для вычисления экстремали в задаче (7),(9),(10) можно применить метод квазипотенциала ([1], теорема 4.3), который в данном случае сводится к решению уравнения

$$\dot{\varphi}_t = \nabla_{\alpha} H(\varphi_t, \nabla U(\varphi_t)) \quad (17)$$

для строго выпуклой и гладкой по второму аргументу функции

$$H(x, \alpha) = (Ax, \alpha) + (\Sigma(\lambda)\alpha, \alpha)/2, \quad (18)$$

где $\Sigma(\lambda) = G(\lambda)G^T(\lambda)$ (см. (15),(16)). Дифференцируя (18) и подставляя в (17), получим

$$\dot{\varphi}_t = A\varphi_t + \Sigma(\lambda)\nabla U(\varphi_t) = A\varphi_t + \Sigma(\lambda)\nabla\left(-\frac{A + A^T}{2}\varphi_t, \varphi_t\right).$$

Окончательно для экстремали имеем линейное однородное уравнение

$$\dot{\varphi}_t = A_k \varphi_t, \quad (19)$$

где

$$A_k = A - \Sigma(\lambda)(A + A^T). \quad (20)$$

Гурвицевость A и антигурвицевость A_0 в (19),(20) гарантируют равномерность по $t \in (0, \infty)$. Последнее условие может не выполняться даже в простейших случаях, и тогда прогноз критического состояния с помощью предлагаемой регуляризации матрицы диффузии возможен лишь на конечном интервале, примыкающем к точке выхода из области D .

Такова, в частности, задача опрокидывания, которая рассматривается в п. 4.

3. Гарантирующий метод робастного H^∞ - управления. Пусть возмущения в (3) принадлежат классу функций V , квадратично интегрируемых на положительной полупрямой. Управления будем выбирать из множества стабилизирующих U таким образом, что на движениях (3) обеспечивается с учетом (2),(4)

$$\gamma_0^2 = \inf_{u \in U} \sup_{v \in V} \frac{L_{0\infty}(u)}{I_{0\infty}(v)}. \quad (21)$$

Это соответствует гашению в максимально возможной степени «энергии» от внешних возмущений посредством стабилизирующих (демпфирующих) управлений [3]. Решение указанной задачи существует вместе с неотрицательно определённым решением P уравнения Риккати

$$PA + A^T P - P(\rho^{-2}BB^T - \gamma^{-2}CC^T)P + Q = 0 \quad (22)$$

и оптимальное управление в рассматриваемом случае полной информации о векторе состояния определяется соотношениями (5),(22). Указанная задача эквивалентна предельному случаю хорошо известной дифференциальной игры для уравнения (3) с критерием $L_{0t_f}(u) - I_{0t_f}(v)$ при $t_f \rightarrow \infty$. Построенное таким образом управление оказывается наилучшим при возмущении, наихудшем из допустимых, чем и объясняются гарантирующие свойства такого решения. Из (21) следует, что рассматриваемый метод является альтернативным способом использования функционала действия (10).

Слабые стороны метода робастного H^∞ -управления неоднократно отмечались. Они связаны со сложностью определения константы (21) и вытекающими отсюда проблемами существования решения уравнения (22). Не менее важно другое обстоятельство: полная информированность управляющей стороны о векторе состояния линеаризованной системы (уравнение (5)), а значит, и о векторе исходной системы ($x_t = X(t) + \xi$) (1) здесь совершенно не используется для контроля отклонений от состояния равновесия – алгоритм управления априорно сориентирован на наихудшее в смысле (21) возмущение v_* .

4 Алгоритм вычисления экстремали действия в задаче опрокидывания. Алгоритм построения ЭД в задаче оценки остойчивости представляет собой алгоритм формирования и решения задачи ЛП (10)-(12) по исходным стохастическим уравнениям качки. Дифференциальное уравнение второго порядка для процесса бортовой качки

$$(J_X + \mu_{\vartheta\vartheta})\ddot{\vartheta} + \lambda_{\vartheta\vartheta}\dot{\vartheta} + D I(\vartheta) = m(t) \quad (23)$$

определяется параметрами (исходными): водоизмещение – D , момент инерции судна вместе с присоединенными массами – $J_X + \mu_{\vartheta\vartheta}$, коэффициент сопротивления – $\lambda_{\vartheta\vartheta}$, метацентрическая высота – h (определяет плечо $I(\vartheta)$). В случае, если $m = v$ - "белый шум", уравнение (23) преобразуется в марковский процесс второго порядка с вектором состояния

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad x_1 = \vartheta, \quad x_2 = \dot{\vartheta}, \quad \text{удовлетворяющим системе}$$

$$\dot{x} = f(x) + gv, \quad (24)$$

в которой вектор-функция f определяется структурой восстанавливающего момента $DI(\vartheta)$. Чтобы получить более реальные модели, нужно считать $m(t)$ гауссовским случайным процессом с дробно-рациональным спектром. Аналогичные компоненты может содержать и восстанавливающий момент. Дополняя уравнение (24) линейными фильтрами, формирующими указанные компоненты из "белых шумов", опять приходим к марковскому процессу типа (24), но уже более высокого порядка, включающего порядка формирующих фильтров. В итоге получаем покомпонентную запись векторного уравнения (24) в рассматриваемой задаче:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -b_D (k_{\vartheta\vartheta} x_2 / D + l_C(x_1) + \Delta l(x_1) x_3 - q_2 x_5 / D), \\ \dot{x}_3 &= x_4 + h_1 v_1, \\ \dot{x}_4 &= f_3 x_3 + f_4 x_4 + h_2 v_1, \\ \dot{x}_5 &= -a_1 x_5 + h_3 v_2,\end{aligned}$$

