

УДК 681.5

Л.Л. Беляева, ассистент

Севастопольский национальный технический университет

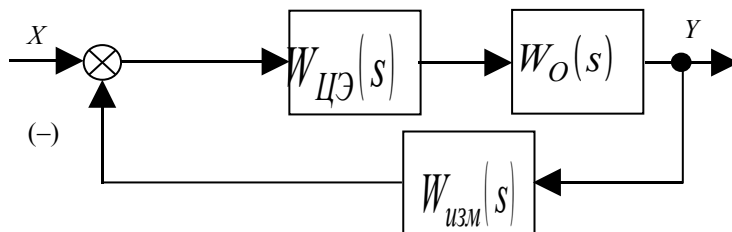
Студгородок, Стрелецкая балка, 99053

larissa_sev@bigmir.net

ЦИФРОВЫЕ ПИД-РЕГУЛЯТОРЫ В ПРОМЫШЛЕННЫХ СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Приведены уравнения границ областей устойчивости и заданного качества цифровой системы автоматического управления. Уравнения записаны относительно параметров ПИД-регуляторов для определения их допустимых значений при настройке системы. Приведен пример построения вышеуказанных областей.

Постановка задачи. ПИД-регулятор – наиболее распространенная структура управления в судовых и промышленных автоматических системах. Структурная схема цифровой автоматической системы (ЦАС) изображена на рисунке 1, а структура цифрового элемента – на рисунке 2.



На
приняты

Рисунок 1 - Структурная схема ЦАС

рисунке 2

обозначения: $W_{ЦР}(e^{sT})$ – передаточная функция цифрового регулятора; $W_{\Phi}(s)$ – передаточная функция экстраполятора нулевого порядка; $W_{изм}(s)$ – передаточная функция измерителя. ПИД-регулятор параметризуется в соответствии с уравнением

$$\delta u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt + K_D \dot{e}(t),$$

где K_P – коэффициент пропорциональности; K_I – коэффициент интегрирования; K_D – коэффициент дифференцирования.

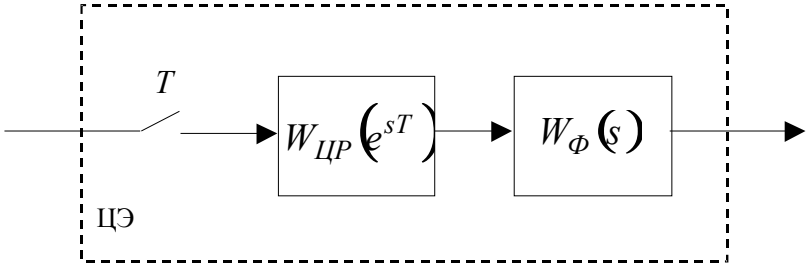


Рисунок 2 – Структура цифрового элемента

Составляющие цифрового ПИД-регулятора могут быть получены при использовании дискретной модели по алгоритму приращений.

Пропорциональная составляющая определяется по уравнению:

$$\Delta u_P[kT] = u_P[kT] - u_P[(k-1)T] = K_P(e[kT] - e[(k-1)T]) = K_P \Delta e[kT].$$

Применяя дискретное преобразование Лапласа (ДПЛ) к левой и правой частям уравнения, получаем:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} \Delta u_P[kT] e^{-kTs} &= \sum_{k=0}^{\infty} K_P \Delta e[kT] e^{-kTs}; \\ \Delta U_P^*(s) &= K_P \Delta e(s); \\ W_P^*(s) &= \frac{\Delta U_P^*(s)}{\Delta e^*(s)} = K_P. \end{aligned} \quad (1)$$

Интегральная составляющая задается уравнением:

$$\begin{aligned} \Delta u_I[kT] &= \Delta u_I[(k-1)T] + (u_I[kT] - u_I[(k-1)T])Tk_I; \\ \Delta u_I[kT] - \Delta u_I[(k-1)T] &= Tk_I \Delta e[kT]. \end{aligned}$$

