

УДК 628.543.52

А.И. Бохонский, Н.И. Варминская

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЕМ ГРУЗА ТЕЛЕСКОПИЧЕСКИМ МАНИПУЛЯТОРОМ С ПНЕВМОПРИВОДАМИ

Решены задачи оптимального управления дросселированием пневмоприводов руки телескопического манипулятора при выполнении рабочей операции перемещения груза с фиксированной точки на транспортер, лента которого движется с постоянной скоростью.

В [1] дано решение задач оптимизации рабочих операций транспортирования грузов телескопическим манипулятором, обращено внимание на трудности, возникающие при решении вариационным методом изопериметрических задач оптимального управления. Найденные управления предложено реализовывать пневмоприводами с дросселированием.

Приближенно решена изопериметрическая задача оптимального перемещения груза в горизонтальной плоскости с фиксированной точки на транспортер [2]. При этом в итерационной процедуре с целью определения начальных приближений для множителей Лагранжа предварительно использовались аналитические функции для полярных координат, но, как показал численный эксперимент, процесс сходиллся чрезвычайно медленно. Возможность практической реализации таких управлений ранее не рассматривалась. Показано, что для реализации оптимального закона нагружения упругой системы (с равным единице динамическим коэффициентом) применимы пневмоприводы с управляемым дросселированием [3].

В [4] приведены наиболее характерные структурно-компоновочные схемы многопозиционных гибких технологических ячеек сборки (ГТЯС), в том числе на базе линейного транспортера и манипулятора, для которых продолжают оставаться актуальными задачи оптимизации рабочих операций. Отметим также, что в настоящее время возрос интерес к задачам механики управляемого движения манипуляторов [5].

В данной статье с использованием вариационного метода Ритца решены некоторые характерные задачи, возникающие в процессе функционирования ГТЯС с манипуляторами. В соответствии с предложенной иерархией поиска управлений задачи решаются в три этапа: определение управлений, прикладываемых к перемещаемому грузу как материальной точке, движущейся в полярной системе координат; расчет усилий в пневмоприводах, обеспечивающих оптимальное движение телескопической руки манипуля-

тора; определение оптимальных законов изменения во времени площадей дроссельных отверстий, обеспечивающих транспортирование груза.

Дифференциальные уравнения движения материальной точки (груза) без учета сопротивления в полярной системе координат имеют вид (рисунок 1)

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r \cdot \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = U_1(t), \quad r \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2 \cdot \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = U_2(t),$$

где $r(t)$ – радиус; $\varphi(t)$ – угол поворота; $U_1(t)$, $U_2(t)$ – управления на единицу массы.

В качестве критерия оптимальности принята норма мощности:

$$J_* = \int_{t_0}^{t_1} (U_1^2 + U_2^2) dt = \min.$$

Краевые условия на левом конце (при $t = t_0 = 0$) имеют вид

$$r(t_0) = r_0; \quad \dot{r}(t_0) = 0;$$

$$\varphi(t_0) = 0; \quad \dot{\varphi}(t_0) = 0,$$

т.е. тело движется из начала координат и состояния покоя. В случае достижения движущимся твердым телом ленты транспортера должны выполняться условия:

- координаты точки при $t = t_1$ удовлетворяют уравнению прямой в отрезках

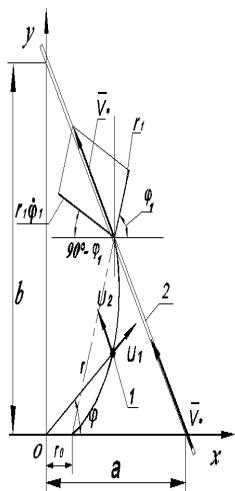


Рисунок 1 – Схема управляемого движения груза из начала координат на транспортер (1 – груз, 2 – транспортер)

$(r_0 + r_1) \cdot (b \cos \varphi_1 - a \sin \varphi_1) - a \cdot b = 0$, где a , b – константы;

- скорость груза при $t = t_1$ по модулю равна скорости ленты транспортера

$$[\dot{r}(t_1)]^2 + [\dot{\varphi}^2 (r_0 + r(t_1))]^2 - V_*^2 = 0,$$

где V_* – постоянная по модулю и направлению скорость движения ленты. Кроме этого, скорость движущегося груза должна совпадать в момент соприкосновения с лентой транспортера по направлению со скоростью ленты. Для этого необходимо выполнение условий

$$\begin{aligned} \dot{r}_1 \cos \varphi_1 - r_1 \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 &= -V_* \cos \alpha, \\ \dot{r}_1 \sin \varphi_1 + r_1 \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 &= V_* \sin \alpha, \end{aligned} \quad (1)$$

