

УДК 621.9.048.3

ИМПУЛЬСНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ РАДИАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ТОКАРНОЙ ОБРАБОТКЕ

Бохонский А.И., Пашков Е.В., Голубев А.В.

Исследован процесс стабилизации локального равновесного квазистатического состояния тонкостенной цилиндрической оболочки нагруженной силой резания при использовании компенсирующего динамического воздействия в виде периодически повторяющихся импульсов одного знака.

В [1,2] показано, что для устранения радиальных упругих квазистатических перемещений тонкостенных цилиндрических оболочек (ТЦО), обусловленных нагружением радиальной составляющей силы резания при автоматической токарной обработке, может эффективно использоваться периодическое импульсное воздействие, которое позволяет стабилизировать исходное положение стенки цилиндра; указаны пути практической реализации предложенного способа обработки с использованием дебалансного шарикового вибратора; решена задача учета изменения координаты, определяющей положение силы резания при ее движении вдоль заготовки (для нежестких валов либо достаточно длинных цилиндрических оболочек, у которых балочные перемещения преобладают над локальными). С целью оценки эффективности применения периодического импульсного воздействия для устранения локальных радиальных упругих перемещений ТЦО в [2] построен алгоритм решения задачи, основанный на использовании метода припасовывания с последующим численным анализом полученного точного решения.

В [3] для системы с одной степенью свободы без учета затухания при действии периодических одиночных импульсов одного знака подбирались такие начальные условия, при которых движение системы было периодическим без смещения исходного положения равновесия, около которого происходят эти периодические колебания.

В данной статье обобщены результаты предыдущих исследований [1,2]. С помощью современных математических пакетов MathCad и Maple V Power Edition [5], оценено влияние параметров периодического импульсного воздействия на динамическое поведение ТЦО.

1 Численный анализ балочной составляющей радиального перемещения и локальной составляющей для достаточно длинной ТЦО (рисунок 1) при действии сосредоточенной радиальной составляющей силы P_y выполнен с использованием решения, приведенного в работе [4].

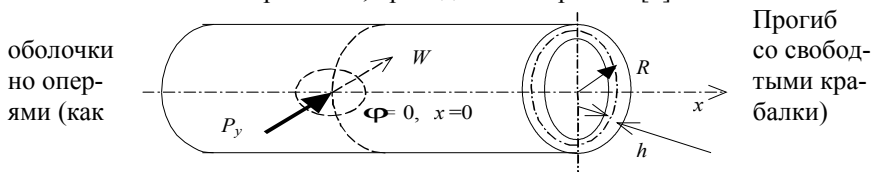


Рисунок 1 – Схема цилиндрической оболочки

$$W_1(\xi, \varphi) = \frac{P_y}{12\pi Eh} (2\lambda^3 - 3\lambda\xi^2 + |\xi|^3) \cos \varphi, \quad (1)$$

где E – модуль упругости; h – толщина оболочки; $\xi = \frac{x}{R}$ – безразмерная осевая координата; R – срединный радиус оболочки; $\lambda = l/R$; l – длина оболочки; φ – угловая координата.

Локальный прогиб оболочки, обусловленный ее местными деформациями, равен:

$$W_2(\xi, \varphi) = \frac{P_y \lambda^3}{\pi Eh} \sum_{n=2}^N \frac{n}{(n^2 - 1)^{3/2}} (\cos \frac{n\sqrt{n^2 - 1}}{2\lambda} \xi + \sin \frac{n\sqrt{n^2 - 1}}{2\lambda} |\xi|) e^{\frac{-n\sqrt{n^2 - 1}}{2\lambda} |\xi|} \cos \varphi, \quad (2)$$

где $\lambda = \sqrt[4]{3(1 - \nu^2)} \sqrt{\frac{R}{h}}$, ν – коэффициент Пуассона; N – число, ближайшее к $\frac{\lambda}{2}$.

