

УДК 621.9.048.6

А.И. Бохонский, Е.В. Пашков, Л.А. Шмидт

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua

ИМПУЛЬСНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ УПРУГИХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ НЕЖЕСТКИХ ЗАГОТОВОК ПРИ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ТОКАРНОЙ ОБРАБОТКЕ

Исследованы вынужденные колебания заготовки малой жесткости с учетом ее распределенной массы и импульсного компенсирующего воздействия, используемого для устранения упругих радиальных перемещений заготовки от силы резания.

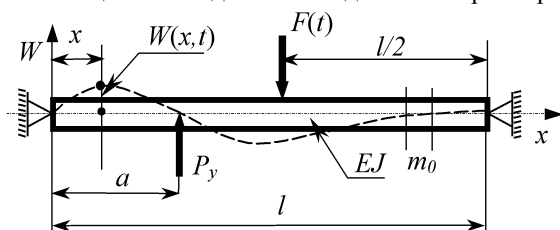
Динамические колебательные процессы (свободные, вынужденные, параметрические и автоколебания), возникающие при токарной обработке деталей малой жесткости, еще недостаточно изучены. Колебания, сопровождающие обработку нежесткой детали с учетом компенсации упругих перемещений, усложняются в связи со сложными вынужденными колебаниями нежесткой заготовки, в том числе возникают колебания, обусловленные импульсным воздействием.

На возможность управления колебаниями нежесткой заготовки при медленно движущейся динамической нагрузке (силе резания) обращено внимание в [1]. На основании теории моментов построен алгоритм управления при приложении управляющего воздействия в середине заготовки.

Импульсная реализация управления деформированием нежестких деталей постоянного и переменного сечения рассмотрена в [2,3], описан алгоритм поиска управлений и намечены пути практической реализации управлений с использованием кольцевых магнестрикционных либо пьезоэлектрических преобразователей.

Остаются актуальными теоретические исследования по оценке влияния параметров импульсного воздействия на процесс динамической компенсации упругих перемещений и разработка на этой основе практической методики расчета технологических параметров импульсной компенсации и совершенствования устройств для их реализации [4].

С целью создания методики выбора параметров компенсирующего



воздействия решена новая задача импульсной компенсации упругих перемещений заготовки малой жесткости. Дифференциальное уравнение изгибных колеба-

Рисунок 1 – Схема нагружения нежесткой заготовки силой резания P_y и динамическим компенсирующим воздействием $F(t)$

ний заготовки с распределенной массой (рисунок 1) при учете силы резания и компенсирующего воздействия записывается в виде:

$$\frac{d^2 W}{dt^2} + \frac{EI}{m_0} \frac{d^4 W(x,t)}{dx^4} = \frac{P_y(x,t)}{m_0} \delta(x-a) - \frac{F(t)}{m_0} \delta(x-l/2), \quad (1)$$

где $W(x,t)$ – перемещение произвольного сечения заготовки; EI – жесткость при изгибе; m_0 – распределенная масса; P_y – радиальная составляющая силы резания; $F(t)=f(t) \cdot m_0 l$ – управляющее (или компенсирующее) сосредоточенное воздействие, приложенное посередине заготовки; $\delta(x-a)$, $\delta(x-l/2)$ – дельта-функции, которые в данном случае представляются рядами Фурье

$$\delta(x-a) = \frac{2}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{k\pi a}{l} \cdot \sin \frac{k\pi x}{l}, \quad \delta(x-l/2) = \frac{2}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{k\pi}{2} \cdot \sin \frac{k\pi x}{l}, \quad (2)$$

где l – длина заготовки; a – координата приложения силы резания.

В соответствии с методом Фурье решение уравнения (1) с учетом (2) и известных для данной задачи форм колебаний ищется в виде

$$W(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} Y_k(t) \cdot \sin \frac{k\pi x}{l},$$

где $Y_k(t)$ – главная координата с номером k . Тогда для k -ой формы (моды) колебаний следует:

$$W_k(x,t) = Y_k(t) \cdot \sin \frac{k\pi x}{l}. \quad (3)$$

После подстановки (3) в (1) и преобразований получено уравнение для главной координаты

$$\ddot{Y}_k(t) + \omega_k^2 Y_k(t) = c_1 P_y - c_2 F(t), \quad (4)$$

где $\omega_k^2 = \frac{k^4 \pi^4 EI}{m_0 l^4}$ – квадрат частоты собственных колебаний заготовки;

$c_1 = 2 \sin \frac{k\pi a}{l} / m_0 l$; $b_2 = 2 \sin \frac{k\pi}{2} / m_0 l$; $k=1,2,\dots,\infty$. Неоднородное (линейное) дифференциальное уравнение (4) имеет точное решение. Трудности поиска частного решения $Y_k^{**}(t)$ этого уравнения зависят от вида правой части, которая в случае компенсирующего воздействия в виде прямоугольных импульсов одного знака представима рядом Фурье согласно зависимостям:

