

УДК 658

ОПТИМИЗАЦИЯ ИНВЕСТИЦИОННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ НА ПРОИЗВОДСТВЕННОМ ПРЕДПРИЯТИИ ПУТЕМ ОЦЕНКИ РИСКА ПО КОЭФФИЦИЕНТУ АЛЬТМАНА

Волкова Е.А., Рясский А.В., Хохлов В.В.

Рассмотрен метод оптимизации инвестиционной деятельности на производственном предприятии путем оценки риска по коэффициенту склонности к банкротству (коэффициенту Альтмана).

Состояние любой экономической системы характеризуется множеством показателей, переменных и характеристик. Рассматривая их динамику в совокупной разобобщенности, довольно сложно ответить на вопрос: в каком состоянии находится экономическая система. И, если речь идет о предприятии, то однозначно определить его способность рассчитываться по обязательствам затруднительно.

Для решения данной проблемы можно предложить следующий метод: совокупность переменных, фиксируемых в отчетные моменты времени, свести к единому интегрированному показателю. Его динамика даст больше информации для осознанного восприятия положения экономической системы, чем временные ряды исходных показателей, нередко имеющих противоположные тенденции.

Если известна вероятность невозврата кредита, то математически точно можно сосчитать, какую сумму следует ожидать от клиента, если он получил кредит. Величина суммы возврата является случайной величиной. Ее ожидаемое значение рассчитывается по определению: математическое ожидание равно сумме произведений значений случайной величины на соответствующую вероятность. Возможные значения суммы возврата:

1) сумма кредита плюс проценты по нему – в случае, если должник кредит вернет; и 2) ноль – в случае, если в силу тех или иных обстоятельств произойдет отказ платить по долговым обязательствам. Случаи погашения всей суммы долга по частям сводятся в общем виде к первому случаю, а случай частичного погашения долга, т.е. возврата неполной суммы, можно свести в упрощенном виде ко второму случаю, поскольку изначально следует предположить, что частично внесенные деньги соизмеримы с убытками, которые несет кредитор.

Следовательно,

$$C = (1 + i_0)K \cdot (1 - p)$$

где C – сумма возврата; i_0 – величина платы за кредит без учета риска (проценты, деленные на 100); K – сумма кредита; p – вероятность невозврата.

Таким образом, вероятность невозврата может прямо интерпретироваться как риск кредитования, и риск инвестирования приобретает численное выражение, так как вероятность измеряется действительным числом от 0 до 1.

Поставим задачу выразить риск (вероятность невозврата) посредством интегрированного показателя состояния экономической системы. Если сузить виды экономических систем, подлежащих инвестированию, до одного вида – промышленных или сельскохозяйственных предприятий, то в качестве интегрированного показателя удобно использовать хорошо апробированный и достаточно известный коэффициент Альтмана [1]. Обозначим его через Z .

Если данный показатель не изменяется со временем, что говорит о стабильности предприятия и в случае успешного функционирования предприятия, и в случае его слабой работы, то риск инвестирования практически равен нулю: мощное предприятие кредит вернет обязательно, а слабому кредит просто не дадут. Вопрос как поведет себя среднее стабильное предприятие, можно разрешить исходя из следующих соображений. Среднее положение является неустойчивым: оно может характеризоваться достаточно высоким уровнем части составляющих коэффициента Альтмана и слабым уровнем другой части. В течение короткого промежутка времени предприятие либо подтянет свои слабые стороны, либо загубит сильные, т.е. промежуточное положение не может считаться стабильным.

Изменение показателя экономического состояния во времени свидетельствует о наличии риска при инвестировании данного предприятия. С одной стороны, это особенно очевидно, когда значение показателя падает. С другой стороны, рост коэффициента сам по себе не может характеризовать предприятие с отрицательной стороны, но изменение показателя, даже позитивное, говорит о нестабильности, а нестабильность всегда влечет за собой риск.

Изменение показателя как непрерывной функции измеряется с помощью производной по времени. Таким образом, можно записать

$$\frac{dZ}{dt} = kp, \quad (1)$$

где k – коэффициент пропорциональности, имеющий такую же размерность, что и производная интегрированного показателя по непрерывному параметру; t – непрерывный параметр – время.

Уравнение (1) раскрывает соотношение между коэффициентом Альтмана и вероятностью невозврата в динамике. Именно изменение интегрированного показателя во времени дает полное представление о степени риска финансовых взаимоотношений с конкретным предприятием. В свою очередь риск инвестиций в предприятие не может не зависеть от его эконо-

мического состояния в данный момент времени, и такая зависимость безот-
носительна ко времени. Предположим, что соотношение между риском и
коэффициентом Альтмана выражается линейной зависимостью

$$p = a + bZ, \quad (2)$$

где a и b – коэффициенты модели.

Поскольку вероятность принимает ограниченные снизу и сверху зна-
чения, то следует предположить, что и Z также принимает ограниченные
значения. Пусть

$$Z \in [Z_{\min}; Z_{\max}],$$

т.е. Z не может быть меньше некоторого минимального и больше макси-
мального значения. Система уравнений (1) и (2) дает полную картину зави-
симости риска от коэффициента Альтмана. Найдём решение этой системы.
Для этого подставим (2) в (1)

$$\frac{dZ}{dt} = ka + kbZ,$$

таким образом получено дифференциальное уравнение первого порядка с
разделяющимися переменными. Разделим переменные и проинтегрируем
обе части уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{dZ}{ka + kbZ} &= dt, \\ \int \frac{dZ}{ka + kbZ} &= \int dt, \\ \frac{1}{kb} \ln(ka + kbZ) &= t + C. \end{aligned} \quad (3)$$

В последнем уравнении C – произвольная постоянная интегрирова-
ния. Найдём ее величину. Для этого необходимы начальные значения всех
переменных.

