

УДК 681.5

Е.Г. Бойко, аспирант

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: vm@sevgtu.sebastopol.ua

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПЕРИОДА КОНТРОЛЯ ПО НАРАБОТКЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ОТКАЗОВ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ

Найдены характеристики надежности и эффективности автоматизированной системы с контролем по наработке, определен оптимальный период контроля.

Современные достижения науки и техники, автоматизация производства и систем контроля позволяют постоянно повышать надежность автоматизированных систем (АС) и качество выпускаемой продукции. Однако, несмотря на разнообразие и высокий уровень развития контрольно-измерительных систем, весьма остро стоит проблема выявления скрытых отказов отдельных элементов АС.

Своевременное обнаружение параметрических отказов АС позволяет значительно повысить ее надежность, а также сократить экономические потери, неизбежно возникающие при скрытых неисправностях элементов АС. Поэтому проблема контроля работоспособности отдельных элементов и АС в целом весьма актуальна.

Обзор современной литературы [1,2], посвященной вопросам контроля безотказной работы восстанавливаемых АС, позволяет сделать вывод, что на данном этапе мало внимания уделяется построению моделей обнаружения параметрических отказов, в них не учитывается многообразие скрытых отказов, а также влияние ошибок контрольно-измерительных систем на достоверность результатов контроля [3].

В статье рассматривается процесс контроля-восстановления АС, в которой наступление параметрического отказа в любом технологическом устройстве приводит к выходу из строя всей системы в целом, поэтому математическая модель построена как для однокомпонентной системы. Предполагается, что отказ может быть обнаружен только при проведении контроля. Для определения характеристик надежности и эффективности исследуемой АС используется полумарковский процесс с общим фазовым пространством состояний [4].

Целью статьи является определение оптимального периода контроля по наработке параметрических отказов автоматизированной системы для различных функций распределения времени наработки на отказ.

Система функционирует следующим образом. В начальный момент времени система находится в работоспособном состоянии, контроль включен. Время безотказной работы системы – случайная величина (СВ) α с функцией распределения (ФР) $F(t) = P\{\alpha \leq t\}$. Если наработка системы (с учетом параметрического отказа) достигла значения τ ($\tau = \text{const}$), проводится контроль, длительность контроля – СВ γ с ФР $R(t) = P\{\gamma \leq t\}$. На время проведения контроля работа системы приостанавливается. После обнаружения отказа система начинает восстановление, время восстановления системы – СВ β с ФР $G(t) = P\{\beta \leq t\}$. На период восстановления контроль приостанавливается. После восстановления свойства системы полностью обновляются. Все СВ имеют математические ожидания, все ФР имеют соответствующие плотности распределения.

Для описания функционирования системы введем следующее пространство полумарковских состояний $E = \{0x, 1x, 2x, 3\}$, где 1 – система начала работать, контроль включен; $0x$ – в системе произошел отказ, до начала контроля осталось время x , $0 < x < \tau$; 2 – начался контроль, система в отказе; 3 – контроль закончился, обнаружен отказ, началось восстановление системы; $2x$ – начался контроль, система в работоспособном состоянии, ее работа приостановлена, до наступления отказа осталось время x ; $1x$ – закончился контроль, работа системы возобновилась.

Определим вероятности переходов вложенной цепи Маркова (ВЦМ) $\{\xi_n, n \geq 0\}$:

$$\begin{aligned} p_1^{0x} &= f(\tau - x), \quad 0 < x < \tau; & p_1^{2x} &= f(\tau + x), \quad x > 0; \\ p_{0x}^2 &= p_2^3 = p_3^1 = p_{2x}^{1x} = 1; & p_{1x}^{2x-\tau} &= 1, \quad x > \tau; & p_{1x}^{0\tau-x} &= 1, \quad 0 < x < \tau. \end{aligned} \quad (1)$$

Обозначим через ρ_1, ρ_2, ρ_3 значения стационарного распределения ВЦМ $\{\xi_n, n \geq 0\}$ на состояниях 1, 2, 3 и предположим существование стационарных плотностей $\rho_1(x), \rho_2(x)$ и $\rho_0(x)$ для состояний $1x, 2x, 0x$. Составим для них систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1 = \rho_3, \\ \rho_0(x) = \rho_1 f(\tau - x) + \rho_1(\tau - x), 0 < x < \tau, \\ \rho_2 = \int_0^\tau \rho_0(x) dx, \\ \rho_3 = \rho_2, \\ \rho_2(x) = \rho_1 f(\tau + x) + \rho_1(\tau + x), \\ \rho_1(x) = \rho_2(x), \\ 3\rho_1 + \int_0^\tau \rho_0(x) dx + 2 \int_0^\infty \rho_1(x) dx = 1. \end{array} \right. \quad (2)$$

Последнее уравнение в системе (2) – условие нормировки.

