

УДК 681.513

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Беляева Л.Л.

Рассматривается вопрос определения математической модели импульсных систем управления в комплексной области, зависящей от периода квантования. Для определения таких моделей получены соотношения на основе применения ДПЛ.

При проектировании импульсных систем автоматического управления одной из основных проблем является выбор периода квантования T . Известно, что величина периода квантования влияет на устойчивость и качество процессов управления импульсных систем. Выбор периода квантования подробно рассмотрен в [1,2]. При этом указываются критерии выбора периода квантования при проектировании оптимальных регуляторов; даны рекомендации к выбору T для апериодических регуляторов; представлен метод выбора T на основе применения квадратичного интеграла качества. Авторы указывают, что получение аналитического соотношения, устанавливающего связь параметров системы и периода квантования затруднительно. Рассматривается вопрос разработки математического аппарата для получения модели системы, зависящей от параметра T . Это дает возможность в процессе анализа выделить диапазон значений T , удовлетворяющих условию устойчивости и качества системы.

Рассматривается импульсная система автоматического управления, структурная схема которой изображена на рисунке 1. Здесь приняты следующие обозначения: $Z(s)$ – задающее воздействие; $Y(s)$ – выходной сигнал; K – квантователь; $W_\phi(s)$, $W_{нчс}(s)$ – дробно-рациональные передаточные функции формирующего элемента и непрерывной части системы.

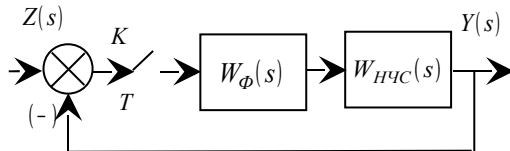


Рисунок 1 – Структурная схема импульсной САУ

Пусть передаточная функция непрерывной части системы представлена в виде произведения типовых динамических звеньев

$$W_{нчс}(s) = \frac{k}{\prod_{q=1}^f (T_q s + 1) \prod_{p=1}^z (T_p^2 s^2 + 2\zeta_p T_p s + 1) \prod_{r=1}^y s^r}, \quad (1)$$

где k – коэффициент передачи системы; T_q , T_p – постоянные времени инерционного, дифференцирующего 2-го порядка, апериодического и колеба-

тельного звеньев соответственно; ξ_p – коэффициент относительного демпфирования.

Определим передаточную функцию системы (рисунок 1), коэффициенты которой зависят от параметра T .

Представим функцию (1) в виде суммы типовых динамических звеньев:

$$W_{нчс}(s) = \frac{k1}{\prod_{q=1}^f (T_q s + 1)} + \frac{k2s + 1}{\prod_{p=1}^z (T_p^2 s^2 + 2\xi_p T_p s + 1)} + \frac{k3}{\prod_{r=1}^y s^r}. \quad (2)$$

Передаточная функция разомкнутой системы определяется по соотношению

$$W^*(s) = [W_\phi(s) \cdot W_{нчс}(s)]^* = (1 - e^{-sT}) \left[\frac{W_{нчс}(s)}{s} \right]^*, \quad (3)$$

где знак (*) означает дискретное преобразование Лапласа

$$W^*(s) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} W(p) \cdot \frac{1}{1 - e^{-T(s-p)}} dp = \sum_{i=1}^f \operatorname{res}_{s_i} W(p) \cdot \frac{1}{1 - e^{-T(s-p)}};$$

s_i – полюса функции $W(s)$.

Согласно свойству интеграла ДПЛ функции будем определять как сумму ДПЛ от каждого ее отдельного слагаемого.

Рассмотрим слагаемое:

$$W_{нчс1}(s) = \frac{k1}{\prod_{q=1}^f (T_q s + 1)}. \quad (4)$$

Соотношение (4) описывает последовательное соединение апериодических звеньев. Полюса функции $W_{нчс1}(s)$: $s_q = -\frac{1}{T_q}$, $q = \overline{1, f}$. Определим

вычет в одном полюсе s_k :

$$\begin{aligned} & \operatorname{res}_{p_k} W_{нчс1}(p) \cdot \frac{1}{1 - e^{-T(s-p)}} = \\ & = \lim_{p \rightarrow p_k} \frac{k1(p - p_k)}{\prod_{q=1}^f T_q \prod_{q=1}^{k-1} (p - p_{q1})(p - p_k) \prod_{q=2+k}^f (p - p_{q2})} \cdot \frac{1}{1 - e^{-T(s-p)}} = \frac{k1_{прив}}{\left(1 - e^{-Ts} e^{-T/T_q}\right)}. \end{aligned}$$