Зависимости (1) и (2) справедливы при $l \geq R\lambda$ и $\frac{R}{h} \geq 100$. Тогда общий прогиб (радиальное перемещение в точке приложения силы P_y) равен:

$$W(\xi, \varphi) = W_1(\xi, \varphi) + W_2(\xi, \varphi). \quad (3)$$

Обобщенный коэффициент жесткости, который дальше используется в дифференциальном уравнении движения массы «пятна» оболочки, вычисляется (при $\xi = 0$, $\varphi = 0$) в соответствии с (3) по зависимости

$$C = \frac{\pi Eh}{\frac{l^3}{6R^3} + 0,802[3(1 - \nu^2)^{3/4} (\frac{R}{h})^{3/2}]} \quad (4)$$

Графики функций $W_1(\xi, 0)$, $W_2(\xi, 0)$ и $W(\xi, 0)$ построены в MathCad при следующих исходных данных: $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па; $h = 0,001$ м; $R = 0,04$ м; $l = 0,4$ м; $\nu = 0,3$; $\lambda = 8,13$; $N = 4$; $P_y = 100$ Н.

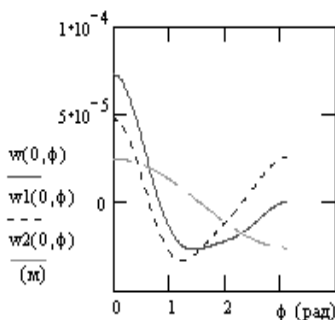


Рисунок 2 – Графики прогибов оболочки

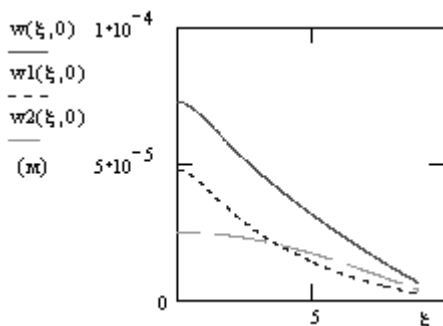


Рисунок 3 – Графики прогибов оболочки в продольном направлении рассматриваемой как двухопорная балка

Графики функций $W(0, \varphi)$ (рисунки 2, 3) свидетельствуют о существенном деформировании оболочки в поперечном направлении ($0 \leq \varphi \leq \pi$). Из графиков на рисунке 3 видно, что для не очень длинных оболочек балочная составляющая прогиба $W_1(\xi, 0)$ существенно меньше локальной составляющей $W_2(\xi, 0)$. Следует отметить, что с увеличением общей податливости оболочки как балки (с возрастанием l) роль балочного прогиба возрастает. В связи с быстрым затуханием локального перемещения, возникают значительные трудности его устранения в случае приложения компенсирующего воздействия в некоторой другой точке оболочки.

2 В первом приближении, с учетом коэффициента жесткости (4), дифференциальное уравнение, описывающее вынужденные колебания локальной области оболочки массой m в радиальном направлении с линейно-вязким сопротивлением при периодическом импульсном воздействии, принимает вид:

$$\frac{d^2 W(t)}{dt^2} + 2n \frac{dW(t)}{dt} + k^2 W = f(t), \quad (5)$$

где n – коэффициент линейно-вязкого сопротивления; $k^2 = \frac{C}{m}$ – квадрат частоты собственных колебаний. Правую часть уравнения (5) как периодическую импульсную функцию можно представить в виде ряда Фурье:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi t}{T} + b_n \sin \frac{n\pi t}{T} \right), \quad (6)$$

где $a_0 = f_0 \frac{\tau}{T}$, $a_n = \frac{f_0}{n\pi} [(-1)^n + 1] \sin \frac{n\pi \tau}{T}$, $b_n = \frac{f_0}{n\pi} [(-1)^n + 1] (1 - \cos \frac{n\pi \tau}{T})$; f_0 , τ – параметры прямоугольного импульса, T – период импульсов.

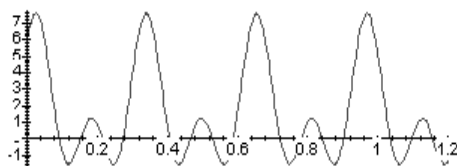


Рисунок 4 – График $f(t)$ при $n=5$

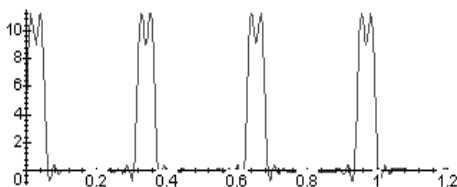


Рисунок 5 – График $f(t)$ при $n=25$

Для графического изображения воздействия (6) необходимо взять такое ограниченное число членов ряда, при котором не теряется форма периодически повторяющегося импульса и, следовательно, точность вычисления перемещений упругой системы. Если взять $n=5$, то $f(t)$ примет вид, изображенный на рисунке 4; для $n=25$ – график