которые представляют собой равенства проекций на оси x и y скорости точки в момент $t = t_1$ и проекций скорости ленты транспортера ($|V| = \text{const}$) на эти же оси. Условия (1) можно записать таким образом:

$$\dot{r}_1 \sin \varphi_1 + r_1 \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 = tg \alpha \cdot (r_1 \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{r}_1 \sin \varphi_1).$$

Поиск управлений основывается на алгоритме решения первой задачи динамики точки, когда по заданным геометрическим свойствам движения определяются причины, вызывающие такое движение (управляющие воздействия).

В соответствии с методом Ритца выражения для полярных координат, определяющих положение груза, принимались в виде полиномов

$$r(t) = \sum_{i=2}^n c_i \cdot t^i, \quad \varphi(t) = \sum_{i=2}^n d_i \cdot t^i,$$

где c_i, d_i – неизвестные константы, которые определяются из условий на правом (подвижном) конце траектории и необходимых условий минимума критерия

$$\frac{\partial J_*}{\partial c_i} = 0, \quad \frac{\partial J_*}{\partial d_i} = 0, \quad (2)$$

где $i = 2 \dots n - 1$.

Численные эксперименты показывают, что значительные трудности возникают при использовании достаточно громоздких уравнений (2), которые приводят к увеличению машинного времени при решении системы нелинейных алгебраических уравнений относительно неизвестных c_i, d_i .

Пример. Исходные данные: масса груза $m = 1$ кг, $a = b = 2$ м, $V_* = 1$ м/с, $t_1 = 1,2$ с. Начальные условия: $r(0) = 0$; $\dot{r}(0) = 0$; $\varphi(0) = 0$; $\dot{\varphi}(0) = 0$. С учетом принятых начальных условий в качестве координатных функций взяты следующие полиномы:

$$r(t) = c_2 t^2 + c_3 t^3, \quad \varphi(t) = d_2 t^2 + d_3 t^3.$$

Необходимые условия экстремума:

$$\frac{\partial J_*}{\partial c_3} = 0, \quad \frac{\partial J_*}{\partial d_3} = 0.$$

Условия (1) в данном примере не учитываются. Графики управлений $U_1(t)$, $U_2(t)$, полярных координат $r(t)$ и $\varphi(t)$ и модуля скорости точки $V_* = \sqrt{\dot{r}^2 + (r \cdot \dot{\varphi})^2}$ изображены на рисунке 2. Полученные аналитические зависимости, по которым построены графики, имеют вид:

$$r(t) = 2,1618 \cdot t^2 - 0,9697 \cdot t^3;$$

$$\varphi(t) = 1,2405 \cdot t^2 - 0,6833 \cdot t^3;$$

$$U_1(t) = 4,3236 - 5,8180 \cdot t - 13,3073 \cdot t^4 + 27,9598 \cdot t^5 - 18,9491 \cdot t^6 + 4,0751 \cdot t^7;$$

$$U_2(t) = 26,8177 \cdot t^2 - 43,4310 \cdot t^3 + 15,9027 \cdot t^4;$$

$$V_*(t) = \sqrt{(4,3236 \cdot t - 2,9089 \cdot t^2)^2 + (4,4811 \cdot t - 2,050 \cdot t^2)^2 \cdot (2,1618 \cdot t^2 - 0,9697 \cdot t^3)^2}.$$

