

УДК 681.5

А.И. Грушун, доц., канд. техн. наук, Т.А. Грушун, канд. техн. наук

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г.Севастополь, Украина, 99053

tk@sevgtu.sebastopol.ua

МАШИННО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ОЦЕНКИ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ

Рассматривается машинно-ориентированный метод частотных оценок времени регулирования на основе анализа положительных вещественных корней алгебраических уравнений.

Время регулирования является одним из важнейших показателей быстродействия линейных непрерывных систем автоматического управления (САУ) и прямым показателем их качества.

Для определения времени регулирования САУ применяются методы, в основе которых лежит поточечное построение и анализ переходных процессов [1]. Эти методы хорошо известны, но в ряде случаев не гарантируют результат из-за невозможности построения кривых переходных процессов САУ, имеющих сложную структуру или высокий порядок. Альтернативой таким методам являются методы приближенной оценки времени регулирования, основанные на построении и анализе вещественных частотных характеристик (ВЧХ) замкнутых систем [1,2].

Несмотря на то, что построение ВЧХ является гораздо более простой задачей, чем построение переходного процесса, в ряде случаев ее достаточно сложно построить точно. В свою очередь для оценки быстродействия САУ по ВЧХ нужна не вся частотная кривая, а лишь ее отдельные точки. Предлагается определять эти точки по положительным вещественным решениям алгебраических уравнений. Анализ известных исследований показал, что таким образом данная задача не решалась.

Как было сказано выше, в основу рассматриваемого машинно-ориентированного метода анализа длительности переходного процесса положена методика приближенной оценки вида переходного процесса по ВЧХ замкнутой устойчивой САУ [1]. Рассматриваются три основных случая [1].

1. ВЧХ не имеет экстремума, т.е. отсутствуют частоты ω , на которых $\frac{dP(\omega)}{d\omega}$ равна 0 (рисунок 1).
2. ВЧХ имеет один экстремум, т.е. существует только одно значение частоты $\omega^* > 0$, на которой $\frac{dP(\omega^*)}{d\omega}$ равна 0 (рисунки 2 и 3). Тогда ω^* - частота экстремума. Если в случае, соответствующем рисунку 3,

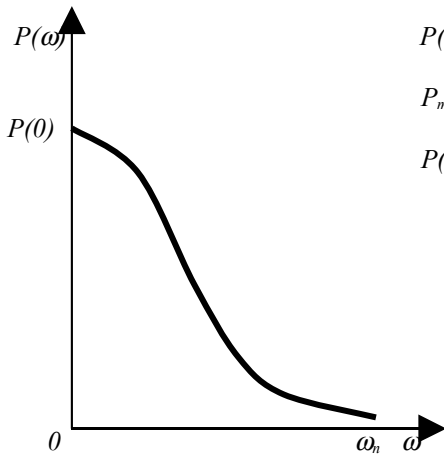


Рисунок 1 - ВЧХ без экстремумов

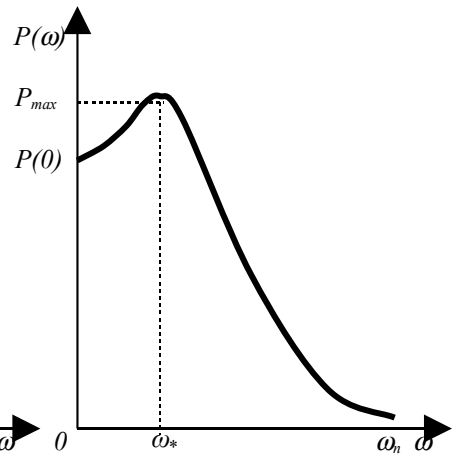


Рисунок 2 – ВЧХ с одним положительным экстремумом

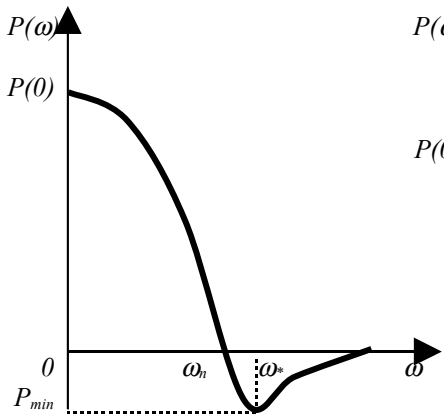


Рисунок 3 – ВЧХ с одним отрицательным экстремумом

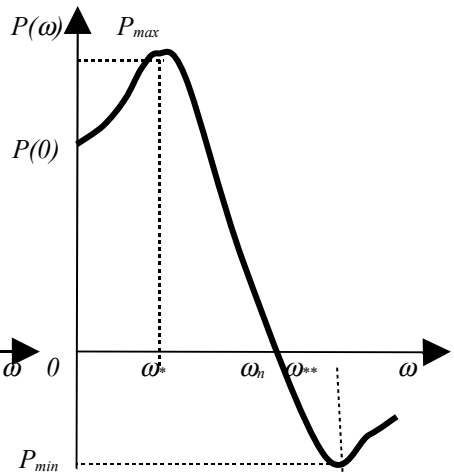


Рисунок 4 – ВЧХ с двумя экстремумами

выполняется неравенство $|P(\omega_*)| \leq 0,2P(0)$, то при оценке качества переходного процесса можно принимать во внимание только интервал положительности ВЧХ, и этот случай вырождается в случай 1.

3. ВЧХ имеет два или более экстремумов (рисунок 4), т.е. существует значение частоты $\omega_* > 0$, на которой ВЧХ имеет максимум $P_{\max} \left(\frac{dP(\omega_*)}{d\omega} = 0 \right)$ и значение частоты $\omega_{**} > 0$ ($\omega_{**} > \omega_*$), на которой ВЧХ имеет минимум $P_{\min} \left(\frac{dP(\omega_{**})}{d\omega} = 0 \right)$. Остальные экстремумы на частотах $\omega \neq \omega_{**}$ не учитываются. Если в этом случае $|P(\omega_{**})| \leq 0,2P(0)$, то он вырождается в случай 2, соответствующий рисунку 2.