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{k\pi t}{T} + b_k \sin \frac{k\pi t}{T} \right); \quad a_0 = f_0 \frac{\tau}{T};$$

$$a_n = \frac{f_0}{k\pi} [(-1)^k + 1] \sin \frac{k\pi \tau}{T}; \quad b_k = \frac{f_0}{k\pi} [(-1)^k + 1] \left(1 - \cos \frac{k\pi \tau}{T} \right).$$

При решении уравнения возможны частные случаи. Если, например, $P_y = P_y^0 = \text{const}$, где P_y^0 – сила резания в случае абсолютно жесткой заготовки и $a = l/2$, то для обеспечения динамической компенсации должно выполняться условие:

$$c_1 P_y - c_2 F(t) = 0. \quad (5)$$

Из (5) можно найти такие значения параметров импульсного воздействия f_0 , τ , T , при которых за конечное время в заданном сечении достигается динамическая компенсация, т.е. динамически уравнивается радиальная составляющая силы резания, и следовательно, устраняются упругие перемещения по ее направлению. Однако условие (5) трудно достижимо практически.

Следует отметить, что решение задачи можно также получить, если импульсы конечной продолжительности заменить мгновенными. Тогда на временном интервале в промежутке с номерами импульсов n и $n+1$ для $Y_k(t)$ с учетом того, что колебания заготовки наблюдаются около некоторого положения квазистатического равновесия, обусловленного статическими деформациями от силы резания, следует

$$Y_k(t) = \frac{f_0 \tau}{\omega_k} \sum_{i=1}^{n+1} \sin \omega_k [t - (i-1)T].$$

Тогда в самом общем виде перемещение произвольного сечения с координатой x будет:

$$W(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{f_0 \tau}{\omega_k} \sum_{i=1}^{n+1} \sin(\omega_k [t - (i-1)T]) \cdot \sin \frac{k\pi x}{l} \right).$$

При $W(x, t) = W(l/2, 0)$ и известных k , τ , n находится зависимость величины ускорения f_0 от периода импульсов T . Диапазон изменения T обусловлен характеристиками устройства, компенсирующего квазистатические перемещения заготовки и периодом основного тона собственных колебаний заготовки. С увеличением периода импульсов, обеспечивающего компенсацию упругих перемещений, возрастает f_0 и при $T \rightarrow \infty$ соответственно $f_0 \rightarrow \infty$.

В первом приближении для качественного анализа колебаний заготовки [1] ее можно рассматривать как систему с одной степенью свободы (учитывать только первую моду колебаний). Решение задачи иллюстрируется на численном примере. Исходные данные: $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, $\rho = 7800$ кг/м³, $d = 0,008$ м; $l = 1$ м. Вычисляемые величины: $m_0 = \rho \pi d^2 / 4 = 0,392$ кг/м; $J = \pi d^4 / 64 = 2,009 \cdot 10^{-10}$ м⁴; частота первого тона колебаний

$$\omega_1 = \pi^2/l^2 \sqrt{EJ/m_0} = 99,9534 \text{ с}^{-1}; \text{ период } T_1 = 2\pi/\omega_1 = 0,0629 \text{ с}.$$

График импульсного воздействия, обеспечивающего равный единице динамический коэффициент, построен с использованием разложения импульсной функции в тригонометрический ряд при: $\tau=0,003 \text{ с}$; $T=0,01 \text{ с}$; $f_0=35 \text{ м/с}^2$. С целью сокращения времени расчета используется только 9 членов ряда и для ступенчатого задания $f(t)$ применена функция *Heaviside*:

$$f(t) = f(t) \cdot (\text{Heaviside}(t)/2 + \text{Heaviside}(t - T_1/2)/2).$$

График функции $f(t)$ изображен на рисунке 2. Скачкообразное возрастание функции $f(t)$ происходит в момент времени $t = T_1/2$, т.е. равный половине периода первого тона колебаний заготовки, что соответствует почти статическому нагружению.

$f(t)$,
м/с²

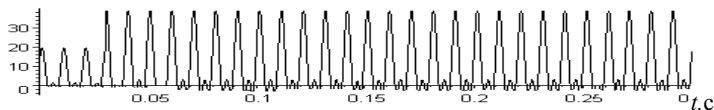
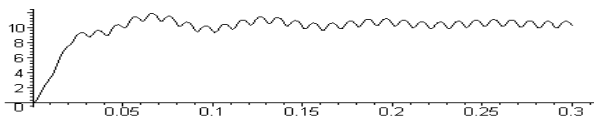


Рисунок 2 – График импульсной функции $f(t)$

График $Y_1(t)$, полученный в результате численного интегрирования дифференциального уравнения (4) при задании только импульсного воздействия на заготовку ($P_y=0$) и нулевых начальных условиях, изображен на рисунке 3.

$Y_1(t)$,
 $\times 10^{-4} \text{ м}$



$t, \text{с}$

Рисунок 3 – График перемещения во времени сечения заготовки при импульсном воздействии

Из рисунка следует, что положение равновесия смещается и поддерживается в этом состоянии периодическим импульсным воздействием одного знака.

