

УДК 519.873

Р.А. Приходько, аспирант

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г.Севастополь, Украина, 99053

rlgs@rambler.ru

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ЯЧЕЙКИ С УЧЕТОМ ПРОФИЛАКТИКИ ПО НАРАБОТКЕ И ВРЕМЕНИ ОБНАРУЖЕНИЯ НЕИСПРАВНОСТИ

Исследовано функционирование технологической ячейки с учетом проведения профилактики по наработке и времени обнаружения неисправности. Построена математическая модель. Получены приближенные выражения для основных стационарных характеристик надежности.

При эксплуатации гибких производственных систем на сегодняшний день актуальна проблема определения оптимальных сроков профилактики при максимуме надёжности.

Известна математическая модель функционирования технологической ячейки с учётом проведения профилактики [1]. Однако в этой модели не учитывается случайная величина времени обнаружения неисправности, часто имеющая место на практике.

Цель данной статьи – учесть время обнаружения неисправности и построить обобщённую математическую модель функционирования технологической ячейки (ТЯ).

Опишем порядок функционирования рассматриваемой технологической ячейки. Время безотказной работы ТЯ – случайная величина (СВ) α_1 с функцией распределения (ФР) $F_1(t) = P(\alpha_1 \leq t)$, время восстановления ТЯ – СВ β_1 с ФР $G_1(t) = P(\beta_1 \leq t)$. В случайные моменты времени (через промежутки времени α_2 от начала работы ТЯ с ФР $F_2(t) = P(\alpha_2 \leq t)$) проводится профилактика, время проведения профилактики – СВ β_2 с ФР $G_2(t) = P(\beta_2 \leq t)$. При этом профилактика проводится, если момент профилактики попал на момент работы ТЯ. Время обнаружения неисправности – СВ γ_1 с ФР $\Omega_1(t)$. После проведения профилактики работа ТЯ начинается сначала и профилактика перепланируется. СВ $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1$ предполагаются независимыми, имеющими конечные математические ожидания и дисперсии; у ФР $F_1(t), F_2(t), G_1(t), G_2(t), \Omega_1(t)$ существуют плотности $f_1(t), f_2(t), g_1(t), g_2(t), \omega_1(t)$.

Для описания функционирования исходной системы введем следующее пространство полумарковских состояний [1]

$$E = \{221, 210, 132, 102, 112\},$$

где

221 – началась профилактика, работа ТЯ прервана;

210 – профилактика завершена, началась работа ТЯ;

132 – произошёл отказ ТЯ, отказ не обнаружен;

102 – отказ на ТЯ обнаружен, началось восстановление;

112 – произошло восстановление ТЯ; профилактика перепланируется.

Определим вероятности переходов вложенной цепи Маркова (ВЦМ)

$$\{\xi_n, n \geq 0\} \text{ системы: } P_{210}^{221} = \int_0^{\infty} \bar{F}_1(y) f_2(y) dy, \quad P_{210}^{132} = \int_0^{\infty} f_1(y) \bar{F}_2(y) dy,$$

$$P_{221}^{210} = 1, \quad P_{132}^{102} = 1, \quad P_{102}^{112} = 1, \quad P_{112}^{221} = \int_0^{\infty} \bar{F}_1(y) f_2(y) dy,$$

$$P_{112}^{132} = \int_0^{\infty} f_1(y) \bar{F}_2(y) dy. \quad (1)$$

Обозначим через $\rho(221)$, $\rho(210)$, $\rho(132)$, $\rho(102)$ и $\rho(112)$ значения стационарного распределения ВЦМ $\{\xi_n, n \geq 0\}$ на состояниях 221, 210, 132, 102 и 112. Составим для них систему интегральных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(221) = \rho(210) \int_0^{\infty} \bar{F}_1(y) f_2(y) dy + \rho(112) \int_0^{\infty} \bar{F}_1(y) f_2(y) dy; \\ \rho(210) = \rho(221) = \rho_0; \\ \rho(102) = \rho(132) = \rho_1 \\ \rho(132) = \rho(210) \int_0^{\infty} f_1(y) \bar{F}_2(y) dy + \rho(112) \int_0^{\infty} f_1(y) \bar{F}_2(y) dy; \\ \rho(112) = \rho(102) = \rho_1; \\ \rho(221) + \rho(210) + \rho(132) + \rho(102) + \rho(112) = 1. \end{array} \right. \quad (2)$$