Время регулирования при наличии построенной ВЧХ в данной методике определяется по номограммам Солодовникова [2] или неравенствами [1], для чего надо знать максимальное значение ВЧХ $P_{\max}$ и частоту положительности ω_n .

Предлагаемый алгебраический подход позволяет в бесконечном множестве точек ВЧХ гарантированно установить те, которые полностью определяют решение поставленной задачи. Определение этих точек не требует перебора значений ВЧХ, тем самым не требует ее построения, а следовательно, и выбора шага изменения и максимального значения частоты, которые не имеют общего удовлетворительного решения.

Рассмотрим передаточную функцию замкнутой линейной САУ вида

$$\Phi(s) = \frac{B(s)}{A(s)}, \quad (1)$$

где
$$B(s) = \sum_{i=0}^m b_i s^i, \quad A(s) = \sum_{i=0}^n a_i s^i, \quad m < n.$$

Выражение для построения ВЧХ $P(\omega)$ имеет вид:

$$P(\omega) = \operatorname{Re}(\Phi(j\omega)).$$

Заменив в (1) s на $j\omega$, получим

$$\begin{aligned} \Phi(j\omega) &= \frac{B(j\omega)}{A(j\omega)} = \frac{\sum_{i=0}^m b_i (j\omega)^i}{\sum_{i=0}^n a_i (j\omega)^i} = \frac{c_1(\omega) + jc_2(\omega)}{z_1(\omega) + jz_2(\omega)} = \\ &= \frac{c_1(\omega) \cdot z_1(\omega) + c_2(\omega) \cdot z_2(\omega)}{z_1^2(\omega) + z_2^2(\omega)} + j \cdot \frac{c_2(\omega)z_1(\omega) - c_1(\omega)z_2(\omega)}{z_1^2(\omega) + z_2^2(\omega)} = \\ &= \frac{C_u(\omega)}{Z(\omega)} + j \cdot \frac{C_v(\omega)}{Z(\omega)}, \end{aligned}$$

где $c_1(\omega)$, $c_2(\omega)$, $z_1(\omega)$, $z_2(\omega)$, $C_u(\omega)$, $C_v(\omega)$, $Z(\omega)$ - полиномы с вещественными коэффициентами.

Тогда выражение для построения ВЧХ примет вид

$$P(\omega) = \frac{C_u(\omega)}{Z(\omega)},$$

а для вычисления ее экстремумов необходимо решить уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{d(C_u(\omega)/Z(\omega))}{d\omega} &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{C'_u(\omega)Z(\omega) - Z'(\omega)C_u(\omega)}{Z^2(\omega)} &= 0. \end{aligned}$$

Очевидно, что положительные вещественные корни алгебраического уравнения

$$C'_u(\omega)Z(\omega) - Z'(\omega)C_u(\omega) = 0 \quad (2)$$

будут соответствовать частотам ω , на которых производная $\frac{dP(\omega)}{d\omega}$ обращается в 0, т.е. частотам экстремумов.

Значение ω_n соответствует частоте, на которой ВЧХ первый раз пересекает ось абсцисс, т.е. когда $P(\omega) = 0$. Следовательно, наименьший положительный вещественный корень уравнения $C_u(\omega) = \Delta$ ($\Delta \rightarrow 0$) будет соответствовать частоте положительности.

Если уравнение (2) не имеет положительных вещественных решений, то вид ВЧХ соответствует рисунку 1, и время регулирования t_p лежит в интервале

$$\frac{\pi}{\omega_n} < t_p < \frac{4\pi}{\omega_n}. \quad (3)$$

Если уравнение (2) имеет один положительный вещественный корень ω_1 , то необходимо осуществить проверку условия:

$$P(\omega_1) = \frac{C_u(\omega_1)}{Z(\omega_1)} > 0.$$

При выполнении этого условия, что соответствует виду ВЧХ на рисунке 2, время регулирования определяется по номограмме Солодовникова. При $P(\omega_1) < 0$ (рисунок 3) анализируется влияние отрицательного экстремума ВЧХ: если $|P(\omega_1)| \leq 0,2P(0)$ - случай 2 вырождается в случай 1 и время регулирования принадлежит интервалу (3), иначе время регулирования $t_p > \frac{\pi}{\omega_n}$.

Если, анализируя корни уравнения (2), получаем третий случай (ВЧХ соответствует рисунку 4) и $|P(\omega_2)| \leq 0,2P(0)$, то время регулирования t_p

определяется по номограмме Солодовникова, иначе время регулирования

$$t_p > \frac{\pi}{\omega_n}.$$

Вывод. Предлагаемый в статье машинно-ориентированный подход существенно улучшает классическую методику частотного анализа быстродействия сложных САУ, так как не требует непосредственного построения кривой ВЧХ. Он основан на вычислении и анализе вещественных решений алгебраических уравнений, которые в отличие от комплексных решений определяются численными методами с высокой надежностью и скоростью. Рассмотренный подход позволит также исследовать колебательные свойства САУ, поскольку существует зависимость между ними и ВЧХ [1].

Библиографический список

1. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического регулирования / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. — М.:Наука, 1972. — 768 с.
2. Айзерман М.А. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. Кн. 1 / М.А.Айзерман, Г.А.Бендриков, А.А.Воронов: Под ред. В.В. Солодовникова. — М.: Машиностроение, 1967. — 769 с.

Поступила в редакцию 17.01.2003 г.