Можно показать, что система уравнений (2) имеет решение [5]

$$\begin{aligned} \rho_1(x) &= \rho_2(x) = \rho_1 \sum_{n=1}^{\infty} f(x + n\tau), x > 0, \\ \rho_0(x) &= \rho_1 \sum_{n=1}^{\infty} f(n\tau - x), 0 < x < \tau, \end{aligned} \quad (3)$$

где ρ_1 находится из условия нормировки.

Для системы множества работоспособных состояний E_+ и отказовых состояний E_- имеют вид: $E_+ = \{1, 1x\}$, $E_- = \{0x, 2, 2x, 3\}$.

Средние времена пребывания в состояниях можно записать следующим образом:

$$M\theta_1 = \int_0^\tau \bar{F}(t) dt; \quad M\theta_{1x} = x, \quad x < \tau; \quad M\theta_{1x} = \tau, \quad x > \tau;$$

$$M\theta_2 = M\gamma; \quad M\theta_{2x} = M\gamma; \quad M\theta_3 = M\beta; \quad M\theta_{0x} = x. \quad (4)$$

Среднюю стационарную наработку на отказ T_+ и среднее стационарное время восстановления T_- найдем по формулам [4]:

$$T_+ = \frac{\int_{E_+} m(e) \rho(de)}{\int_{E_+} P(e, E_-) \rho(de)}, \quad T_- = \frac{\int_{E_-} m(e) \rho(de)}{\int_{E_+} P(e, E_-) \rho(de)}. \quad (5)$$

С учетом формул (1), (3) и (4), найдем выражения, входящие в (5). При этом получаем:

$$\begin{aligned} \int_{E_+} m(e) \rho(de) &= m(1) \rho(1) + \int_0^\infty m(1x) \rho(1x) dx = \rho_1 \int_0^\tau \bar{F}(t) dt + \int_0^\tau m(1x) \rho(1x) dx + \\ &+ \int_\tau^\infty m(1x) \rho(1x) dx = \rho_1 \int_0^\tau \bar{F}(t) dt + \rho_1 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^\tau x f(x + n\tau) dx + \rho_1 \sum_{n=1}^{\infty} \tau \int_\tau^\infty f(x + n\tau) dx = \\ &= \rho_1 \left(\int_0^\tau \bar{F}(t) dt + \sum_{n=1}^{\infty} \left(-x \bar{F}(x + n\tau) \Big|_0^\tau + \int_0^\tau \bar{F}(x + n\tau) dx \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \tau \int_{\tau(n+1)}^\infty f(t) dt \right) = \\ &= \rho_1 \left(\int_0^\tau \bar{F}(t) dt - \sum_{n=1}^{\infty} \tau \bar{F}(\tau(1+n)) + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{n\tau}^{\tau(n+1)} \bar{F}(t) dt + \sum_{n=1}^{\infty} \tau \bar{F}(\tau(1+n)) \right) = \rho_1 M\alpha; \\ \int_{E_-} P(e, E_-) \rho(de) &= \rho(1) P(1, E_-) + \int_0^\infty \rho(1x) P(1x, E_-) = \rho_1 \int_0^\tau f(\tau - x) dx + \rho_1 \int_0^\tau f(\tau + x) dx + \\ &+ \rho_1 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^\infty f(n\tau + x) dx = \rho_1 \left(\int_0^\tau f(t) dt + \int_0^\tau f(t) dt + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{n\tau}^\infty f(t) dt \right) = \rho_1 \sum_{n=0}^{\infty} \bar{F}(n\tau); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{E_-} m(e) \rho(de) &= \int_0^\tau m(0x) \rho(0x) dx + m(2) \rho(2) + m(3) \rho(3) + \int_0^\infty m(2x) \rho(2x) dx = \\
&= \rho_1 \sum_{n=1}^\infty \int_0^\tau x f(n\tau - x) dx + \rho_1 M\gamma + \rho_1 M\beta + \rho_1 M\gamma \sum_{n=1}^\infty \int_0^\infty f(n\tau + x) dx = \\
&= \rho_1 \left(\sum_{n=1}^\infty \left(x \bar{F}(n\tau - x) \Big|_0^\tau - \int_0^\tau \bar{F}(n\tau - x) dx \right) + M\gamma + M\beta + M\gamma \sum_{n=1}^\infty \int_{\tau n}^\infty f(t) dt \right) = \\
&= \rho_1 \left(M\beta - M\alpha + (\tau + M\gamma) \sum_{n=0}^\infty \bar{F}(n\tau) \right)
\end{aligned}$$

Следовательно, среднее стационарное время наработки на отказ T_+ имеет вид:

$$T_+ = \frac{M\alpha}{\sum_{n=0}^\infty \bar{F}(n\tau)}.$$

Среднее стационарное время восстановления T_- находится по формуле:

$$T_- = \frac{\left(M\beta - M\alpha + (\tau + M\gamma) \sum_{n=0}^\infty \bar{F}(n\tau) \right)}{\sum_{n=0}^\infty \bar{F}(n\tau)}.$$

Стационарный коэффициент готовности найдем по формуле $K_T = \frac{T_+}{T_+ + T_-}$.