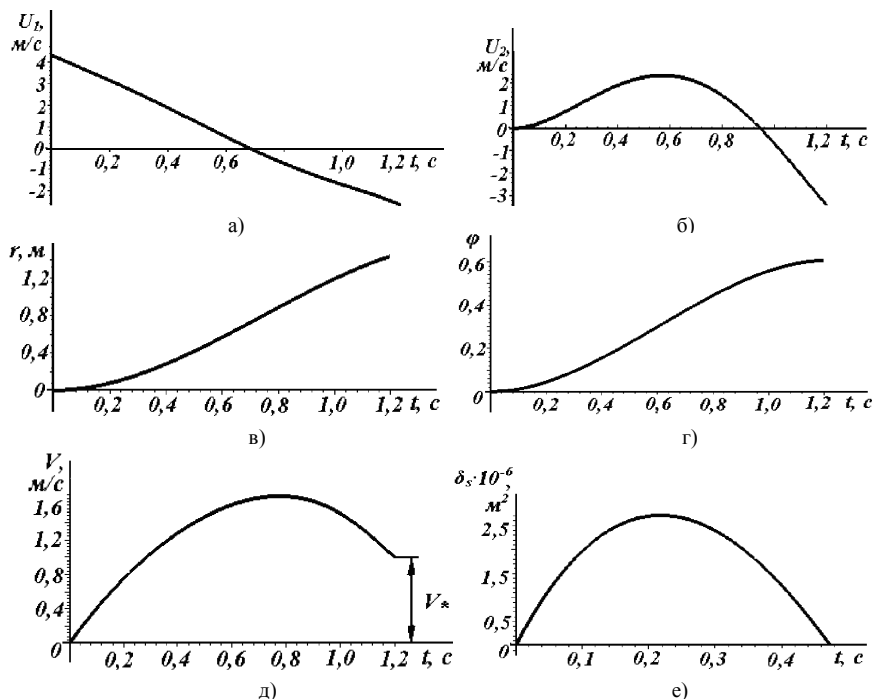


Рисунок 2 – Графики $U_1(t)$, $U_2(t)$, полярных координат $r(t)$, $\varphi(t)$, скорости точки $V(t)$ и площади поперечного сечения дроссельного отверстия $\delta_s(t)$

Из решения следует, что оптимально движущаяся точка в момент $t = t_1$ с достаточной точностью попадает на транспортер и при этом модули скорости точки и транспортера практически совпадают, но, к сожалению, направление вектора скорости движущейся точки существенно отличается от направления вектора скорости транспортера.

После получения аналитических зависимостей $r = r(t)$ и $\varphi = \varphi(t)$ для определения усилий в пневмоприводах удобно воспользоваться дифференциальными уравнениями поступательного движения элементов телескопической руки в радиальном направлении и уравнением вращения руки, которые с учетом линейно-вязкого сопротивления движению записываются как

$$F(t) = m \cdot \frac{d^2 r}{dt^2} + k_1 \cdot \frac{dr}{dt}, \quad M_*(t) = J(t) \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + k_2 \cdot \frac{d\varphi}{dt}, \quad (3)$$

где m – масса поступательно движущихся частей руки вместе с перемещаемым полезным грузом; $J(t)$ – физический момент инерции руки относи-

тельно оси вращения, который в общем случае зависит от времени (например, $J(t) = m_e \cdot r^2(t) + \frac{1}{3} \cdot m_* \cdot r^2(t)$, где m_e – масса груза, m_* – распределенная по длине масса руки); k_1, k_2 – коэффициенты линейно-вязкого сопротивления при поступательном и вращательном движении руки.

Теперь для получения выражений $F(t)$ и $M_*(t)$ достаточно в правые части уравнений (3) подставить полученные ранее аналитические зависимости $r(t)$ и $\varphi(t)$.

Законы изменения площадей дроссельных отверстий в пневмоприводах находятся при известных допущениях [3]. В произвольный момент масса воздуха в рабочей полости пневмопривода поступательного перемещения руки в радиальном направлении определяется соотношением

$$M(t) = \frac{F(t) \cdot (r_0 + r(t))}{RT}, \quad (4)$$

где r_0 – координата, определяющая длину полости предварительного наполнения; R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура воздуха.

Теперь аналогично [3] зависимость массового расхода от давления при наполнении камеры из магистрали может быть представлена формулой

$$\frac{dM}{dt} = 0,0015 \cdot d^2 \cdot p_m \cdot \sqrt{1 - p_1 / p_m}, \quad (5)$$

где d – диаметр условного прохода распределителя; p_m – давление в магистрали; $p_1 = F(t)/S$, где S – площадь поршня.