где плечо $l(\vartheta)$ имеет среднюю и флуктуационную составляющие: $l(\vartheta) = l_C(\vartheta) + l_F(\vartheta)$, $l_C(\vartheta) = 0.5(l_{\max} + l_{\min})$, $l_F(\vartheta) = \Delta l(\vartheta) z(t)$, $\Delta l(\vartheta) = 0.5(l_{\max} - l_{\min})$, $l_{\max} = l(\vartheta) + \Delta l_1(\vartheta)$, $l_{\min} = l(\vartheta) - \Delta l_2(\vartheta)$, $\Delta l_1(\vartheta) = 0.3\vartheta - 0.15\vartheta^3$, $\Delta l_2(\vartheta) = 0.4\vartheta - 0.1\vartheta^3$, $l(\vartheta) = h\vartheta - \vartheta^3$, а кренящий момент $m(t)$ и множитель $z(t)$ будем считать стационарными случайными процессами с формирующими фильтрами соответственно первого и второго порядков (или с корреляционными функциями, соответственно, экспоненциальной и экспоненциально-косинусной), т.е.

$$z(t) = x_3(t), \quad y = (x_3, x_4)^T \in R^2,$$

$$\dot{y} = Ay + Hv_1, \quad H = (h_1, h_2)^T \in R^2,$$

где $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ f_3 & f_4 \end{bmatrix}$ – 2х2 матрица фильтра для z , элементы которой и векто-

ра H определяются доминирующей частотой ω и шириной спектра волнения e следующим образом: $f_3 = -\omega^2 - e^2$, $f_4 = -2e$, $h_1 = q_1$,

$$h_2 = q_1 \left[(-f_3)^{\frac{1}{2}} + f_4 \right],$$

где q_1 – интенсивность шума (константа);

$$m(t) = J_{\Sigma} q_2 x_5(t) \in R^1, \quad \dot{x}_5 = -a_1 x_5 + h_3 v_2.$$

Параметризованная задача Коши для объединенной системы уравнений состояния, сопряженных переменных и функционала действия,

$X^T = (\varphi^T, \psi^T, S)$, в итоге имеет вид [5]:

$$\begin{aligned}\dot{X}_1 &= X_2, \\ \dot{X}_2 &= -b_D (\lambda_{\vartheta} X_2 / D + l_C(X_1) + \Delta l(X_1) X_3 - q_2 X_5 / D), \\ \dot{X}_3 &= X_4 + h_1 \hat{u}_1, \\ \dot{X}_4 &= f_3 X_3 + f_4 X_4 + h_2 \hat{u}_1, \\ \dot{X}_5 &= -a_1 X_5 + h_3 \hat{u}_2, \\ \dot{X}_6 &= [D l_C(X_1) + D \Delta l(X_1) X_3] b_D X_7, \\ \dot{X}_7 &= -X_6 + n_{\vartheta} X_7, \\ \dot{X}_8 &= b_D \Delta l(X_1) X_7 - f_3 X_9, \\ \dot{X}_9 &= -X_8 - f_4 X_9, \\ \dot{X}_{10} &= -q_2 X_7 / J_{\Sigma} + a_1 X_{10}, \\ \dot{X}_{11} &= (\hat{u}_1^2 + \hat{u}_2^2) / 2.\end{aligned}\tag{25}$$

К этим уравнениям следует добавить выражения для компонент оптимального управления в терминах $X^T = (X_1, X_2, \dots, X_{11})$:

$$\hat{u}_1(t) = h_1 X_8(t) + h_2 X_9(t), \quad \hat{u}_2(t) = h_3 X_{10}(t),\tag{26}$$

а также граничные условия, которые удобнее задавать на правом конце, в точке t_f . Их общий вид следует из формулировки задачи ЛП (10)-(12) и условий трансверсальности:

$$X^T(t_f) = X_f^T = (\vartheta_f, 0, 0, 0, 0, \alpha, 0, 0, 0, 0, 0).\tag{27}$$

Уравнения (25)-(27) представляют собой $(\vartheta_f, \alpha, \tau)$ -параметризованную задачу Коши для экстремали $(\hat{\varphi}, \hat{u}, \hat{\tau})$ и функционала S действия. Будем называть $(\vartheta_f, \alpha, \tau)$ параметрами алгоритма:

- критический угол крена — ϑ_f ,
- граничное значение сопряженной переменной — α ,
- длительность ЭД — τ .

