

У ДК 681.5

В.А. Крамарь, доцент, канд. техн. наук

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, Севастополь, Украина, 99053

E-mail: kramarv@mail.ru

АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ ЗАПАСА УСТОЙЧИВОСТИ ПО АМПЛИТУДЕ САУС ОДНИМ ВИДОМ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В МОДЕЛИ ОБЪЕКТА

Предлагается алгебраический подход к оценке запаса устойчивости по амплитуде системы управления с одним видом непараметрической неопределенности в модели объекта.

В своей практической работе системы автоматического управления должны оставаться устойчивыми при некоторых вариациях. Запасы устойчивости задают область в окрестности критической точки $(-1, j0)$, запретную для годографа Найквиста. Задача оценки запаса устойчивости легко решается частотным методом как для обычных систем управления, так и для робастных систем [1]. Однако при автоматизации исследований определение запаса устойчивости конечно-точечным построением годографа сталкивается с трудностями параметрического представления кривых – континуальных множеств точек.

Целью статьи является нахождение алгебраического подхода к оценке запасов устойчивости по амплитуде системы управления с неопределенностью в модели объекта. Актуальность алгебраического подхода выражается в возможности построения автоматизированной системы для решения поставленной задачи.

Рассмотрим устойчивую систему автоматического управления с единичной отрицательной обратной связью (рисунок 1).

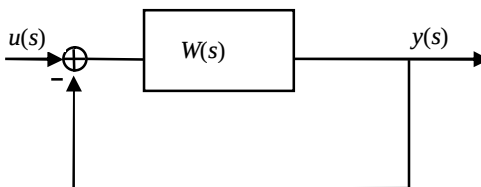


Рисунок 1 – Система с единичной отрицательной обратной связью

Описание объекта содержит мультипликативную неопределенность следующего вида

$$|W(j\omega) - W^0(j\omega)| \leq r(\omega) / |q^0(j\omega)|,$$

где $W^0(s) = \frac{p^0(s)}{q^0(s)}$ – номинальная передаточная функция объекта,

заданная парой многочленов $r(\omega)$ – функция, характеризующая неопределенность Годографа Найквиста для данного типа системы представляет семейство окружностей с центром в точке $W^0(j\omega)$ и радиусом $r(\omega) / |q^0(j\omega)|$. Семейство этих окружностей при $0 < \omega \leq \infty$ задает полосу. Уравнения в параметрической форме огибающих, являющихся внутренней и внешней границей указанной полосы, имеют вид [2]

$$P_1(\omega) = \operatorname{Re} W^0(j\omega) - r(\omega) \frac{b(\omega) + a(\omega) \sqrt{1 + a^2(\omega) - b^2(\omega)}}{1 + a^2(\omega)}, \quad (1)$$

$$P_2(\omega) = \operatorname{Re} W^0(j\omega) - r(\omega) \frac{b(\omega) - a(\omega) \sqrt{1 + a^2(\omega) - b^2(\omega)}}{1 + a^2(\omega)}, \quad (2)$$

$$Q_1(\omega) = \operatorname{Im} W^0(j\omega) - r(\omega) \frac{a(\omega)b(\omega) - a(\omega) \sqrt{1 + a^2(\omega) - b^2(\omega)}}{1 + a^2(\omega)}, \quad (3)$$

$$Q_2(\omega) = \operatorname{Im} W^0(j\omega) - r(\omega) \frac{a(\omega)b(\omega) + a(\omega) \sqrt{1 + a^2(\omega) - b^2(\omega)}}{1 + a^2(\omega)}, \quad (4)$$

где $a(\omega) = [\operatorname{Im} W^0(j\omega)]' / [\operatorname{Re} W^0(j\omega)]'$; $b(\omega) = r'(\omega) / [\operatorname{Re} W^0(j\omega)]'$.