Тогда из (4) следует зависимость:

$$\frac{dM(t)}{dt} = \frac{1}{RT} \cdot \left(\frac{dF(t)}{dt} \cdot (r_0 + r(t)) + F(t) \cdot \frac{dr}{dt} \right). \quad (6)$$

Из (5) и (6) после преобразований (с учетом выражения $\delta_s = \pi \cdot d^2 / 4$) находим площадь дроссельного отверстия как функцию времени:

$$\delta_s(t) = \frac{\pi \cdot \left(\dot{F} \cdot (r_0 + r(t)) + F \cdot \dot{r}(t) \right)}{4 \cdot 0,0015 \cdot p_m \cdot \sqrt{1 - p_1 / p_m} \cdot R \cdot T}.$$

График зависимости $\delta_s(t)$ изображен на рисунке 2. Как следует из графика, на участке разгона за время $t_r = 0,48$ с площадь дроссельного отверстия изменяется по параболе. Аналогично находятся функции изменения площадей дроссельных отверстий для других этапов движения груза.

Рассмотрим пример, когда груз движется по траектории, которая близка к спирали Архимеда. Если в качестве подходящих функций принять $\varphi(t) = c_1 \cdot t + c_2 \cdot t^2$ и $r(t) = d_1 \cdot (e^{\varphi(t)} - 1) + d_2 \cdot t$, учесть условие попадания груза на ленту транспортера при $t = t_1$ и условие совпадения по направлению векторов скоростей груза и ленты транспортера, а также требования $U_1(t_1) = 0$ и

$U_2(t_1) = 0$, то после решения системы нелинейных уравнений относительно неизвестных c_1, c_2, d_1, d_2 получим приемлемый по точности результат.

Пример. Исходные данные: $a = b = 2$ м, $V^* = 1,7$ м/с, $t_1 = 1,3$ с. Корни нелинейной системы равны: $c_1 = 1,6863$; $c_2 = -0,4361$; $d_1 = -0,2267$; $d_2 = 1,9605$. В момент $t = t_1 = 1,3$ с тело достигает ленты транспортера; при этом координаты и скорость равны: $\varphi_1 = 83,3764^\circ$; $r_1 = 1,8040$ м; $V_1 = 1,7380$ м/с. Погрешность вычисления угла наклона вектора скорости по сравнению с углом наклона транспортера составляет около 12° .

Обращает на себя внимание чрезвычайная чувствительность решений (корней) системы нелинейных уравнений (определение констант c_1, c_2, d_1, d_2) к малым изменениям общего времени движения t_1 . Невысокая обусловленность системы нелинейных уравнений требует использования малого шага при варьировании t_1 . Данный алгоритм решения предполагается использовать для других характерных задач оптимизации рабочих операций в ячейке сборки. Приближенное аналитическое решение может быть также применено в процедуре численного интегрирования уравнений управляемого движения для определения начальных приближений множителей Лагранжа [3] при $t = 0$.

Численные эксперименты показывают, что в связи с невозможностью одновременного выполнения с достаточной точностью требований равенства модулей скорости груза и транспортера и совпадения векторов скоростей по направлению (при $t = t_1$) следует отдать предпочтение условию совпадения направлений векторов скоростей, а достижение равенства их модулей обеспечить, например, за счет дополнительного импульсного воздействия, приводящего к равенству скоростей движущегося груза и ленты транспортера.

Рассмотренный подход в решении задачи управления может быть использован для поиска управлений перемещением груза с одного транспортера на другой, которые расположены в одной плоскости или (в общем случае) в пространстве; при этом ленты транспортеров могут двигаться как с постоянной скоростью, так и с остановками.

Библиографический список

1. Бохонский А.И. Расчет и проектирование телескопических исполнительных органов манипуляторов: Учеб. пособие / А.И. Бохонский, Г.Г. Макухина, Ю.А. Хачин. — К.: УМК ВО, 1989. — 132 с.
2. Бохонский А.И. Управление движением манипулятора / А.И. Бохонский // Вестн. СевГТУ: Сб. науч. тр. — Севастополь, 1996. — Вып. 3. — С. 50 — 54.
3. Бохонский А.И. Реализация оптимальных нагрузок упругой системы с помощью пневмопривода / А.И. Бохонский, Е.В. Исаева // Вестн. СевГТУ: Сб. науч. тр. — Севастополь, 2002. — Вып. 5. — С. 175 — 179.

4. Пашков Е.В. Транспортно-накопительные и загрузочные системы в сборочном производстве: Учеб. пособие / Е.В.Пашков, В.Я.Копп, А.Г.Карлов. — К.: УМК ВО, 1992. — 536 с.

5. Горобец И.А. Промышленная робототехника. Механические системы манипуляторов: Учеб. пособие / И.А. Горобец. — Донецк: Изд-во ДонНТУ, 2001. — 130 с.

Поступила в редакцию 06.06.2003 г.