Тогда для f полюсов функции (4)

$$W_1^*(s) = \sum_{q=1}^f \frac{k1_{прив}}{\left(1 - e^{-Ts} e^{-T/T_q}\right)} = \sum_{q=1}^f \frac{k1_{прив}}{a_{0q} - a_{1q} e^{-Ts}}, \quad (5)$$

где

$$k1_{npus} = \frac{k1}{\prod_{q=1}^f T_q}; \quad a_{0q} = 1; \quad a_{1q} = a_{11q} + a_{12q}(T) = 0 + e^{-T/T_q} = (e^{-T})^{1/T_q} = \alpha^{1/T_q}.$$

Перейдем к следующему слагаемому, которое описывает последовательно соединенные колебательные звенья:

$$W_{нчс2}(s) = \frac{k2s + 1}{\prod_{p=1}^z (T_p^2 s^2 + 2\xi_p T_p s + 1)}. \quad (6)$$

Для получения ДПЛ найдем особые точки функции (6). Учитывая, что $\xi_p < 1$, полюса функции $W_{нчс2}(s)$ равны: $s_p = -\alpha_p \pm j\beta_p$, $p = 1, z$, где $\alpha_p = -\frac{\xi_p}{T_p}$, $\beta_p = \frac{\sqrt{1 - \xi_p^2}}{T_p}$. При условии, что $\xi_p = 1$, имеем $s_p = -\alpha_p$, где $\alpha_p = \frac{1}{T_p}$ кратностью $r=2$. Если $\xi_p = 0$, получаются мнимые корни $s_p = \pm j\beta_p$, где $\beta_p = \frac{1}{T_p}$.

Определим вычет в комплексно-сопряженном полюсе s_k

$$\begin{aligned} res_{p_k} W_{нчс2}(p) \cdot \frac{1}{1 - e^{-T(s-p)}} &= \\ &= 2 \operatorname{Re} \lim_{p \rightarrow p_k} \frac{(k2p + 1)(p - p_k)}{\prod_{p=1}^z T_p^2 \prod_{p1=1}^{k-1} (p - p_{p1})(p - p_k) \prod_{p2=k+1}^z (p - p_{p2})} \cdot \frac{1}{1 - e^{-T(s-p)}} = \\ &= \frac{k2_{npus} e^{Ts} d_{1k}}{e^{2Ts} + a_{1k} e^{Ts} + a_{0k}}, \end{aligned}$$

где

$$k2_{npus} = \frac{k2}{\prod_{p=1}^z T_p^2}; \quad d_{1k} = d_{11k} + d_{12k}(T) = e^{-T\alpha_k} \sin T\beta_k;$$

$$a_{0k} = a_{01k} + a_{02k}(T) = e^{-2T\alpha_k}; \quad a_{1k} = a_{11k} + a_{12k}(T) = -2e^{-T\alpha_k} \cos T\beta_k.$$

Тогда дискретная передаточная функция запишется в виде:

$$W_2^*(s) = \sum_{p=1}^z \frac{k2_{npus} e^{Ts} d_{1p}}{e^{2Ts} + a_{1p} e^{Ts} + a_{0p}}.$$

Рассмотрим следующее слагаемое

$$W_{нчс3}(s) = \frac{k3}{\prod_{r=1}^y s^r}. \quad (8)$$

Соотношение (8) описывает последовательно соединенные интегрирующие звенья. Найдем ДПЛ от функции (8).

Функция (8) имеет один полюс $s_r=0$ кратности r . В случае, когда $r=1$, получаем

$$\operatorname{res}_p W_{нчс3}(p) \cdot \frac{1}{1 - e^{-T(s-p)}} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{k3(p-0)}{p} \cdot \frac{1}{1 - e^{-T(s-p)}} = \frac{k3}{(1 - e^{-Ts})}. \quad (9)$$

При кратности r это соотношение будет иметь вид:

$$\operatorname{res}_p W_{нчс3}(p) \cdot \frac{1}{1 - e^{-T(s-p)}} = \frac{1}{(r-1)!} \lim_{p \rightarrow 0} \frac{d^{r-1}}{dp^{r-1}} \frac{k3(p-0)^r}{p^r} \cdot \frac{1}{1 - e^{-T(s-p)}}. \quad (10)$$

С учетом (9), (10) дискретное преобразование функции (8) можно записать

$$W_3^*(s) = \sum_{r=1}^y \frac{1}{(r-1)!} \cdot \lim_{p \rightarrow 0} \frac{d^{r-1}}{dp^{r-1}} \frac{k3}{(1 - e^{-T(s-p)})}.$$

Дискретная передаточная функция системы (рисунок 1)

$$W^*(s) = (1 - e^{-Ts}) \cdot [W_1^*(s) + W_2^*(s) + W_3^*(s)]. \quad (12)$$

Пример. Импульсная система автоматического регулирования частоты вращения ДПТ задана структурной схемой, изображенной на рисунке 2.