Система уравнений (2) имеет следующее решение:

$$\rho(221) = \rho(210) = \frac{\int_0^{\infty} \bar{F}_1(y) f_2(y) dy}{2 + \int_0^{\infty} \bar{F}_2(y) f_1(y) dy},$$

$$\rho(102) = \rho(112) = \rho(132) = \frac{\int_0^{\infty} \bar{F}_2(y) f_1(y) dy}{2 + \int_0^{\infty} \bar{F}_2(y) f_1(y) dy}. \quad (3)$$

Таким образом, стационарное распределение ВЦМ $\{\xi_n, n \geq 0\}$ системы определяется формулой (3). Для системы множества работоспособных E_+ и E_- отказовых состояний имеют вид:

$$E_+ = \{212, 112\}, \quad E_- = \{210, 102, 132\}.$$

Найдем средние значения времен пребывания в состояниях исходной системы, которые представляются формулами: $\theta_{221} = \beta_2$, $\theta_{210} = \alpha_1 \wedge \alpha_2$, $\theta_{132} = \gamma_1$, $\theta_{112} = \alpha_1 \wedge \alpha_2$ и $\theta_{102} = \beta_1$, где $\wedge$ – знак минимума. Следовательно,

$$M\theta_{221} = M\beta_2, \quad M\theta_{210} = \int_0^{\infty} \bar{F}_1(t) \bar{F}_2(t) dt, \quad M\theta_{132} = M\gamma_1, \quad M\theta_{112} = \int_0^{\infty} \bar{F}_1(t) \bar{F}_2(t) dt, \\ M\theta_{102} = M\beta_1. \quad (4)$$

Среднюю стационарную наработку на отказ T_+ и среднее стационарное время восстановления T_- найдем, используя формулы [2, 3]:

$$T_+ = \frac{\int_{E_+} m(z) \rho(dz)}{\int_{E_+} \rho(dz) P(z, E_-)}, \quad T_- = \frac{\int_{E_-} m(z) \rho(dz)}{\int_{E_-} \rho(dz) P(z, E_-)}, \quad (5)$$

где $\rho(dz)$ – стационарное распределение ВЦМ $\{\xi_n, n \geq 0\}$ системы; $m(z)$ – средние времена пребывания в состояниях системы; $P(z, dy)$ – вероятности переходов ВЦМ $\{\xi_n, n \geq 0\}$ системы.

Используя формулы (1), (3) и (4), определим выражения, входящие в формулу (5)

$$\int_{E_+} \rho(dz) P(z, E_-) = \rho(212) P(212, E_-) + \rho(112) P(112, E_-) = \rho_0 \int_0^{\infty} \bar{F}_1(y) f_2(y) dy + \\ + \rho_0 \int_0^{\infty} \bar{F}_2(y) f_1(y) dy + \rho_1 \int_0^{\infty} f_1(y) \bar{F}_2(y) dy + \rho_1 \int_0^{\infty} f_2(y) \bar{F}_1(y) dy =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2 + \int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy} \left(\int_0^\infty \bar{F}_1(y) f_2(y) dy \right)^2 + \frac{1}{2 + \int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy} + \\
&+ \int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy + \frac{1}{2 + \int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy} \left(\int_0^\infty f_1(y) \bar{F}_2(y) dy \right)^2 + \\
&+ \frac{1}{2 + \int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy} \int_0^\infty f_2(y) \bar{F}_1(y) dy = \\
&= \frac{1}{2 + \int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy} * \left(\int_0^\infty \bar{F}_1(y) f_2(y) dy \right)^2 + \left(\int_0^\infty f_1(y) \bar{F}_2(y) dy \right)^2 + 1). \\
&\int_{E_+} m(z) \rho(dz) = \rho(212)m(212) + \rho(112)m(112) = \rho_0 M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + \\
&+ \rho_1 M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) = M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) \frac{1}{2 + \int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy}.
\end{aligned}$$

