

УДК 681.3

СПЕКТРАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕНЕРАТОРА ПОСТОЯННОГО ТОКА С САМОВОЗБУЖДЕНИЕМ Косова А.М.

Предложена спектральная математическая модель генератора постоянного тока с самовозбуждением, работающего на периодически изменяющуюся нагрузку, в базисе локально-импульсных функций нулевого порядка. Модель реализована в интегрированной среде Mathcad.

В настоящее время отсутствуют универсальные методы исследования динамических систем, которые описываются уравнениями с переменными коэффициентами. Во многих случаях задачу стремятся свести к известному виду уравнений с периодическими коэффициентами (Матье, Хилла), с коэффициентами, зависящими от степенных или показательных функций времени. Основная группа способов исследования разработана на основе описания цепи в пространстве состояний без каких-либо существенных ограничений на матрицы коэффициентов, в том числе способы, основанные на построении функции Ляпунова. Новые результаты, связанные с теорией и прикладными способами исследования нестационарных систем порядка выше второго имеют существенное значение.

Локально-импульсные функции (ЛИФ) введены Хармутом в 1969 г. Наиболее часто система ЛИФ определяется на интервале $[0, T)$ соотношением

$$\Phi_k(t) = \begin{cases} 1, & \text{для } (k-1)h \leq t < kh \\ 0, & \text{иначе} \end{cases},$$

где $k = 1, \dots, n$; $h = \frac{T}{n}$.

Возможна вейвлет-генерация ЛИФ на основе соотношения:

$$\Phi_{k+1}(t) = \Phi_1(t - kh).$$

Термин «вейвлет» применяется для обозначения набора (пакета) функций, порожденных следующими преобразованиями материнского вейвлета (МВ): масштабным преобразованием МВ по оси ординат; сжатием МВ вдоль оси абсцисс; многократным смещением полученной функции вдоль оси абсцисс, таким, что получающийся набор функций полностью перекрывает интервал $[0, T)$.

Параметр k смещает волну в пакете вейвлетов данной частоты вдоль области определения аргумента. Одиночная ЛИФ нулевого порядка представляют собою локальную волну, прямоугольной формы.

Преимущества применения ЛИФ основаны на таких элементарных свойствах, как ортогональность, полнота, непересекаемость, которые приводят к значительному упрощению вычислительных процедур. Вычисли-

тельная схема спектрального метода дает возможность достаточно просто исследовать динамические процессы в линейных нестационарных цепях.

Рассмотрим процессы в цепи [1], состоящей из генератора постоянного тока с самовозбуждением, показанного на рисунке 1, работающего на периодически изменяющуюся активную нагрузку $R_H = R_1 + R_2 \sin \omega t$.

Ограничимся рассмотрением режима, при котором скорость вращения якоря ω постоянна, гистерезис отсутствует, температура обмоток не изменяется, поток рассеивания учитывается постоянным множителем C , реакция якоря компенсирована.

Преобразуем уравнения цепи якоря

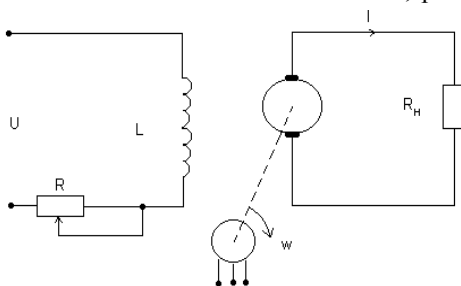


Рисунок 1 – Схема генератора

$$L_{\text{я}} \frac{di}{dt} + (R_{\text{я}} + R_H) i = E$$

и цепи возбуждения

$$C \frac{d\Psi(I)}{dt} + R \cdot I = U,$$

используя формулы зависимости эдс. генератора $E = \Psi(I)$ и связь напряжения и тока нагрузки $U_H = R_H i$. Обозначим U_0, I_0 – соответственно напряжение и ток возбуждения генератора в установившемся режиме работы при постоянном сопротивлении нагрузки $R_H = R_1$. Функцию $\Psi(I)$ заменим аппроксимацией в виде двух первых слагаемых ряда Тейлора

$$\Psi(I) = \Psi(I_0) + \left(\frac{d\Psi}{dI} \right)_{I=I_0} \Delta I.$$

Тогда система уравнений состояния может быть представлена с помощью матриц:

$$X(t) = \begin{bmatrix} \Delta U(t) \\ \Delta I(t) \end{bmatrix}; \quad A(t) = \begin{bmatrix} -(R_{\text{я}} + R_1 + R_2 \sin \omega t)/L_{\text{я}} & (R_1 + R_2 \sin \omega t)k/L_{\text{я}} \\ 1/(Ck) & -R/(Ck) \end{bmatrix};$$

$$B(t) = \begin{bmatrix} -(R_{\text{я}} R_2 \sin \omega t)/(R_1 L_{\text{я}}) \\ 0 \end{bmatrix}; \quad F(t) = U_0,$$