Тогда получаем

$$K_T = \frac{M\alpha}{M\beta + (\tau + M\gamma) \sum_{n=0}^\infty \bar{F}(n\tau)}. \quad (6)$$

Не менее важными для оценки качества функционирования АС, являются экономические критерии, такие как средняя прибыль в единицу календарного времени S и средние затраты в единицу времени исправного функционирования C . Для их определения воспользуемся формулами:

$$S = \frac{\int_E m(e) f_s(e) \rho(de)}{\int_E m(e) \rho(de)}, \quad C = \frac{\int_{E_+} m(e) f_c(e) \rho(de)}{\int_{E_+} m(e) \rho(de)}. \quad (7)$$

Здесь $f_s(e)$ – ограниченная, B – измеримая функция, определенная на множестве состояний E .

Для данной АС функции f_s и f_c имеют вид:

$$f_s(e) = \begin{cases} c_1, e \in \{1, 1x\}, \\ -c_2, e = 3, \\ -c_3, e \in \{2, 2x\}, \\ -c_4, e = 0x. \end{cases} \quad f_c(e) = \begin{cases} 0, e \in \{1, 1x\}, \\ c_2, e = 3, \\ c_3, e \in \{2, 2x\}, \\ c_4, e = 0x. \end{cases} \quad (8)$$

В системе (8) c_1 – прибыль, получаемая за единицу времени функционирования c_2 – затраты за единицу времени восстановления; c_3 – затраты за единицу времени на контроль; c_4 – потери за единицу времени от брака.

Используя результаты формул (1), (3) и (8), находим критерии (7):

$$\begin{aligned}
S(\tau) &= \frac{M\alpha(c_1 + c_4) - c_2 M\beta - \sum_{n=0}^\infty \bar{F}(n\tau)(c_4 \tau - c_3 M\gamma)}{(M\gamma + \tau) \sum_{n=0}^\infty \bar{F}(n\tau)}, \\
C(\tau) &= \frac{\sum_{n=0}^\infty \bar{F}(n\tau)(c_4 \tau + c_3 M\gamma) - c_4 M\alpha + c_2 M\beta}{M\alpha}. \quad (9)
\end{aligned}$$

Для различных ФР по формулам (6) и (9) найдена оптимальная периодичность контроля τ_{opt} , обеспечивающая максимальное значение стационарного коэффициента готовности K_T , максимальную среднюю прибыль в единицу календарного времени и минимальные средние затраты в единицу времени исправного функционирования АС. Здесь $c_1 = 2$ у.е., $c_2 = 2$ у.е., $c_3 = 1$ у.е., $c_4 = 1$ у.е. Исходные данные и полученные результаты сведены в таблицу 1.

Таблица 1 – Результаты оптимизации контроля

Исходные данные				Результаты					
Вид распределения	$M\alpha$	$M\beta$	$M\gamma$	τ_{opt}	$K_f(\tau_{opt})$	τ_{opt}	$S(\tau_{opt})$	τ_{opt}	$C(\tau_{opt})$
	ч	ч	ч	ч		ч	у.е./ч	ч	у.е./ч
Показательный	60	1	0,5	8	0,8684	8	1,5906	8	0,1682
Эрланга IV порядка	60	1	0,5	8	0,8695	8	1,5942	8	0,1667
Показательный	60	0,5	0,2	5	0,9155	5	1,7389	5	0,1006
Эрланга IV порядка	60	0,5	0,2	5	0,9160	5	1,7404	5	0,1

Полученные результаты могут быть использованы для оптимизации процесса контроля-восстановления АС по различным критериям. В дальнейшем планируется использовать полученную методику для исследования математических моделей однокомпонентных и многокомпонентных АС с различными видами контроля.

Библиографический список

1. Черкесов Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов / Г.Н. Черкесов. — СПб.: Изд-во «Питер», 2005. — 479 с.
2. Каштанов В.А. Теория надежности сложных систем (теория и практика) / В.А. Каштанов, А.И. Медведев. — М.: Изд-во «Европейский центр по качеству», 2002. — 470 с.
3. Основы построения автоматизированных систем контроля сложных систем / П.И. Кузнецов, В.С. Гайденок, Б.К. Жилук; Под ред. П.И. Кузнецова. — М.: Энергия, 1969. — 480 с.
4. Королюк В.С. Стохастические модели систем / В.С. Королюк. — К.: Наук думка, 1989. — 208 с.
5. Копп В.Я. Стохастические модели автоматизированных систем с временным резервированием / В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин, А.И. Песчанский. — Севастополь: Изд-во СевГТУ, 2000. — 284 с.

Поступила в редакцию 10.05.2006 г.