Таким образом, средняя стационарная наработка на отказ T_+ рассматриваемой системы приближенно вычисляется по формуле:

$$\begin{aligned}
T_+ &\approx \frac{M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) \left(\frac{1}{2 + \int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy} \right)}{\left(\int_0^\infty \bar{F}_1(y) f_2(y) dy \right)^2 + \left(\int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy \right)^2 + 1} = \\
&\frac{2 + \int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy}{\left(\int_0^\infty \bar{F}_1(y) f_2(y) dy \right)^2 + \left(\int_0^\infty f_1(y) \bar{F}_2(y) dy \right)^2 + 1} \cdot \\
&= \frac{M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{\left(\int_0^\infty \bar{F}_1(y) f_2(y) dy \right)^2 + \left(\int_0^\infty f_1(y) \bar{F}_2(y) dy \right)^2 + 1}. \tag{6}
\end{aligned}$$

Перейдем к нахождению среднего стационарного времени восстановления T_- :

$$\int_{E_-} m(z) \rho(dz) = \rho(210)m(210) + \rho(132)m(132) + \rho(102)m(102) = \rho_0 M\beta_2 + \rho_1 M\gamma_1 + \\ + \rho_1 M\beta_1 = M\beta_2 \frac{\int_0^\infty \bar{F}_1(y) f_2(y) dy}{2 + \int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy} + \frac{\int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy}{2 + \int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy} (M\gamma_1 + M\beta_1) .$$

Следовательно,

$$T_- \approx \frac{M\beta_2 \frac{\int_0^\infty \bar{F}_1(y) f_2(y) dy}{2 + \int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy} + (M\gamma_1 + M\beta_1) \frac{\int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy}{2 + \int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy}}{\left(\frac{\int_0^\infty \bar{F}_1(y) f_2(y) dy}{2 + \int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy} \right)^2 + \left(\frac{\int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy}{2 + \int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy} \right)^2 + 1} = \\ = \frac{M\beta_2 \int_0^\infty \bar{F}_1(y) f_2(y) dy + (M\beta_1 + M\gamma_1) \int_0^\infty f_1(y) \bar{F}_2(y) dy}{\left(\int_0^\infty \bar{F}_1(y) f_2(y) dy \right)^2 + \left(\int_0^\infty f_1(y) \bar{F}_2(y) dy \right)^2 + 1} . \quad (7)$$

Используя формулы (6) и (7), определяем стационарный коэффициент готовности системы. Учитывая соотношение $K_G = T_+ / (T_+ + T_-)$, имеем:

$$K_G \approx \frac{M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + M\beta_2 \int_0^\infty \bar{F}_1(y) f_2(y) dy + (M\beta_1 + M\gamma_1) \int_0^\infty \bar{F}_2(y) f_1(y) dy} . \quad (8)$$

Формулы (6) – (8) могут быть использованы для анализа надежности технологической ячейки с учетом проведения профилактики.

Получим формулу для K_G при условии неслучайного распределения наработки на профилактику. Учитывая, что $F_2(t) = \begin{cases} 0, t < c \\ 1, t \geq c \end{cases}$, где $c = const$ находим:

$$K_{\Gamma}(c) \approx K_{\Gamma}(c) \approx \frac{\int_0^c \bar{F}_1(t) dt}{\int_0^c \bar{F}_1(t) dt + M\beta_2 \bar{F}_1(c) + (M\beta_1 + M\gamma_1) F_1(c)}.$$

Таким образом, в модели технологической ячейки была учтена случайная величина времени обнаружения неисправности, на основе чего выведены основные стационарные характеристики технологической ячейки.

Данные исследования могут быть полезны в области машино- и приборостроения при эксплуатации гибких производственных систем описанного выше типа.

Предполагаемое направление для дальнейших исследований – создание подобной модели для любого числа ячеек.

Библиографический список

1. Обжерин Ю.Е. Определение оптимальных моментов профилактики технологической ячейки на основе стоимостных функционалов / Ю.Е. Обжерин, С.Г. Глеч // Сб. науч. тр. СИЯЭиП. — Севастополь, 2002. — Вып. 6. — С.162 – 166.
2. Королюк В.С. Стохастичні моделі систем: Навч. посібник / В.С. Королюк. — К.:Либідь, 1993. — 136 с.
3. Королюк В.С. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем / В.С. Королюк, А.Ф. Турбин. — К.: Наук. думка, 1982. — 236 с.

Поступила в редакцию 05.12.2002 г.