Начальный момент времени характеризуется тем, что риск невозврата
является максимальным: предприятие себя еще никак не проявило, никакой
хозяйственной деятельности не ведет, и соответственно показатель Z яв-
ляется минимальным. Таким образом, при $t=0$ $p_0=1$. Подставим это значе-
ние в уравнение (2) и найдём начальную величину Z_0 :

$$1 = a + bZ_0, Z_0 = \frac{1-a}{b}.$$

Подставим начальные значения в (3)

$$\frac{1}{kb} \ln(ka + kb \frac{1-a}{b}) = C,$$

откуда получаем

$$C = \frac{1}{kb} \ln k .$$

Найденное значение произвольной постоянной подставим в (3) и произведем очевидные преобразования:

$$\frac{1}{kb} \ln(ka + kbZ) = t + \frac{1}{kb} \ln k ,$$

$$\ln(ka + kbZ) = kbt + \ln k ,$$

$$ka + kbZ = e^{kbt + \ln k} ,$$

$$Z = -\frac{a}{b} + \frac{1}{kb} e^{kbt + \ln k} ,$$

откуда получаем окончательную зависимость Z от времени:

$$Z = -\frac{a}{b} + \frac{1}{b} e^{kbt} . \quad (4)$$

Зная Z , можно найти p , подставив непосредственно в уравнение (2):

$$p = a + b(-\frac{a}{b} + \frac{1}{b} e^{kbt}) ,$$

$$p = a - a + e^{kbt} ,$$

$$p = e^{kbt} .$$

Проверим эту зависимость, продифференцировав (4) и полученную производную подставив в (1):

$$\frac{dZ}{dt} = ke^{kbt} , \quad p = \frac{1}{k} \frac{dZ}{dt} , \quad p = e^{kbt} .$$

Результат в каждом случае получается идентичным, что говорит о внутренней логичности предлагаемой модели зависимости риска от коэффициента Альтмана.

Теперь найдем неизвестные коэффициенты k , a и b .

Если вероятность равна единице, то из (1) следует, что коэффициент k численно равен такой скорости изменения интегрированного показателя, при которой риск принимает максимальное значение. Очевидно, что такое изменение не может произойти мгновенно, но в течение некоторого минимально возможного времени, обозначим его τ . Тогда значение коэффициента k можно оценить по соотношению

$$k = \frac{Z_{\max} - Z_{\min}}{\tau} . \quad (5)$$

Если следовать принятой логике рассуждений, то при минимальном значении коэффициента Альтмана вероятность невозврата равна единице, а при его максимальном значении – нулю. Подставив данное значение в

уравнение (2) и получив систему двух уравнений с двумя неизвестными a и b , решая ее, получим:

$$a = \frac{Z_{\max}}{Z_{\max} - Z_{\min}}; \quad b = -\frac{1}{Z_{\max} - Z_{\min}}.$$

Окончательно значение вероятности невозврата кредита как функции времени получаем:

$$p = e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (6)$$

Значение коэффициента Альтмана как функции времени определится выражением

$$Z = Z_{\max} - (Z_{\max} - Z_{\min})e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (7)$$

Проверим, удовлетворяют ли уравнения (6) и (7) начальным условиям: в начальный момент времени, когда $t=0$:

$$p = e^0 = 1;$$

$$Z = Z_{\max} - (Z_{\max} - Z_{\min}) = Z_{\min}.$$

Полученные значения соответствуют начальным предположениям.

Уравнения (6) и (7) раскрывают зависимость вероятности и интегрированного показателя от времени. Но, как отмечалось при выводе уравнения (2), вероятность отказа существует в безотносительной по отношению ко времени связи, т.е. вероятность отказа зависит непосредственно от значения показателя Z . Если это предположение верно, то предлагаемая модель позволяет установить связь между риском кредитования и коэффициентом Альтмана без учета непрерывного параметра – времени. Исключим из уравнений (6) и (7) время. Для этого из одного из уравнений в явном виде выразим экспоненту, и подставим ее в другое, в результате получим:

$$p = \frac{Z_{\max} - Z_t}{Z_{\max} - Z_{\min}},$$

где Z_t – значение коэффициента Альтмана для текущего момента времени t .

Таким образом, возвращаемая сумма может быть определена с учетом фактора времени по формуле:

$$C = \frac{1 + i_0}{1 - e^{-t/\tau}} \cdot K.$$

Возвращаемая сумма также может быть определена, исходя из текущего значения коэффициента Альтмана по формуле:

$$C = \frac{(1 + i_0)(Z_{\max} - Z_{\min})}{Z_t - Z_{\min}} \cdot K.$$

Таким образом, с помощью предложенной математической модели можно определить сумму возвращаемого кредита с учетом риска инвестирования.

Снижение инвестиционного риска позволяет существенно повысить деловую активность субъектов хозяйственной деятельности в сегодняшних непростых экономических условиях.

Библиография

1 Markovitz H. Portfolio selection / H. Markovitz // J. of finance. — 1952. — № 7. — P. 77–91.

2 Грядовая О.А. Кредитные риски и банковское ценообразование / О.А. Грядовая // Рос. эконом. журн. — 1995. — № 9. — С. 22–28.

3 Чесноков А.И. Инвестиционная стратегия и финансовые пути / А.И. Чесноков. — М.: Перспектива, 1995. — 345 с.

Поступила в редакцию 17.01.2001 г.