В связи со сложной правой частью аналитическое решение достаточно громоздко и требует много времени для его поиска в системах аналитических вычислений (компьютерной алгебры). Функция $Y_1(t)$ – чрезвычайно громоздкая, поэтому она здесь не приводится, но ее график изображен на рисунке 4.

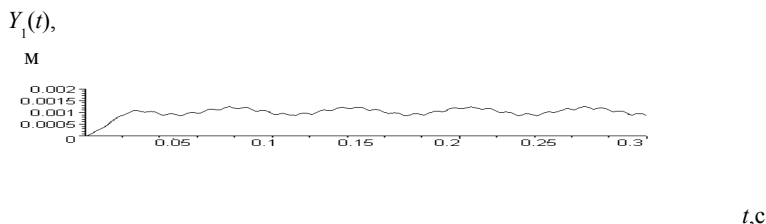


Рисунок 4 – График $Y_1(t)$ при аналитическом решении уравнения движения

После решения исходного дифференциального уравнения (1) в САВ полученная аналитическая функция заменена более простой приближенной. График $W_1(x, t)$ пространственного движения заготовки с учетом начального положения равновесия, обусловленного радиальной составляющей силы резания ($P_y \neq 0$), изображен на рисунке 5.

Как видно из рисунка, упругие перемещения от силы P_y устраняются на достаточно малом временном интервале. При импульсном нагружении с близким к единице динамическим коэффициентом собственные колебания подавляются; остаются высокочастотные вынужденные колебания, порождаемые только дискретным периодическим импульсным воздействием, амплитуда которых мала и не оказывает существенного влияния на процесс резания. Таким образом, при учете распределенной массы заготовки рассмотренный способ компенсации позволяет найти параметры импульсного воздействия, которое ликвидирует упругое перемещение заготовки от силы резания.

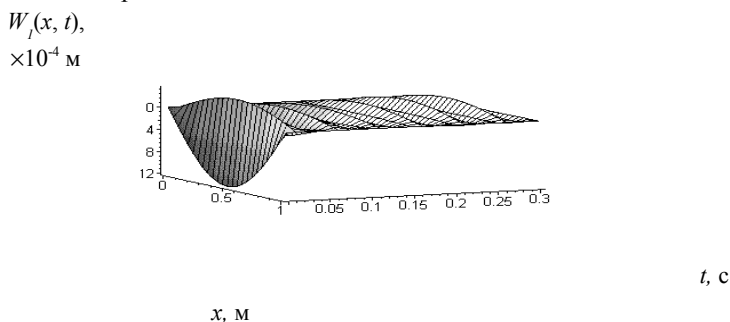


Рисунок 5 – Пространственное движение нежесткой заготовки с учетом первой моды колебаний

Для учета изменения координаты силы резания при обработке заготовки с закреплением в центрах целесообразно с целью упрощения алгоритма непосредственно использовать функцию влияния Грина, которая показывает, какое необходимо приложить воздействие в средней части заготовки, чтобы устранить перемещение от единичной силы при ее произвольной координате ($l \geq a \geq 0$). Тогда импульсное управление, учитывающее координату силы резания, запишется в виде: $F_*(a, t) = \sin \frac{\pi a}{l} \cdot F(t)$, где $a = V \cdot t$; V — скорость движения силы резания вдоль заготовки.

Результаты исследований подтверждают эффективность использования импульсного воздействия для компенсации упругих перемещений заготовки от силы резания. Дальнейшие теоретические исследования предполагают определение оптимальных параметров импульсного воздействия и энергоемкости процесса импульсной компенсации упругих перемещений заготовки в условиях автоматической токарной обработки. На основании результатов теоретических исследований разрабатывается методика определения параметров технологической оснастки для динамической компенсации упругих перемещений при точении различных типов нежестких заготовок.

Библиографический список

1. Бохонский А.И. Управление деформированием нежестких деталей при токарной обработке / А.И. Бохонский, А.Н. Вохмянин. — Севастополь: Изд-во СевГТУ, 1999. — 240 с.
2. Бохонський О.І. Імпульсне керування деформуванням нежорстких деталей при автоматичній токарській обробці / О.І. Бохонський, Є.В. Пашков, Л.А.Шмідт. — Львів, 2002. — Вип. 7. — С. 25–29.
3. Пат. 69491 Україна, МКП 7 B23B1/00. Спосіб обробки точінням нежорстких деталей типу валів / Є.В. Пашков, О.І. Бохонський, Л.А.Шмідт. — № 2002054014; Заяв. 16.05.2002. Опубл. 15.09.2004, Бюл. № 9. — 6 с.
4. Пашков Е.В. Технологические основы обработки точением тонкостенных цилиндрических деталей: Учеб. пособие / Е.В. Пашков. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2000. — 425 с.

Поступила в редакцию 15.01.2004 г.