

УДК 519.873

С.Г. Глеч, асс., И.В. Янчук, ст. преп.

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: glech2004@ukr.net

ПОЛУМАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ДВУХ-КОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ С УЧЕТОМ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ ПРОСТОЕВ И ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Построена полумарковская модель двухкомпонентной системы, которая учитывает влияния различных видов простоев и технического обслуживания. Получены стационарные характеристики системы, позволяющие анализировать ее надежность.

Одной из основных проблем промышленного производства остается назначение оптимальных сроков проведения технического обслуживания (ТО) и выявления наиболее значимого вида простоя. Единственным способом решения этих вопросов в автоматизированном производстве является прогнозирование, и следовательно, разработка вероятностных математических моделей автоматизированных производственных систем (АПС) с учетом различных видов простоев и ТО [1,2] является актуальной задачей.

Целью исследований является получение основных стационарных характеристик на базе построенной полумарковской модели для двухкомпонентной АПС с учетом различных видов отказов и проведения технического обслуживания (ТО).

Опишем порядок функционирования рассматриваемой АПС. ТО проводится только для первой компоненты. Время безотказной работы компонент – случайные величины (СВ) α_1 и α_2 с функциями распределения (ФР) $F_1(t) = P(\alpha_1 \leq t)$ и $F_2(t) = P(\alpha_2 \leq t)$, время восстановления – СВ β_1^i и β_2^i с ФР $G_1^i(t) = P(\beta_1^i \leq t)$ и $G_2^i(t) = P(\beta_2^i \leq t)$, где i – вид простоя. В моменты отказа второй компоненты проводится ТО, длительность ТО меньше любого простоя, то к моменту восстановления второй компоненты первая – начинает работу сначала. СВ α_1 , α_2 , β_1^i и β_2^i предполагаются независимыми, имеющими конечные математические ожидания; у ФР существуют плотности.

Для описания функционирования исходной системы введем следующее пространство полумарковских состояний

$$E = \{221, 210, 102x, 112x, 200x\},$$

где 220 – отказ второй компоненты, началось ее восстановление и ТО первой;

311 – завершено ТО и восстановление, работа АПС началась с начала;

102 – завершила работу первая компонента, началось ее восстановление;
 111x – завершено восстановление первой компоненты; время, оставшееся до окончания работы второй компоненты $x > 0$.

Временная диаграмма функционирования АПС показана на рисунке 1.

Используем приближенный метод нахождения стационарных характеристик системы, основанный на алгоритме фазового укрупнения [3].

Выберем опорную систему S_0 . Предположим, что у компонент время безотказной работы значительно больше времени восстановления и времени проведения ТО. Это приводит к тому, что опорной системой S_0 будет система, которая восстанавливается мгновенно и имеет мгновенное ТО. Временная диаграмма функционирования опорной системы S_0 изображена на рисунке 2.

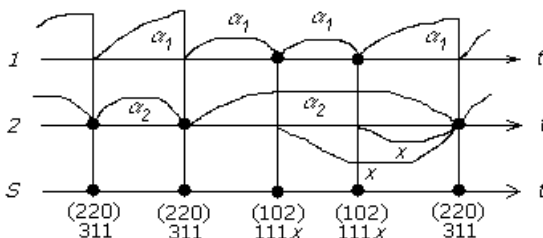


Рисунок 2 – Временная диаграмма функционирования опорной системы S_0

Определим вероятности переходов вложенной цепи Маркова (ВЦМ) $\{\xi_n^0, n \geq 0\}$ опорной системы:

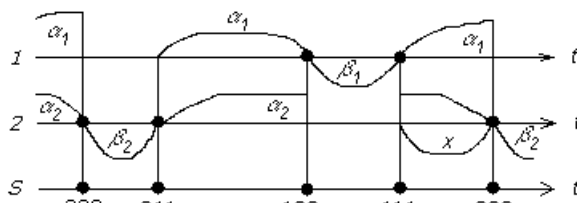


Рисунок 1 – Временная диаграмма функционирования АПС

$$P_{311}^{220} = \int_0^{\infty} \bar{F}_1(y) f_2(y) dy, \quad P_{102}^{111x} = 1, \quad P_{311}^{102} = \int_0^{\infty} f_1(y) \bar{F}_2(y) dy, \\ P_{111x}^{311} = \bar{F}_1(x), \quad P_{220}^{311} = 1, \quad P_{111x}^{102} = F_1(x). \quad (1)$$

Обозначим через ρ_0 , ρ_1 и ρ_2 значения стационарного распределения ВЦМ $\{\xi_n^0, n \geq 0\}$ на состояниях 220, 311 и 102 и предположим существова-

ние стационарной плотности $\rho_{111}(x)$ для состояния 111x. Составим для них систему интегральных уравнений:

$$\begin{cases} \rho_1 = \rho_0 \int_0^\infty \bar{F}_1(y) f_2(y) dy + \int_0^\infty \bar{F}_1(y) \rho_{112}(y) dy; \rho_0 = \rho_1; \int_0^\infty \rho_{111}(x) dx = \rho_2; \\ \rho_2 = \rho_1 \int_0^\infty f_1(y) \bar{F}_2(y) dy + \int_0^\infty F_1(y) \rho_{111}(y) dy; \\ \rho_0 + \rho_1 + \rho_2 + \int_0^\infty \rho_{112}(x) dx = 1. \end{cases} \quad (2)$$

Можно показать, что система уравнений (2) имеет следующее решение:

$$\rho_{111}(x) = \rho_0 f_2(x). \quad (3)$$

Таким образом, стационарное распределение ВЦМ $\{\xi_n^0, n \geq 0\}$ опорной системы определяется формулой (2), где постоянная ρ_0 находится в явном виде из условия нормировки.

