

УДК 681.5.09

АНАЛИЗ НАДЕЖНОСТИ ДУБЛИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ СБОРКИ С МГНОВЕННО ПОПОЛНЯЕМЫМ РЕЗЕРВОМ ВРЕМЕНИ

Обжерин Ю.Е., Янчук И.В., Гаджибеков А.Н.

Проводится анализ функционирования дублированной системы сборки с мгновенно пополняемым резервом времени. Для нахождения приближенных характеристик надежности рассматриваемой системы строится полумарковский процесс с общим фазовым пространством и используется метод фазового укрупнения.

Одним из методов повышения надежности функционирования технологических систем является временное резервирование. О временном резервировании говорят в тех случаях, когда системе в процессе функционирования предоставляется возможность израсходовать некоторое дополнительное время (резерв времени) на восстановление ее технических характеристик. Источниками резерва времени могут служить промежуточные накопители, склады, запас производительности и т.д. [1].

Рассмотрим систему сборки, состоящую из двух технологических устройств (ТУ), времена безотказной работы которых случайные величины (СВ) α_i с функциями распределения (ФР) $F_i(x) = P\{\alpha_i \leq x\}$, а времена восстановления СВ β_i с ФР $G_i(x) = P\{\beta_i \leq x\}$ $i = 1, 2$. Предполагается что СВ α_i , β_i независимы в совокупности, имеют конечные математические ожидания; у ФР $F_i(x)$, $G_i(x)$ существуют плотности $f_i(x)$, $g_i(x)$. Система функционирует следующим образом: при отказе работающего устройства мгновенно начинает работать (в случае исправности) резервное устройство, отказавшее устройство восстанавливается и поступает в резерв. Неис-

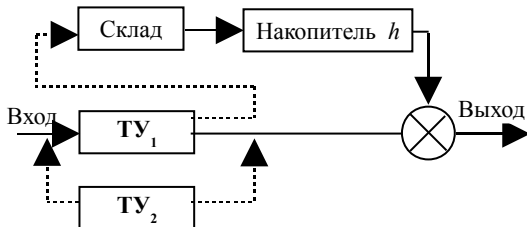


Рисунок 1 – Структурная схема дублированной системы сборки с мгновенно пополняемым резервом времени

правность системы наступает при отказе основного и отсутствии резервного устройства, отказ системы S наступает тогда, когда неисправность длится время большее, чем $h \geq 0$ и продолжается до восстановления одного из устройств. Восстановление ТУ предполагается не-

ограниченным. Структурная схема системы изображена на рисунке 1.

Для описания функционирования системы введем следующие полумарковские состояния:

10 (01) – первое (второе) устройство отказало, второе (первое) устройство, находившееся в резерве, начинает работать;

02x (20y) – первое (второе) устройство работает, второе (первое) устройство восстановилось и поступило в резерв, до отказа первого (второго) устройства осталось время $x(y)$;

11y (11x) – первое (второе) устройство отказало, второе (первое) устройство восстанавливается, до восстановления второго (первого) устройства осталось время $y(x)$;

01y (10x) – восстановилось первое (второе) устройство, второе (первое) устройство находится на восстановлении, до восстановления второго (первого) устройства осталось время $y(x)$;

exy – произошел отказ системы, до восстановления первого и второго устройства осталось соответственно время x и y .

Определим переходные вероятности вложенной цепи Маркова (ВЦМ) $\{\xi_n; n \geq 0\}_{(h)}$.

$P_{10}^{20y} = f_{\alpha_2 - \beta_1}(y)$, $0 < y < \infty$, где $f_{\alpha_2 - \beta_1}$ – плотность распределения вероятностей СВ $\alpha_2 - \beta_1$,

$$\begin{aligned} P_{10}^{11x} &= f_{\beta_1 - \alpha_2}(x), \quad 0 < x < \infty, & P_{01}^{11y} &= f_{\beta_2 - \alpha_1}(y), \quad 0 < y < \infty, \\ P_{01y}^{02x} &= f_1(y+x), \quad x > 0, & P_{10x}^{20y} &= f_2(x+y), \quad y > 0, \\ P_{11y}^{01y_1} &= g_1(y-y_1), \quad 0 < y_1 < y, \quad y-y_1 < h, & P_{01y}^{11y_1} &= f_1(y-y_1), \quad 0 < y_1 < y, \\ P_{11x}^{10x_1} &= g_2(x-x_1), \quad 0 < x_1 < x, \quad x-x_1 < h, & P_{10x}^{11x_1} &= f_2(x-x_1), \quad 0 < x_1 < x, \\ P_{11y}^{10x} &= g_1(y+x), \quad 0 < y < h, \quad x > 0, & P_{11y}^{exy-h} &= g_1(x+h), \\ P_{11x}^{01y} &= g_2(y+x), \quad 0 < x < h, \quad y > 0, & P_{11x}^{exy-h} &= g_2(y+h), \\ P_{02x}^{10} &= P_{20y}^{01} = 1, \quad P_{exy}^{01y-x} = 1, \quad y > x, & P_{exy}^{10x-y} &= 1, \quad y < x. \end{aligned} \quad (1)$$