где $R_{\text{я}}$ – сопротивление якоря; $L_{\text{я}}$ – индуктивность якоря; $k = d\Psi(I)/dI|_{I=I_0}$; $\Delta U, \Delta I$ – отклонения соответствующих величин от U_0, I_0 .

Матричное описание системы уравнений с зависящими от времени параметрами в пространстве состояний приобретет вид

$$\dot{X}(t) = A_1(t)X(t) + B_1(t)F(t).$$

Проинтегрируем уравнение (1):

$$X(t) = X(0) + \int_0^t (A_1(\theta)X(\theta) + B_1(\theta)F(\theta))d\theta. \quad (1)$$

Функции времени представим их аппроксимациями:

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= \sum_{r=0}^{m-1} C_{r,r}^x(t); \\ x_0 &= \sum_{r=0}^{m-1} C_{r,r}^{x_0}(t); \\ A_1(t) &= \sum_{r=0}^{m-1} A_{1,r,r}(t); \\ B_1(t) &= \sum_{r=0}^{m-1} B_{1,r,r}(t); \\ F(t) &= \sum_{r=0}^{m-1} C_{r,r}^f(t). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), и проводя несложные преобразования, получим рекуррентную формулу для определения спектральных коэффициентов $X(t)$:

$$C_{r+1}^X = \begin{cases} (I_m - \frac{h}{2} A_{1,1})^{-1} (\frac{h}{2} B_{1,1} C_1^f + C_1^{X0}), & \text{при } r = 0, r = \overline{0, m-1}, \\ (I_m - \frac{h}{2} A_{1,r+1})^{-1} (I_m + \frac{h}{2} A_{1,r} C_r^X + \frac{h}{2} (B_{1,r+1} C_{r+1}^f + B_{1,r} C_r^f)), & \text{при } r \neq 0, \end{cases}$$

где I_m – единичная матрица размерностью $m \times m$; h – шаг.

Процесс колебаний исследуемой электромеханической системы рассмотрим в ходе численного эксперимента при следующих значениях параметров системы:

$$R_{\text{я}} = 2 \text{ Ом}, R_1 = 10 \text{ Ом}, R_2 = 20 \text{ Ом}, R = 50 \text{ Ом}, L_{\text{я}} = 0.8 \text{ Гн},$$

$$\omega = 100 \text{ с}^{-1}, C = 0.5, k = 1, U_0 = 100 \text{ В}.$$

При расчете использовано $m = 200$ спектральных коэффициентов на интервале $T = 0.4$.

На рисунке 2 приведены графики аппроксимирующих выражений переменных состояния $\Delta U(t) = X_1 a(t)$ и $\Delta I(t) = M \cdot X_2 a(t)$, построенные в масштабе $M=10$ в среде Mathcad.

Предложенная математическая модель в спектральной форме предоставляет возможность эффективного численного анализа процессов в генераторе. Включение генератора сопровождается броском напряжения. Переходные процессы в электромеханической системе завершаются за время $t \approx T/2$.

Если закон изменения параметров неперiodический, то алгоритм использования метода спектрального анализа остается практически прежним.

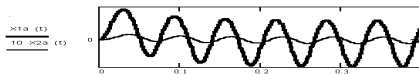


Рисунок 2 – Графики аппроксимирующих выражений в среде Mathcad

Библиография

1 Михайлов Ф.А. Динамика нестационарных линейных систем / Ф.А. Михайлов, Е.Д. Теряев, В.П. Булеков. — М.: Наука, 1967. — 268 с.

2 Симак Л.А. Аппроксимирующие импульсные спектры в приложении к дробно-дифференциальному анализу / Л.А.Симак. — К.: Изд-во АН УССР, 1989. — 52 с.

3 Косова А.М. Обобщенные Фурье-спектры сигналов в различных базисах. Сравнительный анализ / А.М. Косова. — К.: Изд-во НАН Украины, 1997. — 52 с.

Поступила в редакцию 10.10.1999 г.