Применив ДПЛ, получаем дискретную передаточную функцию интегральной составляющей:

$$W_I^*(s) = \frac{\Delta U_I^*(s)}{\Delta e^*(s)} = k_I \frac{T}{1 - e^{-Ts}} = K_I \frac{1}{1 - e^{-Ts}}. \quad (2)$$

Дифференциальная составляющая определяется уравнением:

$$\begin{aligned} T\Delta u_D[kT] &= ((u_D[kT] - u_D[(k-1)T]) - (u_D[(k-1)T] - u_D[(k-2)T]))k_D = \\ &= (\Delta e[kT] - \Delta e[(k-1)T])k_D. \end{aligned}$$

После ДПЛ получаем передаточную функцию дифференциальной составляющей:

$$W_D^*(s) = \frac{\Delta U_D^*(s)}{\Delta e^*(s)} = \frac{k_D(1 - e^{-Ts})}{T} = K_D(1 - e^{-Ts}). \quad (3)$$

По полученным соотношениям (1)–(3) найдем дискретные передаточные функции ПИ- и ПИД- регуляторов:

$$W_{PI}^*(s) = W_P^*(s) + W_I^*(s) = \frac{(K_P + K_I) - K_P e^{-Ts}}{1 - e^{-Ts}} = \frac{a_1 - b_1 e^{-Ts}}{1 - e^{-Ts}}; \quad (4)$$

$$\begin{aligned} W_{PID}^*(s) &= W_P^*(s) + W_I^*(s) + W_D^*(s) = \\ &= \frac{(K_I + K_D) + (-2K_D - K_P)e^{-Ts} + K_D e^{-2Ts}}{1 - e^{-Ts}} = \frac{c_0 + c_1 e^{-Ts} + c_2 e^{-2Ts}}{1 - e^{-Ts}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Передаточная функция непрерывной части системы равна

$$W_0(s) = \frac{b(s)}{a(s)}. \quad (6)$$

Решается задача определения значений K_P, K_I, K_D для обеспечения заданных свойств ЦАС. Рассматриваются следующие свойства систем: устойчивость, запасы устойчивости по амплитуде и по фазе.

Метод решения. Условием устойчивости линейной ЦАС является расположение всех корней z_i характеристического многочлена замкнутой системы внутри единичного круга с центром в начале координат, т.е. $|z_i| < 1, i = 1, 2, \dots, n$.

Условия обеспечения заданных запасов устойчивости по фазе $\Delta\varphi$ и по амплитуде ΔA выполняются в следующих случаях:

1) охват годографом разомкнутой системы $W(e^{j\omega T})$ точки $(-1; j0)$ должен соответствовать критерию Найквиста;

2) прохождение годографа $W(e^{j\omega T})$ через точки ω_a и ω_f соответствуют требуемым запасам по амплитуде ΔA и по фазе $\Delta\varphi$; точки ω_a и ω_f назначаются в зависимости от того, с какой стороны годограф $W(e^{j\omega T})$ должен охватывать точку $(-1; j0)$.

Условия для точек ω_a и ω_f записываются в виде:

$$W(e^{j\omega_a T}) = \omega_a; W(e^{j\omega_f T}) = \omega_f,$$

где $\omega_a = (-1/\Delta A; 0)$, $\omega_f = \exp(-j\Delta\varphi)$.

Графическое представление этих условий изображено на рисунке 3, а,б.

Обеспечение заданных свойств возможно при определенных значениях параметров настройки цифрового регулятора, которые определяются вещественными решениями систем трансцендентных уравнений.

