

УДК 681.5.09.

Ю.Е.Обжерин, проф., д-р техн. наук,

Е.Г.Бойко, аспирант; Н.В.Казакова, студентка

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПЕРИОДА КОНТРОЛЯ НА НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Построена полумарковская модель восстанавливаемой системы с учетом проведения контроля, определены ее основные характеристики надежности.

Своевременное обнаружение отказа технической системы – одна из важнейших задач теории надежности. Однако математические модели задач, связанных с надежностью контроля, которые излагаются в современной литературе [1,2], сводятся, в основном, к рассмотрению задач с экспоненциальным распределением наработки на отказ и равномерным или экспоненциальным распределением времени включения приборов контроля. При этом в большинстве случаев рассматриваются однокомпонентные системы.

Цель работы – исследовать влияние различных режимов контроля на надежность технической системы.

В статье рассматривается случай с функциями распределения общего вида времени наработки системы на отказ и интервалами времени между включением приборов контроля. Полумарковским процессом с общим пространством состояний описан процесс функционирования системы, которая после обнаружения отказа полностью восстанавливается и вновь начинает работу.

Рассмотрим систему, которая в начальный момент времени находится в работоспособном состоянии. Время наработки системы на отказ – случайная величина (СВ) α с функцией распределения (ФР) $F(t) = P\{\alpha \leq t\}$ и плотностью распределения (ПР) $f(t)$, время восстановления системы после обнаружения отказа – СВ β с ФР $G(t) = P\{\beta \leq t\}$ и ПР $g(t)$, интервал времени между включением приборов контроля – СВ γ с ФР $R(t) = P\{\gamma \leq t\}$ и ПР $r(t)$.

Через время α система переходит в отказовое состояние, приборы контроля включаются через время γ . После обнаружения отказа начинается восстановление, и через время β система переходит в работоспособное состояние.

Для описания функционирования системы используем полумарковский процесс (ПМП) $\xi(t)$ с состояниями:

100 – состояние после восстановления;

201 x – система находится в работоспособном состоянии, произведен контроль, время до отказа – величина x ;

110 x – в системе произошел отказ, до момента контроля осталось время x ;

211 – произведен контроль, обнаружен отказ в системе;

120 – началось восстановление работоспособности системы, приборы контроля отключены.

Множество полумарковских состояний системы имеет вид:

$$E = \{100, 201x, 110x, 211, 120\}.$$

Найдем средние значения времен пребывания в состояниях системы:

$$M\theta_{100} = M[\min\{\alpha, \gamma\}] = \int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{R}(t) dt, \quad M\theta_{201x} = M[\min\{\gamma, x\}] = \int_0^x \bar{R}(t) dt, \\ M\theta_{110x} = x, \quad M\theta_{211} = 0, \quad M\theta_{120} = M\beta.$$

Вероятности и плотности вероятностей переходов вложенной цепи Маркова (ВЦМ) $\{\xi_n; n \geq 0\}$ имеют вид:

$$p_{100}^{201x} = \int_0^{\infty} f(x+t)r(t)dt, \quad p_{100}^{110x} = \int_0^{\infty} r(x+t)f(t)dt, \quad p_{201x}^{201dy} = r(x-y)dy, \\ p_{201x}^{110dy} = r(x+y)dy, \quad p_{110x}^{211} = p_{211}^{120} = p_{120}^{100} = 1.$$

Обозначим через $\rho(201x)$, $\rho(110x)$ плотности стационарного распределения ВЦМ $\{\xi_n; n \geq 0\}$ на состояниях $201x$, $110x$.