Для исходной системы множества работоспособных E_+ и E_- отказовых состояний имеют вид:

$$E_+ = \{311, 111x\}, \quad E_- = \{220, 102\}.$$

Перейдем к нахождению стационарных характеристик исходной системы. Найдем средние значения времен пребывания в состояниях исходной системы, которые представляются формулами: $\theta_{220} = \beta_2$, $\theta_{311} = \alpha_1 \wedge \alpha_2$, $\theta_{111x} = \alpha_1 \wedge x$ и $\theta_{102} = \beta_1$, где $\wedge$ — знак минимума. Следовательно,

$$M\theta_{220} = M\beta_2, \quad M\theta_{311} = \int_0^\infty \bar{F}_1(t) \bar{F}_2(t) dt, \quad M\theta_{111x} = \int_0^x \bar{F}_1(t) dt, \quad M\theta_{102} = M\beta_1. \quad (4)$$

Среднюю стационарную наработку на отказ T_+ и среднее стационарное время восстановления T_- приближенно найдем, используя формулы [3]

$$T_+ \approx \frac{\int_{E_+} m(z) \rho(dz)}{\int_{E_+} \rho(dz) P(z, E_-)}, \quad T_- \approx \frac{\int_E \rho(dz) \int_{E_-} P(z, dy) m(y)}{\int_{E_+} \rho(dz) P(z, E_-)}, \quad (5)$$

где $\rho(dz)$ — стационарное распределение ВЦМ $\{\xi_n^0, n \geq 0\}$ опорной системы; $m(z)$ — средние времена пребывания в состояниях исходной системы; $P(z, dy)$ — вероятности переходов ВЦМ $\{\xi_n, n \geq 0\}$ исходной системы.

Используя формулы (1) – (4), определяем выражения, входящие в (5):

$$\begin{aligned}
\int_{E_+} m(z) \rho(dz) &= \rho(311)m(311) + \int_0^\infty \rho(112x)m(112x)dx = \rho_0 \int_0^\infty \bar{F}_1(y)\bar{F}_2(y)dy + \\
&\rho_0 \int_0^\infty f_2(x)dx \int_0^x \bar{F}_1(t)dt = 2\rho_0 \int_0^\infty \bar{F}_1(y)\bar{F}_2(y)dy = 2\rho_0 M(\alpha_1 \wedge \alpha_2); \\
\int_{E_+} \rho(dz)P(z, E_-) &= \rho(311)P(311, E_-) + \int_0^\infty \rho(111x)P(111x, E_-)dx = \\
&= \rho_0 + \rho_0 \int_0^\infty \bar{F}_1(y)f_2(y)dy + \rho_0 \int_0^\infty F_1(y)f_2(y)dy = 2\rho_0.
\end{aligned}$$

Таким образом, средняя стационарная наработка на отказ T_+ рассматриваемой системы приближенно вычисляется по формуле:

$$T_+ \approx M(\alpha_1 \wedge \alpha_2). \quad (6)$$

Перейдем к нахождению среднего стационарного времени восстановления T_-

$$\begin{aligned}
\int_E \rho(dz) \int_{E_-} P(z, dy)m(y) &= \rho(311)P(311, 102)m(102) + \rho(311)P(311, 220)m(220) + \\
&+ \int_0^\infty \rho(111x)P(111x, 220)m(220)dx + \int_0^\infty \rho(111x)P(111x, 102)m(102)dx = \\
&= \rho_0 M\beta_1 + \rho_0 M\beta_1 + \rho_0 \int_0^\infty f_2(y)\bar{F}_1(y)dy \cdot M\beta_1 + \rho_0 \int_0^\infty f_2(y)F_1(y)dy \cdot M\beta_1.
\end{aligned}$$

Следовательно,

$$T_- \approx \frac{M\beta_1^i + M\beta_2^i + P(\alpha_1 > \alpha_1)M\beta_1^i + P(\alpha_1 < \alpha_1)M\beta_2^i}{2}. \quad (7)$$

Используя формулы (6) и (7), определяем стационарный коэффициент готовности системы. Учитывая соотношение $K_\Gamma = T_+ / (T_+ + T_-)$, получаем:

$$K_\Gamma \approx \frac{2M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{M\beta_1^i + M\beta_2^i + P(\alpha_1 > \alpha_1)M\beta_1^i + P(\alpha_1 < \alpha_1)M\beta_2^i}. \quad (8)$$

Формулы (6)– (8) могут быть использованы для анализа надежности последовательной двухкомпонентной АПС с учетом различных видов отказов и проведения ТО. В дальнейшем полученные результаты можно распространить на случай многокомпонентных АПС.

Библиографический список

1. Барзилович Е.Ю. Организация обслуживания при ограниченной информации о надежности системы / Е.Ю. Барзилович, В.А. Каштанов. — М.: Сов. радио, 1975. — 136 с.
2. Birnbaum Z.W. On the importance of different components in a multicomponent system / Z.W. Birnbaum // Multivariate Analysis 2. — N.Y.: Academic press, 1969.
3. Королюк В.С. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем / В.С. Королюк, А.Ф. Турбин. — К.: Наук. думка, 1982. — 236 с.

Поступила в редакцию 10.03.2004 г.