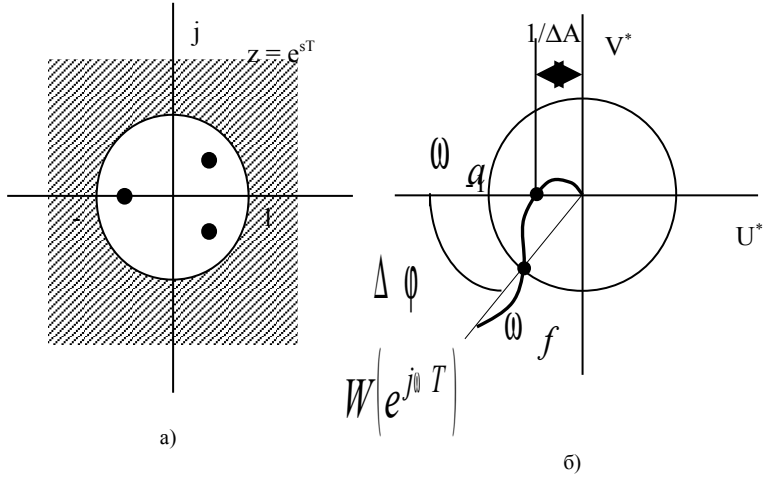


Рисунок 3 – Графическое представление свойств системы
а) к условию обеспечения устойчивости;

б) к условию обеспечения заданных запасов устойчивости по амплитуде и по фазе

Уравнения границы устойчивости имеют вид

$$\begin{cases} \operatorname{Re} a(e^{j\omega T}, \lambda) = 0, \\ \operatorname{Im} a(e^{j\omega T}, \lambda) = 0, \end{cases} \quad (7)$$

где $a(e^{j\omega T}, \lambda)$ – характеристический многочлен ЦАС.

Уравнения границ заданного запаса устойчивости по амплитуде и по фазе записываются следующим образом:

$$\begin{cases} W(e^{j\omega T}, \lambda) = (-1; j0); \\ W(e^{j\omega T}, \lambda) = \omega_a; \\ W(e^{j\omega T}, \lambda) = \omega_f. \end{cases} \quad (8)$$

Уравнения границы заданного показателя колебательности имеют вид

$$\begin{cases} |U^*(\omega, \lambda) - U_0^*|^2 + |V^*(\omega, \lambda)|^2 = R^2, \\ \frac{dV^*(\omega, \lambda)}{dU^*(\omega, \lambda)} = -\frac{U^*(\omega, \lambda) - U_0^*}{V^*(\omega, \lambda)}, \end{cases} \quad (9)$$

где $R = \frac{M^2}{M^2 - 1}$ – радиус окружности с центром в точке $(-1; j0)$; $U^*(\omega, \lambda)$,

$V^*(\omega, \lambda)$ – ВЧХ, МЧХ передаточной функции разомкнутой системы. Пара-

метр λ , указанный в этих системах уравнений, вектор настроечных параметров цифрового ПИД-регулятора: $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)^T$.

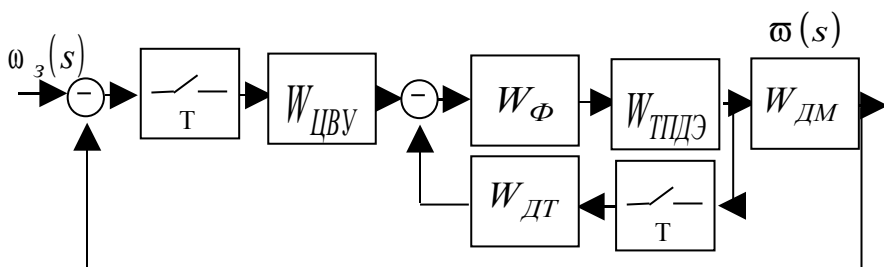


Рисунок 4 – Цифровая САР частоты вращения электропривода

Определение значений варьируемого параметра сводится к решению систем трансцендентных уравнений (7)–(9). Число корней трансцендентного уравнения заранее неизвестно. При решении уравнений трансцендентного типа используются методы последовательных приближений (итерационные методы), суть которых заключается в последовательном уточнении начального приближения корня. После отделения корней решается задача вычисления корней с заданной точностью. В тригонометрических уравнениях интервал поиска корней указывается при постановке задачи.