$P_1(\omega)$, $Q_1(\omega)$ определяют внешнюю огибающую полосы, $P_2(\omega)$, $Q_2(\omega)$ – внутреннюю. Уравнения (1)–(4) приводятся к виду

$$\begin{aligned} \hat{P}_1(\omega) &= U_1(\omega) / D_1(\omega), \quad \hat{Q}_1(\omega) = V_1(\omega) / D_1(\omega), \\ \hat{P}_2(\omega) &= U_2(\omega) / D_2(\omega), \quad \hat{Q}_2(\omega) = V_2(\omega) / D_2(\omega). \end{aligned} \quad (5)$$

Ближайшая справа к точке $(-1, j0)$ точка пересечения годографа с вещественной отрицательной полуосью определяет запас устойчивости по амплитуде m_1 . Для того, чтобы рассматриваемая система имела гарантированный запас устойчивости по амплитуде не менее заданного $m_{1*} > 1$,

необходимо и достаточно, чтобы внешняя огибающая полосы не пересекала вещественную ось в интервале $(-1, -1/m_{1*})$. Найдем число всех положительных вещественных корней многочлена $V_1(\omega)$, при которых внешняя часть огибающей пересекает интервал $(-\beta, 0)$. β получаем из $\beta = 1/m_{1*}$ с учетом преобразований, приводящих вещественную и мнимую части огибающей к виду (5).

Искомое число равно $\rho^+(V_1/A_1^+)$ – числу всех различных положительных вещественных корней многочлена $V_1(\omega)$, дающих положительное значение многочлену $A_1(\omega)$, который определяется из соотношения

$$\mathcal{H}_1(\omega) + \beta = \frac{A_1(\omega)}{D_1(\omega)}.$$

Теперь найдем число всех различных положительных вещественных корней многочлена $V_1(\omega)$, при которых внешняя огибающая пересекает интервал вещественной оси $(-1, 0)$. Положим $\beta = 1$. Тогда так же $\beta = 1$. В этом случае получаем

$$\mathcal{H}_1(\omega) + \beta = \frac{A_2(\omega)}{D_1(\omega)}.$$

Отсюда, искомое число равно $\rho^+(V_1/A_2^+)$ – числу всех различных положительных вещественных корней многочлена $V_1(\omega)$, дающих положительное значение многочлену $A_2(\omega)$. Таким образом, условие

$$\rho^+(V_1/A_1^+) = \rho^+(V_1/A_2^+)$$

является необходимым и достаточным для того, чтобы внешняя огибающая полосы при $\omega \geq 0$ не пересекала вещественную ось в интервале $(-1, -1/m_{1*})$, и следовательно чтобы рассматриваемая система имела запас устойчивости по амплитуде не менее заданного m_{1*} .

Для вычисления характерных чисел в полученных соотношениях применим алгоритм решения общей проблемы Рауса [3] в основе которых лежит обработка обобщенных таблиц Рауса.

Предложенное алгебраическое решение задачи оценки запаса устойчивости по амплитуде систем с единичной отрицательной обратной связью представляет собой эффективную альтернативу прямому решению задачи поточечным построением частотного

годографа, что особенно важно при машинных расчетах сложных систем управления. Предлагаемая в статье методика может быть использована для создания автоматизированных средств анализа синтеза сложных систем автоматического управления.

Библиографический список

1. Поляк Б.Т. Робастный критерий Найквиста / Б.Т. Поляк, Я.З. Цыпкин // Автоматика и телемеханика. — 1992. — № 7. — С. 25–29.
2. Петров Н.П. Робастное D-разбиение / Н.П. Петров, Б.Т. Поляк // Автоматика и телемеханика. — 1991. — № 11. — С. 41–53.
3. Барабанов А.Т. Полное решение общей проблемы Рауса в теории систем / А.Т. Барабанов // Изв. АН СССР. Сер. Техническая кибернетика. — 1991. — № 2. — С. 39–47.

Поступила в редакцию 21.02.2005 г.