Составим для них систему интегральных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(201x) = \rho_0 \int_0^{\infty} f(x+t)r(t)dt + \int_0^x \rho(201y)r(y-x)dy, \\ \rho(110x) = \rho_0 \int_0^{\infty} r(x+t)f(t)dt + \int_0^{\infty} \rho(201y)r(y+x)dy, \\ 3\rho_0 + \int_0^{\infty} \rho(110x)dx + \int_0^{\infty} \rho(201x)dx = 1, \\ \rho_0 = \rho(211) = \int_0^{\infty} \rho(110x)dx, \\ \rho(120) = \rho_0, \quad \rho(100) = \rho_0. \end{array} \right. \quad (1)$$

Можно показать [3], что решение системы (1) имеет следующий вид:

$$\rho(201x) = \rho_0 \int_0^{\infty} h(t) f(x+t) dt,$$

$$\rho(110x) = \rho_0 \left[\int_0^{\infty} r(x+t) f(t) dt + \int_0^{\infty} r(y+x) dy \int_0^{\infty} h(t) f(x+t) dt \right],$$

где $h(t) = \sum_{n=1}^{\infty} r^{*(n)}(t)$, $r^{*(n)}(t)$ – n -кратная свертка функции $r(t)$.

Значение ρ_0 находится из условия нормировки.

Стационарный коэффициент готовности найдем по формуле [2]

$$K_{\Gamma} = \frac{\int_{E_+} m(x) \rho(x) dx}{\int_E m(x) \rho(x) dx}, \quad (2)$$

где $E_+ = \{100, 201x\}$; $m(x)$ – среднее время пребывания ПМП $\xi(t)$ в состоянии $x \in E$;

$$\int_{E_+} m(x) \rho(x) dx = \rho_0 \left[\int_0^{\infty} \left[\int_0^x \bar{R}(t) dt \right] \int_0^{\infty} h(z) f(x+z) dz dx + \int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{R}(t) dt \right].$$

Интегрируя по частям и меняя порядок интегрирования, можно показать [3], что

$$\int_{E_+} m(x) \rho(x) dx = \rho_0 M\alpha. \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \int_E m(x) \rho(x) dx = \rho_0 & \left[\int_0^{\infty} \left[\int_0^x \bar{R}(t) dt \right] \int_0^{\infty} h(t) f(x+t) dt dx + \int_0^{\infty} \bar{F}(t) \bar{R}(t) dt + \right. \\ & \left. + \int_0^{\infty} x \left[\int_0^{\infty} r(x+t) f(t) dt + \int_0^{\infty} r(y+x) dy \int_0^{\infty} h(t) f(x+t) dt \right] dx + M\beta \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Интегрируя (4) по частям и меняя порядок интегрирования, с учетом выражения (3) получаем [3]:

$$\int_E m(x) \rho(x) dx = \rho_0 \left[M\alpha + M\beta + \int_0^{\infty} \bar{R}(x) F(x) dx + \int_0^{\infty} x \bar{R}(x) dx \int_0^{\infty} h(t) f(x+t) dt \right]. \quad (5)$$

С учетом выражения (3) и (5) формула (2) примет вид:

$$K_{\Gamma} = \frac{M\alpha}{M\alpha + M\beta + \int_0^{\infty} \bar{R}(x) F(x) dx + \int_0^{\infty} x \bar{R}(x) dx \int_0^{\infty} h(t) f(x+t) dt}.$$

Полученные результаты могут быть полезны при определении оптимального периода контроля для различных законов распределения параметров системы.

Дальнейшее исследование в данном направлении предусматривают построение модели многокомпонентных технических систем с учетом проведения контроля.

Библиографический список

1. Мозгалеvский А.В. Вопросы проектирования систем диагностирования / А.В. Мозгаленко, А.Н. Койда. — Л.: Энергоатомиздат, 1985. — 110 с.
2. Байхельт Ф. Надежность и техническое обслуживание. Математический подход / Ф. Байхельт, П. Франклен. — М.: Радио и связь, 1988. — 392 с.
3. Обжерин Ю.Е. Полумарковская модель процесса восстановления с переключателем / Ю.Е. Обжерин, А.И. Песчанский, А.В. Скатков // Динамические системы: Республик. межведомств. науч. сб. — 1992. — № 10. — С. 63 – 68.

Поступила в редакцию 17.03.2004 г.