Пример. Рассматривается цифровая автоматическая система регулирования частоты вращения электропривода электродвигателя постоянного тока с цифровым вычислительным устройством (ЦВУ), реализующим закон ПИ-регулирования (рисунок 4). Передаточные функции элементов сведены в таблицу 1. Система относится к классу астатических цифровых систем управления частотой вращения электропривода постоянного тока с импульсным силовым преобразователем [1]. Такие электроприводы применяются в целлюлозно-бумажной промышленности. Принцип работы системы следующий. На вход ЦВУ поступает управляющий сигнал, величина которого пропорциональна требуемой частоте вращения электропривода, и сигнал обратной связи, снимаемый с преобразователя частоты вращения в импульсы, частота следования которых пропорциональна частоте вращения ω . ЦВУ производит преобразование частоты следования в двоичный код и сравнение этого кода с кодом задания частоты вращения. Сигнал ошибки, преобразованный по алгоритму ПИ-регулирования, сравнивается с кодом обратной связи по току, снимаемом с датчика тока. Полученный сигнал управления поступает на вход тиристорного преобразователя, где преобразуется в напряжение постоянного тока, питающего якорную цепь двигателя.

Таблица 1 – Передаточные функции элементов системы

Цифровой регулятор, $W_p(z)$	Тиристорный преобразователь, $W_{ТП}(s)$	Электромагнитная составляющая, $W_{ЭМ}(s)$	Электромеханическая составляющая, $W_M(s)$	Датчик тока, $W_{ДТ}(s)$
ПИ-регулирование $\frac{a_1 - b_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}}$	$k_{ТП}$ 6,67	$\frac{k_1}{T_1 s + 1}$, $\frac{10}{0,1s + 1}$	$\frac{k_2}{T_2 s + 1}$ $\frac{1}{3s + 1}$	$k_{ОС}$ 0,03

Проведено моделирование этой системы для случая, когда не определены коэффициент пропорциональности K_P и коэффициент интегрирования K_I . Моделирование выполнено с использованием математического пакета MathCad2000 (K_P размещается по оси абсцисс, K_I – по оси ординат). Получены системы уравнений границ областей устойчивости, заданных запасов устойчивости по амплитуде и по фазе. В результате решения уравнений построена область (рисунок 5), внутри которой значения исследуемых свойств системы будут не хуже заданных ($\Delta A = 20 \text{ дБ}$, $\Delta \varphi = 50^\circ$). Выполнена проверка (рисунок 6).

Вывод. Рассмотрена математическая модель цифровой САУ с наиболее рас-

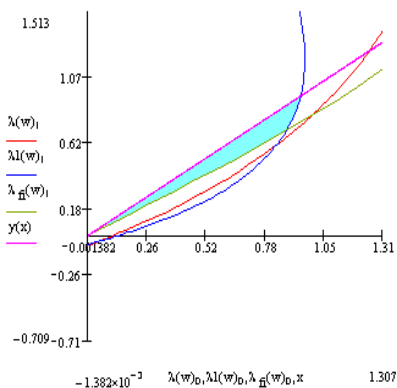


Рисунок 5—Область заданного качества

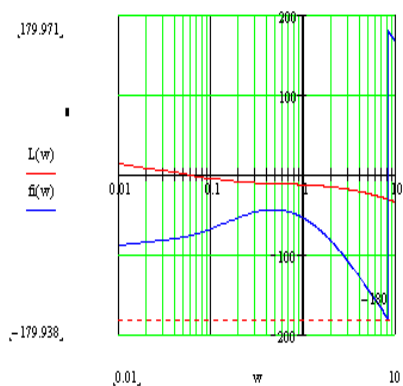


Рисунок 6—Проверка заданного качества по ЛАФЧХ

Библіографічний список

1. Батоврин А.А. Цифровые системы управления электроприводами / А.А. Батоврин, П.Г. Дашевский, В.Д. Лебедев. — Л.: Энергия, 1977. — 256 с.
2. Пряшников Ф.Д. Уравнения границ областей заданного качества линейных систем автоматического управления / Ф.Д. Пряшников // Автоматика – 2000: Сб. наук праць. міжнар. конф. з автоматичного управління, Львів, 11-15 вересня 2000. — Львів, 2000. — С. 206 – 209.

Поступила в редакцию 30.09.2003 г.