

УДК 71.027

АНАЛИЗ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ПЕРЕМОТКЕ ДЛИННОМЕРНЫХ ИЗДЕЛИЙ **Бохонский А.И., Хромов Е.В.**

Исследованы смешанные колебания, возникающие около квазистатического положения равновесия системы перемотки проволок.

Колебательные процессы сложных механических систем достаточно полно изучены в работах [2-4]. Используемые аналитические методы в совокупности с компьютерными средствами [1] позволяют эффективно исследовать поведение проектируемых технических объектов.

Технологические процессы перемотки длинномерных изделий (нитей, проволок, прядей и др.) сопровождаются смешанными колебаниями: свободными, вынужденными, параметрическими и автоколебаниями. Амплитуды колебаний и устойчивость колебательного процесса зависят от многих факторов: характеристики трения в тормозном устройстве, геометрических и физических параметров системы перемотки, характеристик привода и др. Изменение амплитуды колебаний системы вызывает изменение натяжения длинномерного изделия, что в конечном итоге влияет на качество технологического процесса.

Представляет интерес исследование колебаний механической системы, изображенной на рисунке 1. Система перемотки состоит из катушек 1, 2 (с физическими моментами инерции J_1, J_2), соединённых между собой упругой нитью 3. Катушки установлены на шарнирных опорах 4. На катушку 1 действуют следующие силовые факторы:

– переменный момент от силы тяжести

$$M_e = m_1 g \cdot e \cdot \cos(\omega_0 t),$$

где m_1 – масса катушки; e – эксцентриситет; ω_0 – угловая скорость в установившемся вращении катушки;

– момент от действия тормозного устройства (на рисунке 1 показан колодочный тормоз), который равен

$$M_m = -n_0 \cdot f \cdot r_0 (\text{sign} \dot{\phi} + \alpha_0 \cdot \dot{\phi}_1 - \alpha_1 \dot{\phi}_1^2 + \alpha_2 \dot{\phi}_1^3),$$

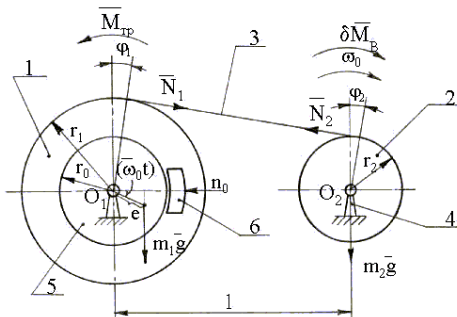


Рисунок 1 – Схема перемотки длинномерных гибких изделий

где f – коэффициент трения; n_0 – сила нормального давления, действующая на тормозной шкив 5 со стороны колодок 6; r_0 – радиус тормозного шкива; $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ – параметры нелинейной характеристики трения;

– момент от силы натяжения нити

$$M_1 = N_1 \cdot r_1 = -c(r_2 \varphi_2 - r_1 \varphi_1) r_1,$$

где c – коэффициент жёсткости нити; φ_1, φ_2 – углы отклонения катушек 1, 2 от состояния динамического равновесия; r_1, r_2 – наружные радиусы катушек.

На катушку 2 действуют момент силы натяжения нити

$$M_2 = N_2 \cdot r_2 = -c(r_2 \varphi_2 - r_1 \varphi_1) r_2,$$

и динамическая составляющая момента, создаваемого приводом $\delta M_B(t)$.

С учётом указанных моментов колебательные движения заданной механической системы описываются системой дифференциальных уравнений:

$$I_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} = c(r_2 \varphi_2 - r_1 \varphi_1) r_1 + m_1 g e \cdot \cos(\omega_0 t) - 3n_0 r_0 f [\text{sign} \dot{\varphi}_1 + \alpha_0 \dot{\varphi}_1 - \alpha_1 \dot{\varphi}_1^2 + \alpha_2 \dot{\varphi}_1^3], \quad (1)$$

$$I_2 \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} = -c(r_2 \varphi_2 - r_1 \varphi_1) r_2 + \delta M_B(t).$$

В частном случае, когда отсутствует момент $M_e(e=0)$ и сила трения, нить представляет собой упругую связь, и систему (1) можно линеаризовать

$$\ddot{\varphi}_1 + a \varphi_1 - a \varphi_2 = 0, \quad (2)$$

$$\ddot{\varphi}_2 + a \varphi_2 - a \varphi_1 = \delta M_B(t).$$

Частотный определитель системы (2) при $\delta M_B(t)=0$ имеет вид

$$\begin{vmatrix} a & -p^2 & -a \\ -a & a & -p^2 \end{vmatrix} = 0;$$

он дает только одну частоту собственных колебаний $p^2 = \sqrt{2a}$.