$f(t)$ изображен на рисунке 5. При построении графиков использовалась система Maple V. Ниже приведен фрагмент программы разложения в ряд функции $f(t)$.

```
> restart: with(DEtools):
> f:=0: tu:=2*Pi/120.0: TT:=2*Pi/20.0:
> for i from 1 to 5 do ai:=((-1)^i+1)*sin(i*Pi*tu/TT)/(Pi*i):bi:=((-1)^i+1)*(1-cos(i*Pi*tu/TT))/(i*Pi):f:=f+ai*cos(i*t*Pi/TT)+bi*sin(Pi*i*t/TT):od:
> f1:=f:
> f2(t):=10*(tu/TT+f1):
> plot(f2(t),t=0.0..1.2);
```

При числе членов ряда $n = 200$ график функции $f(t)$ примет вид, изображенный на рисунке 6.

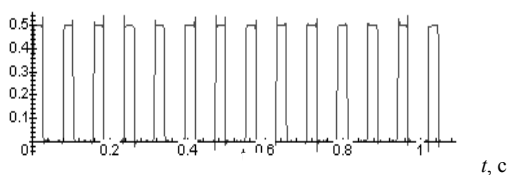


Рисунок 6 – График $f(t)$ при $n = 1 \dots 200$

Характерно, что при нулевых начальных условиях ($W(0) = 0$,

$\dot{W}(0) = 0$) в случае ударного резонанса (выполняется условие $kT = 2\pi$) не наблюдается одностороннего смещения, а происходит симметричная раскачка стенки оболочки в радиальном направлении. Приближенный характер колебаний в резонансном режиме без учета сил линейно-вязкого сопротивления на участке $s\tau \leq t \leq (s+1)\tau$ описывается зависимостью

$$W(t) = \frac{Qs}{mk} \sin kt, \quad (7)$$

где $Q = f_0\tau$ – ударный импульс, s – номер импульса, k – частота собственных колебаний.

При нулевых начальных условиях в отсутствии резонанса периодическое импульсное воздействие приводит к смещению положения равновесия, около которого колеблется стенка оболочки, что видно из графика (рисунок 7), построенного при следующих исходных данных:

$$\tau = \frac{\pi}{120} \text{ с}; \quad T = \frac{\pi}{40} \text{ с}; \quad W_0 = 0,5 \text{ Н/кг}.$$

В результате варьирования параметрами τ и f_0 можно обеспечить смещение положения равновесия

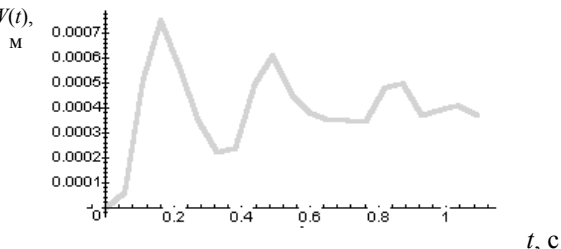


Рисунок 7 – График зависимости перемещения в радиальном направлении $W(t)$

в сторону, противоположную направлению действия радиальной составляющей силы резания, на величину статического перемещения, около которого колеблется стенка цилиндра. Характерно, что эффект смещения положения равновесия при периодическом импульсном воздействии одного знака достигается и в случае более сложной модели упругого объекта.

Библиография

1 Бохонский А.И., Пашков Е.В., Голубев А.В. Непрерывная динамическая компенсация упругих перемещений при токарной обработке // Вісник ЖІТІ. Сер. Технічні науки: Сб. науч. тр. — Житомир, 1999. — № 10. — С. 43–46.

2 Бохонский А.И., Голубев А.В. Моделирование динамической компенсации упругих перемещений цилиндрических деталей при точении // Вестн. СевГТУ: Сб. науч. тр. — Севастополь, 2000. — № 23. — С. 33–37.

3 Светлицкий В.А., Стаценко И.В. Сборник задач по теории колебаний: Учеб. пособие. — М.: Высш. шк., 1973. — 454 с.

4 Даревский В.И. Определение перемещений и напряжений в цилиндрической оболочке при локальных нагрузках // Прочность и динамика авиационных двигателей: Сб. науч. тр. — М., 1964. — Вып. 1. — С. 47–54.

5 Дьяконов В.П. Математическая система Maple V K3/R4/R5. — М.: Изд-во «Салон», 1998. — 400 с.

Поступила в редакцию 5.05.2000 г.