Времена пребывания в состояниях определяются равенствами:

$$\begin{aligned} \theta_{10} &= \beta_1 \wedge \alpha_2, \quad \theta_{02x} = x, \quad \theta_{11y} = \beta_1 \wedge y, \quad \theta_{01y} = \alpha_1 \wedge y, \quad \theta_{exy} = x \wedge y, \\ \theta_{01} &= \beta_2 \wedge \alpha_1, \quad \theta_{20y} = y, \quad \theta_{11x} = \beta_2 \wedge x, \quad \theta_{10x} = \alpha_2 \wedge x. \end{aligned} \quad (2)$$

Предположим, что времена восстановления устройств системы β_i зависят от положительного параметра $\varepsilon \in [0, \varepsilon_0)$ так, что $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} M\beta_i^{(\varepsilon)} = 0$, $i = 1, 2$. В этом случае полумарковский процесс (ПМП) $\xi_{(h)}(t)$, описывающий функционирование системы S , также зависит от ε . Определим E_+ как множество всех введенных выше состояний, кроме exy .

Перейдем к описанию ВЦМ $\{\xi_n^{(0)}; n \geq 0\}_{(h)}$ опорного ПМП $\xi_{(h)}^{(0)}(t)$. Зададим плотности вероятностей переходов в случае состояний 10, 01, 02х, 11у, 01у.

$$\rho_{01}^{02x} = f_1(x); \quad \rho_{10}^{20y} = f_2(y), \quad 0 < y < \infty; \quad P_{02x}^{10} = 1; \quad P_{11y}^{01} = P_{01y}^{01} = 1.$$

Можно показать, что ВЦМ $\{\xi_n^{(0)}; n \geq 0\}_{(h)}$ имеет следующее стационарное распределение: $\rho(10) = \rho(01) = \frac{1}{4}$, $\rho(20y) = \frac{1}{4}f_2(y)$,

$$\rho(02x) = \frac{1}{4}f_1(x), \quad \rho(11y) = \rho(11x) = \rho(01y) = \rho(10x) = 0. \quad (3)$$

Для приближенного нахождения вероятности безотказной работы системы используем алгоритм фазового укрупнения [2]. Вероятность безотказной работы системы можно приближенно вычислить по формуле:

$$P\{\xi_{(h)} > t\} \approx e^{-\Lambda_{(h)}t},$$

где интенсивность отказов $\Lambda_{(h)} = \frac{q}{\hat{m}}$ определяется с помощью следующих формул:

$$\hat{m} = \int_{E^+} \rho(dx)m(x), \quad q = \int_{E^+} \rho(dx)P(x, E_-).$$

Здесь $m(x) = M\theta_x$ - средние времена пребывания в состояниях x ; $P(x, E_-)$ - вероятность перехода исходной ВЦМ из состояний x в множество отказов состояний E_- ; $\rho(dx)$ - стационарное распределение ВЦМ $\{\xi_n^{(0)}; n \geq 0\}_{(h)}$.

Используя формулы (1)-(3), получаем, что для рассматриваемой системы вероятность ее отказа за один шаг q и $\hat{m}$ определяются следующим образом:

$$q = \frac{1}{4}\overline{G}_1^{(\epsilon)}(h)P\{\beta_2^{(\epsilon)} - \alpha_1 > h\} + \frac{1}{4}\overline{G}_2^{(\epsilon)}(h)P\{\beta_1^{(\epsilon)} - \alpha_2 > h\},$$

$$\hat{m} = \frac{1}{4}\int_0^\infty f_1(x)xdx + \frac{1}{4}\int_0^\infty f_2(y)ydy = \frac{1}{4}(M\alpha_1 + M\alpha_2).$$

Следовательно,

$$\Lambda_{(h)} = \frac{\overline{G}_1^{(\epsilon)}(h)P\{\beta_2^{(\epsilon)} > \alpha_1 + h\} + \overline{G}_2^{(\epsilon)}(h)P\{\beta_1^{(\epsilon)} > \alpha_2 + h\}}{M\alpha_1 + M\alpha_2}.$$

Таким образом, среднее время работы рассматриваемой системы до первого отказа вычисляется по формуле:

$$Mt_{(h)} = \frac{1}{\Lambda_{(h)}}.$$

Примеры расчета по этой формуле приведены в таблице ниже, при этом время безотказной работы и время восстановления соответствуют гамма-распределению и распределению Вейбулла. Среднее время восстановления равно 0,658 ч.

h	$Mt_{(h)}$ гамма-распр. $Ma_1 = 25, Ma_2 = 30$	$Mt_{(h)}$ распр. Вейбулла $Ma_1 = 20,468, Ma_2 24,461$
0	27,5	22,464
0,1	35,485	54,247
0,2	41,999	56,116
0,3	48,827	57,28
0,4	56,228	58,138
0,5	64,356	58,824
0,6	73,34	59,397
0,7	83,306	59,89
0,8	94,383	60,324
0,9	106,708	60,713
1	120,434	61,065

Полученные расчеты позволяют анализировать надежность функционирования дублированной системы сборки в зависимости от величины мгновенно пополняемого резерва времени.

Библиография

1 Лищинский Л.Ю. Расчет межоперационного склада-накопителя в гибкой производственной системе // Механизация и автоматизация производства. — 1985. — № 1. — С. 26–28.

2 Королюк В.С., Турбин А.Ф. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем. — К.: Наук. думка, 1982. — 236 с.

Поступила в редакцию 20.09.1999 г.