Параметры системы:

$$k_{ИС} = 8,85; k_{ТП} = 31; k_{ИД} = 0,238; T_{ЭМ} = 0,1; T_M = 3.$$

$$\text{Передаточная функция НЧС: } W_{нчс}(s) = \frac{K_{ИС} k_{ИД} k_{ТП}}{T_{ЭМ} T_M s^2 + T_M s + 1}.$$

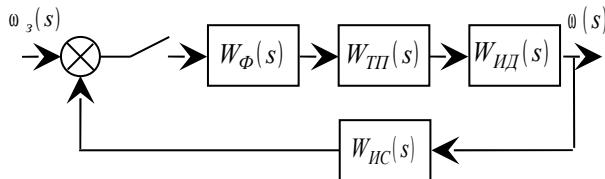


Рисунок 2—Структурная схема САР частоты вращения ДПТ

Используя соотношения (2) и (3), получаем

$$W(s) = \frac{k_1}{s - \alpha_1} + \frac{k_2}{s - \alpha_2} + \frac{k_3}{s - \alpha_3},$$

где

$$k_1 = -5,48; k_2 = 0,063; k_3 = 5,27; \alpha_1 = -0,34; \alpha_2 = -9,65; \alpha_3 = 0.$$

Используя соотношение (5) и (12), получаем

$$W(s, T) = \frac{b_2(T) e^{2Ts} + b_1(T) e^{Ts} + b_0(T)}{a_3(T) e^{3Ts} + a_2(T) e^{2Ts} + a_1(T) e^{Ts}},$$

где

$$b_2(T) = e^{-T(|\alpha_1| + |\alpha_2|)} k_2 + k_1 \left(e^{-T|\alpha_1|} + e^{-T|\alpha_2|} \right);$$

$$b_1(T) = \left(e^{-T|\alpha_1|} + e^{-T|\alpha_2|} \right) (k_2 - k_1) + 2k_1;$$

$$b_0(T) = 2k_1; a_3(T) = e^{-T(|\alpha_1| + |\alpha_2|)}; a_2(T) = \left(e^{-T|\alpha_1|} + e^{-T|\alpha_2|} \right); a_1(T) = 1.$$

Исследование устойчивости при неопределенности периода квантования проведено с использованием критерия Найквиста в среде Mathcad2000 для значений периода квантования $T_0 = 0,01$; $T_1 = 0,05$; $T_2 = 0,1$ с. Полученные годографы изображены на рисунке 3, из которого видно, что при увеличении периода квантования снижается устойчивость системы.

Таким образом, получены аналитические выражения в зависимости от периода квантования для системы, непрерывная часть которой описывается соотношением (1). Найдена математическая модель, зависящая от параметра T , на основании применения ДПЛ при условии, что непрерывная часть системы должна быть представлена в виде (2). Это объясняется тем, что не существует алгебраической зависимости между корнями и коэффициентами многочленов выше 4-го порядка. Математическая модель (12) может применяться для анализа устойчивости и качества системы в зависимости от периода квантования. В качестве дальнейших исследований предполагается проводить алгебраизацию путем построе-

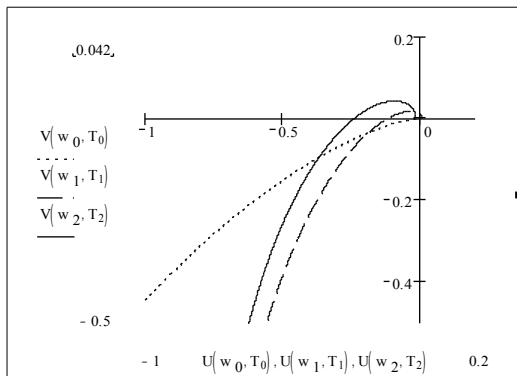


Рисунок 3 – Годографы Найквиста импульсной САР скорости электропривода при изменении периода квантования

ния уравнений, которые определяют граничные значения диапазона изменения параметров.

Библиография

1 Попович М.Г. Теорія автоматичного керування / М.Г. Попович, О.В. Ковальчук: Підручник. — К.: Либідь, 1997. — 544 с.

2 Изерман Р. Цифровые системы управления / Р. Изерман. — М.: Мир, 1984. — 541 с.

Поступила в редакцию 16.09.1999 г.