Далее реализуется метод стрельбы для решения краевой задачи, т.е. метод замены краевой задачи задачей Коши. В данном случае дело облегчается тем, что критический крен ϑ_f может быть определен сразу и исключен из дальнейших итераций. В нулевом приближении можно воспользоваться

тем, что задача близка к консервативной и исходная грубая оценка $\vartheta_f^{(0)}$ является одним из корней (неустойчивых !) уравнения $l(\vartheta) = h\vartheta - \vartheta^3 = 0$. В рассматриваемом случае, для определенности, выбираем положительное значение $\vartheta_f^{(0)} = \sqrt{h} \approx 1.02$. Далее, полагаем $\tau = 10$, $\alpha = 0$ и решаем задачу (25)-(27) при этих значениях параметров, выбирая такие значения $\vartheta_f = \vartheta_f^{(i)}$, которые обеспечивают условия *типовой траектории опрокидывания справа*: $X_2(t) = \dot{\vartheta}(t) \approx 0$, $X_2(t_S) = \dot{\vartheta}(t_S) > 0$, на интервале $[t_S, t_f]$. В результате получаем уточненную величину $\vartheta_f = 0.98773$ (см. рисунок 1).

Определение α и t_S : сформированная задача Коши интегрируется до такого $t = t_S$ и при таком α , когда оказывается выполненным условие *начальных амплитуд*: $|X_1(t_S)| = |\vartheta_S| \leq \tilde{\vartheta}$, $X_2(t_S) = \dot{\vartheta}(t_S) \approx 0$. Фактически *реперная точка* $\tilde{\vartheta}$ не является произвольной, а оказывается тем минимальным по модулю значением, при котором алгоритм начинает расходиться. Соответственно, τ – это то максимальное время, при котором численная процедура еще не расходится (условие Б не выполнено).

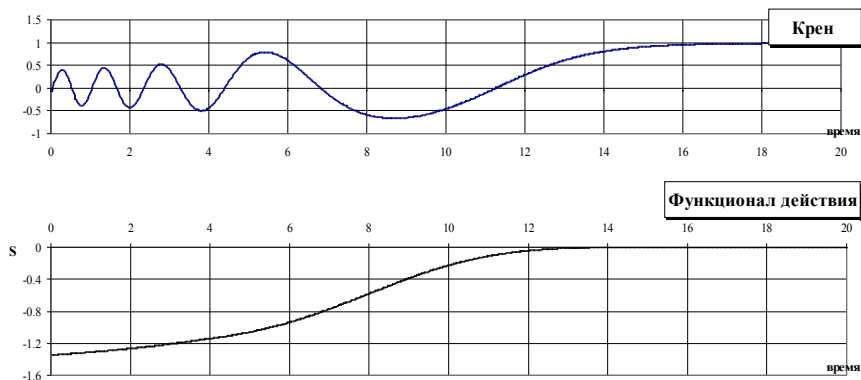


Рисунок 1 - Осциллограммы крена и функционала действия для типовой траектории опрокидывания

В данном случае оказалось $\tau = 32$ единицы времени, каждая из которых равна примерно 5 секундам, так что полная продолжительность полученной ЭД: 160 сек. За такое короткое время вряд ли возможно предпринять действия по антикризисному маневрированию. Это подтверждается и

весьма высокой вероятностью опрокидывания $P = \exp(-S) = 0.2598$, соответствующей (13) и полученному начальному значению функционала действия $S(0) = -1.348$. Поэтому, реальное применение алгоритма ЭД в задачах оперативной оценки остойчивости возможно по следующей схеме: решением задачи ЛП определяется максимально протяженная ЭД и соответствующая ей реперная точка по крену $\hat{\phi}$, после чего используются известные методы прогноза развития качки на заданное время (1-2 часа) с контролем выхода процесса в окрестность реперной точки, что будет свидетельствовать об угрожаемой ситуации по крену и, с другой стороны, предоставляет достаточно времени для ее преодоления.

Предложенный здесь вероятностно асимптотический подход может найти применение и во многих других задачах управления движением. Так, представляется перспективным его использование при управлении маневренными летательными аппаратами, движение которых часто осложняется выходом на критические режимы.

Библиографический список

1. Вентцель А.Д. Флуктуации в динамических системах под действием малых случайных возмущений / А.Д. Вентцель, М.И. Фрейдлин. — М.: Наука, 1979. — 424 с.
2. Поляк Б.Т. Робастная устойчивость и управление / Б.Т. Поляк, П.С. Щербakov. — М.: Наука, 2002. — 303 с.
3. Дубовик С.А. Аналитическое конструирование регуляторов для сингулярно возмущенных систем / С.А. Дубовик // Проблемы управления и информатики. — 1999. — № 5. — С. 54 – 68.
4. Дубовик С.А. Алгоритм прогноза критического состояния динамической системы / С.А. Дубовик // Динамические системы, 1998. — Вып.14. — С. 40 – 44.
5. Алгоритм функционала действия / С.А. Дубовик, Ю.И. Нечаев, В.Л. Александров и др. // Интеллектуальные системы в морских исследованиях и технологиях / Под ред. Ю.И.Нечаева. —СПб, 2001. — С. 138 – 143.

Поступила 30.09.2003 г.