С учётом вибрационного воздействия от привода $\delta M_B(t) = M_0 \sin(\omega t)$ амплитуды вынужденных колебаний катушек определяются выражениями

$$A_1 = \frac{a \delta M_0}{\omega^2 (\omega^2 - 2a)}, \quad A_2 = \frac{(a - \omega^2) \delta M_0}{\omega^2 (\omega^2 - 2a)},$$

где δM_0 – амплитуда воздействия; ω – частота воздействия. Таким образом, в данном случае линейная система имеет две собственные частоты (ω и p).

При описании реального процесса перемотки необходимо учитывать, что нить представляет собой одностороннюю связь, т.е. работает только на растяжение. Поэтому система уравнений (1) дополнена условиями провисания нити:

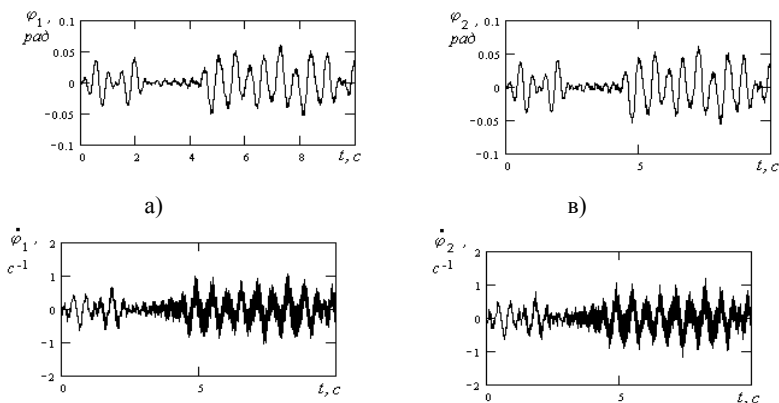


Рисунок 2 – Графики колебаний катушек

$$\begin{aligned} \varphi_1 &> 0, & \varphi_2 < 0, \\ \varphi_1 &> 0, & \varphi_2 > 0 \text{ и } |\varphi_1| > |\varphi_2|, \\ \varphi_1 < 0, & \varphi_2 < 0 \text{ и } |\varphi_2| > |\varphi_1|. \end{aligned}$$

С целью анализа характера колебаний, возникающих в данной системе, решен численный пример для следующих исходных данных:

$$\begin{aligned} E &= 2 \cdot 10^{11} \text{ Па; } l = 5 \text{ м; } e_1 = 0,005 \text{ м; } \omega_0 = 18,7 \text{ с}^{-1}; \\ r_1 &= r_2 = 0,25 \text{ м; } r_0 = 0,2 \text{ м; } g = 10 \text{ м/с}^2; d = 0,003 \text{ м; } \\ F &= \pi d^2 / 4; m_1 = m_2 = 306 \text{ кг; } c = EF / l; I_0 = m_1(r_1^2 - r_0^2) / 2; \\ I_2 &= m_2(r_2^2 - r_0^2) / 2; I_1 = I_0 + m_1 e_1^2; n_0 = 145 \text{ Н; } f = 0,3; \\ \alpha_0 &= 0,02; \alpha_1 = 0,001; \alpha_2 = 0,01. \end{aligned}$$

Решение уравнений (1) выполнено методом Рунге-Кутты IV-го порядка в среде MathCad. Результаты численного эксперимента изображены на рисунке 2 (а, б, в, г) в виде графиков зависимостей $\varphi_1 = \varphi_1(t)$, $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_1(t)$, $\varphi_2 = \varphi_2(t)$, $\dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_2(t)$.

Как следует из графиков, катушки совершают сложные колебания. При выполнении условий провисания на некотором временном интервале происходит естественное снижение уровня колебаний с последующим восстановлением колебательного процесса. Оказалось, что данная механическая система весьма чувствительна к малым изменениям геометрических и физических параметров.

Колебательные процессы носят нерегулярный характер с периодическим затуханием и последующим возрастанием амплитуды. Математическая

модель процесса перемотки позволяет осуществлять количественный анализ поведения проектируемой системы и дать рекомендации по удержанию амплитуды колебаний в допустимом диапазоне. Для повышения устойчивости процесса перемотки, кроме специального подбора характеристик балансировки катушек и выбора подходящей скорости перемотки, целесообразно также использовать пассивные и активные демпферы колебаний.

Библиография

- 1 Дьяконов В.П. Справочник по MahtCaD PLUS 7.0 PRO. — М.: Изд-во “СК Пресс”, 1998. — 352 с.
- 2 Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. — М.: Физматгиз, 1959. — 916 с.
- 3 Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. — Л.: Машиностроение, 1976. — 320 с.
- 4 Симоновский В.И. Устойчивость и нелинейные колебания роторов центробежных машин. — Харьков: Вища шк., 1986. — 728 с.

Поступила в редакцию 18.11.1999 г.